

# ZTT 运动平台建模与 $H_\infty$ 控制方法的研究

桑百诚 周英刚<sup>†</sup>

(沈阳工业大学 信息科学与工程学院, 沈阳 110870)

**摘要** ZTT(Z-Tilt-Torsion)精密运动平台是构成半导体检测装备的核心部件,其控制性能直接影响了半导体检测的产率。由于 ZTT 精密运动平台是采用柔性铰链导向组成的多轴运动平台,其存在的非线性和扰动问题给控制器的设计带来了挑战。因此,对于 ZTT 精密运动平台的控制器研究是非常重要的,目前存在的控制器主要有比例—积分—微分(proportional-integral-derivative, PID)控制、滑模控制和  $H_\infty$  控制器。其中,当系统存在较强的外部干扰时,PID 控制器的性能会下降,甚至导致系统不稳定。滑模控制器虽然可以解决外部干扰问题,但是滑模控制器的切换特性使其对高频噪声和测量误差非常敏感,可能放大这些干扰,难以在实际应用。为了解决上述问题,本文采用  $H_\infty$  控制方法,通过设计  $H_\infty$  控制器使系统的闭环函数满足一定的  $H_\infty$  范数约束,从而保证系统的稳定性和性能。通过实验的方式,对 PID 控制与  $H_\infty$  控制的效果进行了对比,对于外界扰动表现出良好的抑制效果,能够有效抑制运动台因扰动产生的波动。

**关键词** PID 控制,  $H_\infty$  无穷控制, 柔性铰链, 精密运动台, 鲁棒控制

中图分类号:TP13

文献标志码:A

## Research on the Application of $H_\infty$ Control in the ZTT Motion Platform

Sang Baicheng Zhou Yinggang<sup>†</sup>

(School of Information Science and Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

**Abstract** The Z-Tilt-Torsion (ZTT) precision motion platform is a core component of semiconductor inspection equipment, and its control performance directly affects the yield of semiconductor inspection. Due to the fact that the ZTT precision motion platform is a multi-axis motion platform composed of flexible hinge guides, the nonlinearity and disturbance problems inherent in the system pose challenges to the design of controllers. Therefore, the research on the controller for the ZTT precision motion platform is very important. Currently, the existing controllers mainly include Proportional-Integral-Derivative (PID) control, sliding mode control, and  $H_\infty$  controller. Among them, when the system is subject to strong external disturbances, the performance of the PID controller will decline, which may even lead to system instability. Although the sliding mode controller can solve the problem of external disturbances, its switching characteristics make it very sensitive to high-frequency noise and measurement errors, which may amplify these disturbances and make it difficult to implement in practical applications. To solve the above problems, this paper adopts the  $H_\infty$  control method and designs an  $H_\infty$  controller to make the closed-loop function of the system meet certain  $H_\infty$  norm constraints, thereby ensuring the stability and performance of the system. Through experimental methods, the effects of PID control and  $H_\infty$  control were compared. The results show a good suppression effect on external disturbances and could effectively suppress the fluctuations of the motion platform caused by disturbances.

2025-06-20 收到第 1 稿, 2025-07-25 收到修改稿。

<sup>†</sup>通信作者 E-mail:zhouyg@sut.edu.cn

**Key words** PID control,  $H_{\infty}$  control, flexible hinge, precision motion stage, robust control

## 引言

精密运动控制技术属于人们常说的“高精尖”技术之一,是先进制造和检测技术的重要组成部分,被广泛应用于集成电路制造装备、高端科学仪器、先进数控机床、生物技术等领域<sup>[1,2]</sup>。而精密运动平台是以上制造装备和科学仪器的核心零部件,是整个系统的性能基石<sup>[3]</sup>。在纳米级跟踪性能要求下,工程应用中的柔性导向和线缆力等非线性扰动常常成为限制运动台响应速度和控制精度的关键因素<sup>[4]</sup>。此外,为满足测试环境需求,运动台必须在不同轨迹下始终保持良好的性能表现。

在工程应用中,目前应用最广泛的就是 PID 控制,因其结构简单、参数物理意义明确、调试方便且适用范围较广。但为了进一步研究更复杂的系统,提升控制器性能以使其具有较强的鲁棒性,并能处理多输入多输出系统,需要更先进的控制方法。针对并网三相 PWM 整流器,提出了一种先进的鲁棒  $H_{\infty}$  控制方法。采用两级控制策略,设计了级联  $H_{\infty}$  控制器,该控制器即使在负载扰动和非理想电网条件下也能同时调节直流母线电压和输入电流<sup>[5]</sup>。针对状态、控制、干扰依赖噪声的随机平均场系统,Ma 提出了随机有界实引理,利用系统的精确能检性假设以及耦合 Riccati 方程<sup>[6]</sup>(game algebraic riccati equation, GARE)的解得到了  $H_2/H_{\infty}$  控制问题有解的充分条件,提出了一种求解耦合 Riccati 方程的迭代算法。Li<sup>[7]</sup>对于摄动参数的选取,根据参数摄动范围建立系统不确定性函数,完成混合灵敏度中加权函数的选取,并设计基于混合灵敏度的  $H_{\infty}$  控制器。其通过分析加权函数中可变参数对系统动力学的影响,研究不同权函数下控制器的性能。

$H_{\infty}$  控制的设计目标是最小化系统的  $H_{\infty}$  范数,即将系统灵敏度函数的最大值最小化,使系统对各种不确定性和扰动具有稳定性并保持良好性能<sup>[8]</sup>,精密运动台控制系统在实际控制中不可避免地会受到外部干扰,而  $H_{\infty}$  控制是处理鲁棒问题的有效方法之一;在众多鲁棒控制理论中,  $H_{\infty}$  控制也是被研究最广泛的。 $H_{\infty}$  控制的目标是设计一个

能够稳定闭环系统的反馈控制器,并且同时最小化外界扰动对系统输出的影响<sup>[9]</sup>。 $H_{\infty}$  控制的显著特点是出色的鲁棒性和稳定性,这种控制方法特别适用于那些具有模型不确定性、参数波动较大、非线性特性明显以及时滞问题较为严重的系统。故本文采用  $H_{\infty}$  控制方法。首先完成了 ZTT 平台的设计、建模与辨识工作。在此基础上,通过选取合适的坐标系,构建出多执行器与多传感器的空间坐标模型,并对 ZTT 平台的空间坐标模型展开了分析。最后,结合 ZTT 平台系统的特性,对  $H_{\infty}$  控制器进行研究,搭建实验平台对比了 PID 控制器与  $H_{\infty}$  控制器的应用性能,且通过实验数据分析,体现出了  $H_{\infty}$  控制器在 ZTT 平台系统中所具备的性能优势。

## 1 ZTT 运动台

如图 1 所示,ZTT 精密运动平台主要由三个音圈电机、三个位置传感器和起导向作用的柔性铰链组成。其中,为了消除负载的重力作用对 ZTT 精密运动台运动性能的影响,ZTT 精密运动平台内部还设计了磁浮重力补偿模块<sup>[10]</sup>。它能够实现三个自由度( $R_x, R_y, Z$ )的调节,该平台具备毫米级的运动行程,同时支持纳米级的分辨率、定位精度和重复精度。

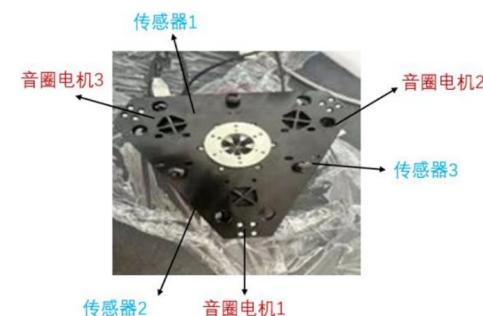


图 1 ZTT 运动台实物图  
Fig. 1 Physical picture of ZTT motion platform

### 1.1 被控对象进行建模

为了实现平台在三个自由度方向上的运动和精确测量,平台采用一种柔性并联机构,使用音圈电机(voice coil motor, VCM)作为致动器,采用三点驱动模式。通过同时控制三个 VCM 的出力,移动平台可以沿  $z$  轴、 $R_x$  轴和  $R_y$  轴垂直移动和转

动<sup>[11]</sup>. 利用控制器控制输出电压到驱动器, 由驱动器输出电流给到电机, 从而控制电机的输出力. 运动台的电机以及传感器分布示意图, 如图 2 所示.

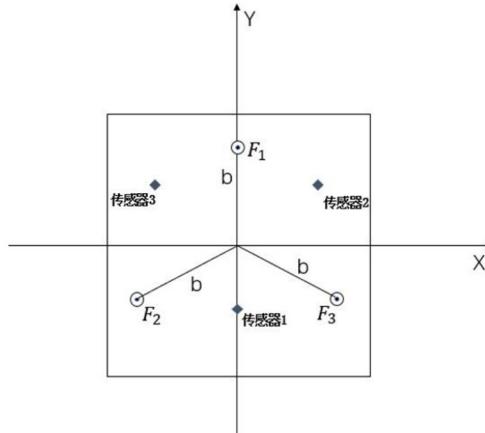


图 2 电机以及传感器分布示意图

Fig. 2 Schematic diagram of motor and sensor distribution

根据图 2 电机以及传感器分布示意图, 系统逻辑轴的执行器输出  $u(t)$  可以表达为:

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} F_z(t) \\ T_x(t) \\ T_y(t) \end{bmatrix} = \mathbf{B} \begin{bmatrix} F_{z1}(t) \\ F_{z2}(t) \\ F_{z3}(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,  $F_z$ 、 $T_x$  和  $T_y$  为逻辑轴输入, 即  $F_z$  为质心处所受到的垂直方向的力,  $T_x$  和  $T_y$  为质心处绕  $x$  轴方向和绕  $y$  轴方向的力矩. 逻辑轴输入经过出力转换矩阵  $\mathbf{B}$ , 可转换为三个音圈电机所需的出力.

由图 2 所示, 根据平台电机正三角的几何位置关系, 旋转轴逆时针为正, 垂直向上为正, 推导出出力转换矩阵  $\mathbf{B}$  为:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

逻辑轴位置输出  $y(t)$  可以表达为:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} z(t) \\ \theta_x(t) \\ \theta_y(t) \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中,  $z$ 、 $\theta_x$  和  $\theta_y$  为逻辑轴输出, 即  $z$  为质心处在垂直方向上的位置变化,  $\theta_x$  和  $\theta_y$  分别为质心处绕  $x$  轴和  $y$  轴所需转动的角度, 再经过测量转换矩阵  $\mathbf{M}$ , 将质心处所需的位置及角度变换转换为三个垂向传感器所需的位置变化.

因为传感器不一定在正三角平台边的中心, 故

设传感器 1、传感器 2、传感器 3 与坐标轴原点的连线与  $x$  轴形成的夹角分别为  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$ , 且三个传感器的方向均以垂直向上为正, 则测量转换矩阵  $\mathbf{M}$  定义为:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -\sin\alpha & \sin\beta & \sin\gamma \\ -\cos\alpha & -\cos\beta & \cos\gamma \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 2 控制器的设计

### 2.1 PID 控制器的设计

工业中常用的反馈控制器为标准的 PID 结构<sup>[12]</sup>:

$$H_{ctrl}(s) = K_p \left( \frac{s + 2\pi f_i}{s} \right) \left( \frac{s}{2\pi f_d} + 1 \right) \times \left[ \frac{(2\pi f_d)^2}{s^2 + 2\beta_{lp}(2\pi f_{lp})s + (2\pi f_{lp})^2} \right] \times \frac{s^2 + 2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\xi_2\omega_n s + \omega_n^2} \quad (5)$$

$K_p$  的数值根据控制带宽  $f_{bw}$  设计决定:

$$K_p = \frac{m(2\pi f_{bw})^2}{\alpha} \quad (6)$$

其中,  $m$  为运动质量;  $\alpha$  为 PID 频率比;  $f_i$  为积分频率;  $f_d$  为微分频率;  $f_{lp}$  为二阶低通滤波器的滤波频率;  $\beta_{lp}$  为低通滤波器的阻尼比;  $\omega_n$  是陷波滤波器的中心角频率,  $\xi_1$ 、 $\xi_2$  分别是陷波因子.

如图 3 所示, 解耦后的系统可以作为三个单输入单输出(SISO)系统进行控制. 其中包括三个反馈控制器  $C_z$ 、 $C_{\theta_x}$ 、 $C_{\theta_y}$ ,  $r_z$ 、 $r_{\theta_x}$ 、 $r_{\theta_y}$  三个自由度的参考轨迹.

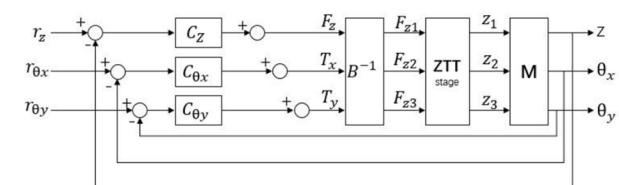


图 3 控制结构  
Fig. 3 Control structures

### 2.2 $H_\infty$ 控制器的设计

$H_\infty$  控制是一种基于 Hardy 空间的控制理论, 通过在复频域中优化受控系统的  $H_\infty$  范数, 以获取具有鲁棒性的控制律<sup>[13]</sup>. 这个理论的核心是  $H_\infty$  范数, 通常也被称为系统的 L2 增益, 它是定义在 Hardy 空间上的范数. 在复频域中,  $H_\infty$  范数表示

在右半闭平面上有理函数矩阵的最大奇异值;在标量函数中,它是幅频特性的极大值。在使用  $H_\infty$  设计控制器之前,一般先将设计问题转换成标准形式的  $H_\infty$  控制优化问题<sup>[14]</sup>,该问题针对广义对象

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \text{其输入输出关系为:}$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $w$  代表的是广义对象的干扰输入,  $u$  代表的是控制输入,  $z$  代表的是设法使之变小的输出误差,  $y$  代表的是提供给控制器的测量输出。

$H_\infty$  标准问题就是寻找控制器  $K$ :

$$u = K y \quad (8)$$

使得闭环系统鲁棒镇定,并且  $w$  到  $z$  的传递函数由上述两式可得:

$$F = \left[ G_{11} + \frac{G_{12}KG_{21}}{I - G_{22}K} \right] \quad (9)$$

的  $H_\infty$  范数  $\| F \|_\infty$  最小,即:  $\min \| F \|_\infty$

$H_\infty$  范数的定义如下:

$$\| F \|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \| F(j\omega) \| \quad (10)$$

其中  $F$  是传递函数,  $\| \cdot \|$  表示矩阵或标量的范数,  $\sup$  表示上确界,从物理的角度看,  $H_\infty$  范数表示系统能够获得的最大能量;从控制理论的角度来看,它表示系统控制的效果,即控制器所能取得的最大效益<sup>[15]</sup>。

图 4 展示了针对参考跟踪的  $H_\infty$  控制设计的示意图。

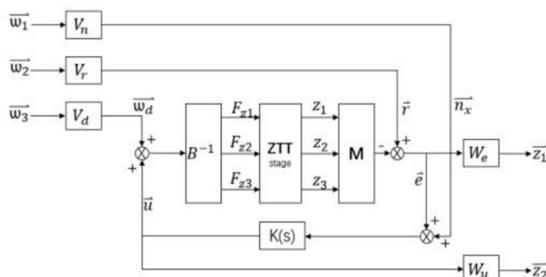


图 4 用于参考跟踪的  $H_\infty$  控制设计图

Fig. 4  $H_\infty$  Control design diagram for reference tracking

矩阵  $B$  的逆、ZTT 运动台辨识的传递函数和矩阵  $M$  共同构成  $G(s)$  模型,  $G(s)$  为已知模型,  $K(s)$  为待设计的  $H_\infty$  控制器。外部输入信号量  $w_3$  经加权滤波的滤波器  $V_d$ , 输出为  $\bar{w}_d$  (即外部输入的扰力), 信号  $\bar{w}_d$  与控制器输出信号  $u$  叠加后, 输入

至模型  $G(s)$ 。外部输入信号量  $\bar{w}_2$  经加权滤波器  $V_r$ , 输出为  $\bar{r}$  (即基准信号), 置于模型  $G(s)$  之后, 与  $G(s)$  的输出作差以计算误差信号  $\bar{e}$ 。外部输入信号量  $\bar{w}_1$  经加权滤波器  $V_n$  滤波后, 输出为  $\bar{n}_x$  (即位移传感器噪声),  $\bar{n}_x$  作为不可避免的测量误差, 与误差信号  $\bar{e}$  叠加后共同输入至控制器  $K(s)$ , 进而通过  $K(s)$  输出控制信号  $\bar{u}$ 。一阶滤波器  $W_e$  用于设计低阶控制器, 在低频时具有高增益, 以抑制跟踪误差; 滤波器  $W_u$  设计为对角线常数矩阵, 对角线上的值通过迭代调整, 以使生成的  $\gamma$  接近 1; 误差信号  $\bar{e}$  经滤波器  $W_e$  处理后形成信号向量  $\bar{Z}_1$ , 控制器输出信号  $\bar{u}$  经滤波器  $W_u$  处理后形成信号向量  $\bar{Z}_2$ , 设计目标是使  $\bar{Z}_1$  和  $\bar{Z}_2$  的  $H_\infty$  范数最小化。

信号向量  $\bar{Z}_1$  和  $\bar{Z}_2$  的维度取决于模型  $G(s)$ , 本论文利用 Matlab Robust Control Toolbox 对控制器  $K(s)$  进行综合设计。

### 3 实验验证

#### 3.1 实验设备

系统由上位机(PC)、实时目标机(speedgoat)、功率驱动器和 ZTT 精密运动平台四部分组成(如图 5),形成完整的闭环控制系统。PC 端在 Matlab 环境中完成系统建模,设计并仿真验证控制算法。Speedgoat 将控制模型部署到实时系统并执行高精度的实时控制算法,将输出信号给到驱动器。最终通过功率驱动器将控制信号放大并驱动,进而控制 ZTT 运动台。



图 5 实验设备流程图

Fig. 5 Flowchart of experimental equipment

### 3.2 模型辨识

由于三自由度系统具有近乎双倍的积分器特性,因此识别所需的输入一输出数据在闭环测试中收集。采用渐近识别方法用于识别动态 MIMO 模型。此过程如下:

- (1)通过闭环识别测试收集输入一输出数据集;
- (2)准备数据集并估计高阶方程误差模型(ARX 模型);
- (3)识别高阶模型并对其进行降阶;
- (4)模型验证。

采集的输入一输出数据集记为实验数据。如图 6 所示,蓝色为实验数据,拟合模型(红色)为基于实验数据拟合的 90 阶模型,降阶模型(绿色)由 90 阶模型降阶得到,其在关键频率区间的幅值和相位特性与原系统尽可能一致,尤其是对控制系统性能影响较大的频段,本系统降阶到了 19 阶。该 19 阶模型可反映出关键频率区间的幅值和相位特性。

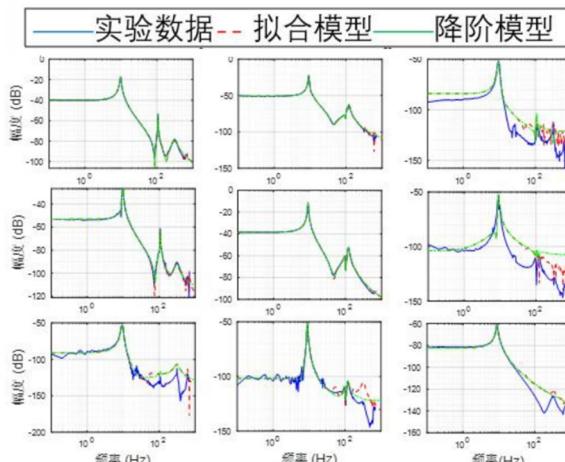


图 6 实验数据与拟合模型及其降阶模型比较图

Fig. 6 Comparison chart of experimental data with fitted model and its reduced-order model

时域验证如图 7 所示,比较测量的输出向量和高阶 ARX 模型的模拟时间响应。arx50501 模型为每个输出向量计算拟合百分比,其中  $R_x$  轴的相似度为 92.8%, $R_y$  轴的相似度为 88.95%, $Z$  轴的相似度为 95.91%。

### 3.3 实验验证

基于确定的模型,使用  $H_\infty$  优化进行设计 MIMO 控制器。由于控制设计需采用低阶模型,因此推导出低阶控制器。设计完成后,利用高阶模型和测量的频率响应函数来预测闭环稳定性,该 MIMO 控制旨在实现跟踪性能。通过对比  $H_\infty$  控制和 PID 控制,选择更优的控制策略。

#### 3.3.1 $H_\infty$ 控制器参数设计

根据  $H_\infty$  控制设计的示意图,  $V_r$  是根据相应运动的步长大小设计的。垂直平移的步长为  $1 \mu\text{m}$ ,两次水平旋转的步长约为  $1.75 \mu\text{rad}$ 。

$$V_r = 10^{-6} \times \begin{bmatrix} 1.75 & 0 & 0 \\ 0 & 1.75 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$V_n$  根据传感器分辨率相应的运动设计。垂直平移的分辨率为  $0.25 \text{ nm}$ ,两次水平旋转的分辨率为  $3.5 \text{ nrad}$ 。

$$V_n = 10^{-9} \times \begin{bmatrix} 3.5 & 0 & 0 \\ 0 & 3.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.25 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$V_d$  是根据放大器噪声电流对相应运动引起的估计扰动设计的。垂直扰动力在  $0 \sim 5 \text{ Hz}$  频段为  $10 \text{ N}$ ,在  $3 \text{ kHz}$  频段以后为  $0.1 \text{ N}$ ,水平扰动力矩估计为  $50 \text{ mN} \cdot \text{m}$ 。

$$V_d = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{10s + 1.25e^4}{s + 12.57} \end{bmatrix} \quad (13)$$

滤波器  $W_e$  设计为一阶,以产生低阶控制器。同时,在低频时具有高增益,以抑制跟踪误差。

$$W_e = \begin{bmatrix} \frac{3.82e^6(s + 251.3)}{3.82e^6s + 251.3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3.82e^6(s + 251.3)}{3.82e^6s + 251.3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{6.67e^7(s + 942.5)}{6.67e^7s + 942.5} \end{bmatrix} \quad (14)$$

图 7 模型与实验数据的对比图  
Fig. 7 Comparison chart of model and experimental data

滤波器  $\mathbf{W}_u$  被设计为一个对角线常数矩阵, 对角线上的值通过迭代调整, 以使生成的  $\gamma$  接近 1.

$$\mathbf{W}_u = \begin{bmatrix} 9e^{-10} & 0 & 0 \\ 0 & 9e^{-9} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{4e^{-6}s + 1.286e^{-18}}{s + 1257} \end{bmatrix} \quad (15)$$

最终, 合成控制器是一个 24 阶的传递函数矩阵.

### 3.3.2 MIMO 控制环路输出对阶跃冲激响应

提取  $H_\infty$  控制器数据, 包括时间向量、设定值、实际位置和力数据, 并减去初始值. 找到阶跃开始的索引, 调整索引位置后截断数据, 使时间从 0 s 开始; 提取最后 3 s 的数据作为稳态阶段, 进而计算稳态误差、波动范围以及波动强度(RMS). 采用相同方法计算 PID 控制的稳态性能. 其中程序设计的  $H_\infty$  延迟补偿量为 -50 ms, PID 延迟补偿量为 -79 ms, 反映了  $H_\infty$  动态响应更快, 阶跃检测更早触发.

实验绘制了 PID 与  $H_\infty$  在  $R_x$ 、 $R_y$ 、 $Z$  三个方向上的响应对比图, 包括动态响应和稳态波动, 其中蓝线代表 PID 控制器, 红线代表  $H_\infty$  控制器.

如图 8 所示, 在  $R_x$  轴上, 当阶跃响应刚施加时,  $H_\infty$  控制器相较于 PID 控制器的波动峰峰值更小, 且恢复稳定的时间更短.

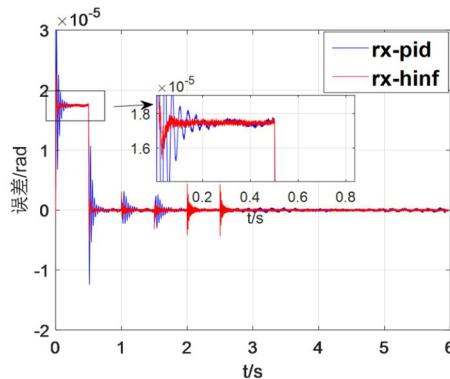


图 8  $R_x$  轴动态响应对比图

Fig. 8 Comparison chart of dynamic response on  $R_x$  axis

如图 9 所示, 在  $R_x$  轴稳态时,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器输出的平均值(mean)、峰峰值(peak)和波动强度(RMS),  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的平均值分别为  $2.58e-10$  rad 和  $1e-9$  rad,  $H_\infty$  控制器的平均值更小,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的峰峰值分别为  $6.64e-7$  rad 和  $9.25e-7$  rad,  $H_\infty$  控制器的峰峰值更小,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的波动强度分别为  $7.34e-8$  rad 和  $1.41e-7$  rad,  $H_\infty$  控

制器的波动强度更弱. 可见,  $H_\infty$  在  $R_x$  轴上的控制效果优于 PID 控制器.

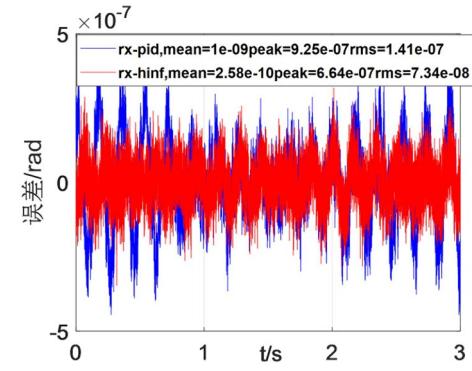


图 9  $R_x$  轴稳态波动对比图

Fig. 9 Comparison chart of  $R_x$  axis steady-state fluctuations

如图 10 所示, 在  $R_y$  轴上, 当阶跃响应刚施加时,  $H_\infty$  控制器相较于 PID 控制器的波动峰峰值更小且恢复稳定的时间更短.

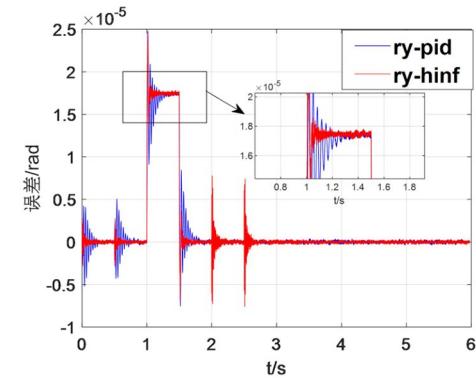


图 10  $R_y$  轴动态响应对比图

Fig. 10 Comparison chart of dynamic response of the  $R_y$  axis

如图 11 所示, 在  $R_y$  轴稳态时,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器输出的平均值、峰峰值和波动强度,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的平均值分别为  $3.3e-10$  rad 和  $1.36e-9$  rad,  $H_\infty$  控制器的平均值更小,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的峰峰值分别为  $6.76e-7$  rad 和  $7.39e-7$  rad,  $H_\infty$  控制器与 PID 控制器的波动强度分别为  $8.35e-8$  rad 和  $1.07e-7$  rad,  $H_\infty$  控

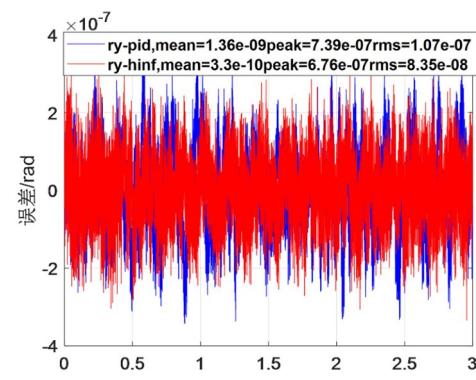


图 11  $R_y$  轴稳态波动对比图

Fig. 11 Comparison chart of steady-state fluctuations of the  $R_y$  axis

$7.39e-7$  rad,  $H_\infty$ 控制器的峰峰值更小,  $H_\infty$ 控制器与PID控制器的波动强度分别为 $8.35e-8$  rad和 $1.07e-7$  rad,  $H_\infty$ 控制器的波动强度更弱。可见,  $H_\infty$ 在 $R_y$ 轴上的控制效果优于PID控制器。

如图12所示,在Z轴上,当阶跃响应刚施加时,  $H_\infty$ 控制器相较于PID控制器的波动峰峰值略小, 恢复稳定的时间和PID在Z轴上相差不多。

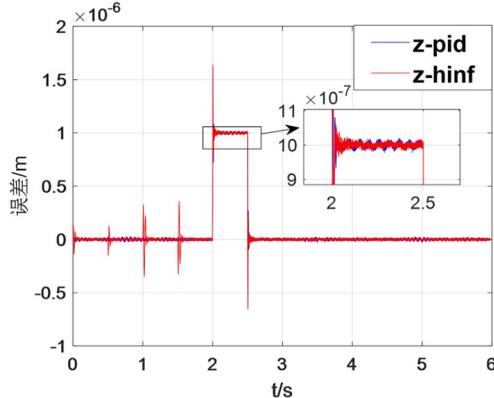


图12 Z轴动态响应对比图

Fig. 12 Dynamic response comparison chart of the  $Z$  axis

如图13所示,在Z轴稳态时,  $H_\infty$ 控制器与PID控制器输出的平均值、峰峰值和波动强度,  $H_\infty$ 控制器与PID控制器的平均值分别为 $-2.08e-11$  m和 $-8.82e-12$  m,  $H_\infty$ 控制器的平均值更小,  $H_\infty$ 控制器与PID控制器的峰峰值分别为 $4.2e-8$  m和 $5.03e-8$  m,  $H_\infty$ 控制器的峰峰值更小,  $H_\infty$ 控制器与PID控制器的波动强度分别为 $4.71e-9$  m和 $6.14e-9$  m,  $H_\infty$ 控制器的波动强度更弱。可见,  $H_\infty$ 在 $R_z$ 轴上的控制效果优于PID控制器。

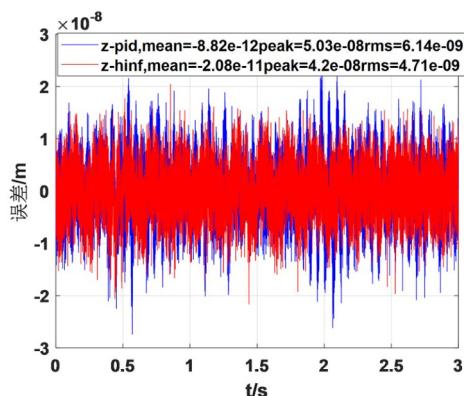


图13 Z轴稳态波动对比图

Fig. 13 Comparison chart of  $Z$  axis steady-state fluctuations

综上,通过实验对比  $H_\infty$ 控制与PID控制可知,  $H_\infty$ 控制器的动态响应在 $R_x$ 、 $R_y$ 轴明显优于PID控制器,在Z轴上两种控制器的动态响应相差不大。通过对比两者的平均值、峰峰值和波动强度

可见,  $H_\infty$ 控制器的稳态波动更小,控制稳定性更优。此外,本系统中  $H_\infty$ 控制器相较于PID控制器的抗扰动性能更优,故本系统采用  $H_\infty$ 控制器进行控制。

表1 对比实验响应数据  
Table 1 Response data of comparative experiments

控制方法	PID控制	$H_\infty$ 控制
$R_x$ (mean)/nrad	1	0.258
$R_x$ (peak) /nrad	925	664
$R_x$ (rms) /nrad	141	73.4
$R_y$ (mean)/nrad	1.36	0.33
$R_y$ (peak) /nrad	739	676
$R_y$ (rms) /nrad	107	83.5
$Z$ (mean)/nm	$-8.82e-3$	$-2.08e-2$
$Z$ (peak) /nm	50.3	42
$Z$ (rms) /nm	6.14	4.17

## 4 结论

在本文,通过引入  $H_\infty$ 控制方法,显著提升了ZTT运动台的控制稳定性,使系统在外部干扰时仍能保持鲁棒性能。主要工作如下:

首先,对三自由度实验系统进行了模型分析和参数辨识,然后,分别进行PID控制器和  $H_\infty$ 控制器的设计。最后,设计  $H_\infty$ 控制器参数,进而进行实验对比两种控制策略,通过对比两种控制策略可知:在本三自由度系统中,  $H_\infty$ 控制的动态响应略优于PID控制,且其稳态波动更小。在 $R_x$ 、 $R_y$ 和Z轴上,通过  $H_\infty$ 控制使其稳态波动峰峰值相较于PID控制分别小261 nrad、63 nrad和8.3 nm,因此更适合采用  $H_\infty$ 的控制策略。

本文研究了利用  $H_\infty$ 控制算法在多输入多输出非线性位移台运动控制中的应用,提出的模型辨识步骤可为复杂系统的模型辨识提供合理且明确的指引。本论文的研究过程可为更为复杂的控制系统设计提供参考,期待后续研究能为复杂控制系统的应用做出更多成果。

## 参考文献

- [1] NIKOOIENEJAD N, ALIPOUR A, MAROUFI M, et al. Video-rate non-raster AFM imaging with cycloid trajectory [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2020, 28(2): 436–447.

- [2] CHEN Z, LI C, YAO B, et al. Integrated coordinated/synchronized contouring control of a dual-linear-motor-driven gantry [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 67(5): 3944—3954.
- [3] 黄晓路. 基于音圈电机的精密运动平台设计与控制研究[D]. 宁波: 中国科学院大学(中国科学院宁波材料技术与工程研究所), 2022.
- HUANG X L. Research on design and control of precision motion stage based on voice coil actuator [D]. Ningbo: Ningbo Institute of Material Technology, Chinese Academy of Sciences, 2022. (in Chinese)
- [4] 吴聪懿, 徐云浪, 陈椿元, 等. 基于物理引导的 RBF 神经网络逆模型在 ZTT 运动平台前馈控制中的应用[J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(1): 78—85.
- WU C Y, XU Y L, CHEN C Y, et al. Physics guided RBF neural networks for inversion-based feedforward control applied to ZTT stage [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(1): 78—85. (in Chinese)
- [5] AIT RAMDANE N, RAHOUI A, BOUKAIS B, et al. Design and implementation of robust  $H_{\infty}$  control for improving disturbance rejection of grid-connected three-phase PWM rectifiers [J]. Energies, 2024, 17(9): 2166.
- [6] 张宇, 关晋瑞, 宋儒瑛. 一类耦合代数 Riccati 方程的解[J]. 宜春学院学报, 2024, 46(3): 9—12.
- ZHANG Y, GUAN J R, SONG R Y. The solution of a class of coupled algebraic Riccati equations [J]. Journal of Yichun University, 2024, 46(3): 9—12. (in Chinese)
- [7] 李虎山. 基于参数摄动的电液位置伺服系统  $H_{\infty}$  控制[D]. 太原: 太原科技大学, 2024.
- LI H S.  $H_{\infty}$  control of electro-hydraulic position servo system based on parameter perturbation [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Science and Technology, 2024. (in Chinese)
- [8] 徐放, 王天成. 不确定随机奇异时变时滞系统的鲁棒  $H_{\infty}$  控制[J]. 新疆大学学报(自然科学版中英文), 2024, 41(5): 542—549.
- XU F, WANG T C. Robust  $H_{\infty}$  control for uncertain stochastic singular systems with time-varying delays [J]. Journal of Xinjiang University (Natural Science Edition in Chinese and English), 2024, 41(5): 542—549. (in Chinese)
- [9] 张佳欣. 基于 Q 学习技术的无模型  $H_{\infty}$  无穷最优控制研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2024.
- ZHANG J X. Model-free  $H_{\infty}$  optimal control based on Q-learning technique [D]. Xi'an: Xidian University, 2024. (in Chinese)
- [10] 李卫强, 郝亚娟. 基于神经网络及重力补偿的机械臂位置控制[J]. 自动化应用, 2025(7): 1—5.
- LI W Q, HAO Y J. Position control of robotic arm based on neural network and gravity compensation [J]. Automation Application, 2025(7): 1—5. (in Chinese)
- [11] 赵子威. 三自由度垂向精密工作台滑模控制方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2021.
- ZHAO Z W. Research on sliding mode control method of vertical precision worktable with three degrees of freedom [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2021. (in Chinese)
- [12] 俞开程, 孙煜, 程文宝, 等. 精密主动减振平台多陷波滤波器设计方法研究[J]. 动力学与控制学报, 2025, 23(1): 41—48.
- YU K C, SUN Y, CHENG W B, et al. Notch filter addition for vibration isolation table flexibility suppression [J]. Journal of Dynamics and Control, 2025, 23(1): 41—48. (in Chinese)
- [13] GLOVER K.  $H_{\infty}$ -infinity control [M]//Encyclopedia of systems and control. Berlin Heidelberg: Springer, 2021: 896—902.
- [14] 肖日涛. 倒摆型三自由度隔振器的  $H_{\infty}$  控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2023.
- XIAO R T.  $H_{\infty}$  control study of inverted pendulum type 3DOF vibration isolators. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2023. (in Chinese)
- [15] 邱志成, 何成虎. 三耦合柔性梁振动的视觉检测与  $H_{\infty}$  控制[J]. 光学精密工程, 2022, 30(24): 3168—3177.
- QIU Z C, HE C H. Visual detection and  $H_{\infty}$  vibration control of three coupled flexible beams [J]. Optics and Precision Engineering, 2022, 30(24): 3168—3177. (in Chinese)