第 24 卷第 2 期
2026 年 2 月

动 力 学 与 控 制 学 报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 24 No. 2
Feb. 2026

文章编号:1672-6553-2026-24(2)-067-007

DOI:10.6052/1672-6553-2025-090

基于 PINNs 的非高斯噪声激励下 WTS 动力学分析*

冉金花[1]　李宝兰[1†]　马少娟[1,2]

(1. 北方民族大学 数学与信息科学学院,银川　750021)

(2. 宁夏智能信息与大数据处理重点实验室,银川　750021)

摘要　本文研究了非高斯随机激励下风力涡轮机系统(WTS)的动态响应. 首先,针对传统高斯噪声在描述实际风速与系统不确定性方面的不足,引入具有重尾和脉冲特性的 α-stable Lévy 噪声,建立更符合实际的 WTS 随机动力学模型. 其次,基于随机微分理论,推导了 α-stable Lévy 噪声激励下 WTS 对应的分数阶 Fokker-Planck-Kolmogorov(FPK)方程,该方程精确描述了系统状态瞬态概率密度函数(PDF)的演化规律. 最后,为有效求解这一高维分数阶偏微分方程,提出了物理信息神经网络(PINNs)框架,将物理控制方程作为约束嵌入损失函数,无需网格离散即可直接学习时空连续的 PDF 解. 数值实验表明,PINNs 解与蒙特卡洛模拟结果高度吻合,验证了该方法在求解分数阶 FPK 方程方面的精确性. 同时,PINNs 展现出远超蒙特卡洛模拟方法的计算效率.

关键词　风力涡轮机系统,　分数阶 FPK 方程,　PINNs 算法,　非高斯噪声,　概率密度函数

中图分类号:O211　　**文献标志码**:A

The Dynamical Analysis for WTS under Non-Gaussian Noise Excitation Based on PINNs*

Ran Jinhua[1]　Li Baolan[1†]　Ma Shaojuan[1,2]

(1. School of Mathematics and Information Science, North Minzu University, Yinchuan　750021, China)

(2. Ningxia Key Laboratory of Intelligent Information and Big Data Processing, Yinchuan　750021, China)

Abstract　This paper studies the dynamic response of wind turbine systems (WTS) under non-Gaussian stochastic excitation. Firstly, considering the limitations of traditional Gaussian noise in representing the actual wind speed and system uncertainty, the α-stable Lévy noise with heavy tail and pulse characteristics is introduced to establish a more practical WTS stochastic dynamical model. Secondly, based on the theory of stochastic differential, the fractional Fokker-Planck-Kolmogorov (FPK) equation corr esponding to WTS under the excitation of α-stable Lévy noise is derived, which precisely describes the evolution law of the transient probability density function (PDF) for the system state. Finally, to effectively solve the fractional partial differential equation, a physics-informed neural networks (PINNs) framework is proposed, which takes the physical control equation as the constrained embedding loss function, and can directly learn the space-time continuous PDF solution without grid discretization. Numerical experiments show that the PINNs solution is highly consistent with the Monte Carlo simulation results, which verifies the accuracy of this method in solving fractional FPK equations. Meanwhile, PINNs shows much higher computational efficiency than traditional Monte Carlo methods.

2025-10-20 收到第 1 稿,2025-11-13 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(12362005); National Natural Science Foundation of China(12362005).

† 通信作者 E-mail:blli@stu.nmu.edu.cn

Key words wind turbine systems, fractional Fokker-Planck-Kolmogorov(FPK) equation, PINNs algorithm, non-gaussian noise, probability density function

引言

风力发电作为清洁能源利用的主要形式,其运行稳定性对电力系统可靠供电至关重要.现有研究多基于确定性模型,系统分析了风力涡轮机(WT)的功率输出问题,涉及系统建模[1]、稳定性分析[2]、最优控制[3,4]以及非线性动力学行为研究[5]等方面.然而,在实际运行环境中,风速的随机波动、执行器与传感器故障、测量噪声等多重不确定性因素,使得风力涡轮机系统(WTS)在材料属性、负载参数与几何结构等方面存在显著的未建模动态或参数失配[6].因此,深入研究含不确定性因素的WTS的动态特性,对提升WTS可靠性与控制性能具有重要理论价值与工程意义.

在此背景下,Fokker-Planck-Kolmogorov(FPK)方程作为描述系统状态概率演化的数学工具,为分析随机激励下系统动态响应提供了有效途径[7].法国数学家 Paul Lévy 于 1925 年提出的 Lévy 分布是一类广义的非高斯随机过程,广泛用于描述布朗运动与泊松过程之外兼具小扰动与大跳跃特征的复杂随机现象.在非高斯 Lévy 噪声[8]激励下,系统对应的 FPK 方程表现为分数阶或积分微分形式,难以直接求得其解析解[9]. Liu 等[10]提出将空间分数阶 FPK 方程转化为常微分方程,并采用反向差分格式进行数值求解,显著提升了计算效率,然而该方法对系统维度敏感,高维扩展性有限.近年来,路径积分方法(PI)的发展为该类方程的求解提供了新视角[11,12],其通过路径空间离散化实现数值近似,具备处理非线性和非高斯激励的潜力,但计算量随维度提升急剧增大.近年来,分数阶 FPK 方程的数值求解方法取得了显著进展,多种高效、适应性强的数值算法相继涌现[13].总体而言,传统数值方法在处理高维 FPK 方程时普遍面临"维数灾难"与计算效率的矛盾,而机器学习方法通过融合数据驱动与物理约束,展现出突破该瓶颈的潜力,但在训练效率、泛化能力与可解释性方面仍需深入探索.

综上所述,本文在 WTS 中同时考虑确定性故障与 α-stable Lévy 噪声扰动,该建模方式源于实际系统中执行器性能衰退、参数摄动等确定性因素与风速突变、测量干扰等随机因素共存并相互耦合的工程现实.与传统高斯噪声相比,α-stable Lévy 噪声凭借其重尾特性,能够更真实地表征系统的小幅波动与大幅跳跃行为,尤其适用于描述风电场中的极端风速波动与突发扰动.本文采用 FPK 方程作为分析工具,重点研究 α-stable Lévy 噪声激励下系统的概率演化特性,并基于物理信息神经网络(PINNs)进行数值求解,以实现对系统随机响应的精确估计,为风力涡轮机可靠性设计与控制策略优化提供一定支持.

1 风力涡轮机系统建模

本节系统阐述了 WTS 的气动学建模基础、液压变桨系统的空气动力学建模,以及变桨执行器故障模式的数学表征.在此基础上,进一步引入了随机扰动,并严格推导了描述系统状态概率密度演化的分数阶 FPK 方程.

1.1 风力涡轮机气动建模

WT 转矩和输出功率可以用 WTS 的空气动力学描述如下[6,14,15]:

$$P_{\mathrm{aero}}=\frac{1}{2\omega_{\mathrm{g}}}\rho_{\mathrm{a}}\pi R^{2}C_{\mathrm{p}}(\lambda,\beta)v_{\mathrm{r}}^{3}\ ,\tag{1}$$

$$T_{\mathrm{aero}}=\frac{1}{2\omega_{\mathrm{r}}}\rho_{\mathrm{a}}\pi R^{2}C_{\mathrm{p}}(\lambda,\beta)v_{\mathrm{r}}^{3}\ ,\tag{2}$$

$$C_{\mathrm{p}}(\lambda,\beta)=0.5176\left(\frac{116}{\lambda_{i}}-0.4\beta-5\right)\mathrm{e}^{-\frac{21}{\lambda_{i}}}\ ,\tag{3}$$

$$\frac{1}{\lambda_{i}}=\frac{116}{\lambda-0.08\beta}-\frac{0.035}{\beta^{3}+1}.\tag{4}$$

其中,ρ_{a} 为空气密度,R 为风轮半径,ω_{g} 是转速,v_{r} 为风速,ω_{r} 为风轮角速度,λ 为叶尖速比,β 为桨距角.$C_{\mathrm{p}}(\lambda,\beta)$ 表征了风能到机械能的转换效率,其非线性特性是系统控制的关键挑战.

1.2 变桨系统建模

变桨系统通过调节桨叶角度实现功率控制,该系统可用二阶动力学模型描述为[16]:

$$\ddot{\beta}(t)=-\omega_{\mathrm{f}}^{2}\beta(t)-2\omega_{\mathrm{f}}\xi_{\mathrm{d}}\dot{\beta}(t)+\omega_{\mathrm{f}}^{2}\beta^{\mathrm{ref}}(t-t_{\mathrm{d}})\ ,\tag{5}$$

式中,ω_f 变桨执行器固有频率,ξ_d 为阻尼比,β^{ref} 为参考桨距角,t_d 为传输延迟. 系统需满足物理约束:

$$\beta_{min} \leqslant \beta \leqslant \beta_{max},\ \dot{\beta}_{min} \leqslant \dot{\beta} \leqslant \dot{\beta}_{max}. \tag{6}$$

1.3　变桨执行器故障建模

变桨系统故障主要包括动态特性故障和性能退化故障两类.

(1)动态特性故障

液压系统参数摄动导致的故障模型[17-19]:

$$\ddot{\beta}(t) = -\omega_f^2\beta(t) - 2\omega_f\xi_d\dot{\beta}(t) + \omega_f^2\beta^{ref}(t-t_d) + \Delta D. \tag{7}$$

其中,ΔD 为参数不确定性项,综合表征固有频率和阻尼比的偏移影响:

$$\Delta D = -\gamma_1\Delta(\hat{\omega}_f^2)\beta(t) - 2\gamma_2\Delta(\hat{\omega}_f\hat{\xi}_d)\dot{\beta}(t) + \gamma_1\Delta(\hat{\omega}_f^2),$$

$$\Delta(\hat{\omega}_f^2) = \omega_{f,HL}^2 - \omega_{f,N}^2,$$

$$\Delta(\hat{\omega}_f\hat{\xi}_d) = \omega_{f,HA}\xi_{d,HA} - \omega_{f,N}\xi_{d,N},$$

式中,γ_1、γ_2 为权重因子.

(2)性能退化故障

执行器效率下降和偏置故障模型[15,19]:

$$\beta_p(t) = \zeta\beta^{ref}(t) + \phi, \tag{8}$$

其中,$\beta_p(t)$ 是俯仰执行器的控制输入,$\zeta \in [0,1]$ 为效能因子(1 表示正常,0 表示完全失效),ϕ 为偏置故障. 最终,执行器的动态变化不确定性和性能退化故障的综合故障模型可表示为

$$\ddot{\beta}(t) = -\omega_f^2\beta(t) - 2\omega_f\xi_d\dot{\beta}(t) + \omega_f^2[\zeta\beta^{ref}(t-t_d) + \phi] + \Delta D. \tag{9}$$

1.4　随机风力涡轮机系统建模

为描述系统突发性故障和强扰动,引入 α-stable Lévy 噪声:

$$\ddot{\beta}(t) = -\omega_f^2\beta(t) - 2\omega_f\xi_d\dot{\beta}(t) + \Delta D + \omega_f^2(\zeta\theta + \phi) + W_\eta(t), \tag{10}$$

其中,$W_\eta(t)$ 表示对称的 α-stable Lévy 噪声,即对称的 α-stable Lévy 运动 $\{\eta(t), t \geqslant 0\}$ 的形式导数,式(9)中 $\beta^{ref}(t-t_d) = \theta$. 令 $\boldsymbol{x} = [\beta, \dot{\beta}]^T = [x_1, x_2]^T$,则方程(10)改写为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = F(x) + GW_\eta(t) \end{cases}, \tag{11}$$

其中

$$F(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\omega_f^2 x_1 - 2\omega_f\xi_d x_2 + \Delta D + \omega_f^2(\zeta\theta + \phi) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{W}_\eta(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ W_{\eta_\alpha}(t) \end{bmatrix}, \boldsymbol{x}_0 = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \dot{\beta}_0 \end{bmatrix}.$$

其特征函数满足:

$$\Psi(k) = E\{\exp[ikW_\eta(t)]\} = \exp[-D_{\eta_\alpha}t|k|^\alpha], \tag{12}$$

其中,$D_{\eta_\alpha} = \sigma^\alpha$ 是噪声强度,$\eta_\alpha(t)$ 的特征函数为

$$\delta\Psi_{\mu_\alpha}(k, \delta t) = \exp[-\delta t D_{\eta_\alpha}|k|^\alpha]. \tag{13}$$

1.5　具有 Lévy 噪声激励 WTS 的分数阶 FPK 方程

本节基于 WTS (10)所描述的马尔可夫过程 $\beta(t)$,从查普曼－科莫戈罗夫－斯莫鲁霍夫斯基(CKS)方程出发,结合特征函数理论,推导了对应的分数阶 FPK 方程[11,12,20].

对于任意的 $\delta t > 0$,我们有

$$p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0) = \int p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{y}, t)\, p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\,\mathrm{d}\boldsymbol{y}, \tag{14}$$

其中,$p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)$ 和 $p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)$ 分别表示在时间 $t+\delta t$ 和 t 时刻的概率密度函数,其中 $\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0$ 作为初始条件,$p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{y}, t)$ 表示从时间 t 到 $t+\delta t$ 以及位置 $\boldsymbol{y}$ 到 $\boldsymbol{x}$ 的转移概率密度函数. 通过逆傅里叶变换,转移概率密度函数 $p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{y}, t)$ 可以表示为

$$p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{y}, t) = \zeta^{-1}[\delta\Psi_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\boldsymbol{k}^T(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})] \exp[\delta K_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)]\,\mathrm{d}\boldsymbol{k}, \tag{15}$$

式中,$\delta K_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)$ 表示累积生成函数,将公式(15)代入(14),可得

$$p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\boldsymbol{k}^T(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]\,\mathrm{d}\boldsymbol{k} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[\delta K_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)]\, p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\,\mathrm{d}\boldsymbol{y}. \tag{16}$$

令 $\delta t = 0$,则公式(11)可得

$$p(\boldsymbol{x}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\boldsymbol{k}^T(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]\,\mathrm{d}\boldsymbol{k} \times \int_{-\infty}^{+\infty} p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\,\mathrm{d}\boldsymbol{y}. \tag{17}$$

用式(16)减去式(17),得到

$$
\begin{aligned}
& p(\boldsymbol{x}, t+\delta t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)-p(\boldsymbol{x}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0) \\
= & \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp[-i\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})]\mathrm{d}\boldsymbol{k} \times \\
& \int_{-\infty}^{+\infty} \{\exp[\delta K_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)]-1\} p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\mathrm{d}\boldsymbol{y} \\
= & \int_{-\infty}^{+\infty} \zeta^{-1}[\delta K_x(\boldsymbol{k}, \delta t \mid \boldsymbol{y}, t)] p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\mathrm{d}\boldsymbol{y}+o(\delta t^2) \\
= & -\int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial}{\partial(x_i-y_i)} f_i \delta^2 t(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}) p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\mathrm{d}\boldsymbol{y}- \\
& \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial^\alpha}{\partial|x_i|^\alpha}|G_i|^\alpha \delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})\delta t D_{\eta_\alpha} p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)\mathrm{d}\boldsymbol{y} \\
= & -\delta t \sum_{i=1}^{2} \frac{\partial}{\partial x_i} f_i(\boldsymbol{x}, t) p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)+ \\
& \delta t \sum_{i=1}^{2} D_{\eta_\alpha} \frac{\partial^\alpha}{\partial|x_i|^\alpha}|G_i|^\alpha p(\boldsymbol{y}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0). \qquad (18)
\end{aligned}
$$

式(18)取极限,我们可得到 WTS (7)对应的分数阶 FPK 方程为

$$
\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial t} p(x_1, x_2, t) \\
= & -\frac{\partial}{\partial x_1} f_1 p(x_1, x_2, t)-\frac{\partial}{\partial x_2} f_2 p(x_1, x_2, t)+ \\
& D_{\eta_\alpha} \frac{\partial^\alpha}{\partial|x_2|^\alpha} p(x_1, x_2, t). \qquad (19)
\end{aligned}
$$

初始和边界条件如下

$$
p(\boldsymbol{x}, t \mid \boldsymbol{x}_0, t_0)=\delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0)=\delta(x-x_0)(y-y_0),
$$

$$
p(\boldsymbol{x}, t)=p(x_1, x_2, t)=0.
$$

2 方法论

针对 α-stable Lévy 噪声激励下 WTS 分数阶 FPK 方程的求解需求,本文构建 PINNs 框架,求解分数阶 FPK 方程. PINNs 的核心优势在于无需网格离散,直接将分数阶 FPK 方程作为硬约束嵌入损失函数,同时结合初始、边界条件实现端到端的数值求解,有效规避传统蒙特卡洛方法面临的“维数灾难”.

2.1 PINNs 网络结构设计

PINNs 采用全连接神经网络逼近系统状态的概率密度函数 $p(x_1, x_2, t)$,网络输入为时空变量 $[x_1, x_2, t]$,输出为对应时刻的概率密度值. 网络结构包含 3 个输入节点、3 层隐藏层(每层 32 个神经元)和 1 个输出节点,具体设计如下:

(1)输入层:接收时空变量 $x_1 \in [-2,2]$、$x_2 \in [-2,2]$、$t \in [0,1]$(时间域),共 3 个输入维度;

(2)隐藏层:采用 ReLU 激活函数(计算效率优于传统 tanh,且能缓解梯度消失问题),每层神经元数量设为 32;

(3)输出层:$p(x_1, x_2, t)$,确保输出范围与物理意义一致.

2.2 分数阶导数的数值离散方法

针对分数阶 FPK 方程中的分数阶导数,采用 Grünwald-Letnikov(GL)离散化方法实现数值计算,且离散格式与 PINNs 的自动微分框架兼容性良好. 对于一维空间变量 x_2 的分数阶导数 $\frac{\partial^\alpha}{\partial|x_2|^\alpha}p$, GL 离散公式为

$$
\frac{\partial^\alpha}{\partial|x_2|^\alpha}p \approx \frac{1}{h^\alpha}\sum_{k=0}^{N}\omega_k p(x_2-kh), \qquad (20)
$$

其中,h 为离散化步长,N 为截断项数(确保截断误差小于 10^{-4}),ω_k 为 GL 权重,递归计算式为

$$
\omega_0=1,\ \omega_k=\omega_{k-1}\times\frac{k-1-\alpha}{k}\ (k \geqslant 1). \qquad (21)
$$

2.3 损失函数构建

PINNs 的损失函数由初始条件损失、边界条件损失和分数阶 FPK 方程残差损失(物理约束)三部分组成,通过加权求和实现联合优化,总损失函数定义为:

$$
\Lambda=\omega_i\Lambda_0+\omega_j\Lambda_{\mathrm{b}}+\omega_s\Lambda_{\mathrm{FPK}}, \qquad (22)
$$

其中,ω_i、ω_j、ω_s 为权重,采用 1∶1∶1 的默认比例,该比例在同类 PINNs 求解偏微分方程的研究中被广泛验证有效[21]. Λ_0、Λ_{b}、Λ_{FPK} 定义如下:

$$
\begin{aligned}
\Lambda_0 &= \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{N_0}|\hat{p}(x_1^0, x_2^0, t)|^2, \\
\Lambda_{\mathrm{b}} &= \frac{1}{N_{\mathrm{b}}}\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{b}}}|\hat{p}(x_1^{\mathrm{b}}, x_2^{\mathrm{b}}, t)|^2, \\
\Lambda_{\mathrm{FPK}} &= \frac{1}{N_{\mathrm{F}}}\sum_{i=1}^{N_{\mathrm{F}}}|\hat{p}(x_1^{\mathrm{F}}, x_2^{\mathrm{F}}, t)|^2, \qquad (23)
\end{aligned}
$$

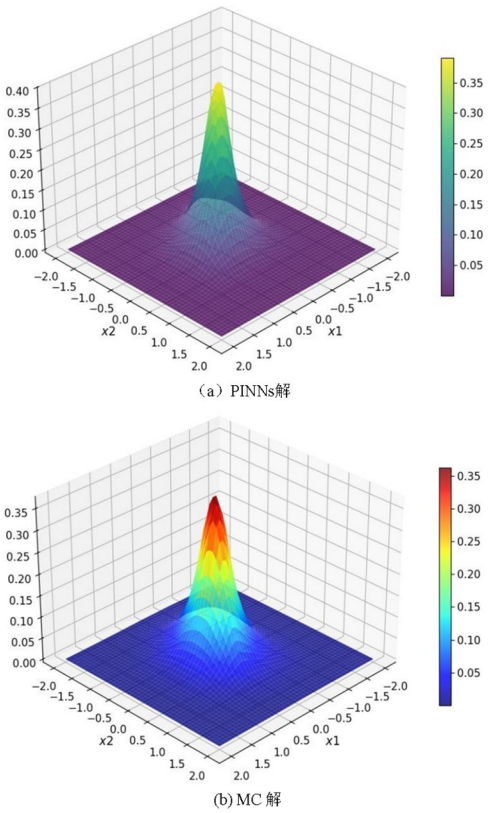
其中,N_0、N_{b}、N_{F} 分别表示训练数据集中初始点、边界点和配置点的数量.

3 数值结果

本节通过数值实验验证所提 PINNs 方法在求解 α-stable Lévy 噪声激励下 WTS 分数阶 FPK 方程的有效性. 所有计算采用 Python 3.8 和 Tensor-

Flow 2.6 框架实现,实验硬件环境为 12th Gen Intel(R) Core(TM) i7-12700 (2.10 GHz)、内存 64 GB. WTS 系统参数设置如下:变桨执行器固有频率 $\omega_f=1.0$ rad/s,阻尼比 $\xi_d=0.1$,故障权重因子 $\gamma_1=0.5$,$\gamma_2=0.3$,参考桨距角系数 $\zeta=0.2$,参考桨距角 $\theta=0.3$ rad,偏置故障 $\phi=0.1$. 噪声强度 $D=0.05$,$\alpha=1.8$[15]. 采用 Adam 优化器,学习率为 0.001,训练轮数 10 000.

图 1 展示了的两种方法得到的概率密度函数结果,从图 1 中可知,PINNs 解与蒙特卡洛(MC)解在概率密度分布特征上表现出高度一致性,充分验证了 PINNs 解的有效性和准确性. 具体而言,两种方法得到的概率密度函数均呈现出以坐标原点(0,0)为中心的尖锐峰值分布特征,峰值高度均位于 0.6～0.7 范围内,且颜色渐变模式吻合程度比较高. 在空间分布形态上,PINNs 解与 MC 解的形状和扩散范围基本一致,仅在极边缘区域存在微不足道的数值差异. 这种高度吻合的分布模式表明 PINNs 成功捕捉到了 Lévy 噪声激励下 WTS 系统的核心统计特性,其解的精度已达到与传统 MC 方法相当的工程实用水平.



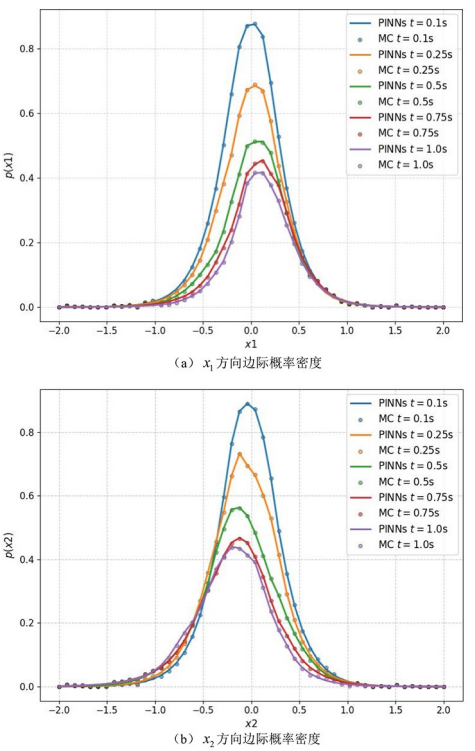
(a) PINNs解

(b) MC 解

图 1　不同方法求解的概率密度函数

Fig. 1　The PDF solved by different methods

图 2 是 x_1 和 x_2 方向的边际概率密度函数图,可以清晰地观察到 PINNs 方法与蒙特卡洛方法在拟合效果上表现出高度的一致性. 在 x_1 方向截面图中,虽然曲线形态相对复杂且随时间演化特征明显,但 PINNs 解与 MC 解仍然保持了极佳的一致性,特别是在概率密度峰值区域和分布尾部都展现了几乎完全重合的分布特征. 在 x_2 方向截面图中,两种方法得到的概率密度曲线在各个时间点(0.1 s、0.25 s、0.5 s、0.75 s、1.0 s)均呈现出完美的重叠状态,曲线形态完全吻合且峰值位置精确对应. 这种高度吻合的拟合效果不仅体现在曲线整体形状的匹配上,更表现在具体数值的精确对应. 两种方法计算得到的概率密度值在各个坐标点上的差异极小,充分证明了 PINNs 方法在求解 Lévy 噪声激励下分数阶 FPK 方程中的有效性和可靠性.



(a) x_1 方向边际概率密度

(b) x_2 方向边际概率密度

图 2　WTS 系统的边际概率密度函数

Fig. 2　The marginal probality density of WTS system

图 3 展示了不同噪声强度 D(0.05～0.7)对 WTS 概率密度分布的显著影响. 当 $D=0.05$ 时,概率密度分布呈现高度集中的狭长椭圆形态,表明系统在低噪声下状态分布集中且稳定性强. 随着 D 增大至 0.1,分布开始扩散,椭圆形态渐趋圆润. 当 $D=0.2$ 和 0.7 时,分布进一步从椭圆变为近圆形,且颜色从红色渐变为黄色,清晰揭示了噪声强度增加会导致系统不确定性增强、状态分布分散化的规律.

图 4 展示了不同稳定性参数 α 对 WTS 概率密度分布的显著影响. 当 $\alpha=0.1$ 时,概率密度分布呈现高度集中的狭长椭圆形态且峰值最高,表明系

统状态分布最为集中且稳定性最强. 随着 α 增大至 0.5,分布开始扩散且峰值降至约 0.24,椭圆形态渐趋圆润. 当 α 为 1 和 1.5 时,分布进一步从椭圆转变为近圆形,且高概率区域(黄色)范围明显扩大,清晰揭示了 α 增加会导致系统不确定性增强、状态分布分散化的规律.

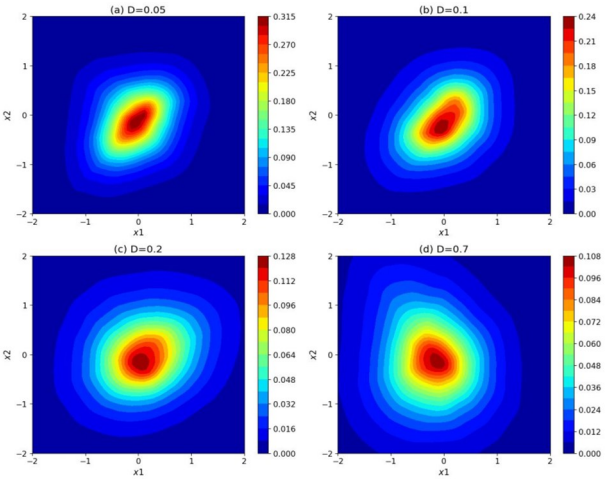


图 3 不同噪声强度下 WTS 系统的概率密度演化

Fig. 3 The evolution of PDF for WTS under different noise intensities

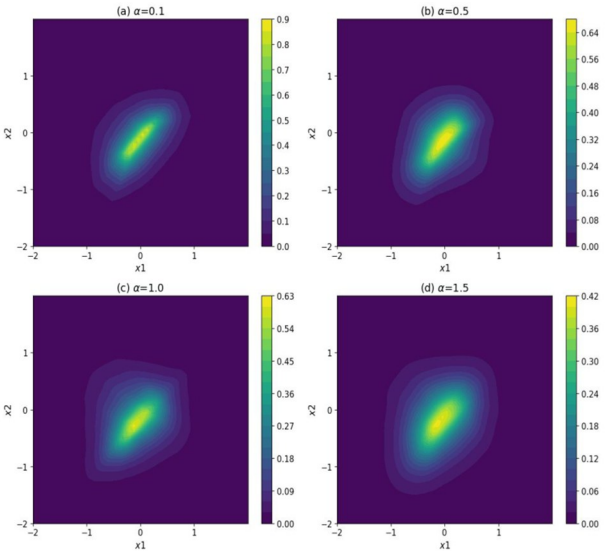


图 4 不同稳定性参数下 WTS 系统的概率密度演化

Fig. 4 The evolution of probality density for WTS under different stability parameters

从表 1 可以清晰地观察到 PINNs 方法在计算效率方面展现出显著优势. 具体而言,PINNs 方法的计算时间仅为 1.3 s,而传统蒙特卡洛方法需要 65.6 s,前者比后者快约 50 倍. 在内存占用方面,PINNs 仅消耗 0.05 MB 内存,而 MC 方法需要 14.34 MB,内存效率提升近 287 倍. 这种巨大的性能差异源于两种方法的核心机制不同,蒙特卡洛方法依赖于大量随机采样和统计平均,计算量随精度要求呈指数级增长. 而 PINNs 通过将物理约束嵌入神经网络损失函数,实现了对控制方程的端到端学习,避免了重复采样过程. 值得关注的是,PINNs 在保持高精度的同时(如图 1、图 2 中与 MC 方法的高度吻合),将计算资源消耗降低了两个数量级,这为解决高维分数阶 FPK 方程中的"维数灾难"问题提供了有效途径.

表 1 不同方法性能对比

Table 1 Performance comparison of different methods

方法	计算时间/s	内存占用/MB
PINNs	1.3	0.05
MC	65.6	14.34

4 结论

本文针对非高斯 Lévy 噪声激励下的风力涡轮机系统,建立了分数阶 FPK 方程的理论框架,并提出了基于 PINNs 的高效数值求解方法. 主要结论如下:

(1)理论贡献方面,将 α-stable Lévy 噪声引入 WTS 建模,推导了相应的分数阶 FPK 方程,丰富和拓展了非高斯随机激励下风电系统动力学理论分析方法. 该方程能够同时刻画系统的小幅波动和大幅跳跃行为,更符合实际风电场运行环境.

(2)方法创新方面,设计的 PINNs 框架成功解决了分数阶 FPK 方程的高维求解难题. 通过将物理约束嵌入损失函数,实现了时空连续概率密度函数的端到端学习,避免了传统数值方法的网格离散和维数灾难问题. 数值实验表明,该方法在计算效率上较传统方法提升许多倍,计算资源消耗降低了两个数量级.

然而,本研究仍存在一些局限性:首先,当前模型未考虑多故障同时发生的情形. 其次,PINNs 训练过程的收敛性保障需要进一步理论分析. 未来工作将围绕以下方向展开:(1)扩展至多自由度 WTS 模型;(2)研究自适应 PINNs 框架以提升训练稳定性;(3)结合实时监测数据开发数据—物理融合的故障诊断方法.

参考文献

[1] JUNEJO A R, GILAL N U, DOH J. Physics-in-

formed optimization of robust control system to enhance power efficiency of renewable energy: Application to wind turbine [J]. Energy, 2023, 263: 125667.

[2] INTHAMOUSSOU F A, DE BATTISTA H, MANTZ R J. LPV-based active power control of wind turbines covering the complete wind speed range [J]. Renewable Energy, 2016, 99: 996－1007.

[3] ZHAO J Y, ZHANG T Y, TANG S W, et al. Optimal scheduling strategy of wind farm active power based on distributed model predictive control [J]. Processes, 2023, 11(11): 3072.

[4] TANG M N, WANG W J, YAN Y G, et al. Robust model predictive control of wind turbines based on Bayesian parameter self-optimization [J]. Frontiers in Energy Research, 2023, 11: 1306167.

[5] ZHANG J H, LI H, CHENG P, et al. Interpretable wind power short-term power prediction model using deep graph attention network [J]. Energies, 2024, 17(2): 384.

[6] PALANIMUTHU K, MAYILSAMY G, LEE S R, et al. Comparative analysis of maximum power extraction and control methods between PMSG and PMVG-based wind turbine systems [J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2022, 143: 108475.

[7] PROPPE C. Exact stationary probability density functions for non-linear systems under Poisson white noise excitation [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2003, 38(4): 557－564.

[8] LI Y G, XU Y, KURTHS J, et al. Transports in a rough ratchet induced by Lévy noises [J]. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 2017, 27(10): 103102.

[9] ZHANG H, XU Y, LI Y G, et al. Statistical solution to SDEs with α-stable Lévy noise via deep neural network [J]. International Journal of Dynamics and Control, 2020, 8(4): 1129－1140.

[10] LIU F, ANH V, TURNER I. Numerical solution of the space fractional Fokker-Planck equation [J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2004, 166(1): 209－219.

[11] XU Y, ZAN W R, JIA W T, et al. Path integral solutions of the governing equation of SDEs excited by Lévy white noise [J]. Journal of Computational Physics, 2019, 394: 41－55.

[12] ZAN W R, XU Y, METZLER R, et al. First-passage problem for stochastic differential equations with combined parametric Gaussian and Lévy white noises via path integral method [J]. Journal of Computational Physics, 2021, 435: 110264.

[13] HEINSALU E, PATRIARCA M, GOYCHUK I, et al. Fractional Fokker-Planck dynamics: Numerical algorithm and simulations [J]. Physical Review E, 2006, 73(4): 046133.

[14] ODGAARD P F, STOUSTRUP J, KINNAERT M. Fault-tolerant control of wind turbines: a benchmark model [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2013, 21(4): 1168－1182.

[15] PALANIMUTHU K, JOO Y H. Reliability improvement of the large-scale wind turbines with actuator faults using a robust fault-tolerant synergetic pitch control [J]. Renewable Energy, 2023, 217: 119164.

[16] LAN J L, PATTON R J, ZHU X Y. Fault-tolerant wind turbine pitch control using adaptive sliding mode estimation [J]. Renewable Energy, 2018, 116: 219－231.

[17] HABIBI H, RAHIMI NOHOOJI H, HOWARD I. Adaptive PID control of wind turbines for power regulation with unknown control direction and actuator faults [J]. IEEE Access, 2018, 6: 37464－37479.

[18] BASHEER A A, PALANIMUTHU K, LEE S R, et al. Efficiency enhancement using fault-tolerant sliding mode control for the PMVG-based WTS under actuator faults [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(1): 513－523.

[19] LIANG Y M, GUO Y F, LIN Z F. Using reservoir computing to solve FPK equations for stochastic dynamical systems under Gaussian or Non-Gaussian excitation [J]. Mathematics and Computers in Simulation, 2024, 226: 645－662.

[20] ZAN W R, XU Y, KURTHS J. Path integral solutions for n-dimensional stochastic differential equations under α-stable Lévy excitation [J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2023, 13(2): 100430.

[21] RAISSI M, PERDIKARIS P, KARNIADAKIS G E. Physics-informed neural networks: a deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations [J]. Journal of Computational Physics, 2019, 378: 686－707.