第 24 卷第 2 期
2026 年 2 月

动 力 学 与 控 制 学 报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL

Vol. 24 No. 2
Feb. 2026

文章编号:1672-6553-2026-24(2)-084-011

DOI:10.6052/1672-6553-2025-078

榫连叶盘系统动力减缩方法及振动特性研究*

唐靖轩[1] 章俊辉[1] 袁钒嘉[1] 曾劲[1,2†] 杨洋[1] 杨翊仁[1]

(1. 西南交通大学 力学与航空航天学院,成都 611756)

(2. 西南交通大学 先进结构材料力学行为与服役安全四川省重点实验室,成都 611756)

摘要 针对边界非线性、旋转效应和复杂载荷等因素造成的榫连叶盘系统动力学行为难以高效预测的挑战,提出了一种基于固定界面模态综合法的旋转榫连叶盘系统减缩建模方法.通过在榫接区下覆薄层单元以捕捉榫槽－榫头间接触行为,同时考虑旋转引入的刚化、软化效应以及榫连接外引入的局部载荷作用,从而建立了气动载荷激励下轮盘子结构－榫接区－叶片子结构的榫连叶盘整体减缩模型,讨论了叶片和轮盘截断数对系统前 3 阶固有频率的作用规律,对比分析了转速和摩擦系数影响下全模型和减缩模型的模态特性和振动响应特性.研究结果表明:(1) 在所研究参数范围内,减缩模型相对于全模型对前 3 阶固有频率预测的最大偏差不超过 0.6%,临界转速预测最大偏差不超过 0.1%;(2) 榫接非线性使系统振动响应频谱呈现为激励频率的倍频,且较小的摩擦系数会导致榫接处滑移,体现为振动响应中出现线性趋势分量.

关键词 榫连叶盘, 旋转效应, 固定界面模态综合法, 模态特性, 振动响应

中图分类号:V231.96 **文献标志码**:A

A Study on Dynamic Reduction and Vibration Behavior of Bladed Disks with Dovetail Joints*

Tang Jingxuan[1] Zhang Junhui[1] Yuan Fanjia[1] Zeng Jin[1,2†] Yang Yang[1] Yang Yiren[1]

(1. School of Mechanics and Aerospace Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China)

(2. Sichuan Province Key Laboratory of Advanced Structural Materials Mechanical Behavior and Service Safety, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China)

Abstract In response to the challenge of efficient prediction of the dynamic behavior of the dovetail-connected bladed disk systems involving boundary nonlinearity, rotating effects, complex loads, etc., the fixed interface modal synthesis method is applied to the reduced-order modeling of a rotating dovetail-connected bladed disk system. By introducing thin-layer solid elements on both groove and tenon contact surfaces to capture interference behavior, and considering the rotation-induced stiffening and softening effects as well as the dovetail joint-induced local load action, the reduced system-level model including the disk substructure, dovetail joint zone, and blade substructure under aerodynamic excitation is then established. The influence of the modal truncation numbers of the blade and disk on the first three natu-

2025-08-04 收到第 1 稿,2025-09-01 收到修改稿.

* 国家自然科学基金资助项目(12202368,12172307,12172311),太行国家实验室第一批课题(THL-K-24-130),东北大学航空动力装备振动及控制教育部重点实验室研究基金(VCAME202205,VCAME202103),应用力学与结构安全四川省重点实验室青年教师科研培育项目(SZZZKT-202206),四川省自然科学基金(2022NSFSC1997); National Natural Science Foundation of China(12202368, 12172307, 12172311),The Firs94t Batch of Projects at Taihang National Laboratory(THL-K-24-130), Research Fund of Key Laboratory of Vibration and Control of Aerospace Power Equipment, Ministry of Education, Northeastern University (VCAME202205,VCAME202103),Research and Cultivation Project for Young Teachers of Sichuan Key Laboratory of Applied Mechanics and Structural Safety (SZZZKT-202206), Natural Science Foundation of Sichuan Province (2022NSFSC1997)

† 通信作者 E-mail:zengjin2012me@163.com

ral frequencies of the reduced system is discussed, and the effects of rotating speed and friction coefficient on the modal characteristics and vibration responses of both the full and reduced models are compared with each other. The results show that: (1) within the studied parameter range, the maximum deviation of the reduced model in predicting the first three natural frequencies compared to the full model does not exceed 0.6%, and the maximum deviation in predicting the critical speed does not exceed 0.1%; (2) the nonlinearity of the dovetail connection makes the response spectrum of the system to exhibit multiples of the excitation frequency, and a smaller friction coefficient induces slip between the tenon and the groove thus leading to a quasi-linear component in the vibration response.

Key words　dovetail-connected bladed disk,　rotating effects,　fixed interface modal synthesis method,　modal characteristics,　vibration responses

引言

榫连结构是航空发动机压气机盘片之间的一种典型的连接形式. 榫连叶盘结构的多变接触行为、转速相关的旋转效应及复杂载荷环境，对其系统动力学行为的高效准确预测提出了严峻挑战. 因此有必要开展针对含复杂接触界面的榫连叶盘结构动力学行为高效准确评估的研究工作.

针对如何建立能够正确表征界面复杂接触行为的动力学模型国内外学者进行了大量研究. 曾海楠等[1]基于集中参数法建立了含干摩擦、间隙的宏观滑移榫连叶盘非线性动力学模型，研究了非线性失谐叶盘系统的模态振型及振动响应局部化规律. 马辉等[2]建立了燕尾型榫连叶盘的有限元模型，通过施加脉冲力模拟叶片－机匣碰摩力，分析了转速和侵入量对榫连叶盘系统接触特性的影响. 龙伦等[3]采用刚度等效的方法将榫连的非线性接触简化为轮盘结构与叶片结构节点间的线性弹簧连接，分析了不同转速下榫连叶盘的振动特性. Chen 等[4]采用一维恒压接触模型来模拟单节点处的非线性摩擦力，建立了能够反映微观滑移特征的榫连叶盘结构的简化模型，并将计算结果与参考文献进行对比，验证了建立模型的有效性. Zhang 等[5]通过实验推导了接触界面的压力分布特性，建立了考虑时变压力的双摩擦界面榫连叶片动力学模型，分析了预紧力和接触角对叶片动力学特性的影响. Tamer 等[6]使用了非线性强迫响应套件(FORSE)建立了榫连叶盘的摩擦接触动力学模型，研究了不同激励幅值作用下系统的幅频响应和接触特性. Li 等[7]建立了具有多摩擦接触界面的带有平台下阻尼器的榫连叶盘模型，研究了转速、预紧力和下平台接触角对榫连叶片振动特性的影响. Bo 等[8]建立了燕尾型榫连叶片的分型接触摩擦模型，利用多谐波平衡法研究了离心力、摩擦系数和激励力对燕尾型榫连叶片强迫振动响应的影响. Botto 等[9]基于节点对节点接触弹簧模型建立了燕尾榫连叶盘有限元降阶模型，通过轴向载荷模拟离心力作用，结合希尔伯特变换识别振幅依赖模态参数. 研究发现榫头柔性导致接触压力分布不对称，直接应用理论模型会引入较大误差.

上述文献建立的榫连叶盘动力学模型虽可在一定程度上表征接触非线性行为，但受限于模型简化，轮盘刚性化假设忽略了榫头－榫槽柔性变形对接触压力分布的影响；恒压接触模型未能表征外激励诱发的法向接触压力动态重构等. 若需精确表征复杂接触行为，需基于真实叶盘物理模型构建精细化有限元结构，并在潜在接触区域设置足量接触对以同步表征宏－微观滑移状态. 然而，精细化建模显著增加系统复杂度，导致响应求解效率急剧降低，难以满足工程实时性需求. 因此，许多学者在保留结构非线性行为的基础上开展动力学模型降阶的研究. 采用本征正交分解法，Kim 等[10]建立了某燃气轮机榫连叶片的减缩模型，分析了转速和热效应对系统模态特性的影响规律. Yuan 等[11]建立了燕尾型榫连叶片的自适应减缩模型，对比了自适应减缩模型与基于克雷格－班普顿法减缩模型在不同激励幅值下的幅频响应，分析了不同摩擦系数和预紧力对自适应减缩模型动力学特性的影响. 阳刚

等[12]基于迟滞库伦摩擦模型建立了燕尾型榫连叶盘的有限元降阶模型，并通过在叶尖施加等效离心力来引入转速对界面接触状态的影响，采用谐波平衡法分析了激振力和转速对叶片稳态响应振幅的影响.

本文以某航空发动机压气机级叶盘结构为研究对象，建立了精细化的柔性轮盘—叶片有限元模型. 在计入旋转效应（包括离心刚化效应与旋转软化效应）及接触界面边界载荷引起的局部应力强化基础上，采用固定界面模态综合法对系统进行降阶. 同时，在潜在接触区域建立面—面接触单元，以同步捕捉宏观与微观滑移状态，并考察不同转速及外部激励联合作用下法向压力的变化导致接触状态转变，进而引发接触区域的改变，以精确表征旋转叶盘榫连界面的复杂接触特性. 并通过与未降阶模型对比，讨论了模态截断数对榫连叶盘系统固有频率的作用规律，验证了转速和摩擦系数影响下减缩模型在固有频率和振动响应评估方面的有效性.

1 旋转榫连叶盘系统的模型减缩

以航空发动机某级压气机叶盘的 1/38 扇区结构为研究对象（见图 1），开展旋转榫连叶盘系统的动力减缩方法及振动特性研究. 该系统由轮盘（包括 8108 个实体单元）、叶片（包括 10 041 个实体单元）、榫接区（包括榫头表面的 1140 个薄层单元、1140 个目标单元和榫槽表面的 870 个薄层单元、870 个接触单元）等三部分组成（见图 2）. 压气机叶盘材料参数定义如下：杨氏模量 $E=125$ GPa，泊松比 $\upsilon=0.3$，密度 $\rho=4370$ kg/m^3.

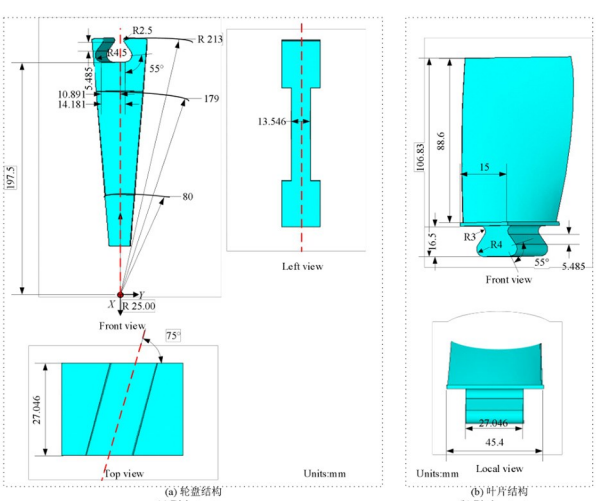


图 1 榫连叶盘结构几何尺寸：(a) 轮盘结构；(b) 叶片结构

Fig. 1 Geometric dimensions of the bladed disk with a dovetail fixture structure: (a) Disk structure; (b) Blade structure

考虑榫连界面非线性以及依赖于转速的旋转效应（包括离心刚化效应和旋转软化效应），将榫连叶盘系统拆分成叶片和轮盘两个子结构[见图 2(b)]. 需要说明的是，子结构中均不包括榫头表面单元（包括薄层单元和目标单元）和榫槽表面单元（包括薄层单元和接触单元）. 当转速为 n 时，旋转子结构 i（$i=1$ 和 2 分别代表叶片和轮盘子结构）的结构载荷及边界条件设置见图 2(a)，其运动微分方程可写为：

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{D}\dot{\boldsymbol{u}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{u}=\boldsymbol{F}^{\mathrm{ext}} \tag{1}$$

式中，$\boldsymbol{M}_i$ 为子结构 i 的质量矩阵；子结构 i 的切线刚度矩阵 $\boldsymbol{K}_i=\boldsymbol{K}_{\mathrm{e},i}+\boldsymbol{K}_{\mathrm{nl},i}(\boldsymbol{u}_{0,i})$，其中，$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e},i}$ 和 $\boldsymbol{K}_{\mathrm{nl},i}(\boldsymbol{u}_{0,i})$ 分别表示子结构 i 的静刚度矩阵和离心—接触联合作用导致的应力强化矩阵，$\boldsymbol{u}_{0,i}$ 为离心载荷作用下产生的静变形；子结构 i 的阻尼矩阵 $\boldsymbol{D}_i=\boldsymbol{C}_{\mathrm{R},i}+\boldsymbol{G}_i$，其中，$\boldsymbol{C}_{\mathrm{R},i}$ 和 $\boldsymbol{G}_i$ 分别表示瑞利阻尼矩阵和科氏力矩阵；$\ddot{\boldsymbol{u}}$、$\dot{\boldsymbol{u}}$ 和 $\boldsymbol{u}$ 分别表示子结构 i 的加速度向量、速度向量和位移向量；F_i^{ext} 表示作用于子结构 i 的外载荷向量.

$\boldsymbol{C}_R$ 的计算式如下：

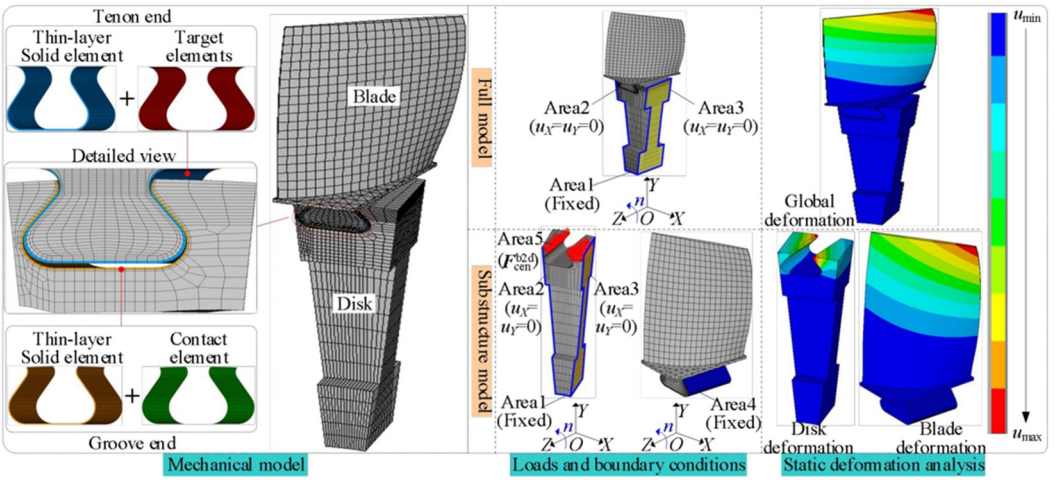
$$\begin{cases}\boldsymbol{C}_R=\alpha\boldsymbol{M}+\beta\boldsymbol{K}\\ \alpha=2(\xi_2/\omega_2-\xi_1/\omega_1)/(1/\omega_2^2-1/\omega_1^2)\\ \beta=2(\xi_2\omega_2-\xi_1\omega_1)/(\omega_2^2-\omega_1^2)\end{cases} \tag{2}$$

式中，$\omega_1=2\pi f_1$ 和 $\omega_2=2\pi f_2$ 分别为关注频带内榫连叶盘系统固有频率的下界和上界，单位为 rad/s；f_1 和 f_2 为对应的频率值，单位为 Hz；ξ_1 和 ξ_2 分别为与 ω_1 和 ω_2 对应的阻尼比. 本研究中取 $\xi_1=\xi_2=0.02$，$f_1=600$ Hz，$f_2=2400$ Hz.

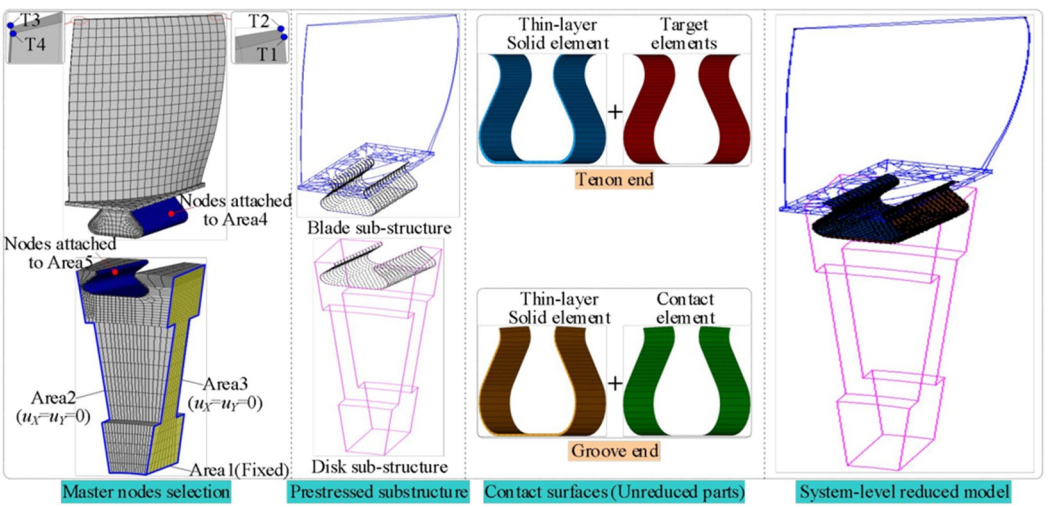
基于固定界面模态综合法，将式(3)中子结构自由度 $\boldsymbol{u}$ 按主自由度 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}$ 和从自由度 $\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}$ 进行重新排序，相应的运动微分方程可调整为下式：

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{M}_{\mathrm{ss}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{sm}}\\ \boldsymbol{M}_{\mathrm{ms}} & \boldsymbol{M}_{\mathrm{mm}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\ddot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}\\ \ddot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{m}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}_{\mathrm{ss}} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{sm}}\\ \boldsymbol{D}_{\mathrm{ms}} & \boldsymbol{D}_{\mathrm{mm}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{s}}\\ \dot{\boldsymbol{u}}_{\mathrm{m}}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}_{\mathrm{ss}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{sm}}\\ \boldsymbol{K}_{\mathrm{ms}} & \boldsymbol{K}_{\mathrm{mm}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_{\mathrm{s}}^{\mathrm{ext}}\\ \boldsymbol{F}_{\mathrm{m}}^{\mathrm{ext}}\end{bmatrix} \tag{3}$$

式中，下角标“s”和“m”分别表示与主自由度和从自由度相关的项. 本研究中，子结构的主、从自由度设置如下：叶尖节点 T_k（$k=1,\cdots,4$）、叶片子结构的榫头表面节点和轮盘子结构的榫槽表面节点均定义为主节点，其余节点定义为从节点[见图 2(b)].



(a) 静力学分析
(a) Static analysis



(b) 预应力子结构分析
(b) Prestressed substructure analysis

图 2　旋转榫连叶盘系统的减缩流程图
Fig. 2　Schematic of reduced bladed disk with a dovetail fixture

子结构物理自由度 $\boldsymbol{u}$ 和广义自由度 $\boldsymbol{q}$ 间关系定义如下:

$$\boldsymbol{u}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{u}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{u}_{\mathrm{m}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{ss}})_{j_{\mathrm{s}}} & \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{sm}}\\ \boldsymbol{0}_{\mathrm{ms}} & \boldsymbol{I}_{mm}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}\\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{m}}\end{bmatrix}=\boldsymbol{\Phi q} \tag{4}$$

式中,$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{ss}}=-\boldsymbol{K}_{\mathrm{ss}}^{-1}\boldsymbol{K}_{\mathrm{sm}}$;$(\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{ss}})_{j_{\mathrm{s}}}$ 表示保留子结构前 j_{s} 阶主模态;$\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{sm}}$ 为约束模态;$\boldsymbol{I}_{mm}$ 表示 m 阶单位矩阵.

将式(7)代入式(6),可得子结构的降阶动力学方程如下:

$$\hat{\boldsymbol{M}}\ddot{\boldsymbol{q}}+\hat{\boldsymbol{D}}\dot{\boldsymbol{q}}+\hat{\boldsymbol{K}}\boldsymbol{q}=\hat{\boldsymbol{F}} \tag{5}$$

式中,$\hat{\boldsymbol{M}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{M}\boldsymbol{\Phi}$,$\hat{\boldsymbol{D}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{\Phi}$,$\hat{\boldsymbol{K}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi}$ 和 $\hat{\boldsymbol{F}}=\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{ext}}$. 可以看出,子结构进行降阶后的矩阵维度为 $m+j_{\mathrm{s}}$.

通过界面位移协调方程将子结构和接触界面(未减缩部分)进行矩阵组集,从而可构建旋转榫连叶盘系统的减缩模型,相关详细减缩流程见图 2.

2　旋转榫连叶盘系统动力学特性分析

采用罚函数法建立旋转叶盘榫连接触模型,同时,在保证模型精度前提下为了尽可能实现自由度大幅缩减,于榫接处采用薄层单元上覆接触单元的方法进行接触行为的准确捕捉,而在远离榫接处分别建立叶片和轮盘的子结构模型[见图 2(b)].

2.1　模态特性分析

2.1.1 模态截断数影响

由于旋转榫连叶盘减缩模型需分别建立叶片和轮盘的预应力子结构,因此,需分别讨论叶片截断数 j_{b} 和轮盘截断数 j_{d} 对其固有特性的影响规律. 当摩

擦系数 $\mu=0.3$ 时，图 3(a)～(c)和图 3(a)～(c)分别给出了 $n=4000$ r/min 和 $n=20000$ r/min 时减缩模型前 3 阶固有频率 $f_i(i=1,2,3)$ 随 j_b 和 j_d 的变化规律；图 3(d)和图 4(d)则基于减缩模型绘制了 $f_i(i=1,2,3)$ 的收敛偏差 E_i 随 j_b 和 j_d 的变化规律，E_i 的定义如下：

$$E_i(j_b,j_d)=\left|\frac{f_i(j_b,j_d)-f_i[\max(j_b),\max(j_d)]}{f_i[\max(j_b),\max(j_d)]}\right|\times 100\% \tag{6}$$

由图 3(a)～(c)和图 4(a)～(c)可以看出，j_d 给定时，$f_i(i=1,2,3)$ 随 j_b 增加逐渐趋于稳定；j_b 给定时，j_d 变化对 $f_i(i=1,2,3)$ 几乎不产生影响. 这主要是由于轮盘刚性远大于叶片刚性，导致榫连叶盘系统模态以叶片模态为主导. 图 3(d)和图 4(d)表明当 $j_b\geqslant 9$，$j_d\geqslant 1$ 时，基于整体减缩模型获得的前 3 阶固有频率[见图 3(d)和图 3(d)中 A_1、A_2、A_3]的 $E_i(i=1,2,3)$ 均小于 1%，特别地，低转速条件下($n=4000$ r/min)，j_b 对 f_2 的收敛性影响较大，而高转速条件下($n=20000$ r/min)，j_b 对 f_3 的收敛性影响较大. 本文研究中，取 $j_b=9$，$j_d=1$ 进行减缩模型后续动力学特性的分析.

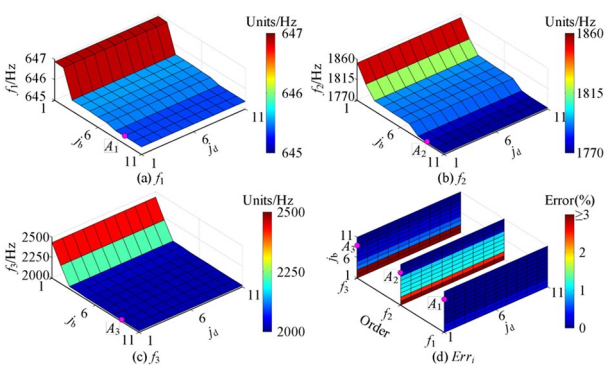


图 3 j_b 和 j_b 对减缩模型固有频率的影响 ($n=4000$ r/min)
Fig. 3 Effects of j_b and j_b on natural frequencies of the reduced model ($n=4000$ r/min)

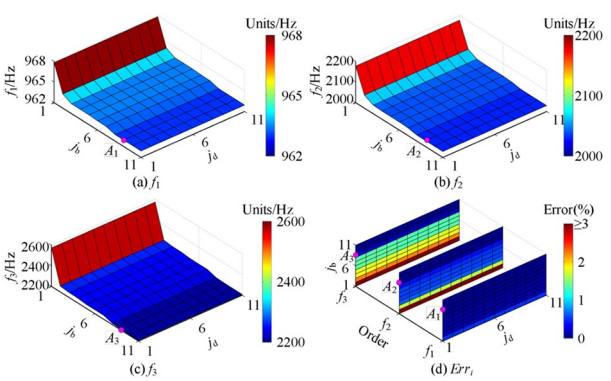


图 4 j_b 和 j_b 对减缩模型固有频率的影响 ($n=20000$ r/min)
Fig. 4 Effects of j_b and j_b on natural frequencies of the reduced model ($n=20000$ r/min)

表 1 对比了全模型和减缩模型在 $n=4000$ r/min 和 20000 r/min 时的前 3 阶固有频率. 从表中可以看出，高、低转速下基于整体减缩模型的前 3 阶固有频率和基于全模型所获结果均吻合较好，最大误差不超过 0.13%，从而证明了所选取轮盘截断数 $j_d=1$ 和叶片截断数 $j_b=9$ 的合理性.

2.1.2 转速和摩擦系数影响

转速 n 和摩擦系数 μ 对榫连叶盘系统前 3 阶固有频率的影响规律见图 5. 由图 5(a)和图 5(b)可知，n 一定时，f_1 随 μ 增加而缓慢增大，但变化相对较小，而 μ 一定时，f_1 随 n 增加而迅速增大；n 较小时，f_2 随 μ 增加呈显著上升趋势，当 n 继续增加且 μ 达到一定值时，f_2 随 μ 增加不明显，且 n 值越高，f_2 出现增速放缓现象时 μ 越小；n 较小时，f_3 随 μ 增加而缓慢增大，但变化相对不明显，随着 n 继续增加，f_3 随 μ 增加而呈显著上升趋势. 总的来讲，μ 对 f_1 影响较小，对低转速区内 f_2 和高转速区内 f_3 影响较大，而 n 对 f_1、f_2 和 f_3 均影响显著.

为进一步解释转速和摩擦系数对结构前 3 阶固有频率影响的机理，绘制了 μ 分别对 $n=1000$ r/min 和 $n=20000$ r/min 榫连叶盘系统前 3 阶固有频率的影响(见图 6)，以及系统给定工况下前 3 阶振型应变能密度云图(见图 7)，由图 5(a)可知 $n=1000$ r/min 时，随 μ 增加系统 2、3 阶模态频率逐渐靠近，两阶模态振型出现耦合；而 $n=20000$ r/min 时，随 μ 增加系统 2、3 阶模态频率逐渐靠近后逐渐分离，出现了典型的频率转向现象，且当 μ 为 0.3 左右时两阶模态振型已经完全互换；由图 7(a)和图 7(b)可知，榫连叶盘结构第 1 阶振型应变能密度主要集中在叶片中部，故 μ 对 f_1 影响较小，而在低转速下，即 $n=1000$ rad/s 时，第 2 阶振型应变能密度集中在榫头位置，随 μ 增加其切向约束也在增强，从而出现了前文所述在低转速区 μ 对 f_2 影响显著，而第 3 阶振型应变能密度也集中分布在叶身，榫头区域能量占比较小故 μ 对 f_3 影响较小，在高转速下即 $n=20000$ r/min 时，第 2 阶振型应变能密度随 μ 增加逐渐向叶身迁移，故随 μ 增加，其对 f_2 影响逐渐变小，而第 3 阶振型应变能密度随 μ 增加逐渐从叶身向叶根转移，故随 μ 增加其对 f_3 影响也在增强.

表 1　全模型和减缩模型前 3 阶固有频率对比（$j_b=9$，$j_d=1$）

Table 1　First three natural frequency comparisons（$j_b=9$，$j_b=1$）

Rotate speed order	$n=4000$ r/min Full model/Hz	Reduced model/Hz	Error（%）	$n=20\ 000$ r/min Full model/Hz	Reduced model/Hz	Error（%）
f_1	645.3	645.4	0.02	962.8	962.9	0.01
f_2	1772.3	1772.8	0.03	2026.4	2028.7	0.11
f_3	2016.0	2016.6	0.03	2211.2	2208.4	−0.13

注：表 1 中偏差为减缩模型第 i 阶固有频率 f_i^{Redu} 相对于全模型第 i 阶固有频率 f_i^{Ful} 的偏离值，计算式为$(f_i^{\mathrm{Redu}}-f_i^{\mathrm{Ful}})/f_i^{\mathrm{Ful}}$.

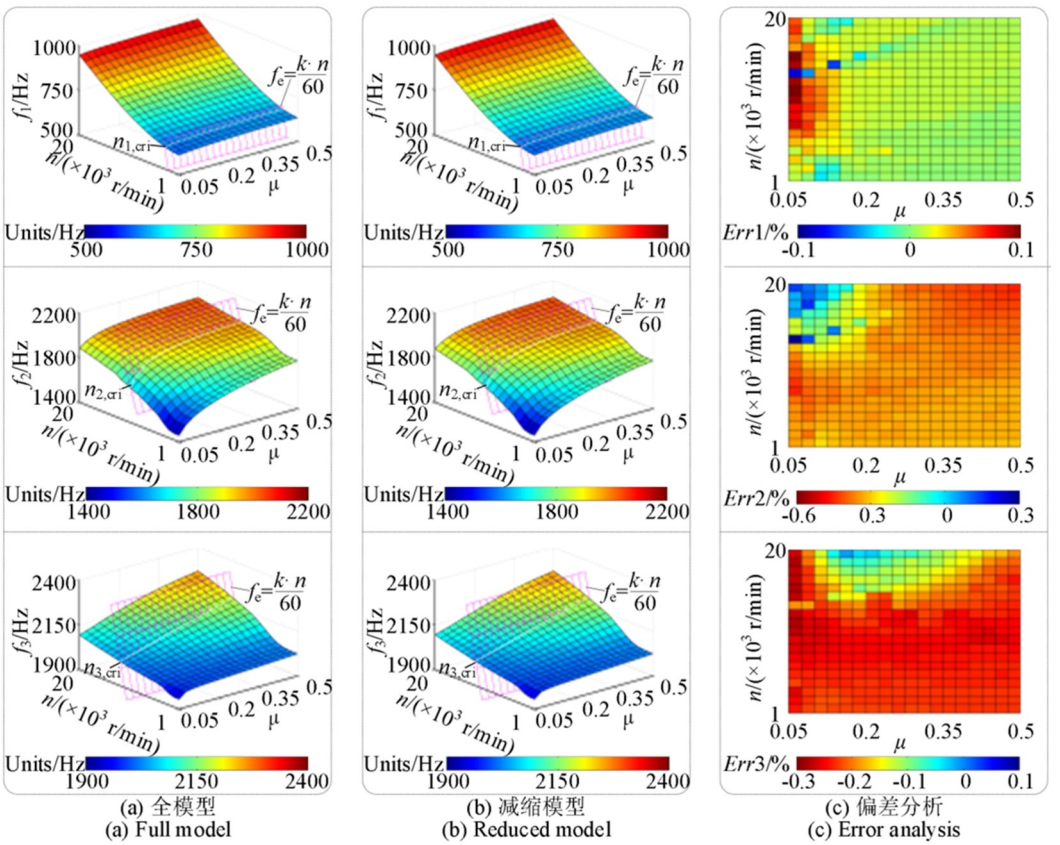


图 5　n 和 μ 对榫连叶盘系统固有频率的影响

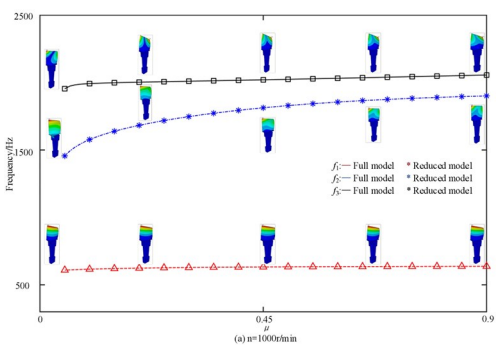
Fig. 5　Effects of n and μ on natural frequencies of the bladed disk with a dovetail fixture

图 5(c)对比了减缩模型和全模型前 3 阶固有频率间的偏差 $E_i(i=1,2,3)$随 n 和 μ 的变化规律，其中，E_i 定义如下：

$$E_i(n,\mu)=\frac{f_i^{\mathrm{Redu}}(n,\mu)-f_i^{\mathrm{Ful}}(n,\mu)}{f_i^{\mathrm{Ful}}(n,\mu)}\times100\% \tag{7}$$

式中，$f_i^{\mathrm{Redu}}(n,\mu)$和 $f_i^{\mathrm{Ful}}(n,\mu)$为分别基于减缩模型和全模型获取的给定 n 和 μ 时第 $i(i=1,2,3)$阶固有频率. 图 5(c)表明，当 $n\in[1000,20000]$ r/min ($\Delta n=1000$ r/min)，$\mu\in[0.05,0.5]$ ($\Delta\mu=0.025$)时，基于减缩模型和全模型所获取的前 3 阶固有频率间偏差最大值不超过 0.6%，从而验证了所提出的旋转榫连叶盘减缩建模方法的有效性.

此外，为了获取不同摩擦系数下对应的临界转速 $n_{i,\mathrm{cri}}(i=1,2,3)$，绘制了激励面 $f_e=(k\cdot n)/60$（见图 5）与各阶动频 $f_i(i=1,2,3)$的交线，此交线即为 $n_{i,\mathrm{cri}}(i=1,2,3)$随 μ 的变化规律[见图 5(a)、图 5(b)和图 8(a)]. 图 8(a)对比验证了基于全模型



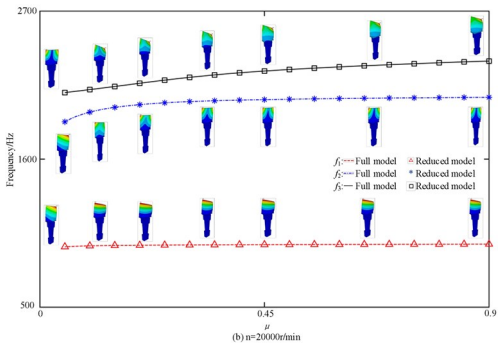


图 6 μ 对榫连叶盘系统前 3 阶固有频率的影响

Fig. 6 The influence of μ on the first three natural frequencies of the bladed disk with a dovetail fixture

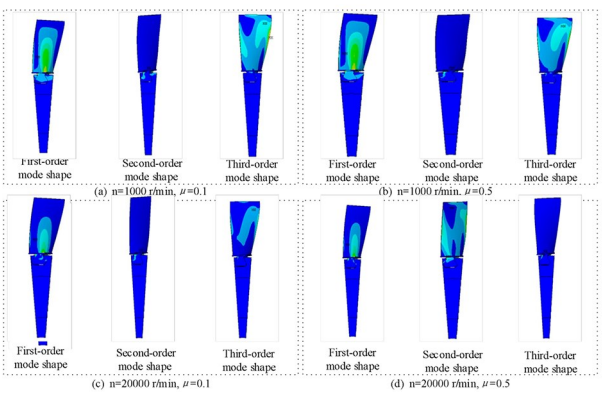


图 7 榫连叶盘系统给定工况下前 3 阶振型应变能密度云图

Fig. 7 Strain energy density contour plots for the first three modal shapes of the bladed disk with a dovetail fixture under given operating conditions

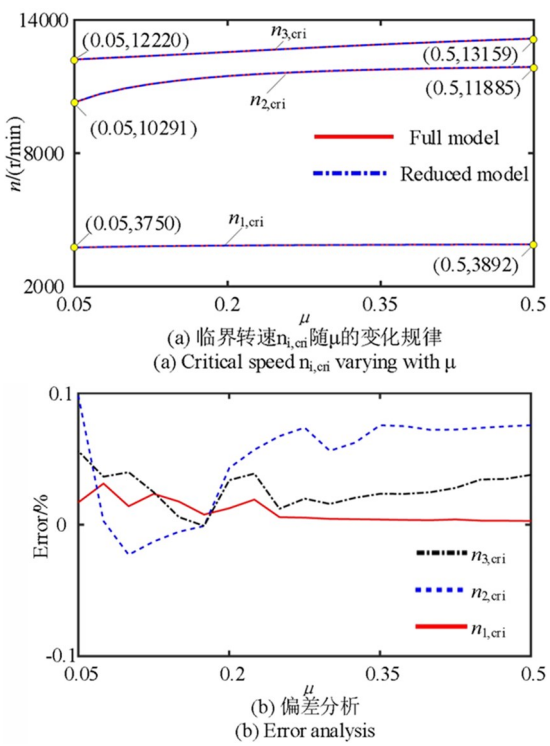


图 8 榫连叶盘系统临界转速分析

Fig. 8 Analysis of critical speeds of the bladed disk with a dovetail fixture

和减缩模型获取的 $n_{i,\mathrm{cri}}$ 具有较好的一致性，且 $n_{i,\mathrm{cri}}$ 随 μ 增加而逐渐增大. 图 8(b)表明基于减缩模型获取的临界转速相对于全模型的最大偏差不超过 0.1%.

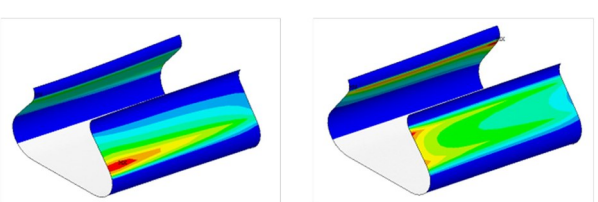
2.1.3 轮盘刚度影响

将轮盘的杨氏模量设置为 12 500 GPa 以模拟刚性轮盘与柔性叶片之间的接触行为. 表 2 列出了转速为 4000 r/min 和 20 000 r/min 时，刚性轮盘－叶片与柔性轮盘－叶片结构的前 3 阶固有频率. 从结果可以看出，在刚性轮盘假设下，系统在两个转速下的前 3 阶固有频率普遍升高，这是由于轮盘杨氏模量增大提高了整体结构刚度. 值得注意的是，轮盘刚度对第 1 阶固有频率影响较小，而在 4000 r/min 时对第 2 阶频率 f_2 影响显著，在 20 000 r/min 时则对第 3 阶频率 f_3 影响更为明显. 这一现象与高转速下系统发生的频率转向行为密切相关，且由于第 2 阶弯曲振型中存在叶片与轮盘之间的相对运动，因此该阶频率对轮盘刚度的变化更为敏感. 此外，刚性接触体与柔性接触体表现出截然不同的接触压力分布(图 9)：刚性轮盘在榫槽顶端出现压力峰值，而柔性轮盘的最大接触压力位于榫槽底部. 在刚性轮盘结构中，榫头与榫槽的接触区域更大，压力分布更为均匀；相比之下，柔性轮盘因结构变形导致接触压力呈非对称分布，并引发明显的应力集中.

表 2 轮盘刚度对榫连叶盘系统固有频率的影响

Table 2 The influence of disk stiffness on the natural frequency of the bladed disk with a dovetail fixture

Rotate speed order	$n=4000$ r/min		$n=20\ 000$ r/min	
	Flexible disk	Rigid disk	Flexible disk	Rigid disk
f_1/Hz	645.3	654.1	962.8	977.3
f_2/Hz	1772.3	1914.4	2026.4	2063.1
f_3/Hz	2016.0	2072.1	2211.2	2481.6



(a) 柔性轮盘
(a) Flexible disk

(b) 刚性轮盘
(b) Rigid disk

图 9 轮盘刚度对榫连叶盘系统接触压力影响

Fig. 9 The influence of Disk Stiffness on the comtact pressure of the bladed disk with a dovetail fixture

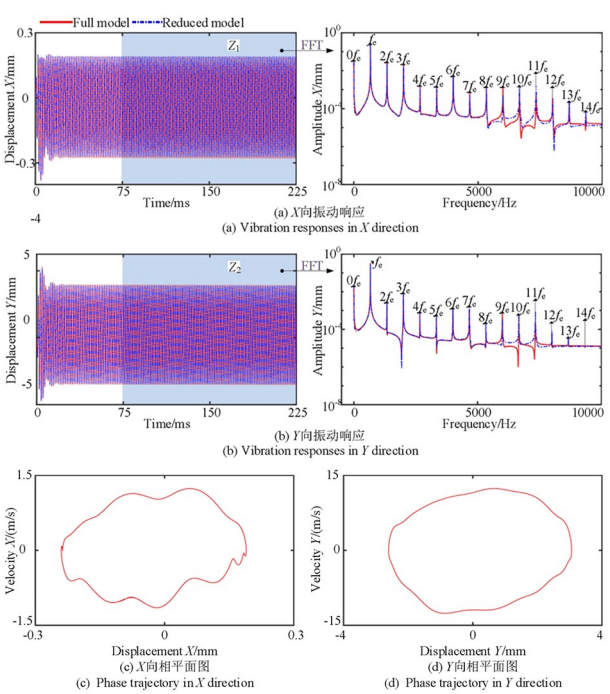
2.2　振动响应分析

本节对比了旋转榫连叶盘系统减缩模型和全模型在叶盆面承受均布气动载荷 $P=P_0\times\sin(2\pi f_e t)$ 作用时，转速和摩擦系数对叶盘系统时程振动响应及其频谱分布特性的作用规律，其中，P_0 为叶盆面承受均布气动载荷作用的幅值，k 为位于旋转榫连叶盘前排的静子叶片数，$f_e=(k\times n)/60$ 为均布气动载荷的激励频率，t 为均布气动载荷作用的时间. 在不作特别说明的情况下，本研究中取 $k=10$，$P_0=0.1$ MPa，$t=15k/f_e$，$\Delta t=1/(32f_e)$，且振动响应数据均获取自叶尖处 T3 点[见图 2(b)].

2.2.1 转速影响

当 $\mu=0.3$ 时，图 10 和图 11 分别对比了全模型和减缩模型在 $n=4000$ r/min[近共振转速，见图 8(a)]和 20000 r/min 时 X 向和 Y 向时程响应及对应的频谱特征. 值得说明的是，当 $n=20000$ r/min 时，为了保证叶盘系统在均布气动载荷作用下，其振动响应有充足的稳定时长，因此，将数值求解时间调整为 30 个转频周期，其余参数保持不变.

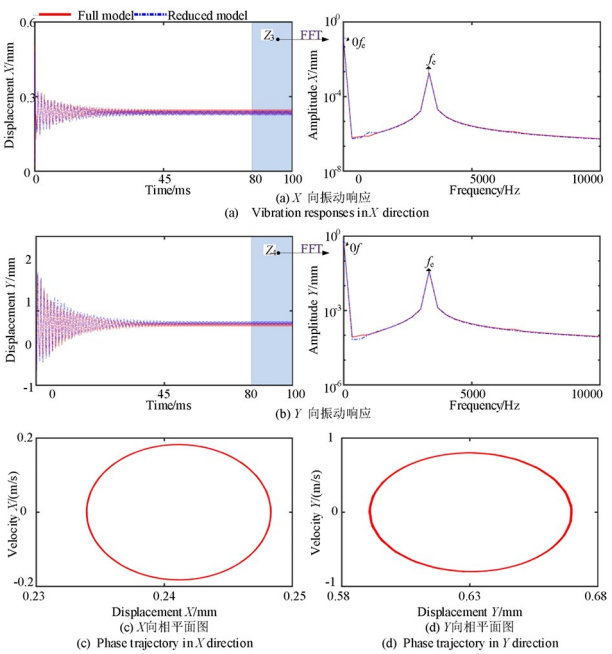
图 10 表明，基于减缩模型获取的 X 向和 Y 向时程响应与基于全模型获取的结果均吻合较好. 在此基础上，取 t∈[75，225] ms 内 X 向和 Y 向振动响应(见图 10 中区域 Z_1 和 Z_2)进行频谱分析. 由频谱图可知，振动响应中的频谱成分体现为激励频率 f_e 的倍频[见图 10(b)中 $2f_e$，$3f_e$，$4f_e$，…]. 特别地，图 10(b)表明在 $3f_e$ 处 Y 向振动响应存在幅值放大现象，这主要是由于 $3f_e$ 接近 $n_{3,cri}$[见图 8(a)]从而引发共振.



(a) X向振动响应
(a) Vibration responses in X direction
(b) Y向振动响应
(b) Vibration responses in Y direction
(c) X向相平面图
(c) Phase trajectory in X direction
(d) Y向相平面图
(d) Phase trajectory in Y direction

图 10　振动响应特性对比($n=4000$ r/min，$\mu=0.3$)
Fig. 10　Vibration response comparisons under $n=4000$ r/min，$\mu=0.3$

图 11 对比了减缩模型和全模型在 $n=20000$ r/min 时 X 向位移时程响应和 Y 向位移时程响应及与稳态振动响应区域对应的频谱分布特性. 由图可知，基于减缩模型和全模型所获得的动力学特性均吻合较好. 相比于 $n=4000$ r/min 时的振动响应(图 10)，$n=20000$ r/min 时的振动响应在 f_e 处幅值均减小很多，且相图为不光滑的椭圆，这在一定程度上反映了系统非线性减弱. 造成此现象的根源在于高离心力导致的结构刚化效应和榫连界面紧配合作用，在提高结构抗变形能力的同时，也削弱了榫连接触边界非线性的影响.



(a) X 向振动响应
(a) Vibration responses in X direction
(b) Y 向振动响应
(c) X向相平面图
(c) Phase trajectory in X direction
(d) Y向相平面图
(d) Phase trajectory in Y direction

图 11　振动响应特性对比($n=20000$ r/min，$\mu=0.3$)
Fig. 11　Vibration response comparisons under $n=20000$ r/min，$\mu=0.3$

2.2.2 摩擦系数影响

当 $n=4000$ r/min，对比了 $\mu=0.05$ 和 $\mu=0.5$ 时基于减缩模型和全模型所获取的 X 向和 Y 向时程振动响应及对应的频谱分布特性，结果如图 12 和图 13 所示.

当 $\mu=0.05$ 时，基于减缩模型和全模型所获取

的 X 向和 Y 向时程振动响应均吻合较好(见图 12). 此外,从图中可以明显观察到 X 向和 Y 向振动响应中存在显著的线性趋势分量. 这主要是由于低摩擦系数导致榫槽—榫头接触界面间的切向最大静摩擦力减小,削弱了榫接处的切向界面约束,从而导致在周期性气动载荷作用下,榫槽—榫头接触界面间产生了相对滑移现象. 本文基于最小二乘原理,去除了 X 向位移振动响应和 Y 向位移振动响应中线性趋势分量,在此基础上,分别取 $t\in[75,225]$ ms 内 X 向位移振动响应和 Y 向振动响应(见图 12 中区域 Z_5 和 Z_6)进行频谱分析. 从图中可以看出,榫连接触非线性使得气动载荷作用下榫连叶盘系统的振动响应频谱体现为气动激励频率的倍频. 此外,在 Y 向频谱分布图中,可以观察到 $3f_e$ 处存在显著的幅值放大现象,这主要是由于 $3f_e$ 接近图 8 中预测的临界转速 $n_{3,\mathrm{cri}}$.

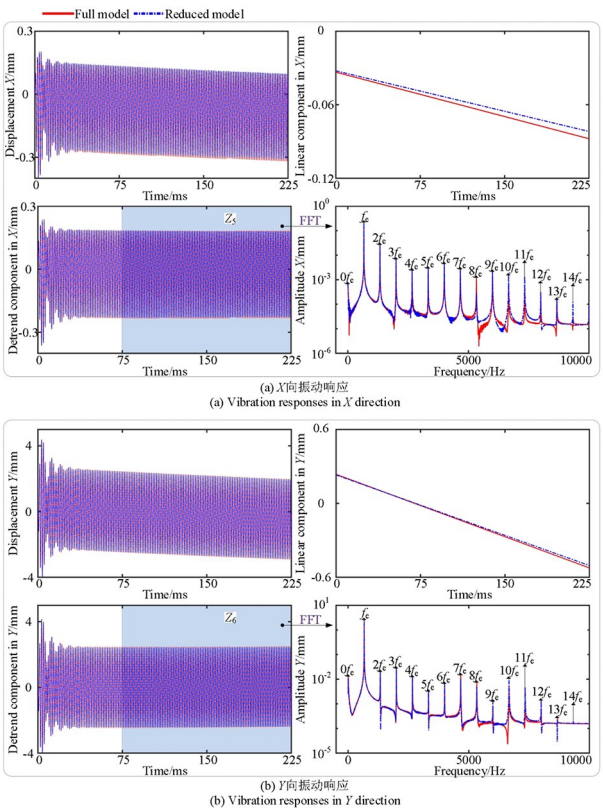


图 12 振动响应特性对比($n=4000$ r/min, $\mu=0.05$)

Fig. 12 Vibration response comparisons under $n=4000$ r/min, $\mu=0.05$

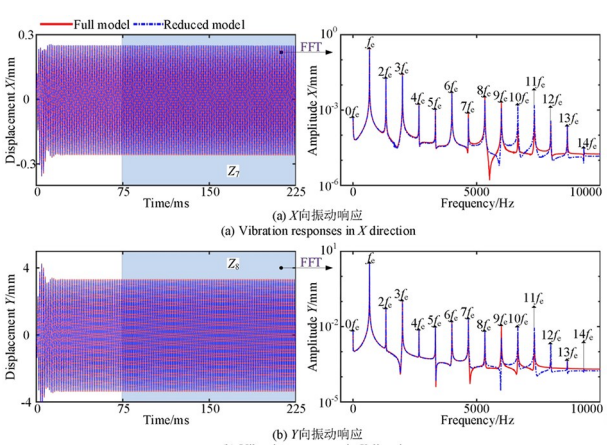


图 13 振动响应特性对比($n=4000$ r/min, $\mu=0.5$)

Fig. 13 Vibration response comparisons under $n=4000$ r/min, $\mu=0.5$

当 $\mu=0.5$ 时,高摩擦系数会增加榫槽—榫头间的界面摩擦,从而降低榫连界面发生滑移的风险. 这可从图 13 中 X 向和 Y 向振动响应中不存在明显的线性趋势分量得到佐证. 此外,$\mu=0.5$ 时频谱中各频率处的幅值整体较 $\mu=0.05$ 时偏大. 这主要是由于 $\mu=0.5$ 时的临界转速 $n_{1,\mathrm{cri}}$ 较 $\mu=0.05$ 时更接近设定的 $n=4000$ r/min,其幅值放大现象更显著,由于两种工况下均出现了较多的倍频,为量化其非线性程度,将二次谐波及三次谐波幅值相对基波幅值分别定义为[13]:$\beta_1=(A_{2fe}/A_{fe})\times100\%$,$\beta_2=(A_{3fe}/A_{fe})\times100\%$,如表 3 所示,$\mu=0.5$ 时 β_1 与均大于 $\mu=0.05$ 时,故其非线性效应更强,并且可以看出两种工况下,X 向二、三次谐波幅值相对于基波幅值的占比均显著大于 Y 向占比.

表 3 μ 对榫连叶盘系统 β 的影响

Table 3 The Influence of μ on the β of the bladed disk with a dovetail fixture

Direction	X		Y	
	$\mu=0.05$	$\mu=0.5$	$\mu=0.05$	$\mu=0.5$
β_1	11.88	13.93	1.08	5.23
β_2	3.29	11.09	0.92	4.56

2.2.3 轮盘刚度影响

图 14 绘制了轮盘杨氏模量为 12500 GPa、泊松比 $\mu=0.3$、转速 $n=4000$ r/min 条件下,结构在 X 向和 Y 向的时程响应及其频谱特征. 从图中可以看出,与柔性轮盘—柔性叶片结构(图 10 所示)相比,刚性轮盘—柔性叶片更易发生榫槽—榫头接触界面间的相对滑移. 这是由于刚性轮盘变形相对较小,与叶片的变形显著不匹配,为协调变形,界面需通过相对滑移实现位移相容性. 因此,叶片的微小位移直接转化为接触面的相对滑动. 相比之下,柔性轮盘能够通过自身的弹性变形吸收部分位移,从而减少为协调变形所需的界面滑移.

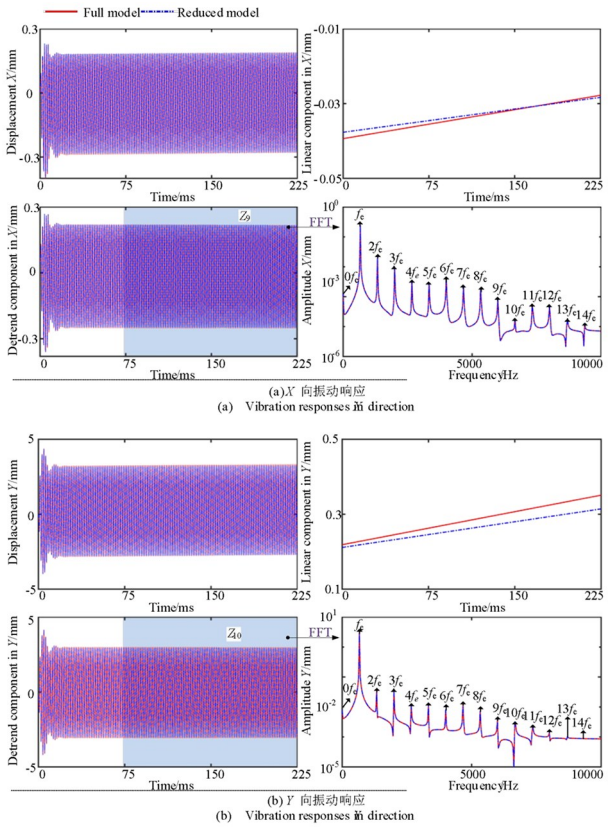


图 14　刚性轮盘振动响应特性对比($n=4000$ r/min，$\mu=0.5$)

Fig. 14　Comparison of vibration response characteristics of rigid disk ($n=4000$ r/min，$\mu=0.5$)

图 15 给出了柔性轮盘－柔性叶片与刚性轮盘－柔性叶片两种结构的接触压力时程曲线. 可见两者在一个激励周期内均出现两个接触压力峰值，对应榫头在榫槽内往复挤压两侧的过程. 刚性轮盘结构中还观察到明显的界面相对滑移，导致有效接触面积随时间减小，从而使接触压力随时间逐渐增大. 还可以观察到相较于柔性轮盘，刚性轮盘其中较大的峰值显著大于柔性轮盘较大的峰值，而其中较小的峰值有相反的规律.

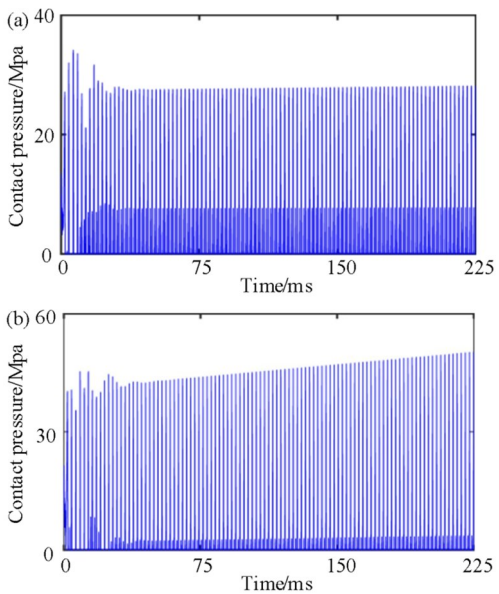


图 15　轮盘刚度对接触压力的影响

Fig. 15　The influence of disk's stiffness on contact pressure

3　结论

提出了一种基于固定界面模态综合法的旋转榫连叶盘模型减缩方法，并分析了转速和摩擦系数对系统模态和振动响应的影响，主要结论如下：

(1)榫连界面处采用下覆薄层单元的建模方式能较好地表征榫头与榫槽间的接触动力学行为，同时结合固定界面模态综合法实现对叶片、轮盘等子结构的自由度减缩，特别地，轮盘子结构减缩需同时考虑旋转引入的刚化/软化效应和榫连接触引入的局部载荷作用；

(2)叶片截断数较轮盘截断数对旋转榫连叶盘系统模态特性影响更明显；摩擦系数对系统 1 阶固有频率影响较小，对低转速区内 2 阶固有频率和高转速区内 3 阶固有频率影响较大；榫连叶盘系统临界转速随摩擦系数增加而呈增大趋势；

(3)榫连接触引入的边界非线性使系统振动响应频谱表现为激励频率及其倍频，且低摩擦系数下会导致榫头－榫槽间发生滑移行为，体现为时程振动响应中出现线性趋势分量，特别地，当频谱中频率成分接近系统固有频率时会出现显著的幅值放大现象.

(4)轮盘刚性化处理会导致系统固有频率显著增加，且对低转速区内 2 阶固有频率和高转速区内 3 阶固有频率影响较大，同时更加容易导致接触界面发生相对滑移.

参考文献

[1]　曾海楠，曹树谦，苏永雷. 含摩擦与间隙的失谐叶盘系统振动局部化研究[J]. 振动与冲击，2016，35(2)：82－90.

ZENG H N，CAO S Q，SU Y L. Vibration localization of a mistuned bladed disk system with friction and gap [J]. Journal of Vibration and Shock，2016，35(2)：82－90. (in Chinese)

[2]　马辉，王迪，太兴宇，等. 碰摩作用下盘片榫连结构接触特性的响应分析[J]. 航空动力学报，2015，

30(9)：2203－2211.

MA H，WANG D，TAI X Y，et al. Contact characteristics response analysis of blade-disc dovetail structure under rubbing condition [J]. Journal of Aerospace Power，2015，30(9)：2203－2211.（in Chinese）

[3] 龙伦，张红晓，成晓鸣，等. 榫连接结构叶片盘振动特性研究及验证[J]. 科学技术与工程，2021，21(16)：6908－6912.

LONG L，ZHANG H X，CHENG X M，et al. Research and verification on vibration characteristics of the blade disk connect by tenon [J]. Science Technology and Engineering，2021，21(16)：6908－6912.（in Chinese）

[4] CHEN Z L，LI C F，YANG Z Y，et al. A new method of micro-slip contact normal pressure modeling and its application in the dynamic analysis of the dovetail-tenon-mortise jointed blades [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines，2023，51(11)：6076－6096.

[5] ZHANG H Y，TANG J H，LIU J，et al. Modeling method and dynamic analysis of blade with double friction damping structure considering time-varying pressure distribution [J]. Journal of Sound and Vibration，2024，591：118614.

[6] TAMER A，SCHWINGSHACKL C，JONES A. High-fidelity nonlinear forced response analysis of aero-engine turbine blades with root friction contact [C]//International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York：ASME，2023

[7] LI C F，CHEN Z L，SHEN Z C，et al. Analysis on vibration reduction of a rotating dovetailed blade with underplatform damper and installation preload [J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines，2022，50(3)：877－896.

[8] BO S G，YU F L，DUAN J Y，et al. A fractal contact friction model and nonlinear vibration response studies of loosely assembled blade with dovetail root [C]//ASME Turbo Expo 2016：Turbomachinery Technical Conference and Exposition. New York：ASME，2016.

[9] BOTTO D，GLORIOSO M，OCCHIPINTI S，et al. Uncertainty in identifying contact stiffness in a dovetail attachment for turbine blades [J]. Mechanical Systems and Signal Processing，2023，197：110379.

[10] KIM Y，CHO H，PARK S，et al. Advanced structural analysis based on reduced-order modeling for gas turbine blade [J]. AIAA Journal，2018，56(8)：3369－3373.

[11] YUAN J，SCHWINGSHACKL C，SALLES L，et al. Reduced order method based on an adaptive formulation and its application to fan blade system with dovetail joints [C]//ASME Turbo Expo 2020：Turbomachinery Technical Conference and Exposition. New York：ASME，2020.

[12] 阳刚，周标，臧朝平. 含接触界面的叶盘结构强迫振动响应快速预测方法[J]. 航空动力学报，2019，34(9)：1953－1961.

YANG G，ZHOU B，ZANG C P. Fast response prediction method for bladed disks with contact interfaces [J]. Journal of Aerospace Power，2019，34(9)：1953－1961.（in Chinese）

[13] SHAO B，FAN C G，FU S G，et al. Analysis of the nonlinear complex response of cracked blades at variable rotational speeds [J]. Machines，2024，12(10)：725.