

# 灰狼算法优化的永磁同步电机混沌运动的 Volterra 双参协同控制策略研究<sup>\*</sup>

李宁洲<sup>1</sup> 邱思旋<sup>2†</sup> 卫晓娟<sup>1</sup> 李小齐<sup>1</sup> 李高嵩<sup>3</sup>

(1. 上海应用技术大学 智能技术学部, 上海 201418) (2. 国家税务总局武汉市硚口区税务局, 武汉 430000)

(3. 湖北中烟卷烟材料厂, 武汉 430000)

**摘要** 永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)因其高能效和结构优势, 广泛应用于轨道交通等高性能运动控制场景. 在 PMSM 系统中, 混沌现象可能导致运行不稳定, 亟需高效控制方法. 本文提出一种基于灰狼优化算法(grey wolf optimization, GWO)与 Volterra 级数相结合的双参数协同控制策略, 简称 GWO-Volterra, 旨在实现对 PMSM 混沌运动的精确控制. 该策略选取 Poincaré 截面上两相邻投影点之间的距离作为控制输入信号. 同时, 充分考量系统参数对系统动力学行为的复杂耦合效应, 基于 Volterra 级数框架构建了一个双参数协同作用的控制器架构. 为优化控制性能, 引入 GWO 算法对关键参数进行搜索与自适应调整, 实现控制器性能增强. 仿真结果表明, 该方法相较于单参数控制策略, 在提高响应速度、抑制超调和增强控制稳定性方面具有明显优势, 验证了所提方法的有效性与实用性.

**关键词** 永磁同步电机, 灰狼算法, 双参协同控制, 混沌系统, Volterra 级数

中图分类号:TP183

文献标志码:A

## Research on Volterra Two-Parameter Cooperative Control Strategy for Chaotic Motion of Permanent Magnet Synchronous Motor Optimized by GWO<sup>\*</sup>

Li Ningzhou<sup>1</sup> Qiu Sixuan<sup>2†</sup> Wei Xiaojuan<sup>1</sup> Li Xiaoqi<sup>1</sup> Li Gaosong<sup>3</sup>

(1. Shanghai Institute of Technology, Faculty of Intelligence Technology, Shanghai 201418, China)

(2. Qiaokou District of Wuhan City Tax Service, State Taxation Administration, Wuhan 430000, China)

(3. Hubei China Tobacco Cigarette Material Factory, Wuhan 430000, China)

**Abstract** Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM), owing to their high energy efficiency and structural advantages, has been widely adopted in high-performance motion control applications such as rail transit systems. However, chaotic behaviors inherent in PMSM systems can lead to operational instability, necessitating highly effective control strategies. This paper proposes a dual-parameter cooperative control strategy-referred to as GWO-Volterra-based on the integration of Grey Wolf Optimization (GWO) and the Volterra series, aiming to achieve precise control of chaotic motions in PMSMs. In this strategy, the distance between two adjacent projection points on the Poincaré section is selected as the control input. Furthermore, the complex coupling effects of system parameters on dynamic behavior are thoroughly considered by constructing a dual-parameter controller within the Volterra series framework. To enhance control performance, the GWO algorithm is introduced to optimize and adaptively adjust key

2025-04-06 收到第 1 稿, 2025-05-08 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(51665027), 甘肃省自然科学基金资助项目(20JR5RA406), 甘肃省青年科技基金计划资助项目(21JR7RA328), National Natural Science Foundation of China (51665027), Natural Science Foundation of Gansu Province (20JR5RA406), Youth Science and Technology Foundation of Gansu Province (21JR7RA328).

† 通信作者 E-mail:1793977572@qq.com

parameters. Simulation results demonstrate that, compared with single-parameter control strategies, the proposed GWO-Volterra approach exhibits superior performance in terms of faster response, reduced overshoot, and enhanced control stability, thereby validating its effectiveness and practical applicability.

**Key words** permanent magnet synchronous motor, grey wolf optimization, two-parameter cooperative control, chaotic motion, Volterra series

## 引言

永磁同步电机是一个非线性、多变量系统<sup>[1]</sup>,并且这些变量之间的强烈相互作用<sup>[2]</sup>,使其拥有复杂的动力学行为<sup>[3]</sup>.在某些参数特定情况下会呈现复杂的不规则现象,其主要特征包括转矩与转速的谐波振动、突发性的异常机电振荡、控制性能的不稳定性以及系统中存在的不规律电磁噪声<sup>[4]</sup>,这些不规则现象表现出的不可预测性<sup>[5]</sup>、不存在稳定周期极限轨迹<sup>[6]</sup>以及对初始参数极端敏感的混沌现象,会降低永磁同步电机(PMSM)系统运行的质量<sup>[7,8]</sup>.

为了抑制电动机内产生的有害混沌现象,学术领域的研究人员创新性地提出了一系列的控制策略<sup>[9-11]</sup>.侯利民等<sup>[12]</sup>针对 PMSM 系统调速过程中的混沌运动问题,采用非奇异快速终端滑模方法控制调速系统,有效对系统混沌现象实现了控制,通过设计一种融合终端吸引子特性的趋近律来构建控制策略,显著增强了系统鲁棒性;唐传胜等<sup>[13]</sup>对参数不确定的 PMSM 混沌系统,利用串接系统理论,提出一种状态反馈鲁棒控制方法.通过反馈控制交轴电压实现闭环系统的状态稳定.为了更好地对 PMSM 系统实现混沌控制,针对基于智能算法优化的 PMSM 混沌控制,国内外学者亦进行了系列研究,Zhang 等<sup>[14]</sup>设计了一种模糊自适应状态反馈控制器,运用模糊策略以表征 PMSM 系统中的非线性因素与外部扰动.此外,该方法还引入了布谷鸟算法以优化控制法则.仿真结果表明了所提出方案在迅速抑制 PMSM 系统混沌行为方面的有效性;张小青等<sup>[15]</sup>针对 PMSM 系统运行过程中产生的对系统运行有害的混沌现象,基于 Hamilton 理论,创新性地构建了扰动补偿与跟踪控制系统,并借助灰狼算法(GWO)优化关键参数——包括补偿器的可调增益和控制器结构修正矩阵的系数,以此提升控制系统的自适应性能.黄俊豪等<sup>[16]</sup>通过构建永磁直线同步电机(PMLSM)的混沌动态模型,采用反向传播神经网络(BPNN)来逼近滑模控制器参数,并用粒子群优化(PSO)算法对参数进行

迭代优化,以确定最佳的控制参数配置,从而对 PMLSM 系统混沌现象有效控制;胡启国等<sup>[17]</sup>为解决比例积分(PID)控制器的参数依赖经验设置易引发较大误差的问题,创新性地设计了基于混沌鲸鱼—旗鱼混合算法的 PMSM 系统控制器参数优选方案.该方案中,鲸鱼算法运用双向螺旋更新策略与黄金正弦算法强化局部搜索能力,而旗鱼算法则承担全局搜索任务.混沌初始化与灰狼等级制度的引入,优化了算法种群质量.此优化方法有效提升了系统稳态性能,降低了抖振影响,加速了收敛过程. Volterra 级数以其强大的非线性学习能力,吸引了学者的广泛关注,研究者们深入探究了 Volterra 级数模型的核辨识与控制器设计等关键问题. Bouzrara 等<sup>[18]</sup>提出了一种新的离散时间状态下的 Volterra 模型,即 GOBF-Volterra 模型.该模型通过在独立的广义标准正交基函数(GOBF)上扩展每个 Volterra 核,可以有效地实现基于非线性模型的预测控制(NMBPC),该控制可以拟合由于参数不确定性引起的物理约束项和几何约束项,并对二次非线性项进行了优化,提出了一种新的优化算法,即在线性和非线性约束下的二次回归方法(QP),在化学反应器上的仿真结果表明了所提出的 NMBPC 策略的预测控制性能;Khouaja A 等<sup>[19,20]</sup>提出了一种基于降低复杂度的齐次二次离散 Volterra 模型的非线性过程预测控制方法(NMBPC),该方法基于 Volterra 核的对称性及其向量分解的方法与传统的 Volterra 模型相比,可实现参数简化效果,该预测控制方法特征在于拟合在线性和非线性约束下的二次项,通过数值模拟验证了所提控制方法的性能,并通过应用于连续搅拌罐反应器系统进行了实证.据调研,关于智能控制算法优化的 Volterra 级数应用于永磁同步电机混沌控制领域的研究还并不充分,将智能控制算法优化的 Volterra 级数应用于 PMSM 系统混沌控制的相关文献仍然十分少见.鉴于 PMSM 系统中混沌现

象源于多个参数间复杂且相互耦合的作用,本文创新地提出一种混沌控制策略,该策略基于GWO-Volterra模型,旨在通过引入双参数协同优化的智能控制方法,对PMSM系统的混沌运动进行更有效的控制,在Volterra级数的结构基础上,选择Poincaré截面上两点间距作为控制器目标函数。运用GWO算法对Volterra级数核函数执行全局最优求解,此过程中,以Volterra级数控制方法实现对控制器输出的自适应性调节。这一融合策略显著地优化了控制器的动态响应与鲁棒性,有效提升了控制器的性能。

## 1 系统动力学模型分析

### 1.1 PMSM系统模型

不考虑存在外部扰动,则气隙均匀的永磁同步电机混沌系统模型可以描述如式(1)所示<sup>[21]</sup>:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = (u_d - R_1 i_d + \omega L_q i_q) / L_d \\ \frac{di_q}{dt} = (u_q - R_1 i_q + \omega L_d i_d - \omega \psi_f) / L_q \\ \frac{d\omega}{dt} = [n_p \psi_f i_q + n_p (L_d - L_q) i_d i_q - T_L - \beta \omega] / J \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中,  $i_d$  为定子  $d$  轴电流;  $i_q$  为定子  $q$  轴电流;  $u_d$  为定子  $d$  轴电压;  $u_q$  为定子  $q$  轴电压;  $L_d$  为定子绕组  $d$  轴电感;  $L_q$  为定子绕组  $q$  轴电感;  $R_1$  为定子电阻;  $\omega$  为转子角速度;  $\psi_f$  为  $d$ 、 $q$  轴转子磁通量;  $T_L$  为负载转矩;  $J$  为转动惯量;  $\beta$  为黏阻尼系数;  $n_p$  为极对数。

为了简化计算过程并进行动力学分析,我们对公式进行了时间尺度调整与仿射变换技术,从而将其转换成无量纲化的状态方程。其中,时间尺度变换  $t = \tau \tilde{t}$ , 仿射变换  $\mathbf{I} = \lambda \tilde{\mathbf{I}}$ 。

其中:

$$\mathbf{I} = [i_d \quad i_q \quad \omega]^T, \tilde{\mathbf{I}} = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{\omega}]^T$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_d & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_q & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bk & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1/\tau \end{bmatrix}$$

$$b = L_q / L_d, k = \beta / n_p \tau \psi_f, \tau = L_q / R_1.$$

本文只探讨在气隙均匀条件下的永磁同步电动机动力学模型特性,具体分析了在定子绕组直轴

电感  $L_d$  与交轴电感  $L_q$  相等(即  $L_d = L_q = L$ )的特定情境下的系统行为。电机无外部输入时,  $u_d = u_q = T_L = 0$ , 针对上述模型化简可得:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_3 x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1 x_3 + \gamma x_3 \\ \dot{x}_3 = \sigma (x_2 - x_3) \end{cases} \quad (2)$$

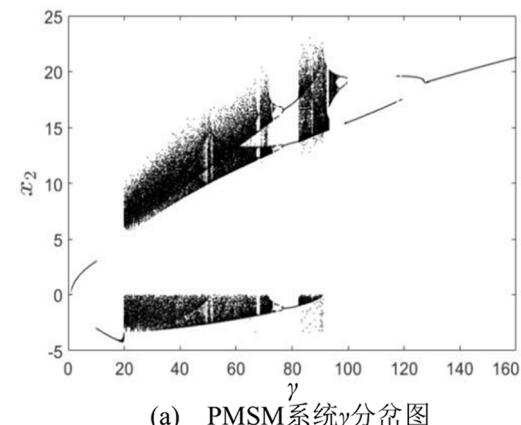
式(2)中,  $x_1$  为定子  $d$  轴电流、 $x_2$  为定子  $q$  轴电流;  $x_3$  为转子角速度;  $\sigma, \gamma$  为系统内部参数。

### 1.2 PMSM系统动力学分析

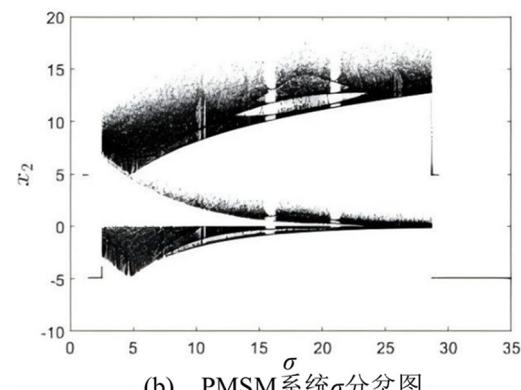
#### 1.2.1 分岔图

PMSM混沌系统具有对初值高度敏感的特点,即微小的初始状态扰动可能导致系统演化路径显著分离,表现为混沌行为。同时,当系统参数发生微小变化时,可能引发系统拓扑结构与动力学特性的突变<sup>[22]</sup>,此类现象被称为分岔。

分析系统动态行为,取  $\gamma$  参数变化为例,当系统设定  $\sigma = 5.46$  的条件下,  $\gamma$  自 0 递增至 160 的区间内系统会表现出分岔的特性,如图 1(a)所示,当  $\gamma < 1$  时, PMSM 系统维持一个稳定平衡点状态,  $\gamma > 1$  时,该平衡即失去其稳定性,进一步地,  $\gamma \in [1,$



(a) PMSM系统 $\gamma$ 分岔图



(b) PMSM系统 $\sigma$ 分岔图

图 1 PMSM 系统单参数分岔图  
Fig. 1 The one-parameter bifurcation diagram of the PMSM system

21]时,系统分化为两个独立稳定平衡点,但系统的最终稳定状态是依据所设定的初始条件而定的,意味着系统会根据各异的起始状态值趋于不同的稳定状态.然而,随着 $\gamma$ 值的持续增大,这两个原本稳定的非零平衡点也将不再稳定.在参数 $\gamma \in [21, 71.6]$ 范围内,系统经历从 Hopf 分岔<sup>[23]</sup>引发的周期运动过程,部分区间表现为混沌吸引子,整体呈现出由稳定到混沌的演化趋势;当 $\gamma \in [71.6, 83]$ 时,系统开始出现周期运动;随着 $\gamma$ 变化,系统进入混沌, $\gamma \geq 96$ 又回到周期运动状态,图 1(b)同理,这里不再赘述.

为了更好地研究 PMSM 系统运动分布规律,选取 Poincaré 截面以时间轴的采样周期为基准,以电机参数 $\gamma$ 和 $\sigma$ 作为研究对象.取系统参数: $\gamma \in [0, 160]$ , $\sigma \in [0, 35]$ . 数值计算 PMSM 系统在 $(\gamma, \sigma)$ 参数平面内运动分布(如图 2).图 2 中,通过不同颜色有效区分了周期运动所处的各个参数区间.具体而言,图中红色区域表示了混沌运动分布的参数区域.

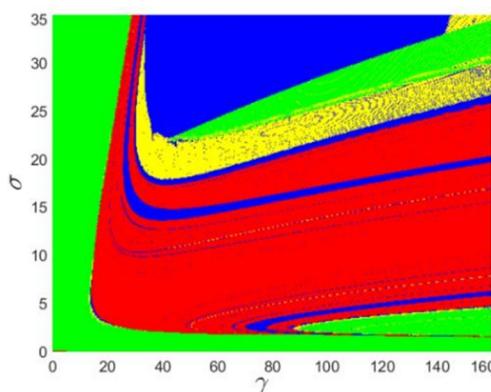


图 2 PMSM 系统双参数运动分布图

Fig. 2 The two-parameter motion distribution map of the PMSM system

### 1.2.2 相轨迹

相空间轨迹可用于描述系统状态的演化过程,反映其动力学行为特征.在 PMSM 系统的混沌模型中,当参数取值 $\sigma = 5.46$ 时,系统会呈现不同的状态,如混沌和极限环等,当参数取不同值时,其动力学状态会发生变化.在本研究中,我们利用 MATLAB 内置的四阶 Runge-Kutta 方法,对 PMSM 系统微分方程组进行数值求解,旨在精确描绘出系统相空间轨迹,并进行分析.如图 3 所示,取出现分岔的一点 $\gamma = 25$ ,绘制 PMSM 的三维相轨迹,可以观察到存在混沌吸引子,这表明系统已进入了混沌动力学状态.

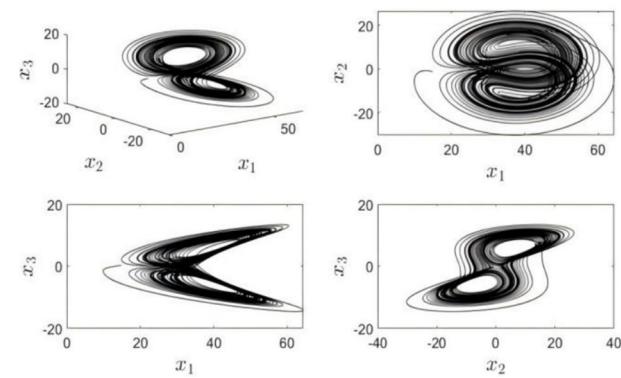


图 3 PMSM 系统相轨迹图  
Fig. 3 The phase trajectory diagram of the PMSM system

## 2 GWO 算法

灰狼算法模拟狼群的捕猎行为来寻求最优解.灰狼当前的位置映射为问题的候选解,其中 $\alpha$ 狼(头狼 1 号)象征最优解, $\beta$ 狼(头狼 2 号)代表次优解, $\delta$ (头狼 3 号)狼则指第三优解,而最底层级的 $w$ 狼(搜索狼)共有 30 只,负责搜索. $\alpha, \beta$  和 $\delta$  狼作为领导狼,各自仅有一只,共同指导搜索过程.在 GWO 算法的迭代进程中, $w$  狼作为搜索个体,会依据自适应策略主动更新自身的位置信息.当 $w$  狼(搜索狼)解优于 $\alpha, \beta$  或 $\delta$  狼解时,才用此 $w$  狼代替相应 $\alpha, \beta$  或 $\delta$  狼位置,故 $\alpha, \beta, \delta$  狼(头狼)位置是根据 $w$  狼(搜索狼)的搜索结果依头狼更新的.在 GWO 算法的迭代进程中, $\alpha$  狼持续代表最优解, $\beta$  狼和 $\delta$  狼则分别标记为次优与第三优解.因此,算法的效率与效能从根本上依赖于搜索狼 $w$  位置的更新策略.具体而言,搜索狼 $w$  的位置迭代过程如公式(3)所示:

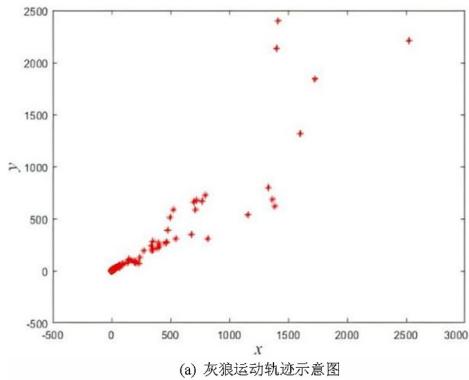
$$\begin{cases} d_{\text{alfa}} = |C_1 \cdot X_{\text{alfa}} - X| \\ d_{\text{beta}} = |C_2 \cdot X_{\text{beta}} - X| \\ d_{\text{delta}} = |C_3 \cdot X_{\text{delta}} - X| \\ X_1 = X_{\text{alfa}} - A_1 \cdot d_{\text{alfa}} \\ X_2 = X_{\text{beta}} - A_2 \cdot d_{\text{beta}} \\ X_3 = X_{\text{delta}} - A_3 \cdot d_{\text{delta}} \\ X(t+1) = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3} \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中, $X_{\text{alfa}}$  为 $\alpha$  狼的位置向量; $X_{\text{beta}}$  为 $\beta$  狼的位置向量; $X_{\text{delta}}$  为 $\delta$  狼的位置向量; $X$  代表 $w$  狼本次迭代的位置; $X(t+1)$  代表 $w$  狼下一次迭代的位置; $A_1, A_2, A_3$  和  $C_1, C_2, C_3$  分别对应三组独立生成的系数,即对每一组领导狼( $\alpha, \beta, \delta$ ),分别生成不同的随机数对  $r_{1,i}, r_{2,i} \in [0, 1]$ ,并据式(4)计

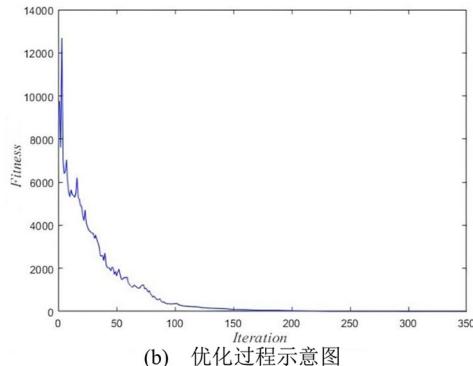
算出对应的  $A_i, C_i$ , 其中  $i=1, 2, 3$ .

$$\begin{cases} A_i = 2a \cdot r_{1,i} - a \\ C_i = 2 \cdot r_{2,i} \end{cases} \quad (4)$$

式(4)中,  $r_{1,i}$  和  $r_{2,i}$  为  $[0, 1]$  的随机值;  $a$  为根据迭代次数增长从 2 到 0 逐渐减小的向量.



(a) 灰狼运动轨迹示意图



(b) 优化过程示意图

图 4 GWO 自适应调整示意图

Fig. 4 The diagram of GWO adaptive adjustment

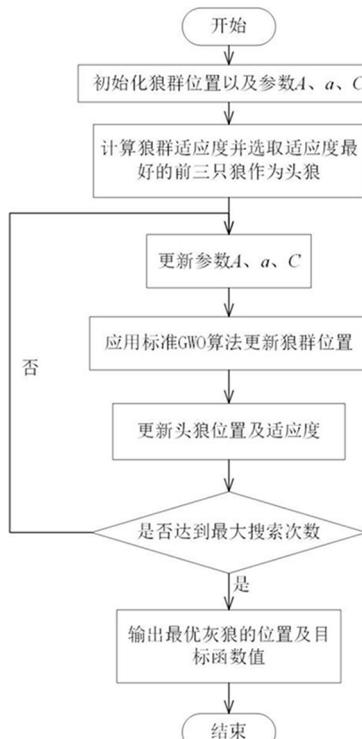


图 5 GWO 算法计算流程

Fig. 5 The calculation process of GWO algorithm

图 4 直观地展示了 GWO 算法自适应调整机制的示意图, 而图 5 则清晰地描绘了 GWO 算法的计算流程图.

### 3 基于灰狼算法优化的 Volterra 级数控制策略设计及优化

#### 3.1 基于双参协同的 Volterra 混沌控制器设计

根据第 2 节的仿真分析结论, 可以观察到系统在某些特定条件下会展现出混沌行为特征. 此类混沌振荡现象的发生会对系统性能造成不利影响, 因此, 实施有效的控制策略以抑制此类混沌行为显得尤为必要. 本节用灰狼算法优化的 Volterra 级数控制方法设计了一种寻优控制策略, 抑制了 PMSM 系统中的混沌现象.

本文旨在将混沌状态调整至期望值, 基于参数微扰反馈混沌控制法, 通过 Volterra 控制器输出微小扰动, 动态调整系统可控参数, 旨在达成对混沌状态的控制. 针对式(2)模型考虑对永磁同步电机混沌系统施加控制如式(5):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_3 x_2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 - x_1 x_3 + (\gamma + \Delta\gamma)x_3 \\ \dot{x}_3 = (\sigma + \Delta\sigma)(x_2 - x_3) \end{cases} \quad (5)$$

图 6 为本文设计的控制器结构. 在这里以时间轴的采样周期为基准选取 Poincaré 截面, 控制器输入层的输入  $d(k)$ 、 $d(k-1)$  与  $d(k-2)$  代表 Poincaré 截面上连续两次迭代中投影点间距, 该间距可体现 PMSM 系统向稳定状态的趋近趋势, 即:

$$\begin{cases} d(k) = \|X(k) - X(k-1)\| \\ d(k-1) = \|X(k-1) - X(k-2)\| \\ d(k-2) = \|X(k-2) - X(k-3)\| \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中,  $X(k)$  为第  $k$  次迭代后  $X = [i_d, i_q, \omega]$  的值.

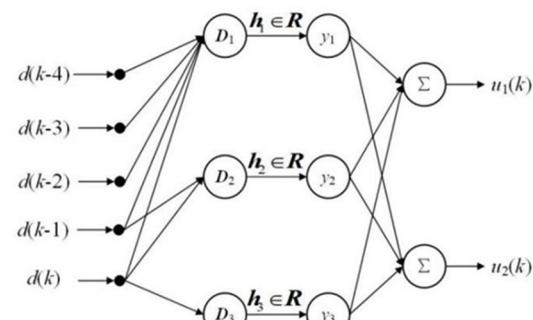


图 6 GWO-Volterra 控制器结构示意图

Fig. 6 The schematic diagram of GWO-Volterra controller structure

Volterra 级数通过学习系统的动态特征, 并运用具备清晰物理定义的核来刻画非线性行为, 故而能够普遍适用于多种非线性现象的建模与描述。针对非线性系统中的典型系统——PMSM 系统, 基于 PMSM 系统的混沌动态运动特性, 在利用 Volterra 级数对其进行混沌控制器建模之后, 考虑到

$$\left\{ \begin{array}{l} y(k) = \sum_{n=1}^{\infty} y_n(k) = y_1(k) + y_2(k) + \cdots + y_n(k) + \cdots \\ y_1(k) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1) d(k - \tau_1) d\tau_1 \\ y_2(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1, \tau_2) x(k - \tau_1) d(k - \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 \\ y_n(k) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n d(k - \tau_i) d\tau_1 \cdots d\tau_n \end{array} \right. \quad (7)$$

在式(7)中,  $h_1(\tau_1)$  为系统的一阶 Volterra 时域核;  $h_1(\tau_1, \dots, \tau_n)$  为系统的  $n$  阶 Volterra 时域核, 亦称作广义脉冲响应函数(generalized impulse response function, GIRF)。

针对上述单输入单输出非线性动态系统, 在对其进行离散化处理的基础上, 同时设定 Volterra 级数的项数为  $n$  项, 且每一项的记忆深度为  $m_i$ , 则该系统的 Volterra 级数模型可表述为如下数学表达式:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(k) = \sum_{n=1}^N y_n(k) + e(k), k = 1, 2, \dots \\ y_n(k) = \sum_{m_1=0}^{M_1-1} \sum_{m_2=0}^{M_2-1} \cdots \sum_{m_n=0}^{M_n-1} h_n(m_1, m_2, \dots, m_n) \times \\ \quad \prod_{i=1}^n d(k - m_i), k = 1, 2, \dots \end{array} \right. \quad (8)$$

式(8)中,  $e(k)$  为截断误差;  $N$  为系统最高阶次;  $M_i$  为记忆长度。

Volterra 级数的阶数选择对混沌控制中 Volterra 级数控制器的性能具有显著影响。若阶数过低, Volterra 控制器的非线性表征能力不足, 难以充分捕捉并学习被控系统的复杂非线性特征。相反, 提高 Volterra 级数的阶数可以增强非线性映射效能, 这同时会导致控制器结构的复杂度显著增大, 伴随着的是待优化 Volterra 核数量的膨胀, 进而加剧了灰狼算法等优化策略的搜索负担。因此, 在确保满足控制系统性能要求的基础上, 应当追求 Volterra 级数控制器结构的精简性, 以期达到性能与复杂度的最佳平衡。基于广泛的实际非线性拟合需求, 采用三阶 Volterra 级数模型已被证实为足够精确。本文依托前期的文献调研及团队既有研究成果, 通过一系列严谨的对比实验分析, 最终确定了采用三阶 Volterra 级数模型作为研究的基础框架。

Volterra 控制器核的合理选择是利用 Volterra 级数模型控制 PMSM 系统混沌现象的关键。

对于单输入单输出非线性动态系统, 运行机制在于接收一个时间相关的输入信号  $u(k)$ , 并据此产生一个相应的输出信号  $y(k)$ , 其动态行为可利用 Volterra 级数展开来进行数学描述:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(k) = \sum_{n=1}^3 y_{n,1}(k) \\ = y_{1,1}(k) + y_{2,1}(k) + y_{3,1}(k) \\ = \Delta\gamma \\ u_2(k) = \sum_{n=1}^3 y_{n,2}(k) \\ = y_{1,2}(k) + y_{2,2}(k) + y_{3,2}(k) \\ = \Delta\sigma \end{array} \right. \quad (9)$$

为确保控制效能的可靠性, 我们预设控制器的最大调整幅度为  $u_{\max}$ , 从而界定控制变量  $u$  的取值范围在  $-u_{\max}$  与  $u_{\max}$  之间, 即满足不等式约束条件:  $-u_{\max} < u < u_{\max}$ 。

基于 Volterra 级数在时域内的核函数展现出对称性特征, 这一特性能够被有效利用以显著缩减计算复杂度。据此, 依据前述 Volterra 级数的数学表述, 我们将系统的一阶、二阶及三阶响应分别表达为如下形式:

$$h_n^{\text{sym}}(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \frac{1}{n!} \sum_{i_1, i_2, \dots, i_n} h_2(\tau_{i_1}, \tau_{i_2}, \dots, \tau_{i_n}) \quad (10)$$

式(10)中  $i_1, i_2, \dots, i_n$  为  $1, 2, \dots, n$  中的随机排列。

$$\left\{ \begin{array}{l} y_{j1}(k) = \sum_{m_1=0}^{M_1-1} s_{j1}(m_1) h_{j1}(m_1) d(k - m_1) \\ y_{j2}(k) = \sum_{m_1=0}^{M_1-1} \sum_{m_2=0}^{M_2-1} s_{j2}(m_1, m_2) \times \\ \quad h_{j2}(m_1, m_2) \prod_{i=1}^2 d(k - m_i) \\ y_{j3}(k) = \sum_{m_1=0}^{M_1-1} \sum_{m_2=0}^{M_2-1} \sum_{m_3=0}^{M_3-1} s_{j3}(m_1, m_2, m_3) \times \\ \quad h_{j3}(m_1, m_2, m_3) \prod_{i=1}^3 d(k - m_i) \end{array} \right. \quad (11)$$

其中

$$s_{j1}(m_1) = 1$$

$$s_{j2}(m_1, m_2) = \begin{cases} 1, & m_1 = m_2 \\ 2, & m_1 \neq m_2 \end{cases}$$

$$s_{j3}(m_1, m_2, m_3) = \begin{cases} 1, & m_1 = m_2 = m_3 \\ 3, & m_1 \neq m_2 = m_3 \text{ 或 } m_1 = m_2 \neq m_3 \\ 6, & m_1 \neq m_2 \text{ 且 } m_2 \neq m_3 \text{ 且 } m_1 \neq m_3 \end{cases}$$

### 3.2 基于灰狼优化算法的 Volterra 级数核调节优化

本文选取的评估指标为在 Poincaré 截面上相邻迭代周期投影点的距离,用以确定 Volterra 级数控制器内部网络架构参数的构建依据。在调控 PMSM 系统的混沌运动时,本研究同步考量了实现控制的最小能量需求,对于 Volterra 级数,其要点在于确定其核函数的值。在这里三层 Volterra 级数核的个数为十个,为了优化这十个参数,选取 GWO 算法应用于 Volterra 级数控制器的核调节中,记为 GWO-Volterra。在 GWO-Volterra 模型中,将十个 Volterra 核参数的集合视为灰狼个体的位置矢量,选择一个适宜的优化目标函数作为导向,用以引导参数的寻优过程:

$$\text{Object} = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (y_{i\text{expect}} - y_{i\text{actual}})^2 \quad (12)$$

式(12)中,  $n$  为样本个数;  $y_{i\text{expect}}$  为第  $i$  个期望输出值;  $y_{i\text{actual}}$  为第  $i$  个实际输出值。

根据式(12)以及数学推导,本文 GWO-Volterra 控制器的灰狼优化算法目标函数选择为:

$$\text{Object} = \log\left(\frac{1}{\eta}\right) \cdot (0 - \|X_k - X_{k-1}\|) \quad (13)$$

在此情境下,  $X_k$  为系统状态变量  $X$  在  $k$  时的取值,而  $X_{k-1}$  为状态变量在  $k-1$  时的取值。 $\eta$  是在区间  $(0, 1)$  上均匀分布的随机数,它的作用是促使式(13)达到其最小值,这构成了 GWO 算法的核心搜索与优化目标。图 6 直观地展示了 GWO-Volterra 控制器的结构布局。在 GWO-Volterra 中,灰狼位置矢量代表  $h_{11}(0)、h_{11}(1)、h_{11}(2)、h_{11}(3)、h_{11}(4)、h_{12}(0,0)、h_{12}(0,1)、h_{12}(1,0)、h_{12}(1,1)$  和  $h_{13}(0,0,0)$  的值。把训练数据输入到 Volterra 级数网络输入层,Volterra 级数网络计算并输出预测结果,与期望结果进行比较,以便调整网络的参数,提高其准确性,随后,将比较结果作为输入信息传递

给 GWO 算法,以指导各灰狼位置矢量的更新过程。最终,将  $\alpha$  狼的位置矢量反馈至 Volterra 级数网络,用于网络的参数更新,得到  $h_{11}(0)、h_{11}(1)、h_{11}(2)、h_{11}(3)、h_{11}(4)、h_{12}(0,0)、h_{12}(0,1)、h_{12}(1,0)、h_{12}(1,1)$  和  $h_{13}(0,0,0)$  参数值,这就完成了一次计算循环,多次训练计算循环(这里选取 30 次),将 Volterra 级数核的最优解作为最终 GWO-Volterra 控制器参数。

## 4 仿真分析

### 4.1 系统仿真验证

根据中心流形定理,以及对 PMSM 系统微分方程模型的奇点稳定性可以发现,当参数设置为  $\gamma=25, \sigma=5.46$  时,系统展现出混沌特性,系统存在唯一稳定不动点,即  $P_1(0,0,0)$ 。为检验基于 GWO-Volterra 的智能混沌控制方法的控制效果,设计了仿真测试,系统仿真实验的初始参数配置设定为:取  $\gamma=25, \sigma=5.46$ ,初值选取  $x_1(0)、x_2(0)、x_3(0)$  为此参数条件下,电机运行过程中的任意时刻取值,期望控制目标为平衡点  $(0,0,0)$ 。

GWO 算法作为非线性动力学系统中常见的控制器优化算法,选取其优化 GWO-Volterra 控制器参数,欲以对比验证本文设计的基于双参协同的 GWO-Volterra 智能优化混沌控制器在控制效果方面的优势。

经过 30 代优化,GWO 算法获得了用于控制 PMSM 的最优控制参数,并基于此对图 3 所示的混沌吸引子开展控制仿真。为了更好地展示系统的混沌控制成效,在 PMSM 系统动力学演化 5000 步后引入控制策略,以抑制其混沌运动,实现对系统状态的有效调节。在每组仿真实验中,本文重复执行了 10 次独立的 GWO 参数优化任务,并对所得控制参数对应的目标函数值进行统计分析。实验结果表明,多次优化结果的收敛趋势一致,目标函数值的波动范围较小,表明算法具有良好的稳定性与可重复性。因此,本文选取每组实验中目标函数值最优的一组参数用于控制器部署,以确保控制性能具有代表性与可行性。GWO-Volterra 单参控制器与 GWO-Volterra 双参数协同控制器的具体参数设置如表 1 和表 2 所示。

表 1 GWO-Volterra 单参控制器核取值

Table 1 The kernel value of the GWO-Volterra one-parameter controller

Volterra 级数核	核取值
$h_{11}(0)$	-1.7419
$h_{11}(1)$	-2.1065
$h_{11}(2)$	-1.1518
$h_{11}(3)$	0.4005
$h_{11}(4)$	-0.6135
$h_{12}(0,0)$	3.8662
$h_{12}(0,1)$	3.5937
$h_{12}(1,0)$	4.1296
$h_{12}(1,1)$	-2.3484
$h_{13}(0,0,0)$	-1.9991

表 2 GWO-Volterra 双参协同控制器核取值

Table 2 The kernel value of the GWO-Volterra two-parameter cooperative controller

Volterra 级数核	核取值	Volterra 级数核	核取值
$h_{11}(0)$	-1.5452	$h_{21}(0)$	3.2598
$h_{11}(1)$	2.8337	$h_{21}(1)$	-0.1461
$h_{11}(2)$	-4.8864	$h_{21}(2)$	1.9269
$h_{11}(3)$	1.6777	$h_{21}(3)$	0.9743
$h_{11}(4)$	-2.5899	$h_{21}(4)$	3.2188
$h_{12}(0,0)$	-0.6148	$h_{22}(0,0)$	0.8666
$h_{12}(0,1)$	-1.0592	$h_{22}(0,1)$	-0.1179
$h_{12}(1,0)$	4.8469	$h_{22}(1,0)$	0.1270
$h_{12}(1,1)$	4.4090	$h_{22}(1,1)$	2.0748
$h_{13}(0,0,0)$	4.8156	$h_{23}(0,0,0)$	-0.8931

其中图 7 是 PMSM 系统为混沌状态的仿真曲线, 图 8 是在 PMSM 系统方程迭代 5000 次后加入灰狼算法优化的单参 Volterra 级数控制和灰狼算法优化的双参协同 Volterra 级数控制情况下, 系统的混沌控制仿真曲线对比.

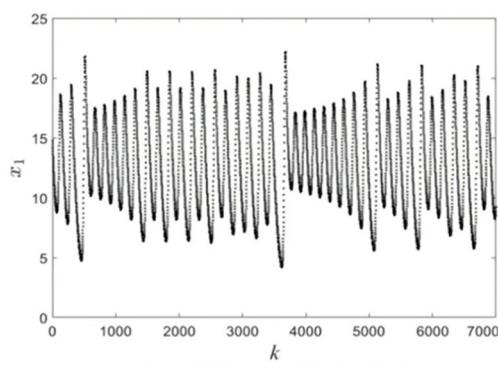
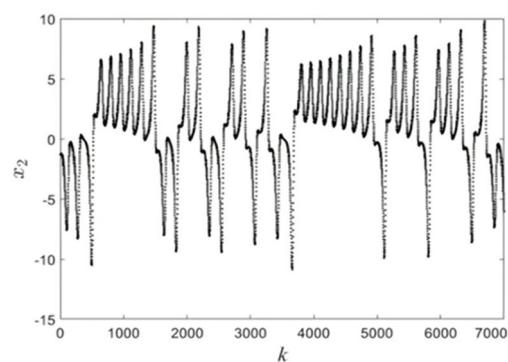
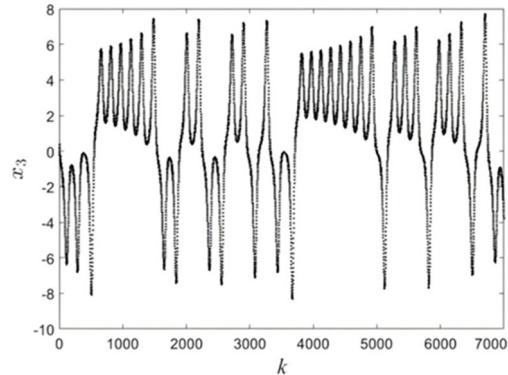
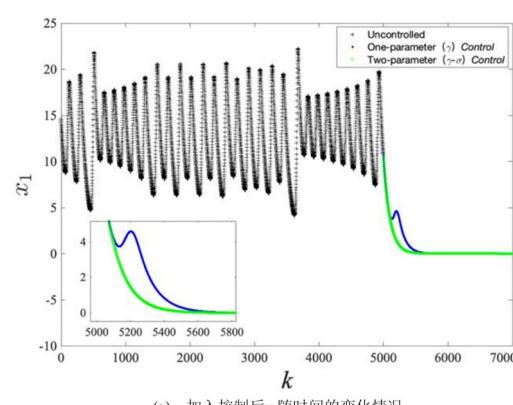
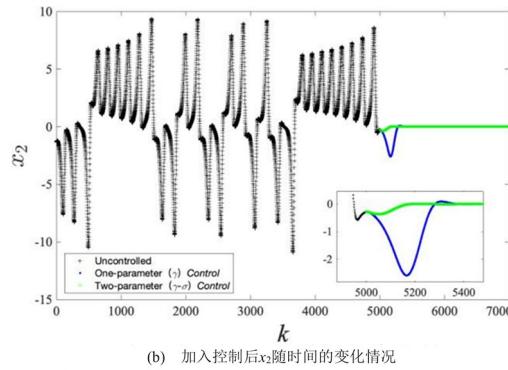
(a) 未施加控制  $x_1$  随迭代次数的变化情况(b) 未施加控制  $x_2$  随迭代次数的变化情况(c) 未施加控制  $x_3$  随迭代次数的变化情况

Fig. 7 The chaotic state of the PMSM system

由图 8 可知, PMSM 系统的混沌运动能很快地被镇定到不动点. 仿真结果表明, 上述方法可以实现式(1)所示 PMSM 系统的混沌运动控制.

(a) 加入控制后  $x_1$  随时间的变化情况(b) 加入控制后  $x_2$  随时间的变化情况

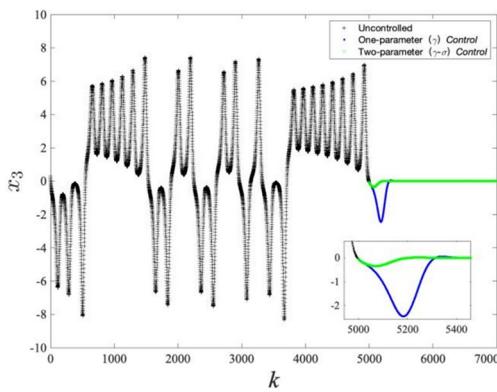
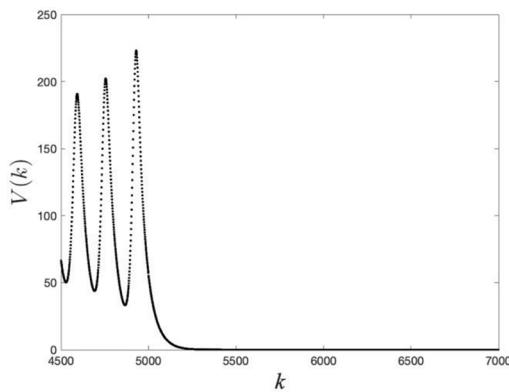
(c) 加入控制后 $x_3$ 随时间的变化情况

图 8 Volterra 控制器控制效果对比

Fig. 8 Comparison of the control effect of the Volterra controllers

为进一步验证控制器的稳定性效果,本文构造了 Lyapunov 候选函数  $V(k) = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)/2$ , 用于反映系统状态能量随时间演化的变化趋势。如图 9 所示,控制器在系统第 5000 步引入后, Lyapunov 函数值迅速下降,并逐渐趋于零,表明系统状态收敛至平衡点,控制器具有良好的稳定性。该结果从状态能量角度间接验证了 GWO-Volterra 控制器在 Lyapunov 意义下的稳定性,进一步支撑了其混沌控制能力的有效性与可行性。

图 9 Lyapunov 候选函数  $V(k)$  随时间演化曲线Fig. 9 Lyapunov candidate function  $V(k)$  vs time step

#### 4.2 基于 GWO-Volterra 的双参协同控制对控制效果的影响分析

GWO-Volterra 双参协同控制的控制器输出为  $u_1(k) = \Delta\gamma, u_2(k) = \Delta\sigma$ , 控制目标为 PMSM 系统的混沌运动能很快地被镇定到不动点。

根据图 8 的分析结果,针对 PMSM 混沌系统,通过比较在系统动力学方程迭代至 5000 次时引入控制变量前后的状态演变,可以观察到,在电机混沌运行的某个瞬时状态, GWO-Volterra 单参控制方法和 GWO-Volterra 双参协同控制方法,均展现出使系统迅速脱离混沌动态并稳定收敛至平衡点

的能力。但是当输入控制为 GWO 优化的双参协同 Volterra 级数控制器的控制量时,经控制调节后的控制量平滑,无明显波动现象,且响应速度更快,超调量更小。

实验结果显示,所构建的基于 GWO-Volterra 的双参数协同智能优化控制策略,在针对 PMSM 混沌控制中表现出了卓越的性能。相较于 GWO-Volterra 单参数控制方法,该控制方法主要体现出以下几点优势:

(1) 系统达稳定点的速度更快,对比图 8 中的控制曲线,GWO 优化的单参 Volterra 级数控制方法达稳定点前有较大超调量,本文基于 GWO 优化的双参协同 Volterra 级数控制方法改善了这一点。

(2) 本文设计的双参协同 Volterra 级数控制器采用 GWO 对 Volterra 级数核参数优化进行自适应调节,使控制更加及时有效,对比图 8 中 GWO 优化的单参 Volterra 控制器的控制结果可知,本文设计的 GWO 优化的双参协同 Volterra 控制器的控制量更小,控制效果更好。

综上所述,加入灰狼算法优化的双参协同 Volterra 级数训练完成后,可将 PMSM 系统混沌控制到不动点处,且控制性能优于灰狼算法优化的单参 Volterra 级数控制方法。本文在运用 GWO 算法对 Volterra 级数参数进行优化配置的基础上,采用了双参数协同的 Volterra 级数控制器架构,以实现对混沌的自适应控制策略,并将此策略应用于 PMSM 混沌系统的控制实践中。综合了 GWO 算法强大的空间搜索能力,有效提高了控制器的控制质量。研究结果表明,该控制策略在 PMSM 系统混沌运动过程中任意时刻施加控制,均能快速抑制混沌现象,并克服了在控制过程中因控制器作用出现较大波动的现象。

#### 5 结论

本研究提出了一种抑制 PMSM 系统混沌运动的控制策略,该策略基于 GWO-Volterra 结构,实现了双参数协同的智能优化控制。在训练 Volterra 级数利用 GWO 算法进行核自适应调整的基础上,将其应用于 PMSM 混沌系统。根据仿真结果分析,所构建的适应度函数能够高效地引导 GWO 算法搜索至较为理想的控制参数配置,从而使得所设计的混沌控制器能够精确捕获并学习 PMSM 系统的

复杂非线性特性,有效地提高了控制质量。灰狼算法优化下 Volterra 级数的自适应协同调整参数,提高了控制器的性能,并以 PMSM 系统进行仿真实验。试验表明了文章所设计的控制方法能够较好地镇定一类 PMSM 非线性混沌系统,并且输出控制量平滑、响应速度快、波动小,从而表明该方法的有效性,在轨道交通系统的牵引供电技术领域内,该技术展现出极为可观且广泛的应用潜力与前景。

## 参考文献

- [1] LI J, WANG L B, et al. Chaotic characteristic analysis of brushless DC motor with vibration load disturbance [J]. Journal of Engineering Science and Technology Review, 2018, 11(6): 26–34.
- [2] ETEMADI N, ZARE A. Design of intelligent controller for chaotic permanent synchronous motor [J]. International Journal of Computer Applications, 2017, 166(7): 23–27.
- [3] BALOOTAKI M A, RAHMANI H, MOEINKHAH H, et al. On the synchronization and stabilization of fractional-order chaotic systems: recent advances and future perspectives [J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2020, 551: 124203.
- [4] FENG N, LI S B, LUO Q S. Sparse Volterra equalizer to mitigate the nonlinear distortion in high power budget IM-DD OFDM PON [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2023, 2440 (1): 012013.
- [5] PAH C H, ROSLI A. On a class of non-ergodic lotka-Volterra operator [J]. Lobachevskii Journal of Mathematics, 2022, 43(9): 2591–2598.
- [6] BIGDELI N, ZIAZI H A. Design of fractional robust adaptive intelligent controller for uncertain fractional-order chaotic systems based on active control technique [J]. Nonlinear Dynamics, 2017, 87(3): 1703–1719.
- [7] LI T, LIU X D. Model-free non-cascade integral sliding mode control of permanent magnet synchronous motor drive with a fast reaching law [J]. Symmetry, 2021, 13(9): 1680.
- [8] DENDOUGA A. Conventional and second order sliding mode control of permanent magnet synchronous motor fed by direct matrix converter: comparative study [J]. Energies, 2020, 13(19): 5093.
- [9] ZHANG R Y, GONG C F, SHI P C, et al. Research on chaos control of permanent magnet synchronous motor based on the synthetical sliding mode control of inverse system decoupling [J]. Journal of Vibration and Control, 2021, 27(9/10): 1009–1019.
- [10] YOU S S, GIL J, KIM W. Adaptive neural network control using nonlinear information gain for permanent magnet synchronous motors [J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2023, 53(3): 1392–1404.
- [11] XUE G M, LIN F N, QIN B. Adaptive neural network control of chaotic fractional-order permanent magnet synchronous motors using backstepping technique [J]. Frontiers in Physics, 2020, 8: 106.
- [12] 侯利民,李勇,孙钊. PMSM混沌运动的非奇异快速终端滑模控制[J]. 控制工程,2017,24(11):2206–2210.
- [13] 唐传胜,戴跃洪,杨红兵. 参数不确定永磁同步电机混沌系统的单输入状态反馈控制[J]. 组合机床与自动化加工技术,2014,4:49–52.
- [14] TANG C S, DAI Y H, YANG H B. Single input state feedback control for chaotic system of permanent magnet synchronous motor with uncertain parameters [J]. Modular Machine Tool & Automatic Processing Technology, 2014, 4: 49–52. (in Chinese)
- [15] ZHANG J, SUN J H, GU H, et al. Control of PMSM chaos using backstepping-based adaptive fuzzy method in the presence of uncertainty and disturbance [J]. Systems Science & Control Engineering, 2021, 9(1): 673–688.
- [16] 张小青,明正峰. 基于 GWO 的永磁同步电动机 Hamilton 模型的混沌控制[J]. 工程科学与技术,2017, 49(6): 149–156.
- [17] ZHANG X Q, MING Z F. Chaos control of Hamilton model of permanent magnet synchronous motor based on GWO [J]. Engineering Science and Technology, 2017, 49(6): 149–156. (in Chinese)
- [18] 黄俊豪,杨俊华,陈海峰,等. 基于 PSO 优化的永磁直线同步电机混沌滑模控制[J]. 计算机仿真,2021, 38(11): 215–220, 229.
- [19] HUANG J H, YANG J H, CHEN H F, et al.

- Chaotic sliding mode control of permanent magnet linear synchronous motor based on PSO optimization [J]. Computer Simulation, 2021, 38(11): 215–220, 229.
- [17] 胡启国, 王泽霖, 陈思祥, 等. 一种混沌鲸鱼—旗鱼复合型算法的永磁同步电机 PI 控制[J]. 现代制造工程, 2022, 2022(12): 125–130, 143.
- HU Q G, WANG Z L, CHEN S X, et al. A Chaotic whale-swordfish hybrid algorithm for PI control of permanent magnet synchronous motor [J]. Modern Manufacturing Engineering, 2022, 2022(12): 125–130, 143. (in Chinese)
- [18] BOUZRARA K, MBAREK A, GARNA T. Non-linear predictive controller for uncertain process modelled by GOBF-Volterra models [J]. International Journal of Modelling, Identification and Control, 2013, 19(4): 307.
- [19] KHOUAJA A, GARNA T, RAGOT J, et al. Non-linear predictive controller based on S-PARAFAC Volterra models applied to a communicating two-tank system [J]. International Journal of Control, 2015, 88(8): 1456–1471.
- [20] KHOUAJA A, GARNA T, RAGOT J, et al. Robust predictive controller for nonlinear uncertain process based on S-PARAFAC Volterra models [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2017, 90(5): 2309–2323.
- [21] 张波, 李忠, 毛宗源, 等. 一类永磁同步电动机混沌模型与霍夫分叉[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(9): 13–17.
- ZHANG B, LI Z, MAO Z Y, et al. The chaotic model and Hopf bifurcation of a type of permanent-magnet synchronous motor [J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(9): 13–17. (in Chinese)
- [22] 李韶华, 杨绍普. 滞后非线性模型的研究进展[J]. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 8–15.
- LI S H, YANG S P. Research status of hysteretic non-linear models [J]. Journal of Dynamics and Control, 2006, 4(1): 8–15. (in Chinese)
- [23] 乐源, 谢建华, 丁旺才. 一类两自由度碰撞振动系统的 Hopf 分岔和混沌 [J]. 动力学与控制学报, 2004, 2(3): 36–41.
- LE Y, XIE J H, DING W C. Hopf bifurcation and chaos of a two-degree-of-freedom vibro-impact system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2004, 2(3): 36–41. (in Chinese)