

调谐惯性质量阻尼器结构优化设计 及抗震性能研究

柴世宗^{1†} 蓝海涛²

(1. 中交特种工程有限公司, 武汉 430071)

(2. 中铁大桥局集团第四工程有限公司, 南京 210031)

摘要 惯性装置可以将线性运动转化为高速的转动, 从而放大系统的物理质量. 将传统的调谐质量阻尼器 (TMD) 与惯性装置结合, 便构成了调谐惯性质量阻尼器 (TMDI). 已有研究表明, TMDI 系统在控制结构振动响应方面具有一定的优势. 为充分发挥 TMDI 系统发挥的减振潜力, 本文针对谐波荷载激励下的单自由度 TMDI 系统, 提出了一种精确的优化参数设计公式. 为验证最优参数设计公式的有效性, 将其与传统 TMD 进行了对比分析. 结果表明: 单自由度结构受随机地震激励时, 采用本文提出的 TMDI 最优参数设计方法获得的参数能够有效地发挥 TMDI 的减振潜力. 传统 TMD 控制结构受到非平稳随机地震产生的振动响应时, 其减振效果并不理想, 而采用最优参数的 TMDI 系统则可能实现达到预期的减振目标.

关键词 调谐惯性质量阻尼器, 优化参数, 解析式, 谐波荷载, 地震

中图分类号: TU352.1

文献标志码: A

Structural Optimization Design and Seismic Performance Study of Tuned Inertial Mass Damper

Chai Shizong^{1†} Lan Haitao²

(1. CCCC Special Engineering Technology Co., Ltd., Wuhan 430071, China)

(2. The Fourth Engineering Co., Ltd., China Railway Bridge Group, Nanjing 210031, China)

Abstract Inertial devices can convert linear motion into high-speed rotation to amplify the physical mass of the system. Combining a conventional tuned mass damper (TMD) with an inertial device results in a tuned inertial mass damper (TMDI). Previous studies by many scholars have shown that the TMDI system has certain advantages in controlling the vibration response of structures. In order to make the TMDI system fully exploit its vibration reduction potential, this paper proposes an accurate optimal parameter design formula for the single-degree-of-freedom TMDI system under harmonic load excitation. In order to verify the effectiveness of the optimal parameter design formula, a comparative study with the traditional TMD was also carried out. The results show that when a single-degree-of-freedom structure is subjected to random seismic excitation, the parameters obtained by the TMDI optimal parameter design method proposed in this paper can effectively realize the vibration reduction potential of TMDI. When the traditional TMD is used to control the vibration response of structures under non-stationary random seismic excitation, its vibration reduction effect is not ideal, but after the TMDI system is set with the optimal parameters, it can achieve the expected vibration reduction performance.

Key words TMDI, optimization parameters, analytical formula, harmonic load, earthquake

引言

在受外荷载激励的结构上附加一个自由振动质量块,来抑制主结构的振动响应.这是结构动力学领域的一个被动控制策略. Frahm^[1]引入了线性弹簧质量,以抑制在谐荷载激励下主结构系统的振动响应.随后, Ormondroyd 和 Den Hartog^[2]利用平行于线性弹簧附加一个黏性阻尼器的方法,增加了上述减振器受谐荷载激励时的有效性.此外, Den Hartog^[3]给出了调谐质量阻尼器(TMD)系统最优参数设计公式,以调整调谐质量阻尼器的质量、阻尼和刚度值,从而使谐荷载激励下的无阻尼单自由度(SDOF)主结构的位移峰值最小.之后 TMD 被广泛应用于土木工程领域.尤其是在地震工程应用方面,大量的学者致力于研究如何使用传统 TMD 来降低随机地震激励下的结构振动响应.近年来部分学者还采用了不同的策略来增强传统 TMD 的减振性能^[4],有采用多个 TMD 来抑制结构振动的,还有将非线性黏性阻尼器与传统 TMD 相结合的^[5].与传统的 TMD 相比,这些方法确实可以增强减振性能.但是最优参数的设计却是一项具有挑战性的任务.此外,相关文献的分析结果表明:TMD 可以通过增加附着质量来提高其减振性能^[6].

近年来,一种被称为惯性器的新装置被开发出来,并用于控制工程结构的振动.这种装置最早是在 2000 年由 Smith^[7]提出来的.该装置可以将线性运动转换为高速的转动来达到放大系统质量的目的,因此它可以产生高于它的物理质量两个数量级的惯性力^[8]. Wang 等^[9]随后将惯性装置引入土木工程结构的振动控制中. Wen 等^[10]进一步比较和讨论了调谐惯性质量阻尼器(TMDI)和调谐惯性阻尼器(TID)等装置在降低结构地震振动方面的性能. Domenico 和 Ricciardi^[11]研究了基础隔震结构隔震层下方设置 TMDI,以提高抗震能力减小结构位移.他认为 TMDI 更高的鲁棒性降低了其对调谐频率和地震频率的敏感性,TMDI 特别适用于非线性基础独立结构.徐坤^[12]采用 TMDI 来消减大跨度桥梁在涡激振动下产生的振动响应,TMDI 控制效果出色.路畅等^[13]将 TMDI 应用于超高层建筑对横向风致振动控制.苏定等^[14]将其应用于高耸烟囱结构用于控制风振.封周权等^[15]提出

了一种适用于桥梁颤振控制的 TMDI 布置形式,并分析了 TMDI 在桥梁颤振控制方面的有效性.柴世宗等^[16]探索出一种新型的 TMDI 的布置方式,来实现桥梁受地震荷载作用时的纵向振动控制. Pietrosanti^[17]比较了以位移方差最小化、加速度方差最小化,以及阻尼器消耗能量与总输入能量之比最大化为目标函数的三种参数设计方法,旨在探究当采用不同设计方法时,TMDI 的优化参数会如何变化. TMDI 还被应用于电缆的振动控制^[18]、近海半潜式平台的波浪引起的振动^[19]和高层建筑风致振动控制^[20].这些学者基于不同的优化准则,采用了数值搜索算法对特定结构中的 TMDI 系统进行了优化,使 TMDI 的控制效果达到最优. Lazar 等^[21]将惯性装置与阻尼和刚度元件结合起来,形成一个调谐惯性阻尼器(TID),并将其安装在建筑物相邻楼层之间,用于控制地震引起的振动.他还基于 Den Hartog 的调谐策略对产生正弦基底位移的结构进行研究,得出了一系列的调谐准则最终确定了 TID 系统的最优参数. Ikago^[22]提出了一种调谐黏滞质量阻尼器(TVMD)系统来减轻结构物的地震振动,同时他还推导了 SDOF 系统在谐波地面激励下,TVMD 最优参数设计公式. Marian 和 Ciaralis^[23]推导了无阻尼单自由度结构在白噪声激励下,使结构位移方差最小的 TMDI 参数的解析表达式.在设计 TMD 和 TVMD 等减震器的不同方法中不动点理论是最常见的方法之一,即在减振装置质量给定的情况下,通过使荷载激励下无阻尼单自由度结构的位移最小来调整弹簧和阻尼器的参数.

本文的新颖之处在于:提出并采用不动点理论来推导 TMDI 的最优参数设计公式,以及在频率内研究结构受随机地震激励时的最优 TMDI 参数的有效性.为了验证之前许多学者提出的 TMDI 减振性能优于 TMD 这一结论,本文还与 TMD 的减振效果进行了比较.为了评估本文参数设计公式的适用性和可靠性还与文献[23]中 Marian 给出的白噪声激励下 TMDI 的参数优化方法进行了对比.本文的安排如下:第一、二节介绍了单自由度结构设置 TMDI 系统后,在谐荷载激励下的运动方程,推导出了以主结构位移最小为目标的最优 TMDI 参数的解析表达式.第三节提供了数值分析结果,分析了 TMDI 最优参数的特性,介绍了采用

本文提出的优化方法获得的 TMDI 最优参数对于控制结构受平稳随机地震激励和非平稳随机地震激励时的减振效果,并与 Marian 提出的优化方法进行了对比.第四节总结了当前工作的主要发现.

1 分析模型

单自由度结构-TMDI 系统的力学分析模型如图 1 所示.质量块 m_1 通过线性刚度 k_1 和阻尼器 c_1 与地面相连.质量块 m_2 通过线性刚度 k_2 和阻尼器 c_2 与质量块 m_1 相连.为最大程度地利用惯性装置的质量放大效应,传统调谐质量阻尼器 TMD 的质量块 m_2 通过惯性装置与地面相连^[23].到目前为止,研究者们提出的多种惯性装置如:齿轮齿条式^[24]、滚珠丝杠式^[25]和液压式^[26],在工程实践中得到了广泛应用. b 为惯性装置的质量参数.假设惯性装置、阻尼器和弹簧的物理质量与质量块 m_1 和质量块 m_2 相比可以忽略不计,此时图 1 所示的两自由度系统的运动方程如(1)、(2)所示.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 - c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2 (x_2 - x_1) &= F \\ (b + m_2) \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

假定谐波荷载 $F = F_0 e^{i\omega t}$, F_0 为激振力幅值、 ω 为荷载频率、 t 为荷载作用时间; x_1 为主结构质量块 m_1 的水平位移; x_2 为 TMDI 的质量块 m_2 的水平位移.

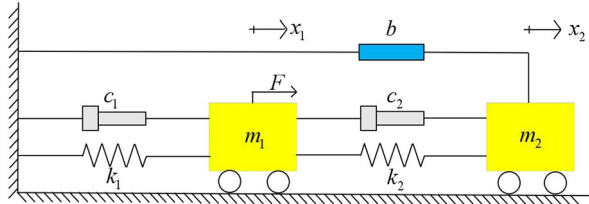


图 1 单自由度结构-TMDI 系统受谐波荷载激励示意图
Fig. 1 Single-degree-of-freedom (SDOF) primary system equipped with a tuned mass damper inerter (TMDI) system excited by harmonic loads

$$X_1 = \frac{F_0 [-\omega^2 (b + m_2) + i\omega c_2 + k_2]}{[-\omega^2 m_1 + i\omega c_2 + (k_1 + k_2)] [-\omega^2 (b + m_2) + i\omega c_2 + k_2] - (i\omega c_2 + k_2)^2} \quad (11)$$

2 TMDI 系统的优化设计

TMDI 参数的选取对其控制效果有决定性的影

将式(1)、(2)写成矩阵的形式:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & b + m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} e^{i\omega t} \quad (3)$$

设方程的两个解分别为:

$$x_1 = X_1 e^{i\omega t}; \quad x_2 = X_2 e^{i\omega t}$$

把这两个解及其导数代入式(3)可得:

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & b + m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

式(4)可用矩阵符号简写为:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C}) \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (5)$$

将式(5)中 $\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C}$ 各项和定义为系统的阻抗矩阵并以 $\mathbf{Z}(\omega)$ 标记:

$$\mathbf{Z}(\omega) = \mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} \quad (6)$$

其中: $\mathbf{Z}(\omega)$ 的各元素与 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 中的各个元素相对应:

$$Z_{ij} = k_{ij} - \omega^2 m_{ij} + i\omega c_{ij} \quad (7)$$

方程(5)前乘 $\mathbf{Z}(\omega)^{-1}$, 可得:

$$\mathbf{X} = \mathbf{Z}(\omega)^{-1} \mathbf{F} \quad (8)$$

对于此系统而言:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}(\omega)^{-1} &= \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{Z}(\omega)|} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}} \begin{bmatrix} Z_{22} & -Z_{12} \\ -Z_{21} & Z_{11} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

把上述关系代入式(9), 并对 X_1 展开可得:

$$X_1 = \frac{Z_{22} F_0}{Z_{11} Z_{22} - Z_{12} Z_{21}} \quad (10)$$

因为在实践中由低阻尼引起的误差可以忽略不计, 所以可令主结构的阻尼 $c_1 = 0$. 此时 X_1 为:

响, 本文提出了不考虑主结构阻尼的 TMDI 最优参数的设计方法. 为了计算简便, 采用复数运算规则得到复振幅 X_1 的模即主结构强迫振动的实振幅:

$$\bar{X}_1 = \frac{F_0 \sqrt{\omega^2 c_2^2 + [k_2 - \omega^2 (b + m_2)]^2}}{\sqrt{\{(k_1 - m_1 \omega^2)[k_2 - (m_2 + b) \omega^2] - k_2 \omega^2 (b + m_2)\}^2 + c_2^2 \omega^2 [k_1 - m_1 \omega^2 - (m_2 + b) \omega^2]^2}} \quad (12)$$

为了评价安装 TMDI 前后的减振效果,采用减振后主结构的振幅 $\bar{X}_1$ 与主结构在激振力幅值 F_0 作用下产生的静位移 δ_{st} 之比 $|R|$ 来研究减震器的控制效果。

为将式(12)化成无量纲的形式,在此引入以下几个变量: $\delta_{st} = F_0/k_1$; $\mu = m_2/m_1$; $\beta = b/m_1$;

$$|R|^2 = \left| \frac{\bar{X}_1}{\delta_{st}} \right|^2 = \frac{4\zeta_2^2 \lambda^2 \alpha^2 + \left[\alpha^2 - \lambda^2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) \right]^2}{\left\{ (1-\lambda^2) \left[\alpha^2 - \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) \lambda^2 \right] - \alpha^2 \lambda^2 (\mu + \beta) \right\}^2 + 4\zeta_2^2 \lambda^2 \alpha^2 [1 - \lambda^2 - (\mu + \beta) \lambda^2]^2} \quad (13)$$

由图 2 可知:不论 TMDI 的阻尼比 ξ_2 取何值,图中 4 条曲线总存在 2 个共同的交点 P 、 Q 其证明过程如下:首先将式(13)改写成如下形式:

$$|R|^2 = \frac{A\zeta_2^2 + B}{C\zeta_2^2 + D} \quad (14)$$

上式中各系数的表达式为:

$$A = 4\lambda^2 \alpha^2; B = \left[\alpha^2 - \lambda^2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) \right]^2;$$

$$C = 4\alpha^2 \lambda^2 [1 - \lambda^2 - (\beta + \mu) \lambda^2]^2;$$

$$D = \left\{ (1-\lambda^2) \left[\alpha^2 - \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) \lambda^2 \right] - \alpha^2 \lambda^2 (\mu + \beta) \right\}^2$$

显然, $|R|^2$ 与 ζ_2 无关的条件为:

$$\frac{A}{C} = \frac{B}{D} \quad (15)$$

将 A 、 B 、 C 、 D 代入式(15)中,整理之后可以确定公共交点 P 、 Q 的横坐标, λ_P 、 λ_Q 其横坐标的方程式为:

$$\lambda^4 - \frac{2 \left[\left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + \alpha^2 (\beta + \mu) + \alpha^2 \right]}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} \lambda^2 + \frac{2\alpha^2}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} = 0 \quad (16)$$

对于形如 $a\lambda^4 + b\lambda^2 + c = 0$ 的一元二次方程,由于其根的判别式满足式(17):

$$b^2 - 4ac = \left\{ -\frac{2 \left[\left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + \alpha^2 (\beta + \mu) + \alpha^2 \right]^2}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} \right\}^2 - \frac{8\alpha^2}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} > 0 \quad (17)$$

所以式(16)必有两个正实根 λ_P^2 、 λ_Q^2 , 相应的,图 2 中的动力放大系数曲线也存在两个共同的交点 P 、

$\omega_1 = \sqrt{k_1/m_1}$; $\omega_2 = \sqrt{k_2/m_2}$; $\zeta_2 = c_2/(2\sqrt{k_2 m_2}) = c_2/(2m_2 \omega_2)$; $\lambda = \omega/\omega_1$; $\alpha = \omega_2/\omega_1$. 其中, ω_1 为主结构的自振频率, ω_2 为 TMDI 阻尼器的自振频率, ζ_2 为 TMDI 阻尼器的阻尼比。

将上述变量代入式(12)可得:

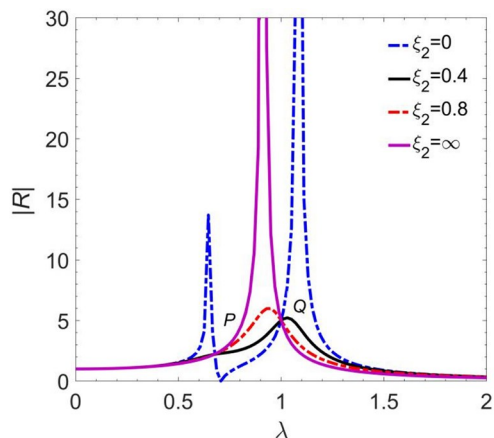


图 2 质量比 $\mu=0.1$ 、 $\beta=0.1$ 、频率比 $\alpha=1.0$, TMDI 的阻尼比 ξ_2 取不同值时 $|R|$ 的变化图

Fig. 2 Displacement response amplitude $|R|$ of undamped support excited TMDI equipped SDOF structure with mass ratio $\mu=0.1$, inertance ratio $\beta=0.1$, frequency ratio $\alpha=1.0$, and for various TMDI damping ratios ξ_2

Q. 另外,由韦达定理可知方程的两根之和为:

$$\lambda_P^2 + \lambda_Q^2 = \frac{2 \left[\left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + \alpha^2 (\beta + \mu) + \alpha^2 \right]}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} \quad (18)$$

又由于 $\zeta_2 \rightarrow +\infty$ 时,动力放大系数曲线也通过公共交点 P 、 Q 两点,因此可令式(14)中的 $\zeta_2 \rightarrow +\infty$ 由此可得 $|R|$:

$$|R| = \sqrt{\frac{A}{C}} = \frac{1}{1 - \lambda^2 - (\beta + \mu) \lambda^2} \quad (19)$$

对于任意的频率比 α ,图 2 中曲线公共点的纵坐标是不相等的. 如果改变 α 值,则会出现一个公共交点升高一个公共交点降低的情况. 只有当 α 取特定的值时,两个交点的纵坐标值才相等. 此时,如果再调整阻尼比 ζ_2 ,使动力放大系数曲线的一个峰值点与公共交点 P 或 Q 重合,则动力放大系数将取得最小值。

综上所述,可将公共交点的动力放大系数相等作为减振系统参数优化的第一个条件;将一个峰值点与公共交点 P 、 Q 重合作为第二个优化条件,从而得到最佳的减振参数。

为满足第一个条件,可令公共交点的动力放大系数相等:

$$|R|_{(\lambda_P, +\infty)} = |R|_{(\lambda_Q, +\infty)} \quad (20)$$

即:

$$\frac{1}{1 - \lambda_P^2 - (\beta + \mu)\lambda_P^2} = \frac{-1}{1 - \lambda_Q^2 - (\beta + \mu)\lambda_Q^2} \quad (21)$$

应当注意的是,因为 $\lambda_P < 1$ 且 $\lambda_Q > 1$ 动力放大系数的值总大于 0,所以上式右侧需要引入负号。根据式(21)可得:

$$\lambda_P^2 + \lambda_Q^2 = \frac{2}{1 + \beta + \mu} \quad (22)$$

$$\zeta_{\text{opt}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\frac{(\mu + \beta)[\mu + \beta - 1 + 3(1 + \mu + \beta)^2 - 2(1 + \mu + \beta)^3]}{\mu(1 + \mu + \beta)(2 + \mu + \beta)}} + \sqrt{\frac{(\mu + \beta)^4[1 + 2(1 + \mu + \beta)][4 + (1 + \mu + \beta)[5 + 2(1 + \mu + \beta)]]}{\mu^2(1 + \mu + \beta)(2 + \mu + \beta)^2}} \quad (25)$$

3 数值分析

Salvi^[27] 提出 Den Hartog 基于不动点理论推导出的无阻尼单自由度结构在谐荷载激励下 TMD 的最优参数设计值,对于受地震激励的单自由度结构具有较好的控制效果。因此为了验证受地震荷载激励时本文提出的 TMDI 最优参数设计方法的适用性和可靠性,本节研究了平稳随机地震和非平稳随机地震作用下单自由度结构设置 TMDI 后的减振效果。取单自由度结构的质量、刚度、自振圆频率、阻尼比分别为: $m_1 = 1 \text{ kg}$ 、 $k_1 = 1 \text{ N/m}$ 、 $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$ 、 $\zeta_1 = 0.01$ 。

3.1 最优的 TMDI 参数

与传统的 TMD 系统相似,为了让图 2 所示的单自由度结构的振幅最小,采用本文所推导的公式对参数 ω_2 和 ζ_2 进行优化。对于不同的质量比 μ 和参数 β ,TMDI 系统的最优值 ζ_2 和 ω_2 分别如图 3、图 4 所示。值得注意的是,TMDI 系统与传统的 TMD 系统具有不同的特点。随着质量比 μ 的增大,TMDI 系统的最优阻尼比 ζ_2 减小,同样地最优频率 ω_2 也减小。但是传统的 TMD 系统的最优频率随质量比 μ 的增大而减小,最优阻尼比随着质量比 μ 的增大而增大。此外,传统的 TMD 系统的最

联立式(18)和式(22):

$$\frac{2}{1 + \beta + \mu} = \frac{2 \left[\left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + \alpha^2 (\beta + \mu) + \alpha^2 \right]}{2 \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right) + (\beta + \mu) \left(\frac{\beta}{\mu} + 1 \right)} \quad (23)$$

由式(23)推得的 TMDI 最优频率比 α_{opt} :

$$\alpha_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{\beta + \mu}{\mu(\beta + \mu + 1)^2}} \quad (24)$$

利用第二个参数优化条件可推导 TMDI 最优阻尼比 ζ_{opt} 。将式(24)代入式(13),然后让动力放大系数 $|R|$ 对频率比 λ 求偏导,并且令 $\lambda = \lambda_P$ 与 $\lambda = \lambda_Q$ 处的导数为 0,此时意味着公共点和峰值点重合。由此得到最优阻尼比 ζ_{opt} 的解析式为:

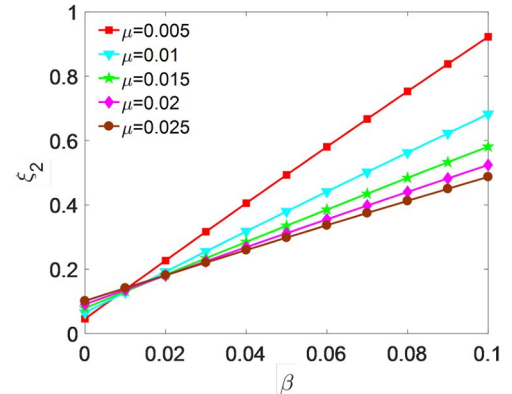


图3 质量比 μ 和 β 对 TMDI 最优阻尼比的影响
Fig. 3 The effect of mass ratio μ and β on the optimal damping ratio of TMDI

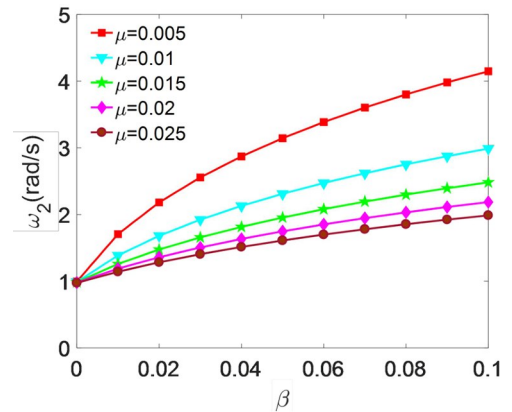


图4 质量比 μ 和 β 对 TMDI 最优频率的影响
Fig. 4 The effect of mass ratio μ and β on the optimal frequency of TMDI

优频率值与结构的自振频率值相接近,而本文得到

的 TMDI 系统的最优自振圆频率 ω_2 远远大于结构的自振圆频率 ω_1 。例如,当质量比 $\mu=0.005$ 、 $\beta=0.05$ 时,利用本文提出的优化公式得到的 TMDI 减振器最优阻尼比和自振圆频率分别为 $\zeta_2=0.493\ 146$ 、 $\omega_2=3.1437\ \text{rad/s}$ 。已知主结构的自振圆频率 $\omega_1=1\ \text{rad/s}$,显然 ω_2 远大于 ω_1 。之前许多学者得到的最优 TMDI 频率值也具有类似的特点^[26,23]。另外,当质量比 μ 取定值时,随着参数 β 的增大 TMDI 系统的最优频率值与最优阻尼比值都增大。这说明 TMD 系统增加了惯性装置之后,在一定程度上增加了 TMD 的附着质量。

3.2 平稳随机地震激励下 TMDI 系统减振性能分析

为了研究单自由度结构-TMDI 系统受平稳随机地震激励时,采用本文提出的优化方法获得的参数能否使减振系统 TMDI 发挥最佳的减振性能。首先,建立体系的运动方程,并采用虚拟激励法得出主结构在频域内的位移响应 $|\bar{X}(\omega)|$ 以及位移响应功率谱 $|\bar{S}(\omega)|$ 。然后,利用本文提出的 TMDI 最优参数公式求出,当质量比 $\mu=0.005$ 、 $\beta=0.05$ 时,TMDI 减振器最优阻尼比 $\zeta_2=0.493\ 146$ 和自振圆频率 $\omega_2=3.1437\ \text{rad/s}$,并进行主结构的频域响应分析。在分析单自由度结构-TMDI 系统受平稳随机地震激励频域内的响应时,采用文献[28]提到的功率谱模型,该模型表达式如下所示:

$$S_{x_g}(\omega) = \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_g^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} S_0$$

式中,参数的取值参考文献[29],取场地的卓越圆频率 $\omega_g=15.46\ \text{rad/s}$ 、土层的阻尼比 $\zeta_g=0.623$ 、 $S_0=1.414 \times 10^{-4}\ \text{m}^2/\text{s}^3$ 。为了有效地进行对比分析,将 TMDI 系统和 TMD 系统的质量比 μ 均设置为定值 0.005,TMDI 系统的参数 β 取为 0,即 $\beta=b=0$,此时 TMDI 系统退化为 TMD 系统。图 5 为平稳随机地震激励下主结构的位移响应比较图,图 6 为平稳随机地震激励下主结构的位移响应功率谱比较图。如图 5、图 6 所示,不设置减振装置时,主结构的响应有一个峰值存在,这个峰值刚好与结构的自振频率相对应;设置 TMD 系统之后,取 TMD 系统质量比 $\mu=0.005$ 时,采用 Denavit-Hartenberg(DH)优化法得出最优的自振圆频率和阻尼比,其减振效果如图 5、图 6 绿色虚线部分所示。正如图中所示,主结构的位移响应和位移响应

的功率谱均有所下降。在质量比 μ 不变的情况下,取 TMDI 系统参数 $\beta=0.05$,此时惯性装置的介入让 TMD 的减振性能有了大幅度的提升。正如图中红色实线部分所示,惯性装置的介入可以将 TMD 系统控制下的结构位移峰值响应下降 62.7%,将结构的位移响应功率谱峰值下降 86.7%。

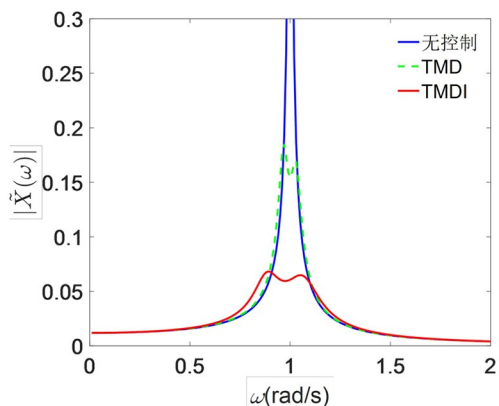


图 5 平稳随机地震激励下主结构的位移响应

Fig. 5 Displacement response of main structure under stationary random seismic excitation

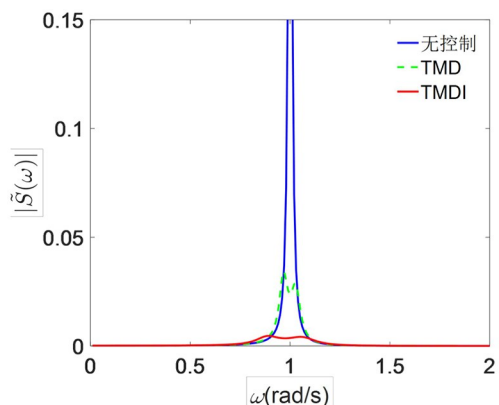


图 6 平稳随机地震激励下主结构响应的功率谱

Fig. 6 Power spectral density of main structure response under stationary random seismic excitation

3.3 非平稳随机地震激励下 TMDI 系统的减振性能分析

地面运动是非平稳的随机过程。地震的非平稳性对结构的响应有一定的影响,许多学者在这方面做了研究^[30,31]。为了研究本文提出的 TMDI 参数优化公式对于控制结构受非平稳随机地震时,TMDI 系统是否能更好地发挥其减振性能。首先,建立单自由度结构-TMDI 系统的运动方程,并采用虚拟激励法得出结构位移响应的时变功率谱 $|\bar{S}(\omega, t)|$ 以及结构位移响应均方值。然后,利用本文提出的 TMDI 最优参数公式求出质量比 $\mu=0.005$ 、 $\beta=0.05$ 时最优频率值与最优阻尼比值。在

对单自由度结构-TMDI 体系受非平稳随机地震激励的结构响应进行分析时,采用文献[29]中的场地卓越圆频率 $\omega_g=15.46\text{ rad/s}$ 、土层的阻尼比 $\zeta_g=0.623$ 、 $S_0=1.414\times 10^{-4}\text{ m}^2/\text{s}^3$,以及调制函数:

$$g(t)=\begin{cases}0.0 & t<0 \\ 2.5974(e^{-0.2t}-e^{-0.6t}) & t\geq 0\end{cases}$$

(26)

图 7~9 分别是无控制、TMD 控制、TMDI 控制时的结构位移响应时变功率谱. 图 7、图 8 的结构位移响应时变功率谱很接近,对比图 8 与图 9 可以发现当惯性装置介入工作后主结构的位移响应时变功率谱明显有所减小. 为了更好地说明这一现象,取 $t=19\text{ s}$ (即时变功率谱最大时刻的功率谱进行分析),如图 10 所示在质量比 μ 取 0.005 时使用 TMD 系统来控制主结构的位移响应功率谱时减振效果并不理想. 但是设置参数 $\beta=0.05$ 时即安装惯性装置之后,结构的位移响应功率谱峰值减少了 26.8%. 此外,在考虑随机地震非平稳的特性时,通常还会对结构响应的均方值进行分析. 因此图 11

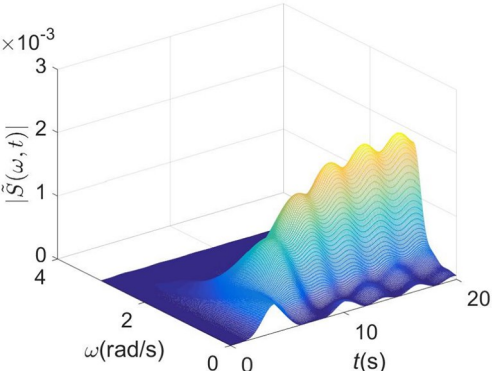


图 7 非平稳随机地震激励下无控制时主结构位移响应的功率谱
Fig. 7 The power spectral density of the main structure displacement response without control under non-stationary random seismic excitation

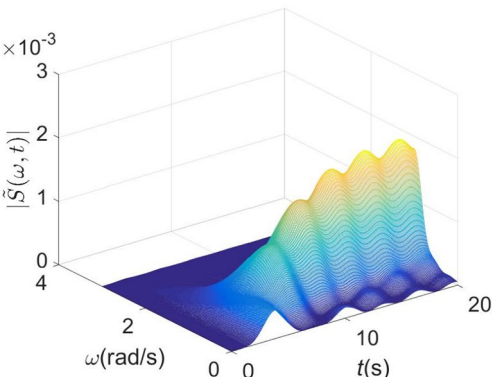


图 8 非平稳随机地震激励下 TMD 控制时主结构位移响应的功率谱
Fig. 8 The power spectral density of the main structure displacement response under TMD control under non-stationary random seismic excitation

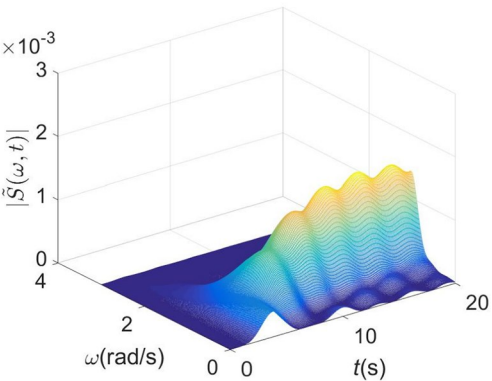


图 9 非平稳随机地震激励下 TMDI 控制时主结构位移响应的功率谱
Fig. 9 The power spectral density of the main structure displacement response under TMDI control under non-stationary random seismic excitation

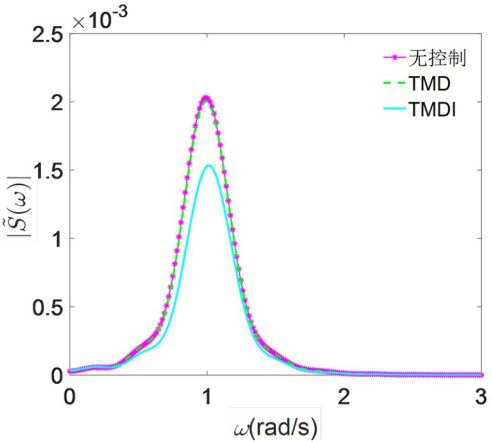


图 10 $t=19\text{ s}$ 时结构的 TMDI 与 TMD 阻尼器频域内的减振性能比较
Fig. 10 Comparison of damping performance in frequency domain between TMDI and TMD dampers of the structure at $t=19\text{ s}$

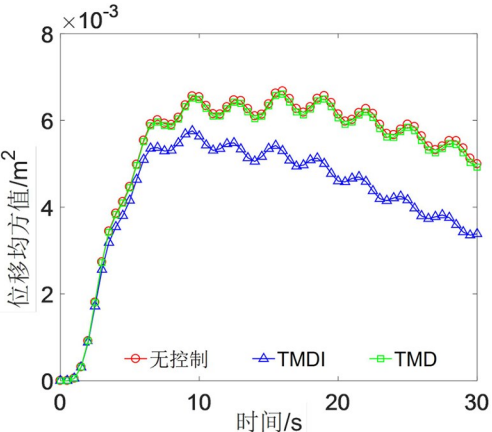


图 11 非平稳地震激励下主结构的位移响应均方值
Fig. 11 Mean square value of displacement response of main structure under non-stationary random seismic excitation

对比了无控制、TMDI 控制、TMD 控制时,结构位移响应均方值随时间的变化关系. 从图 11 可以看出,考虑地震激励的非平稳特性后,TMD 的减振效果并不理想,而增加惯性器后,结构的位移响应均方值下降明显.

3.4 优化结果对比分析

优化的目的是获得整个频率范围内主结构的最小相对位移.如图 12~14 所示,实线部分为本文公式得出的最优参数的调谐结果,该公式针对谐波荷载激励,以单自由度结构位移最小为目标推导得出.虚线部分为文献[23]中 Marian 解析表达式得出的最优参数的调谐结果,该表达式针对白噪声激励下无阻尼单自由度结构的位移方差最小化问题给出.为了让两种优化方法的比较更具有说服力,本节分别研究了 TMDI 的参数 μ 取 0.005、 β 取 0.05 时,主结构在平稳随机地震和非平稳随机地震作用下的功率谱与位移响应均方值.

图 12 为平稳随机地震激励下采用两种不同的优化方法得到的主结构功率谱,经过对比后发现本文提出的优化方法用来控制结构的峰值响应时 TMDI 的控制效果更好.

图 13 为主结构在非平稳随机地震作用下功率谱最大时刻 $t=19\text{ s}$,采用两种优化方法时主结构功率谱对比图.正如图 13 所示,当 TMDI 采用本文最优参数时结构的功率谱相对于 Marian 优化参数得到的功率谱峰值有所减小.

图 14 为主结构在非平稳随机地震作用下的位移响应均方值.在控制主结构的位移响应均方值时,采用本文提出的优化方法获得的 TMDI 参数值相比于 Marian 优化法得到的参数值控制效果更好.因此,本文提出的以主结构在谐波荷载作用下位移响应最小为目标的 TMDI 优化方法具有一定的适应性和可靠性.且基于此方法得到的 TMDI 最优参数公式对以后的研究具有一定的参考价值.

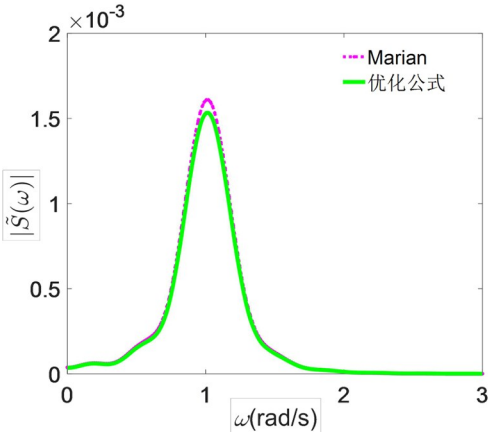


图 13 $t=19\text{ s}$ 时主结构的功率谱对比
Fig. 13 Comparison of power spectrum of main structure at $t=19\text{ s}$

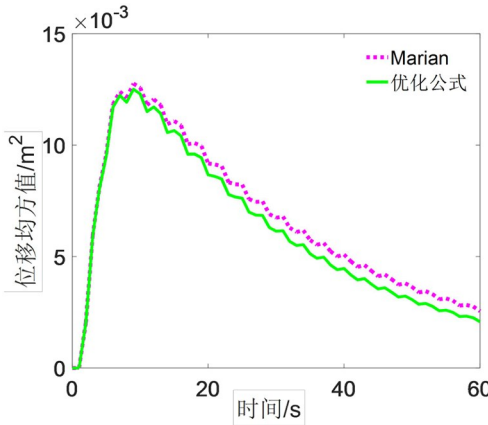


图 14 主结构位移均方值对比
Fig. 14 Comparison of mean square displacement of main structure

4 结论

本文建议使用 TMDI 系统来控制结构的振动响应,得出了单自由度结构—TMDI 系统的运动方程.以结构的位移响应最小为目的推导出了 TMDI 系统的最佳参数设计公式,并评估了 TMDI 系统对于抑制结构受随机地震激励时的有效性.根据分析得出以下结论:

(1)随着质量比 μ 的增大,TMDI 系统的最优阻尼比 ζ_2 减小,同样地,最优频率 ω_2 也减小.但是传统的 TMD 系统的最优频率随质量比 μ 的增大而减小,最优阻尼比随着质量比 μ 的增大而增大.

(2)本文推导出了使单自由度结构位移响应最小的 TMDI 最优设计参数公式,并采用该方法获得的 TMDI 最优频率 ω_2 和最优阻尼比 ζ_2 来控制随机地震激励下的结构振动响应.数值结果表明:在质量比 μ 相同的情况下采用本文提出的优化方法后 TMDI 能发挥更好的减振作用,尤其是在抑

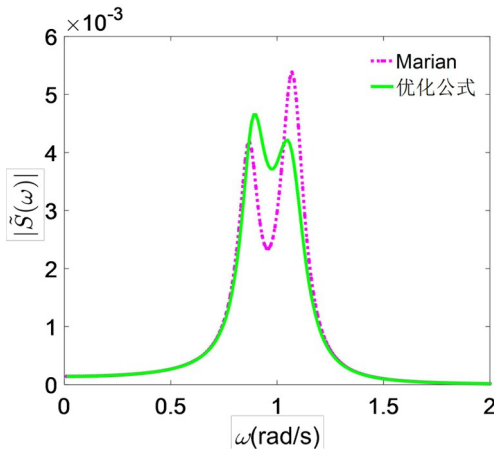


图 12 平稳地震激励下主结构的功率谱对比
Fig. 12 Comparison of power spectrum of main structure under stationary random earthquake excitation

制非平稳随机地震作用下结构产生的振动响应时, TMDI 控制效果更加出色。

(3)以谐荷载激励下主结构位移响应最小为目标推导出的 TMDI 最优参数设计方法,对于寻求适用于 TMDI 工程设计的快速简捷的优化方法具有实际意义。

参考文献

- [1] FRAHM H. Device for damping vibrations of bodies; US 989958 [P]. 1911-04-18.
- [2] ORMONDROYD J, DEN HARTOG J P. The theory of the dynamic vibration absorber [J]. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, 1928, 49/50(2): 021007.
- [3] DEN HARTOG J P. Mechanical vibrations [M]. 4th ed. New York: McGraw-Hill, 1956.
- [4] HOANG N, WARNITCHAI P. Design of multiple tuned mass dampers by using a numerical optimizer [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2005, 34(2): 125—144.
- [5] R DINGER F. Optimal vibration absorber with nonlinear viscous power law damping and white noise excitation [J]. Journal of Engineering Mechanics, 2006, 132(1): 46—53.
- [6] DE ANGELIS M, PERNO S, REGGIO A. Dynamic response and optimal design of structures with large mass ratio TMD [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2012, 41(1): 41—60.
- [7] SMITH M C. Synthesis of mechanical networks; the inerter [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(10): 1648—1662.
- [8] PAPAGEORGIOU C, SMITH M C. Laboratory experimental testing of inerters [C]//Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. New York: IEEE, 2005: 3351—3356.
- [9] WANG F C, HONG M F, CHEN C W. Building suspensions with inerters [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2010, 224(8): 1605—1616.
- [10] WEN Y K, CHEN Z Q, HUA X G. Design and evaluation of tuned inerter-based dampers for the seismic control of MDOF structures [J]. Journal of Structural Engineering, 2017, 143(4): 04016207.
- [11] DE DOMENICO D, RICCIARDI G. Optimal design and seismic performance of tuned mass damper inerter (TMDI) for structures with nonlinear base isolation systems [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2018, 47(12): 2539—2560.
- [12] XU K, BI K M, HAN Q, et al. Using tuned mass damper inerter to mitigate vortex-induced vibration of long-span bridges; Analytical study [J]. Engineering Structures, 2019, 182: 101—111.
- [13] 路畅, 李春祥, 曹黎媛. 基于拓扑布置的超高层建筑 TTMDI 风致振动控制[J]. 振动与冲击, 2022, 41(9): 244—252, 275.
- LU C, LI C X, CAO L Y. Wind-induced vibration control of super high-rise building TTMDI system based on topological layout [J]. Journal of Vibration and Shock, 2022, 41(9): 244—252, 275. (in Chinese)
- [14] 苏宁, 彭士涛, 洪宁宁. 高耸烟囱结构调谐质量惯容阻尼器(TMDI)风振控制方法及效果研究[J]. 工程力学, 2022, 39(11): 143—156.
- SU N, PENG S T, HONG N N. The wind-induced vibration control of high-rise chimneys by a tuned mass damper inerter(TMDI) [J]. Engineering Mechanics, 2022, 39(11): 143—156. (in Chinese)
- [15] 封周权, 吴强强, 陈智, 等. 基于 TMDI 的大跨度桥梁颤振控制理论研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2023, 50(11): 45—52.
- FENG Z Q, WU Q Q, CHEN Z, et al. Flutter control for long-span bridges with TMDI; a theoretical study [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2023, 50(11): 45—52. (in Chinese)
- [16] 柴世宗, 蓝海涛. 基于功率法的桥梁—TMDI 系统减振性能研究[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(7): 87—94.
- CHAI S Z, LAN H T. Vibration control of bridge-TMDI system based on power method [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(7): 87—94. (in Chinese)
- [17] PIETROSANTI D, DE ANGELIS M, BASILI M. Optimal design and performance evaluation of systems with Tuned Mass Damper Inerter (TMDI) [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 2017, 46(8): 1367—1388.
- [18] SUN L M, HONG D X, CHEN L. Cables interconnected with tuned inerter damper for vibration mitigation [J]. Engineering Structures, 2017, 151: 57—67.
- [19] MA R S, BI K M, HAO H. Mitigation of heave re-

- sponse of semi-submersible platform (SSP) using tuned heave plate inerter (THPI) [J]. *Engineering Structures*, 2018, 177: 357—373.
- [20] GIARALIS A, PETRINI F. Wind-induced vibration mitigation in tall buildings using the tuned mass-damper-inerter [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2017, 143(9): 04017127.
- [21] LAZAR I F, NEILD S A, WAGG D J. Using an inerter-based device for structural vibration suppression [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, 43(8): 1129—1147.
- [22] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single degree of freedom structure using tuned viscous mass damper; the tuned viscous mass damper [J]. *Earthquake engineering and structure dynamics*, 2012, 41(3): 453—474.
- [22] IKAGO K, SAITO K, INOUE N. Seismic control of single-degree-of-freedom structure using tuned viscous mass damper [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2012, 41(3): 453—474.
- [23] MARIAN L, GIARALIS A. Optimal design of a novel tuned mass-damper-inerter (TMDI) passive vibration control configuration for stochastically support-excited structural systems [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, 38: 156—164.
- [24] SMITH M C, WANG F C. Performance benefits in passive vehicle suspensions employing inerters [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2004, 42: 235—257.
- [25] WANG F C, LIAO M K, LIAO B H, et al. The performance improvements of train suspension systems with mechanical networks employing inerters [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2009, 47(7): 805—830.
- [26] WANG F C, HONG M F, LIN T C. Designing and testing a hydraulic inerter [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 2011, 225(1): 66—72.
- [27] SALVI J, RIZZI E. Optimum tuning of Tuned Mass Dampers for frame structures under earthquake excitation [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2015, 22(4): 707—725.
- [28] 欧进萍, 王光远. 结构随机振动[M]. 北京: 高等教育出版社, 1998.
- OU J P, WANG G Y. Random vibration of structures [M]. Beijing: Higher Education Press, 1998. (in Chinese)
- [29] 林家浩, 李建俊, 张文首. 结构受多点非平稳随机地震激励的响应[J]. *力学学报*, 1995, 27(5): 567—576.
- LIN J H, LI J J, ZHANG W S. Structural responses to nonstationary multi-point random seismic excitations [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1995, 27(5): 567—576. (in Chinese)
- [30] LIN J H, WANG X C, WILLIAMS F W. Asynchronous parallel computing of structural non-stationary random seismic responses [J]. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1997, 40(12): 2133—2149.
- [31] ALLAM S M, DATTA T K. Seismic response of a cable-stayed bridge deck under multi-component non-stationary random ground motion [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2004, 33(3): 375—393.