

结构模态阻尼比的动力学拓扑优化设计^{*}

邓迪文 孙加亮[†]

(南京航空航天大学 航空航天结构力学及控制全国重点实验室,南京 210016)

摘要 航天器微振动会干扰精密仪器运行并威胁任务安全,其多源性、宽频性和传递复杂性导致难以通过常规手段有效消除。航天器结构的轻量化与高刚度需求对被动减振设计提出了新的挑战。针对传统阻尼材料均匀分布导致的冗余质量问题,本文提出一种最大化模态阻尼比的自由阻尼结构拓扑优化设计方法,通过变密度法建立优化模型,以最大化模态阻尼比为优化目标,结合灵敏度过滤与密度过滤方法,研究阻尼材料的最优分布。以两端固支薄板与悬臂薄板为例,对比分析了两种过滤方式对优化结果减振性能的影响。结果表明,优化后薄板结构模态阻尼比均得以提升,振动传递率峰值降低。

关键词 自由阻尼, 模态阻尼比, 灵敏度分析, 拓扑优化, 振动抑制

中图分类号:O313.6;TB535

文献标志码:A

Dynamic Topology Optimization of Structural Modal Damping Ratio^{*}

Deng Diwen Sun Jialiang[†]

(State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract Spacecraft micro-vibrations, characterized by multiple excitation sources, broadband frequency, and complex transmission, challenge conventional suppression methods and threaten mission reliability. To address the trade-off between lightweight design and vibration mitigation in passive damping structures, this paper proposes a topology optimization design methodology for maximizing the modal damping ratio of a free-layer damping structure. Utilizing the variable density method, the optimization model is established with sensitivity and density filtering techniques to achieve optimal material distribution under multi-modal targets. Case studies on two-end fixed and cantilever plates demonstrate that the optimized layouts enhance target modal damping ratios and reduce vibration transmissibility peaks.

Key words free-layer damping, modal damping ratio, sensitivity analysis, topology optimization, vibration suppression

引言

航天器微振动大多由内部机械部件运行引发,

虽幅度微小,但长期作用会导致高精度光学仪器成像模糊、通信系统信号失真,并可能引发结构疲劳损伤,威胁任务寿命。为抑制此类微振动,常采用被

2025-04-01 收到第 1 稿,2025-07-10 收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目(12372042), National Natural Science Foundation of China (12372042).

† 通信作者 E-mail:sunjialiang@nuaa.edu.cn

动控制如阻尼材料、隔振机构等消耗或阻断振动能量,结合主动控制技术,同时通过结构优化设计、压电材料及设备工作时序调整,多维度降低振动传递与累积,确保航天器稳定运行且满足科学载荷的高精度需求。在航天器结构的设计过程中,振动分析与控制是关键环节之一。

被动抑振方法与阻尼材料优化的研究进展显示传统结构阻尼技术通过接合面摩擦耗能及黏弹性层剪切变形实现低频振动抑制,在航空航天与建筑领域广泛应用。例如,新型颗粒阻尼技术利用金属或陶瓷颗粒的碰撞—摩擦机制,成功应用于铁路钢轨减振系统,显著降低 Pinned-Pinned 共振与轮轨噪声,其宽频带适应性与温度不敏感性使其成为复杂工况的优选方案;压电被动控制技术通过电阻—电感分流电路与合成阻抗电路设计,将机械能转化为电能耗散,在多模态振动控制中展现潜力。在阻尼材料方面,黏弹性材料通过共混改性与互穿网络结构拓宽玻璃化转变温域使损耗因子在 0~100℃内稳定于 0.3 以上;复合阻尼材料通过金属橡胶夹层结构、高阻尼合金实现强度与阻尼性能协同优化,而智能材料通过半主动控制技术实现动态调控,控制效率较被动方法提升 30%。为了减小振动带来的影响目前多采用被动减振方法^[1],如在基体上铺设阻尼材料来抑制振动,或采用主动减振方法,如在约束层上添加压电片以实现振动控制^[2]。被动方法因盲目增加阻尼材料导致结构质量冗余,违背航天器轻量化与高刚度需求;主动方法则受限于微振动频段复杂性与控制精度不足。针对此矛盾,基于拓扑优化的阻尼材料分布设计成为新兴方向。传统拓扑优化以基频最大化为目标,但航天器精密元件常分布于板壳结构特定位置,其振动敏感区域与薄板模态位移极值区高度重合,且外部激励频段多样。因此,通过拓扑优化定向调控阻尼材料布局,针对敏感区域提升对应模态阻尼比,可在不增加材料总量的前提下,提高目标模态能量耗散效率。此方法兼顾轻量化与减振性能适配性,尤其适用于多频激励下航天器薄板结构的振动抑制需求。

目前针对模态阻尼比的优化已经具备理论基础并且有初步的应用。例如,Park 等^[3]通过对约束阻尼层有限元公式比较得到不同情况下有限元模型的建立方法;Yun 等^[4]研究在时变载荷下,通过多材料拓扑优化方法设计具有高阻尼性能和所需

刚度的黏弹性阻尼结构;淡丹辉等^[5]等通过单元瑞利阻尼法对模态阻尼比进行了公式推导;Fronk 等^[6]利用复模量模型对于附加黏弹性材料结构的模态阻尼比进行了理论推导;Kang 等^[7]利用状态空间中复模态叠加法完成了对非比例阻尼系统约束阻尼层的优化设计;El-Sabbagh 等^[8]通过周期性优化方法进一步提高了自由阻尼板上的阻尼效率;Zheng 等^[9]建立了壳结构的减振优化数学模型;房占鹏^[10]采用能量法建立了以模态损耗因子最大化的拓扑优化模型;Kim 等^[11]通过优化黏弹性阻尼材料的分布,最大化结构的阻尼性能以抑制振动和噪声;贺红林等^[12]通过渐进法优化,建立以模态阻尼比最大的数学优化模型;倪维宇等^[13]通过多尺度方法在有限组合内设计出减振效果的多尺度阻尼结构;Yamamoto 等^[14]通过实特征值估算复特征值简化了模态阻尼比表达式;Jang 等^[15]提出了一种新的设计空间优化方法,允许设计域在优化过程中动态调整,从而提高优化效率和结果质量。赵清海^[16]基于扩散张量偏微分方程对刚度拓扑优化两种过滤方式进行了对比研究。现有文献已经在多模态叠加和多尺度范围内揭示了以模态阻尼比为目标的结构拓扑优化在减振中的作用,然而,现有研究大多停留在理论层面,在实际应用中目前缺乏研究,特别是在航天器结构领域,其严苛的轻量化设计要求与复杂的空间载荷环境对拓扑优化技术提出了许多挑战。尽管目前模态阻尼比的优化已具备较为完整的理论框架,相关研究在模型推导、数值方法和单模态控制方面取得了显著进展,为后续研究奠定了坚实基础。然而,大多数现有工作仍主要聚焦于理论层面与理想边界条件下的数值验证,尚未充分考虑实际工程应用中多模态耦合、复杂激励频段和材料工艺可制造性等关键问题。对于工程应用场景,特别是如航天器薄板结构这类对减振性能与材料利用率要求极高的场合,更需要兼顾性能、重量和实现路径的系统性设计方法。因此,亟需将已有模态阻尼比优化理论进一步工程化,使其具备在真实结构和载荷环境中直接指导材料分布的能力。

本文提出了一种基于变密度法的多模态阻尼比拓扑优化模型,建立了以最大化模态阻尼比为目标的拓扑优化数学模型,通过与工程中典型薄板结构模型结合,验证优化策略对阻尼材料分布与频域

减振性能的提升效果,从而为模态阻尼优化理论向实际工程落地提供方法支撑与应用示范。

1 结构动力学建模

1.1 结构模态阻尼比计算

对于一般的质量—阻尼—刚度振动方程,当阻尼矩阵 \mathbf{C} 不能使用瑞利阻尼代替,且不方便直接获取也不一定能够在 N 阶空间内进行解耦时,可采用复模量模型处理这一情况。

阻尼材料的阻尼特性使用复模量进行表示,在不考虑阻尼材料的性能随着温度与频率改变的情况下,其杨氏模量可以写成

$$E_v = E_{vR} + jE_{vI} = E_{vR} + jE_{vR}\eta_v \quad (1)$$

式中, E_{vR} 为黏弹性材料的杨氏模量, $E_{vR}\eta_v$ 为耗能模量, η_v 为阻尼材料的损耗因子。利用复模量模型对阻尼材料的杨氏模量进行处理后,结构自由振动的运动微分方程可以由 **MCK** 方程退化为如下的 **MK** 方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中, \mathbf{q} 是结构的位移列阵, \mathbf{M} 和 \mathbf{K} 分别为结构的质量矩阵与刚度矩阵,此时整体结构的 \mathbf{K} 矩阵可以写成复模量的形式

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_a = \mathbf{K}_R + j\mathbf{K}_I \\ \mathbf{K}_R &= \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_{aR} \\ \mathbf{K}_I &= \mathbf{K}_{aI} = \mathbf{K}_a\eta_v \end{aligned} \quad (3)$$

式中, \mathbf{K}_b 为基板的刚度矩阵, \mathbf{K}_a 为阻尼材料的刚度矩阵,下标的 R 和 I 分别代表实部与虚部。其约束方程可写为

$$(\mathbf{K} - \omega^{*2}\mathbf{M})\Phi^* = \mathbf{0} \quad (4)$$

式中, ω^* 为复数形式的特征频率, Φ^* 为特征向量。若采用复模量模型对特征频率以及特征向量进行处理可得模态阻尼比 ξ 的表达式为^[17]

$$\xi = \frac{\Phi^{*T}\mathbf{K}_I\Phi^*}{\Phi^{*T}\mathbf{K}_R\Phi^*} \quad (5)$$

模态阻尼比方法假定复特征向量可以由实特征向量估计,则第 k 阶的模态阻尼比表达式可以写成

$$\xi_k = \frac{(\Phi_k^R)^T\mathbf{K}_I(\Phi_k^R)}{(\Phi_k^R)^T\mathbf{K}_R(\Phi_k^R)} \quad (6)$$

式中, Φ_k^R 为第 k 阶模态向量的实部。

1.2 自由阻尼结构的振动特性分析

由于模态阻尼比是非直观可见的参数,模态阻

尼比的升高并不一定能够代表减振性能的提高,我们需要根据频响函数来判断。自由阻尼结构的频域动力学方程为

$$[\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}]\mathbf{P}_0^* = \mathbf{F}_0 \quad (7)$$

式中, ω 是激振力的频率, \mathbf{P}_0^* 是复响应幅值, \mathbf{F}_0 是激振力幅值列阵。由式(4)可得复模态矩阵 Φ^* ,以此可以对频域动力学方程解耦,从而得到 n 个相互独立的以模态坐标 y_r ($r=1,2,3\dots n$) 表达的单自由度复数方程。进而可推导出物理坐标下频域内的响应^[18]

$$\mathbf{q}_r = \Phi^* y_r \quad (r=1,2,3\dots n) \quad (8)$$

根据频域内的响应可以直观地看出结构的振幅与抑振效果。

2 结构动力学拓扑优化

2.1 拓扑优化数学模型

自由阻尼结构的能量耗散主要来自阻尼结构,为了减小振动带来的影响,以最大化不同阶模态阻尼比作为目标,以阻尼材料单元的伪密度作为设计变量,按照给定的阻尼材料体积率作为约束条件进行优化,建立结构动力学拓扑优化模型为

$$\begin{aligned} \max : & \xi_k \\ \text{s. t. :} & \mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{0} \\ & \sum_i^{i=N} V_i x_i - V_f \leqslant 0 \\ & 0 \leqslant x_i \leqslant 1 \quad (i=1,2\dots N) \end{aligned} \quad (9)$$

式中, ξ_k 为第 k 阶模态阻尼比, V_i 为第 i 个单元体积, V_f 为预设的体积分数, N 为结构中有限元个数, x_i 为第 i 个单元的伪密度,即设计变量, x_i 的取值存在以下三种情况

$$\begin{cases} x_i = 0 \Leftrightarrow \text{空域} \\ 0 < x_i < 1 \Leftrightarrow \text{中间域} \\ x_i = 1 \Leftrightarrow \text{材料域} \end{cases}$$

本文中采用的密度插值模型为

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^e &= (x_i)^p \frac{E_a H_a}{ab(1-\nu_a^2)} \mathbf{K}_0^E (1 + j\eta_v) + \\ &\quad \frac{E_b H_b}{ab(1-\nu_b^2)} \mathbf{K}_0^E \\ \mathbf{M}^e &= x_i \rho_a H_a \iint \mathbf{N}^T \mathbf{N} dx dy + \\ &\quad \rho_b H_b \iint \mathbf{N}^T \mathbf{N} dx dy \end{aligned} \quad (10)$$

式中, \mathbf{K}^e 为四节点矩形单元的刚度矩阵, \mathbf{M}^e 为四节点矩形单元的质量矩阵, p 为惩罚因子, 在算例中 $p=3$, E_a 和 E_b 分别代表阻尼材料和基板的杨氏模量, H_a 和 H_b 分别代表阻尼材料和基板的厚度, a 和 b 分别代表单元的长度与宽度, v_a 和 v_b 分别代表阻尼材料和基板的泊松比, \mathbf{K}_0^E 为四节点矩形单元 8×8 的刚度矩阵, ρ_a 和 ρ_b 分别代表阻尼材料和基板的密度, \mathbf{N} 为矩形单元形函数矩阵。

2.2 敏感度分析

遵从链式求导法则, 可得结构的第 k 阶模态阻尼比关于设计变量的灵敏度为

$$\frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} = \frac{\left[(\Phi_k^R)^T \frac{\partial \mathbf{K}_1}{\partial x_i} \Phi_k^R \right] \left[(\Phi_k^R)^T \mathbf{K}_R \Phi_k^R \right]}{\left[(\Phi_k^R)^T \mathbf{K}_R \Phi_k^R \right]^2} - \frac{\left[(\Phi_k^R)^T \frac{\partial \mathbf{K}_R}{\partial x_i} \Phi_k^R \right] (\Phi_k^R)^T \mathbf{K}_1 \Phi_k^R}{\left[(\Phi_k^R)^T \mathbf{K}_R \Phi_k^R \right]^2} \quad (11)$$

在进行拓扑优化时, 为避免棋盘格现象的出现和数值不稳定现象, 常利用周边单元信息进行灵敏度过滤或密度过滤。灵敏度过滤通过链式法则修正灵敏度, 确保优化方向与过滤后的设计变量一致。

灵敏度过滤表达式为

$$\frac{\partial \tilde{\xi}_k}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i} \frac{\sum_{j \in N_{jac}} w_{ij} x_j \frac{\partial \xi_k}{\partial x_j}}{\sum_{j \in N_{jac}} w_{ij}} \quad (12)$$

式中, $\frac{\partial \tilde{\xi}_k}{\partial x_i}$ 为灵敏度过滤后的新灵敏度, N_{jac} 为 i 单元的周边单元数目, w_{ij} 为周边单元的权重, 其随距离衰减 $w_{ij} = \max[0, r_{min} - \sqrt{(i_x - j_x)^2 + (i_y - j_y)^2}]$, r_{min} 为灵敏度过滤的半径, (i_x, i_y) 为 i 单元的坐标, (j_x, j_y) 是 j 单元的坐标。

密度过滤则是直接平滑设计变量, 其表达式^[19]为

$$\tilde{x}_i = \frac{1}{x_i} \frac{\sum_{j \in N_{jac}} w_{ij} x_j}{\sum_{j \in N_v} w_{ij}} \quad (13)$$

式中, \tilde{x}_i 为密度过滤更新后的设计变量。密度过滤利用周边单元的密度进行加权平均后得到新的设计变量密度。

灵敏度过滤的主要优势在于计算效率高、实现

简便, 且对数值不稳定性具有良好抑制效果。由于其不改变设计变量本身, 仅修改梯度方向, 因此在基于梯度的优化框架中引入灵敏度过滤不会显著增加计算负担。此外, 该方法具有良好的通用性, 在不引入额外物理模型的前提下即可稳定拓扑优化过程。

密度过滤则具有更强的物理直观性, 尤其在结构尺度控制方面表现突出。由于其直接作用于设计变量, 可以明确地控制最小结构特征尺寸, 并对灰度单元进行有效压制, 进而得到清晰的 0~1 二值结果。在制造导向优化中, 密度过滤更适合作为结构输出的前处理方法。此外, 在结构动力学优化问题中, 密度过滤可更有效地控制结构频率变化的局部特征, 对模态变化的捕捉更敏感。

2.3 拓扑优化基本流程

选取不同的过滤准则对上文所述的以模态阻尼比最大为目标的拓扑优化数学模型进行求解, 其流程图如图 1 所示, 具体步骤^[20]为:

(1) 利用有限元四节点单元建立自由阻尼板结构的有限元模型, 并施加已知的边界条件;

(2) 根据工程实际且考虑其他论文成果, 定义初始设计变量的分布以及拓扑优化中所需要的优化参数;

(3) 基于固体各向同性材料惩罚 (solid isotropic material with penalization, SIMP) 插值模型如式(10)所示, 组装得到应用插值模型的自由阻尼板的总体刚度矩阵与质量矩阵;

(4) 建立如式(9)所示的自由阻尼板结构的拓扑优化模型;

(5) 计算目标模态阻尼比, 如式(6)所示及其灵敏度如式(11)所示;

(6) 使用密度过滤, 其公式为式(13)所示, 或灵敏度过滤, 其公式为式(12)所示, 求解拓扑优化模型, 更新迭代产生新的设计变量分布;

(7) 采用移动渐近线^[21] (method of moving asymptotes, MMA) 迭代更新阻尼材料伪密度场, 以最大化目标模态阻尼比为目标, 满足体积约束条件;

(8) 重复步骤(3)到(7), 直到满足收敛条件^[22]。

SIMP 变密度法通过对设计变量施加惩罚函数,有效抑制中间密度值的存在,使设计变量趋近于 0 或 1,从而减少优化结果中的灰度区域,提升拓扑结构的清晰度与可制造性。惩罚因子的选取对优化结果具有显著影响。当 p 值过大时,虽然中间密度被有效抑制,但易导致棋盘格现象、数值振荡以及迭代过程不收敛等问题;反之,若 p 值设定过小,则会出现较多灰度区域,优化结果模糊,结构边界不清晰,不利于后续的制造与分析。因此,惩罚因子的选择需在灰度控制与数值稳定性之间权衡。结合本研究中的数值实验结果以及相关文献的经验,最终选取惩罚因子 $p=3$ 。

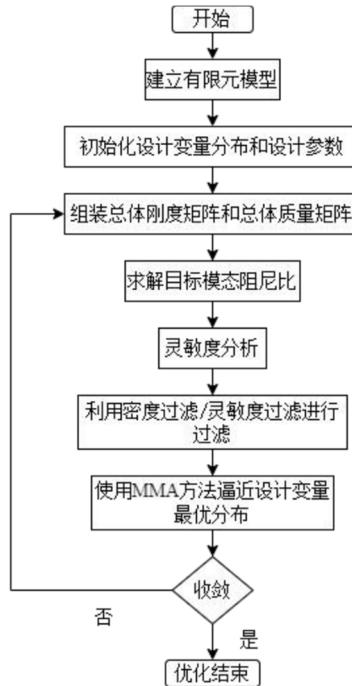


图 1 以模态阻尼比最大的自由阻尼板拓扑优化流程图
Fig. 1 Flowchart of topology optimization for free damping plate aiming at maximizing modal damping ratio

3 数值算例

3.1 算例一:两端固支薄板结构

两端固支的板凭借其力学优势,在航天器的结构安全、功能实现及环境适应性中不可或缺,应用广泛。两端固支薄板的物理模型如图 2 所示。

图中蓝点为激励点的位置,红点为测量点,常在此处安装传感器。航天器结构中由于对质量、刚度和环境适应性要求极高,常采用铝合金作为主要的板壳结构材料,其具有优异的比强度、刚度稳定

性及良好的可加工性。在结构减振设计中,为提升系统对微振动的抑制能力,通常在铝制基板表面附加黏弹性橡胶层作为自由阻尼材料,利用其高损耗因子特性消耗振动能量。

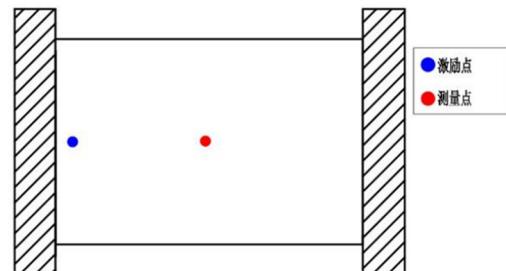


图 2 两端固支薄板的物理模型
Fig. 2 Physical model of a thin plate with fixed supports at both ends

本文所选用的材料参数参考了航天器典型结构中实际应用的铝合金和橡胶阻尼材料性能指标,同时综合了国内外相关文献中的经验数据,确保参数设置具有工程代表性与理论可比性。具体的基板与阻尼材料性能参数,如表 1 所示。

表 1 材料参数
Table 1 Parameters of materials

材料	密度/(kg·m ⁻³)	杨氏模量/GPa	泊松比	损耗因子
铝	2710	70	0.29	0.001
橡胶	1500	0.05	0.4	1

薄板的长度为 90 mm,宽度为 60 mm,薄板与阻尼材料厚度均为 1 mm,薄板被划分成 90×60 个四节点板单元进行计算。阻尼材料的体积分数 V_f 为 50%。优化前阻尼材料均匀分布在基板表面,等价于在基板表面添加了 0.5 mm 厚度的阻尼材料,现利用拓扑优化模型分别以最大化第一阶模态阻尼比、最大化第二阶模态阻尼比、最大化第三阶模态阻尼比作为目标,分别采用灵敏度过滤以及密度过滤进行优化。

图 3 为以最大化第一阶模态阻尼比为目标,采用两种过滤方式的结果。图 3 中黄色部分阻尼材料的密度 x_i 为 0,代表没有阻尼材料,紫色部分阻尼材料的密度 x_i 为 1,代表存在阻尼材料。两端固支板第一阶模态为中间振幅最大,阻尼材料集中分布在板中央与模态振幅相关度较高。

采用同样方法对第二阶模态阻尼比进行优化,结果如图 4 所示。两端固支板第二阶模态中,板中部

为节点几乎无振动,阻尼材料分布在离节点较远处进行振动抑制。灵敏度过滤结果相较于密度过滤结果大体上分布相似,密度过滤结果边缘更加平滑。

对第三阶模态阻尼比进行优化,优化结果如图 5 所示。第三阶模态振动具有两个振幅最大的峰值,阻尼材料主要分布在两峰附近。从振幅关系上看,阻尼材料主要分布在振幅相对较大的区域。

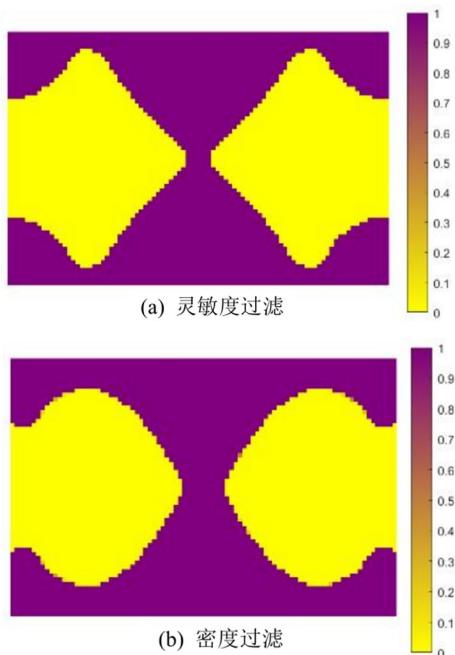


图 3 最化第一阶模态阻尼比优化结果

Fig. 3 Optimized results for maximizing the first-order modal damping ratio

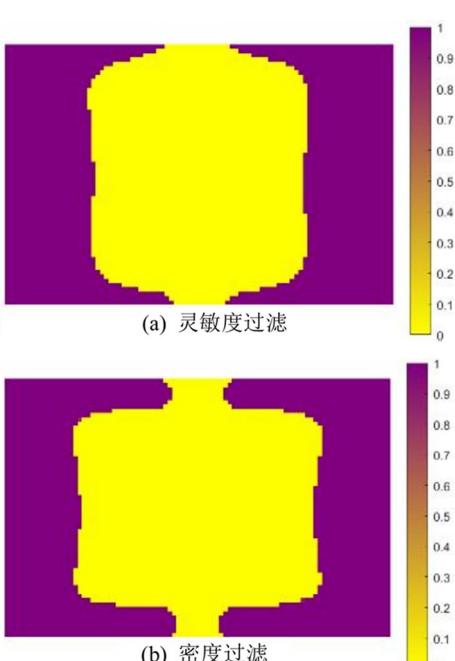


图 4 最化第二阶模态阻尼比优化结果

Fig. 4 Optimized results for maximizing the second-order modal damping ratio

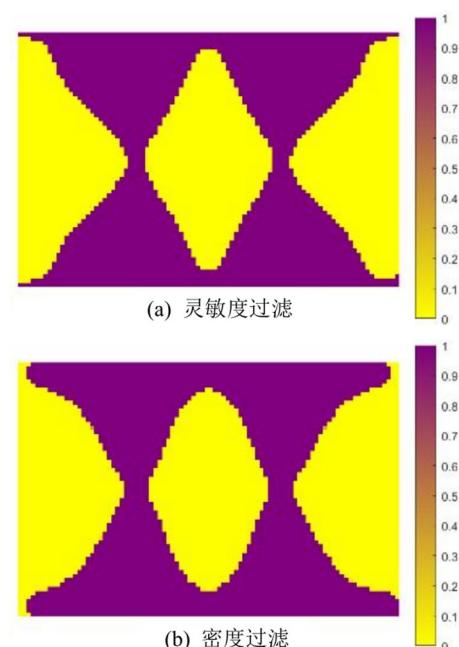


图 5 最化第三阶模态阻尼比优化结果

Fig. 5 Optimized results for maximizing the third-order modal damping ratio

灵敏度过滤与密度过滤的结果大体上类似,但灵敏度过滤的结果相对更尖一些,密度过滤的结果相对更钝,二者的分布不完全相同,存在减振性能的区分。优化前后的目标模态阻尼比如表 2 所示。

表 2 优化目标变化值
Table 2 Changes in optimization objectives

优化目标	过滤方式	优化前目标值	优化后目标值
第一阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0007	0.0106
	密度过滤		0.0089
第二阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0008	0.0110
	密度过滤		0.0109
第三阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0007	0.0048
	密度过滤		0.0045

由表 2 可知,采用密度与灵敏度过滤两种不同的过滤方式,其优化后的目标值存在差异,但是这种差异是较小的,优化后的模态阻尼比相较于优化前平均有 10 倍左右的提升。

在两端固支自由阻尼板结构中,蓝色点施加载荷,红色点测量振幅,绘制振动传递率曲线如图 6 所示。

图 6 中,采用密度过滤的优化结果的振动传递率曲线为蓝色实线;采用灵敏度过滤的优化结果的振动传递率曲线为黑色虚线;均匀分布阻尼材料结果的振动传递率曲线为红色点划线,代表优化前阻尼材料以 0.5 mm 厚度均布在板上的振动传递率

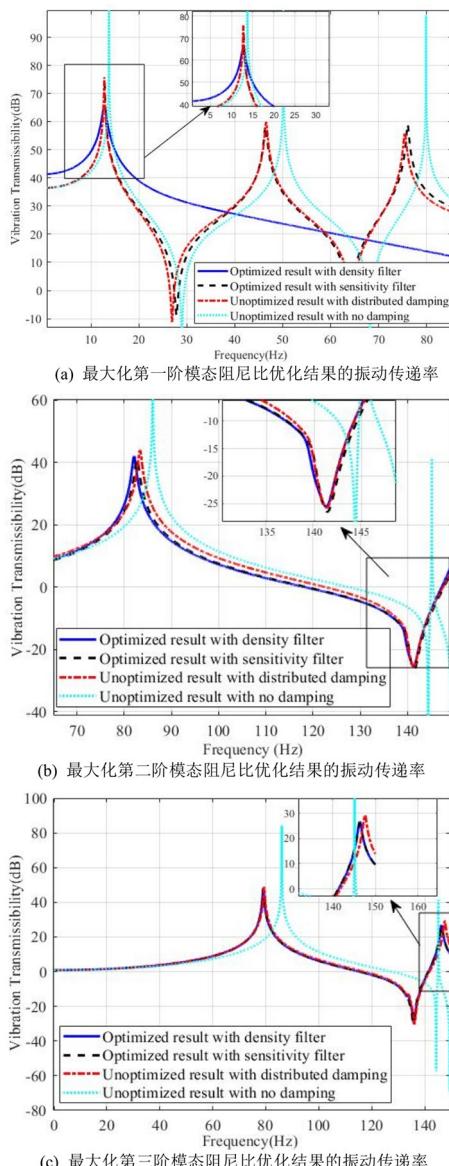


Fig. 6 Vibration transmission rate

曲线；无阻尼板结果的振动传递率曲线为青色点线，代表基板在无阻尼情况下的振动传递率曲线。根据图 6(a)可以得到，以第一阶模态阻尼比最大为目标时，均布情况下振动传递率远低于基板的无阻尼情况；采取灵敏度过滤的优化结果峰值相较于均布阻尼材料情况下降了 0.91%，采用密度过滤的优化结果峰值相较于均布阻尼材料情况下降了 13.36%。无论是采取灵敏度过滤还是密度过滤优化后的振动抑制能力相对于优化前都有提升，但是由于过滤方式的不同导致阻尼材料的分布与减振性能差距较大。在图 6(b)中灵敏度过滤结果与密度过滤结果有截然不同的表现，密度过滤结果峰值相对均布阻尼情况升高了 2.83%，灵敏度过滤结果峰值相对于均布阻尼情况下振动传递率下降了

1.12%。在图 6(c)中灵敏度过滤结果峰值相对于均布阻尼情况下振动传递率下降了 10.17%，密度过滤结果峰值相较于均布阻尼情况振动传递率下降了 8.52%。由此可知，与均匀分布阻尼材料的情况相比，采用模态阻尼比最大的拓扑优化结果在减振效果上有显著的提升，绝大部分情况下采用密度过滤的结果相较于灵敏度过滤结果更佳。

3.2 算例二：悬臂薄板结构

下面考虑第二个算例，左端固支的悬臂薄板结构。其中，悬臂板长 90 mm，宽 60 mm，厚度为 1 mm，分割为 90×60 个四节点板单元进行计算。阻尼材料的体积分数 V_f 为 50%。悬臂板的物理模型如图 7 所示。

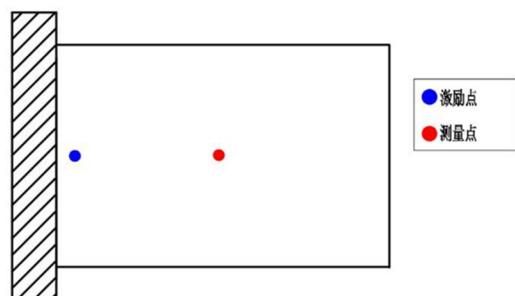


图 7 悬臂板物理模型

Fig. 7 Physical model of a cantilever plate

如算例一所述，蓝色点为激励点，红色点为测量点，研究优化结果对振动传递率的影响规律。对该模型分别采用灵敏度过滤与密度过滤，以最大化第一阶模态阻尼比为目标的优化后阻尼材料分布如图 8 所示。悬臂板第一阶模态自由端振幅最大，阻尼材料一部分分布在自由端抑制振动，一部分分布在传递路径上进行减振。灵敏度过滤与密度过滤结果分布趋势近似，密度过滤呈现出更加平滑的阻尼材料分布。

以最大化第二阶模态阻尼比为目标的优化后阻尼材料分布如图 9 所示。第二阶模态阻尼比最大化的密度过滤结果与灵敏度过滤结果在自由端出现了较大的差异，密度过滤在自由端添加了阻尼材料，而灵敏度过滤没有阻尼材料。第二阶模态在自由端和板中部附近都出现了较大的振幅，在自由端与中部之间存在一个节点，该节点附近阻尼材料几乎没有分布，优化结果可以反映与模态振动振幅的联系。

以最大化第三阶模态阻尼比为目标的优化后

阻尼材料分布如图 10 所示。第三阶模态阻尼比最大的密度过滤与灵敏度过滤结果总体趋势上类似，均在模态振幅最大处附近添加了较多的阻尼材料。

纵观三阶结果，第一阶、第三阶模态阻尼比最大的优化结果中灵敏度过滤与密度过滤的结果趋势大体相同。设计变量的分布差异主要在密度过滤更加平滑，灵敏度过滤相对更加优化，前后目标值变化如表 3 所示。

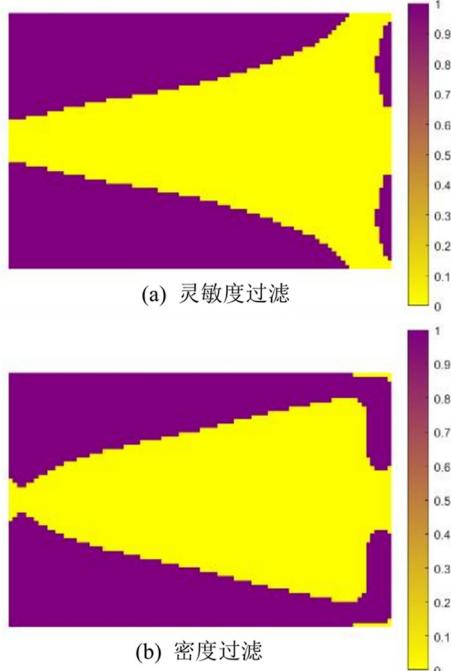


图 8 最化第一阶模态阻尼比优化结果

Fig. 8 Optimized results for maximizing the first-order modal damping ratio

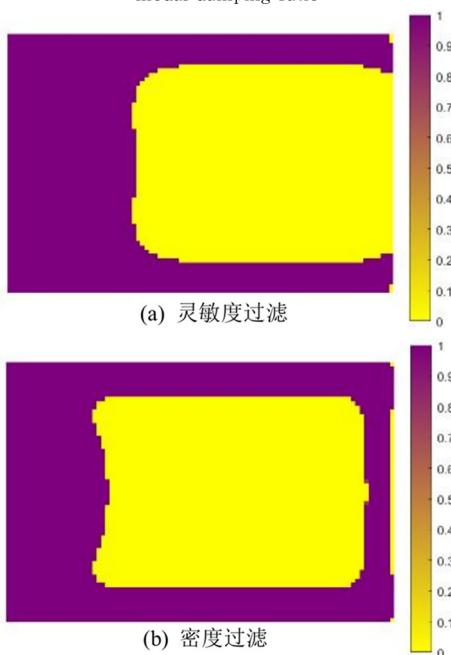


图 9 最化第二阶模态阻尼比优化结果

Fig. 9 Optimized results for maximizing the second-order modal damping ratio

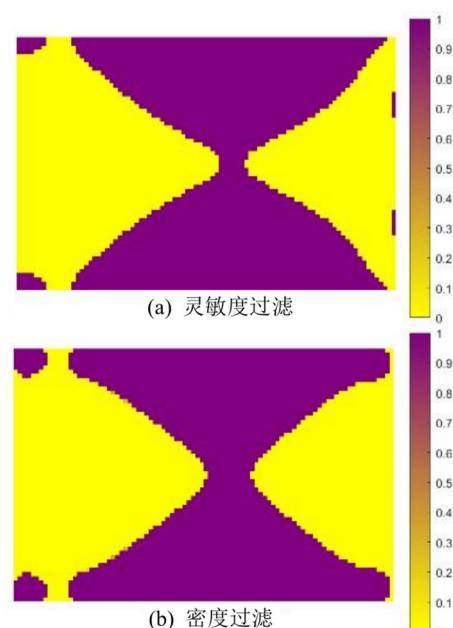


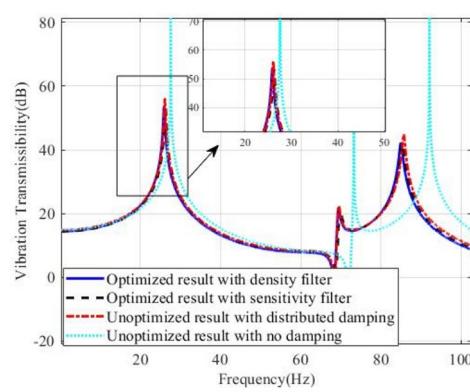
图 10 最化第三阶模态阻尼比优化结果

Fig. 10 Optimized results for maximizing the third-order modal damping ratio

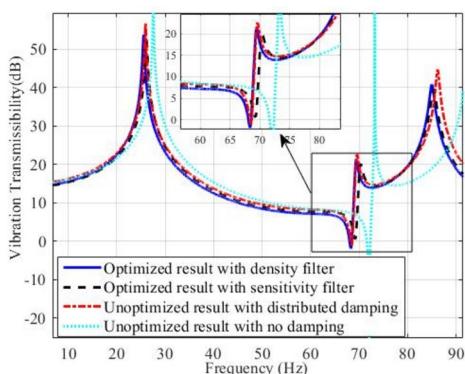
表 3 优化目标变化值
Table 3 Changes in optimization objectives

优化目标	过滤方式	优化前目标值	优化后目标值
第一阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0007	0.0102
	密度过滤		0.0099
第二阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0007	0.0091
	密度过滤		0.0077
第三阶模态阻尼比	灵敏度过滤	0.0006	0.0065
	密度过滤		0.0063

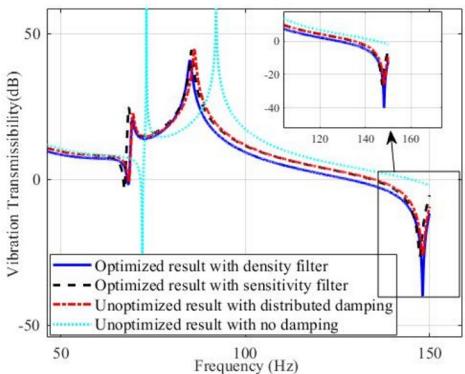
由表 3 可见，优化后目标值提升了 10 倍以上，第一阶与第三阶的灵敏度过滤与密度过滤结果的优化后目标值相差无几，但第二阶模态阻尼比设计变量在自由端出现的差异导致优化后的结果差异较大。但模态阻尼比无法直接反映振幅以及减振效率，采用前文所述动力学响应方法，在悬臂板结构中，绘制振动传递率曲线，如图 11 所示。



(a) 最化第一阶模态阻尼比优化结果的振动传递率



(b) 最大化第二阶模态阻尼比优化结果的振动传递率



(c) 最大化第三阶模态阻尼比优化结果的振动传递率

图 11 振动传递率曲线

Fig. 11 Vibration transmission rate

图 11 中,第一阶模态阻尼比最大的模型中,采用灵敏度过滤的优化结果峰值相对于均布阻尼材料情况下降低了 4.69%,采用密度过滤的优化结果峰值相对于均布阻尼情况降低了 4.23%;以第二阶模态阻尼比最大为目标时,灵敏度过滤的优化结果峰值相对于均布阻尼情况上升了 16.3%,密度过滤的优化结果峰值相对于均布情况降低了 8.4%。

对于悬臂板模型考虑多阶模态阻尼比的情况,考虑前三阶模态阻尼比加权和为优化目标函数,其权重为 0.33、0.33、0.33。对此分别采用灵敏度过滤与密度过滤进行优化,三阶模态阻尼比加权和优化前后变化值如表 4 所示。

表 4 优化目标变化值

Table 4 Changes in optimization objectives

优化目标	过滤方式	优化前目标值	优化后目标值
前三阶模态阻尼比加权和	灵敏度过滤 密度过滤	0.0008	0.0080

目标模态阻尼比随迭代次数变化的图像如图 12 所示。从图中可以看出,随着迭代次数的增加,目标模态阻尼比逐渐趋于稳定,并在约第 200 次迭

代时实现收敛,说明所采用的优化策略具有较好的收敛性能。

对考虑多目标模态阻尼比最大的情况,采用灵敏度过滤和密度过滤优化后的阻尼材料分布如图 13 所示。

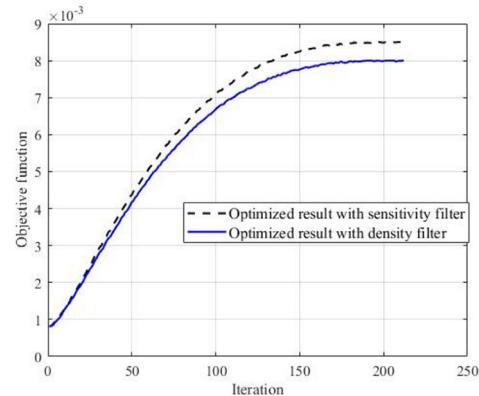


图 12 目标函数随迭代次数变化曲线
Fig. 12 Iteration history of the objective function

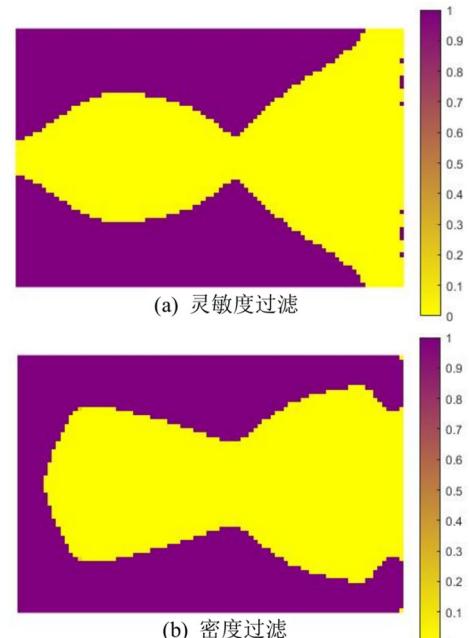


图 13 最大化前三阶模态阻尼比加权和优化结果
Fig. 13 Optimized results for maximizing the weighted sum of the first three modal damping ratios

根据图 13 可知,优化后的阻尼材料分布中可以明显看出第一阶、第二阶和第三阶模态优化结果的结构特征痕迹,说明各阶模态在最终优化结果中均有所体现,这一结果与预期高度一致,表明加权多模态阻尼比优化策略在引导材料分布时具有良好的物理可解释性和有效性。

采用如图 7 所示的悬臂板模型,研究优化结果对振动传递率的影响规律。其振动传递率图像如图 14 所示。由图 14 可见,在多阶模态阻尼比优化中,

相较于均布阻尼材料,灵敏度过滤和密度过滤均能有效降低各阶模态附近的振动响应峰值。其中,在第一阶模态附近,灵敏度过滤使峰值下降 4.33%,密度过滤下降 3.35%;在第二阶模态附近,灵敏度过滤使峰值下降 2.29%,密度过滤下降 2.77%;在第三阶模态附近,灵敏度过滤使峰值下降 2.50%,密度过滤下降 1.53%。上述数据表明,两种过滤方法在多模态优化中均具有有效性和适应性。在本案例中,密度过滤方法在第二阶模态附近的性能更优,整体表现略优于灵敏度过滤。

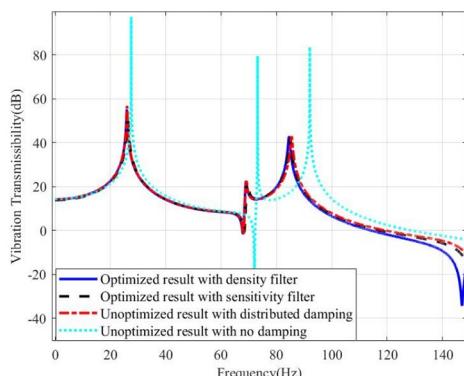


图 14 最大化前三阶模态阻尼比加权和优化结果的振动传递率
Fig. 14 Vibration transmission rate of the optimized results for maximizing the weighted sum of the first three modal damping ratios

对于悬臂情况,更换激励点位置,其物理模型如图 15 所示。

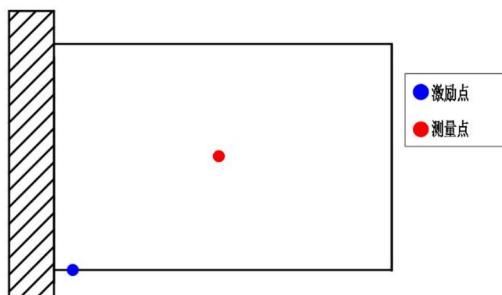


图 15 更换激励点的悬臂板物理模型
Fig. 15 Physical model of a cantilever plate considering different excitation points

在蓝色点施加载荷,在红色点进行测量,根据式(8)绘制振动传递率曲线如图 16 所示。从图 16 的结果可以看出,与阻尼材料均匀分布的基准方案相比,基于拓扑优化的阻尼配置在多个模态下均表现出显著的减振效果。在第一阶模态附近,采用灵敏度过滤方法得到的结构响应峰值下降了约 3.90%,而采用密度过滤方法时的峰值下降幅度为 2.99%。在第二阶模态响应中,灵敏度过滤所导致的峰值降低幅度为 1.47%,密度过滤为 1.69%。值

得注意的是,在第三阶模态附近,灵敏度过滤仍实现了 1.57% 的峰值下降,而密度过滤虽然减振效果相对较弱,仍表现出 1.19% 的下降趋势。

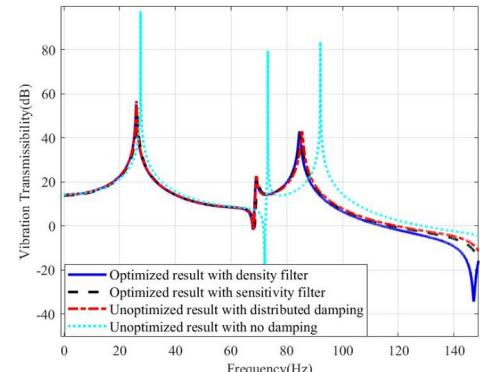


图 16 考虑不同激励点的最大化前三阶模态阻尼比加权和优化结果的振动传递率
Fig. 16 Vibration transmission rate of optimized results considering different excitation points with maximization of weighted sum of first three modal damping ratios

在高阶模态和不同加载条件下,优化后的结构仍维持了较为稳定的抑振效果,体现出较强的适应性与鲁棒性。这表明所采用的优化策略不仅能够针对特定模态进行响应控制,也具有一定的普适性,有望在多模态、多工况耦合系统中得到有效应用,具有较高的工程实用价值。

通过两个算例可见,针对特定模态阻尼比进行优化时,由于收敛方式不同,二者的最终结果可能存在较大的差异,但利用最大化模态阻尼比这一目标进行拓扑优化,在灵敏度过滤与密度过滤选择方法间选择恰当的方法就可以达到减小振动的目的。一般情况下选择密度过滤可以得到较好的优化效果,其适用性明显优于灵敏度过滤。灵敏度过滤通过过滤灵敏度信息消除数值不稳定性,保留清晰的材料边界。密度过滤通过密度场插值实现材料分布的连续性,抑制中间密度。灵敏度过滤与密度过滤的本质区别在于对优化信息的处理方式:前者侧重局部灵敏度修正,后者强调全局密度平滑。这种差异导致二者在不同模态目标和频段下的性能分异。总而言之,以特定模态阻尼比最大为目标的结构拓扑优化在不改变材料用料的情况下减小振动的影响具有显著的效果。

4 总结与展望

本文通过拓扑优化方法优化自由阻尼结构的模态阻尼比,显著提升了板壳结构的减振性能。研究验证了不同过滤方式对优化结果的影响,揭示了

密度过滤的稳定性优势。该方法在保证轻量化的同时,实现了阻尼材料的针对性分布,为航天器微振动控制提供了新思路。此外,上述方法可拓展至以航天结构微振动抑制为代表的多柔体系统动力学优化,为复杂柔性机构的振动控制提供了解决思路。

参考文献

- [1] 黄志诚, 秦朝烨, 褚福磊. 附加粘弹性阻尼层的薄壁构件振动问题研究综述[J]. 振动与冲击, 2014, 33(7): 105—113.
- HUANG Z C, QIN Z Y, CHU F L. A review about vibration problems of thin-walled structures with viscoelastic damping layer [J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(7): 105—113. (in Chinese)
- [2] 桂洪斌, 赵德有, 郑云龙. 粘弹性阻尼层结构动力问题有限元分析综述[J]. 振动与冲击, 2001, 20(1): 44—47.
- GUI H B, ZHAO D Y, ZHENG Y L. A review of finite element method for analyzing dynamic problem of structure with viscoelastic damped layer [J]. Journal of Vibration and Shock, 2001, 20(1): 44—47. (in Chinese)
- [3] PARK C H, BAZ A. Comparison between finite element formulations of active constrained layer damping using classical and layer-wise laminate theory [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2001, 37(1): 35—56.
- [4] YUN K S, YOUN S K. Multi-material topology optimization of viscoelastically damped structures under time-dependent loading [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2017, 123: 9—18.
- [5] 淡丹辉, 孙利民. 结构动力有限元的模态阻尼比单元阻尼建模法[J]. 振动、测试与诊断, 2008, 28(2): 100—103, 178.
- DAN D H, SUN L M. Damping modeling and its evaluation based on dynamical analysis of engineering structure by finite element method [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2008, 28(2): 100—103, 178. (in Chinese)
- [6] FRONK T H, WOMACK K C, ELLIS K D, et al. Finite element modeling of damping in constrained layer composite structures induced by inplane loads using ADINA [J]. Computers & Structures, 1995, 56(2/3): 357—363.
- [7] KANG Z, ZHANG X P, JIANG S G, et al. On topology optimization of damping layer in shell structures under harmonic excitations [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2012, 46(1): 51—67.
- [8] EL-SABBAGH A, BAZ A. Topology optimization of unconstrained damping treatments for plates [J]. Engineering Optimization, 2014, 46(9): 1153—1168.
- [9] ZHENG H, CAI C, PAU G S H, et al. Minimizing vibration response of cylindrical shells through layout optimization of passive constrained layer damping treatments [J]. Journal of Sound and Vibration, 2005, 279(3/4/5): 739—756.
- [10] 房占鹏. 薄壁构件约束阻尼结构动力学拓扑优化研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2015.
- FANG Z P. Research on dynamic topology optimization of thin wall structure with constrained layer damping treatment[D]. Chongqing: Chongqing University, 2015. (in Chinese)
- [11] KIM S Y, MECHEFSKE C K, KIM I Y. Optimal damping layout in a shell structure using topology optimization [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(12): 2873—2883.
- [12] 贺红林, 周楠兰, 袁维东. 基于复合模态阻尼比的阻尼板渐进法减振优化[J]. 工程设计学报, 2015, 22(4): 351—358, 364.
- HE H L, ZHOU N L, YUAN W D. Evolutionary topology optimization of damped plates based on multiple modes' damping ratio [J]. Chinese Journal of Engineering Design, 2015, 22(4): 351—358, 364. (in Chinese)
- [13] 倪维宇, 张横, 姚胜卫. 考虑阻尼性能的复合结构多尺度拓扑优化设计[J]. 航空学报, 2021, 42(3): 224807.
- NI W Y, ZHANG H, YAO S W. Concurrent topology optimization of composite structures for considering structural damping [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(3): 224807. (in Chinese)
- [14] YAMAMOTO T, YAMADA T, IZUI K, et al. Topology optimization of free-layer damping material on a thin panel for maximizing modal loss factors expressed by only real eigenvalues [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 358: 84—96.
- [15] JANG I G, KWAK B M. Evolutionary topology optimization using design space adjustment based on

- fixed grid [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 66(11): 1817—1840.
- [16] 赵清海, 陈潇凯, 林逸. 基于扩散张量偏微分方程的拓扑优化过滤方法[J]. 中国机械工程, 2013, 24(22): 3057—3061.
ZHAO Q H, CHEN X K, LIN Y. Filters in topology optimization based on diffusion tensor of partial differential equations [J]. China Mechanical Engineering, 2013, 24(22): 3057—3061. (in Chinese)
- [17] JOHNSON C D, KIENHOLZ D A. Finite element prediction of damping in structures with constrained viscoelastic layers [J]. AIAA Journal, 1982, 20(9): 1284—1290.
- [18] 闫宪飞. 粘弹性阻尼板振动特性分析与阻尼优化[D]. 沈阳: 东北大学, 2018.
YAN X F. Vibration characteristics analysis and damping optimization of viscoelastic damped plate [D]. Shenyang: Northeastern University, 2018. (in Chinese)
- [19] 徐中明, 李丹彤, 张志飞, 等. 结合单元渐进删除的变密度拓扑优化方法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2023, 35(3): 482—490.
XU Z M, LI D T, ZHANG Z F, et al. Topology optimization method using SIMP combined with evolutionary deletion of elements [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2023, 35(3): 482—490. (in Chinese)
- [20] 张锦涛, 孙加亮, 金栋平. 基于拓扑优化的叶片结构呼吸振动抑制研究[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(8): 50—57.
ZHANG J T, SUN J L, JIN D P. Breathing vibration suppression of a blade structure based on topology optimization [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(8): 50—57. (in Chinese)
- [21] 罗震, 陈立平, 黄玉盈, 等. 连续体结构的拓扑优化设计[J]. 力学进展, 2004, 34(4): 463—476.
LUO Z, CHEN L P, HUANG Y Y, et al. Topological optimization design for continuum structures [J]. Advances in Mechanics, 2004, 34(4): 463—476. (in Chinese)
- [22] 苗晓婷, 许泉, 刘广, 等. 基于变密度法的飞行器升力面结构多目标拓扑优化设计[J]. 动力学与控制学报, 2014, 12(3): 253—258.
MIAO X T, XU Q, LIU G, et al. Multi-objective topology optimization design method based on penalized density theory for aircraft lifting-surface [J]. Journal of Dynamics and Control, 2014, 12(3): 253—258. (in Chinese)