

虚拟轨道列车全轮主动转向控制研究*

杨一博¹ 杨蔡进^{1†} 陆野¹ 徐菁¹ 蔡立雅² 张卫华¹

(1. 西南交通大学 轨道交通运载系统全国重点实验室, 成都 610031)

(2. 盐城工学院 机械优集学院, 盐城 224051)

摘要 针对多铰接式虚拟轨道列车的转向问题, 基于后车跟随首车行驶轨迹运行的思路, 提出了一种全轮主动转向控制方法。首先, 利用移位寄存器存储首车的行驶轨迹作为目标路径; 其次, 根据车体后轴实际路径和目标路径间的横向偏差量, 基于 PID 控制器和 Stanley 算法确定车体后轮转角, 进一步利用阿克曼转向几何原理计算后车前轮的转角; 最后, 搭建 TruckSim 与 Matlab/Simulink 联合仿真平台, 结合典型工况进行仿真分析。仿真结果表明, 本文设计的控制方法有效提高了拖车模块对牵引车模块的跟随性能, 减小了车间铰接处的作用力、车体的质心侧偏角和轮胎侧向力, 从而提高了列车在转弯时的稳定性。

关键词 虚拟轨道列车, 路径跟随, 全轮主动转向, Stanley 算法, 阿克曼转向几何原理

中图分类号: U482.2

文献标志码: A

Research on All-Wheel Steering Control of the Virtual Rail Train*

Yang Yibo¹ Yang Caijin^{1†} Lu Ye¹ Xu Jing¹ Cai Liya² Zhang Weihua¹

(1. State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(2. School of Mechanical Engineering, Yancheng Institute of Technology, Yancheng 224051, China)

Abstract Aiming at the steering problem of the multi-articulated virtual rail train, an all-wheel active steering control method is proposed based on the idea that the rear vehicles follow the traveling trajectory of the head one. Firstly, the traveling trajectory of the head vehicle is computed as the target path and stored in the shift register. Secondly, according to the lateral deviation of the rear axle of the vehicle from its target path, the steering angle of the rear wheel of the vehicle is determined based on the PID controller and the Stanley algorithm, and the steering angle of the front wheel of the rear vehicle is further computed using the principle of Ackermann steering geometry. Finally, the co-simulation platform of TruckSim and Matlab/Simulink is established and the simulation analysis is carried out with typical operation conditions. Obtained results show that the control method designed improves the following performance of the trailer module to the tractor module, reduces the articulation forces between the adjacent vehicles, the center-of-mass lateral deflection angle of the vehicle body and the lateral force of the tires, and thus improves the stability of the train during the steering.

Key words virtual rail train, trajectory following, all-wheel active steering, Stanley algorithm, Ackermann steering geometry

2023-08-06 收到第 1 稿, 2023-10-19 收到修改稿。

* 国家重点研发计划 (2018YFB101603-06), 四川省科技计划项目 (2020JDR0008), National Key Research and Development Program (2018YFB101603-06), Sichuan Science and Technology Program (2020JDR0008).

† 通信作者 E-mail: ycj78_2012@163.com

引言

虚拟轨道列车采用胶轮承载,以路面铺设的感应标识线形成的虚拟轨道为导向,通过控制车轮主动转向,实现车体的“类轨”行驶.列车通常由多个运载模块组成,相比传统公交客运车辆具有更高载运能力,同时又不依赖于真实的物理轨道,可以灵活地在既有道路上行驶,是对由公交车辆、地铁等构成的城市公共交通运输体系的有益补充^[1].虚拟轨道列车的车身较长,为适应在复杂的城市道路上行驶,可以采用全轮协同转向和轨迹跟随控制技术,实现较小的转弯半径,避免后车偏离首车的行驶轨迹,以及车体间相互干扰,造成轮胎承受较大作用力而磨损加剧等问题.

虚拟轨道列车属于跨界式交通运输工具.它融合了轨道车辆和道路车辆的技术特征.从这层意义上讲,虚拟轨道列车可以归结为公共路权运行环境下铰接式重载车辆范畴.传统汽车领域的研究人员和学者们针对铰接式重载车辆开展了研究,提出了后车的主动转向控制策略,有效提高了车辆转向性能和操控稳定性.徐晓美等^[2]以半挂汽车的偏移距最小为优化目标,利用了预瞄模型确定挂车后轴转角,实现了挂车跟踪牵引车行驶. Abroshan 等^[3]设计了基于模糊 PID 和经典 PID 的双层控制器,保证了挂车上的跟随点能跟踪牵引车上的引领点. Guan 等^[4]建立了铰接车辆简化的横摆动力学模型,基于模型预测控制,以挂车后轴转角为控制输入,针对整车的质心侧偏角进行优化控制,改善了车辆的横向稳定性. Cheng 等^[5]同时考虑第五轮处的路径跟踪偏差和挂车横向加速度为优化目标,并引入虚拟驾驶员模型确定半挂车的主动转角,改善了车辆的跟踪性能和横向稳定性. Jujnovich 等^[6]根据半挂车的非线性运动学设计了一种自适应控制器,该控制器基于速度相关增益调节进行挂车转向控制,达到了兼顾低高速工况下车辆横向稳定性的效果. Tian 等^[7]针对带前轮转向拖车的两节重型铰接车辆提出了一种基于分数阶微积分的预瞄控制器,增强了车辆的曲线通过特性. Rangavajhula 等^[8]基于最小向后放大率设计了 LQR 控制器,确定了两节铰接车辆中拖车的前轴理想转角,改善了车辆的横向稳定性.但是上述研究主要针对由牵引车一拖车组成的单铰接式车辆.一般而言,车体

架构不同,相应的转向跟随控制策略不尽相同.虚拟轨道列车遵循轨道车辆的设计理念,同时吸收了道路车辆的技术特征.因此,针对这种特殊多铰接道路车辆的车轮转向及轨迹跟随控制等问题还需深入研究.

此外,一些学者对多铰接车辆的转向控制问题开展了有益研究. Wanger 等^[9,10]提出一种基于扩展阿克曼转向几何的车轮转向控制方法.该方法假设各节车体的转动中心重合,且后车后轴沿着阿克曼转向几何确定的某圆周路径跟踪首车后轴行驶,因此可以解析地计算各车轮转向角,具有计算量小及易于工程实现等优点.但该方法采用开环控制,随着车身长度的增加,后车在跟踪行驶中会出现较大误差累积.李前明等^[11]针对上述问题,通过引入补偿反馈,提出了一种基于多轴协同转向的模糊 PID 控制方案,提高了车辆后轴的跟随特性.值得说明的是,当假定的圆周路径与实际的目标路径存在较大差异时,上述方法会存在一定问题.比如首车已进入弯道,而后车还在直道上,此时车辆往往会出现较大的行驶偏差.

与文献[9]~文献[11]的假定圆形目标路径不同,本文将首车的实际行驶轨迹作为后车跟踪行驶的目标路径,并采用移位寄存器仅储存目标路径的关键数据点信息.基于上述策略,运用 PID 控制理论、Stanley 算法和阿克曼转向几何原理,本文提出了一种虚拟轨道列车全轮主动转向控制方法.该控制方法计算量小、运算速度快,不依赖列车动力学模型,具有一定的工程应用价值.

1 虚拟轨道列车

如图 1 所示,列车由多个模块组成.每个模块采用双轴承载,首车为牵引模块,其余车体为拖车模块,且仅首轴为驱动轴,所有轴均为转向轴.列车的具体结构及转向原理在文献[12]和文献[13]中有相关说明.



图 1 虚拟轨道列车示意图

Fig. 1 Schematic of the virtual rail train

不失一般性,本文以常见的三节编组虚拟轨道列车为例,研究列车的全轮主动转向问题.列车具

有 6 根车轴 $A_1 \sim A_6$, 如图 2 所示, G_1 和 G_2 为车间铰接点, a_i 和 b_i 分别表示车体质心到前轴和后轴的距离, 其中下标 i 表示车体编号, 且 $i=1, 2, 3$; d_2 和 d_3 表示前轴到前铰接点的距离; c_1 和 c_2 表示后轴到后铰接点的距离, D 为半倍轮距. 车辆参数值由表 1 给定.

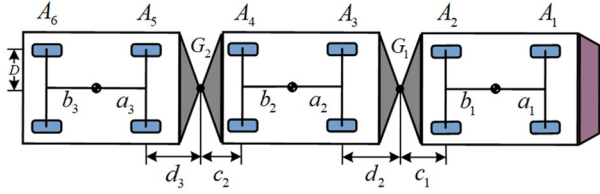


图 2 虚拟轨道列车结构图

Fig. 2 Structure diagram of the virtual rail train

表 1 虚拟轨道列车参数

Table 1 Virtual rail train parameters

Parameter	Value	Unit
Tractor sprung mass m_1	9000	kg
The first trailer sprung mass m_2	7000	kg
The second trailer sprung mass m_3	7000	kg
Distances a_1, b_1, a_2, b_2, a_3 and b_3	2.6	m
Distances c_1, d_2, c_2 and d_3	2.25	m

本文将虚拟轨道列车简化为经典的单轨线模型^[9,10]. 如图 3 所示, 同一轴左右车轮等效为位于车轴中心的“虚拟轮”, $\delta_{n,l}^l, \delta_{n,l}^r, \delta_{n,r}^l, \delta_{n,r}^r$ 分别代表每节车左前、右前、左后、右后处车轮转角, 下标 n 表示车辆编号, l, r 表示前后轮, 上标 l, r 表示左右轮; $\delta_{n,l}, \delta_{n,r}$ 表示“单轨线”模型中虚拟前、后轮转角; β_i, ψ_i 和 ω_i 分别表示第 i 节车质心位置的侧偏角、横摆角和横摆角速度; θ_i 表示第 k 和第 $k+1$ 节车间铰接角, 其中 $k=1, 2$.

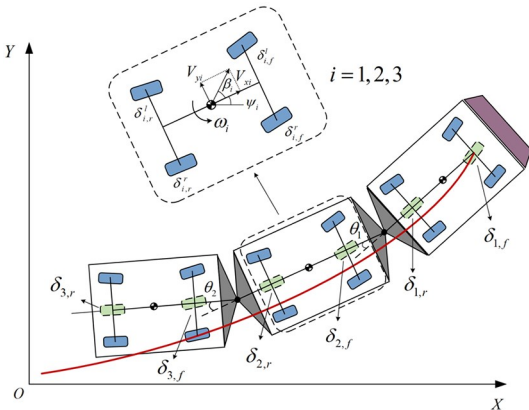


图 3 单轨线模型示意图

Fig. 3 Single-track model of the virtual rail train

2 全轮主动转向控制器设计

假设列车 A_1 轴转向由驾驶员进行操控或由仿照驾驶员行为的预瞄模型^[2]确定, 本节将基于列车单轨线模型和阿克曼转向几何原理研究 $A_2 \sim A_6$ 轴的转向, 过程如下: 首先, 确定 A_1 轴的行驶轨迹, 并以离散坐标点的形式存储在移位寄存器中, 作为各节车后轴中心的目标路径. 其次, 计算各车后轴中心的实时位置与目标路径之间的横向偏差量, 并采用 PID 控制补偿方式调整 A_2 轴转角, 基于经典 Stanley 算法计算 A_4 和 A_6 轴转角. 最后, 根据单节车体具有同一转动中心的原则, 利用阿克曼转向几何原理确定 A_3 和 A_5 轴转角, 并进一步确定每根车轴左右两侧实际车轮的转角. 上述控制过程的流程图如图 4 所示.

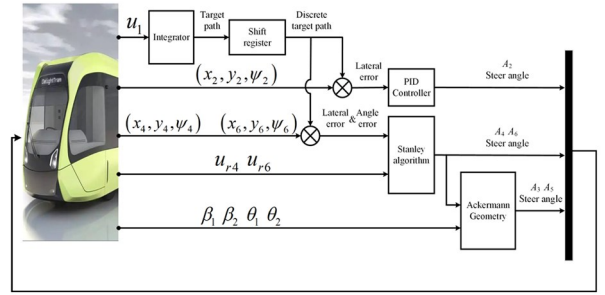


图 4 控制方法流程图

Fig. 4 Control scheme flow chart

2.1 目标路径构建

列车 A_1 轴中心的实时位置可用关于牵引车模块的速度积分来表征, 且在全局坐标系 X 轴和 Y 轴方向上的坐标分量为^[2]

$$\begin{cases} x_1 = \int u \cos(\beta_1 + \psi_1) dt + a_1 \cos \psi_1 - a_1 \\ y_1 = \int u \sin(\beta_1 + \psi_1) dt + a_1 \sin \psi_1 \end{cases} \quad (1)$$

式中, u 为纵向车速. 考虑式(1), 列车 A_1 轴行驶轨迹可用如下离散点阵表示:

$$\begin{cases} \mathbf{x} = [x_1(0), x_1(1), x_1(2), \dots, x_1(n)]^T \\ \mathbf{y} = [y_1(0), y_1(1), y_1(2), \dots, y_1(n)]^T \end{cases} \quad (2)$$

式中, n 代表当前时刻.

本文采用移位寄存器储存当前时刻及前若干特征时刻 A_1 轴中心位置坐标, 并作为目标路径. 随着记录步长的更新, 当前时刻的数据被储存到移位寄存器中, 最早储存的数据信息被移除, 上述过程可表示为^[6]

$$\begin{cases} \mathbf{x}_r(k) = \mathbf{E}\mathbf{x}_r(k-1) + \mathbf{F}\mathbf{x}_1(k) \\ \mathbf{y}_r(k) = \mathbf{E}\mathbf{y}_r(k-1) + \mathbf{F}\mathbf{y}_1(k) \end{cases} \quad (3)$$

式中, \mathbf{x}_r 和 \mathbf{y}_r 为 $m \times 1$ 维列向量, 表示移位寄存器中存储的有效数据, 且有:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_{m-1} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{F} = (0, 0, \dots, 1)^T$$

2.2 横向偏差量计算

如图 5 所示, S 为由若干离散点构成的目标路径, 采用遍历搜索法确定目标路径上与车轴当前位置 (x, y) 最近的坐标点 (x_d, y_d, ψ_d) . 易知, 横向偏差的计算公式为^[14]:

$$e_d = (y - y_d)\cos\psi_d - (x - x_d)\sin\psi_d \quad (4)$$

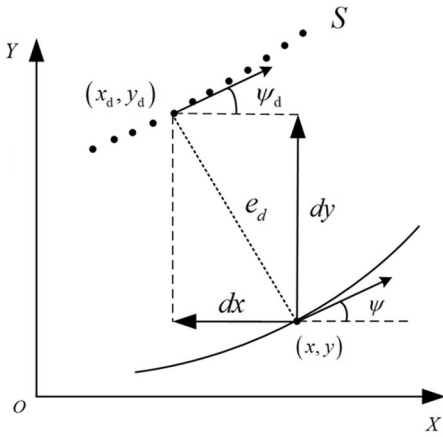


图 5 横向偏差示意图
Fig. 5 Lateral error diagram

2.3 车轮转角的计算与分配

2.3.1 基于 Stanley 算法的拖车后轮转角计算

本文采用经典的 Stanley 算法^[15] 计算拖车后轮转角. Stanley 算法是一种基于横向偏差的非线性反馈函数, 能够实现横向偏差以指数方式快速收

敛于零. 该算法将车轮转角分为 δ_e 和 φ_e 两部分. 如图 6 所示, φ_e 表示投影点切线方向与车辆航向之间的夹角; δ_e 表示投影点切线方向与后轮朝向之间的夹角; e_d 表示拖车后轴上虚拟轮到投影点 P 的横向偏差; u_r 表示相应虚拟轮速度, $l(t)$ 为预瞄距离.

当后轮位于目标路径上, 即横向偏差为 0, 此时后轮转角应为

$$\delta(t) = \varphi_e(t) \quad (5)$$

类似地, 当车轮沿着目标路径切线方向行驶, 即航向偏差为 0, 此时后轮转角应为

$$\delta(t) = \delta_e(t) \quad (6)$$

因此, 同时考虑上述两种偏差, 后轮转角为

$$\delta(t) = \delta_e(t) + \varphi_e(t) \quad (7)$$

进一步分析横向偏差的变化率, 可以得到:

$$\dot{e}_d(t) = -u_r(t)\sin\delta_e \quad (8)$$

式中,

$$\sin\delta_e = \frac{ke_d(t)}{\sqrt{u_r(t)^2 + [ke_d(t)]^2}} \quad (9)$$

式中, k 为增益系数. 将式(9)代入式(8)中, 得到:

$$\dot{e}_d(t) = -\frac{ke_d(t)}{\sqrt{1 + \left[\frac{ke_d(t)}{u_r(t)}\right]^2}} \quad (10)$$

假设横向偏差很小^[15], 式(10)可简化为

$$\dot{e}_d(t) \approx -ke_d(t) \quad (11)$$

考虑式(11), 通过几何分析可以得到

$$\delta_e(t) = \arctan\left[\frac{ke_d(t)}{u_r(t)}\right] \quad (12)$$

联立式(7)和式(12), 后轴虚拟轮的期望转角为

$$\delta_{i,r} = \arctan\left[\frac{ke_d(t)}{u_r(t)}\right] + \varphi_e(t), i = 2, 3 \quad (13)$$

对式(11)积分可得

$$e_d(t) = -e_d(0)e^{-kt} \quad (14)$$

由式(14)可知, 后轴中心和期望轨迹间的横向偏差以指数方式收敛于零, 并且参数 k 决定了收敛速度.

2.3.2 基于阿克曼转向几何的拖车前轮转角计算

如图 7 所示, L 为前铰接点到后轴距离, h 为车体的转向中心到车轴的垂直距离, l 为转动中心在车轴上的投影点到铰接点的距离. 铰接点的速度方向和轮胎的前进方向应满足阿克曼转向几何原理^[16,17]. 这里以第一节拖车为例, 根据阿克曼转向几何原理确定前轮转角, 过程如下.

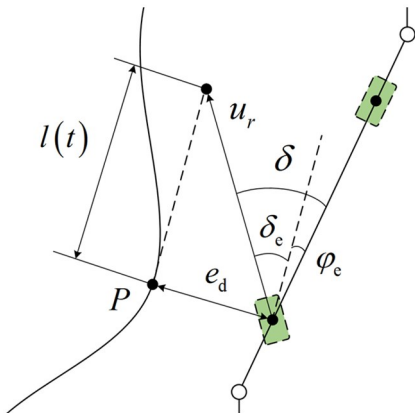


图 6 Stanley 算法示意图
Fig. 6 Stanley algorithm diagram

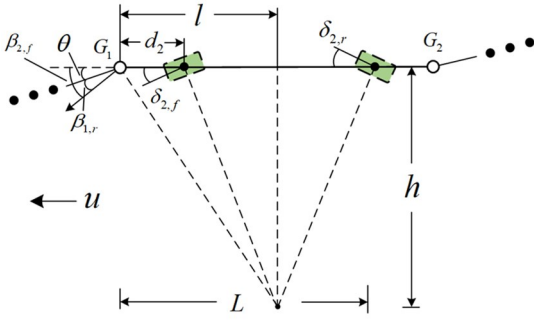


图 7 基于单轨线模型的车轮转向

Fig. 7 Steering description based on single track model

铰接点 G_1 的速度偏角为

$$\beta_{2,f} = \beta_{1,r} + \theta \quad (15)$$

式中, $\beta_{2,f}$ 为当前车体前铰接点的速度偏角, $\beta_{1,r}$ 为前车后铰接点的速度偏角, θ 为铰接角。通常 $\beta_{1,r}$ 难以直接测得, 可以近似计算为^[2]

$$\beta_{1,r} = \beta_1 - \frac{(b_1 + c_1)\omega_1}{u} \quad (16)$$

式中, β_1 为前车的质心侧偏角。

由图 7 中几何关系, 可以得到

$$\tan\beta_{2,f} = \frac{l}{h}, \quad \tan\delta_{2,r} = -\frac{L-l}{h} \quad (17)$$

故前轴虚拟轮转角为

$$\delta_{2,f} = \arctan\left(\frac{l-d_2}{h}\right) \quad (18)$$

2.3.3 基于 PID 控制器的牵引车后轮转角

考虑式(4), 根据 PID 控制原理, 牵引车后轮转角为

$$\delta_{1,r} = K_p e_d(t) + K_i \int_0^t e_d(t) dt + K_d \frac{de_d(t)}{dt} \quad (19)$$

式中, K_p 、 K_i 和 K_d 分别为比例、积分和微分系数。

2.3.4 左右轮转角确定

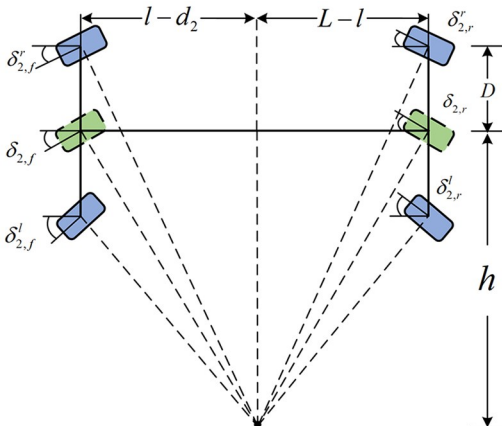


图 8 阿克曼转向几何

Fig. 8 Ackermann steering geometry

假设车体实际车轮和虚拟车轮做纯滚动^[18], 且车轮的转向满足阿克曼转向几何原理, 如图 8 所示。

根据图 8 中几何关系, 前轴左右轮转角为

$$\delta_{2,f}^l = \arctan\left(\frac{l-d_2}{h-D}\right), \quad \delta_{2,r}^r = \arctan\left(\frac{l-d_2}{h+D}\right) \quad (20)$$

同理, 后轴左右轮转角为

$$\delta_{2,r}^r = \arctan\left(\frac{L-l}{h+D}\right), \quad \delta_{2,r}^l = \arctan\left(\frac{L-l}{h-D}\right) \quad (21)$$

2.4 说明与讨论

本文根据计算得到的目标轨迹, 采用 PID 控制器调整牵引车后轴转角, 基于 Stanley 算法确定拖车后轴虚拟轮的转角, 利用铰接点的速度偏角和阿克曼几何转向原理确定前轴虚拟轮的转角, 最后根据每节车体的转动中心确定前后车轴左右两侧实际车轮的转角。不难看出, 上述计算过程与车体模块数量无关。因此, 本文的方法可扩展到车身更长的虚拟轨道列车转向控制中。此外, 该控制方法基于列车运动学几何模型, 具有计算量小, 运算速度快的优点。

3 仿真分析与讨论

3.1 仿真平台建立

本节将搭建 TruckSim 和 Matlab/Simulink 联合仿真平台, 验证上文提出的控制方法。首先, 在 TruckSim 中将整车模型设置为“2A Cab-Over+3A Trailer”, 将牵引车模型设置为“LCF Van”, 将两节拖车模型设置为“Trailer, Tandem, Leaf”, 将铰接装置设置为“5th Wheel Hitches”。

目前, 中车株洲电力机车研究所研发的虚拟轨道列车(又称“智轨列车”)实际运行的最小转弯半径可达 15m^[19]。考虑到《GB50647-2011 城市道路交叉口规划规范》中有关要求, 即主、次干路半径宜 20m~30m, 本文规定仿真行驶场景: 列车初始时位于长度为 30m 的直线路段上, 然后进入半径为 20m 的圆形路段行驶, 最后再次驶入直线路段。列车行驶速度为 20km/h。

3.2 仿真结果分析

图 9 为控制前后列车 A_2 、 A_4 和 A_6 轴跟踪 A_1 轴的效果对比图。由图 9 可知, 列车经过主动转向控制后, A_2 、 A_4 和 A_6 轴均能较好跟踪 A_1 轴行驶, 并且 A_2 、

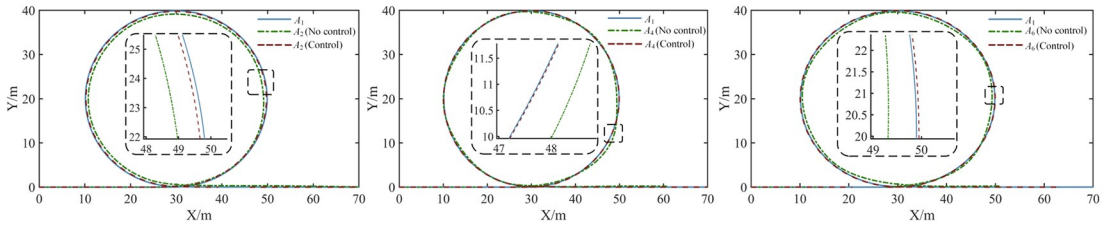


图9 A_2 、 A_4 和 A_6 轴与 A_1 轴的轨迹对比图

Fig. 9 Comparison of trajectories of axes A_1, A_2, A_4 and A_6

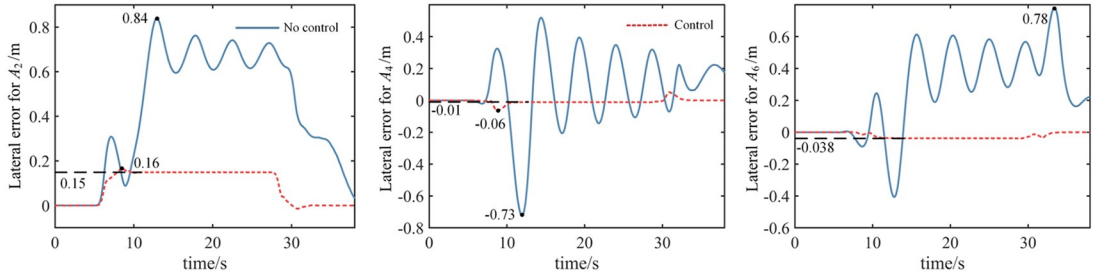


图10 A_2 、 A_4 和 A_6 偏差量对比

Fig. 10 Lateral error for axes A_2, A_4 and A_6

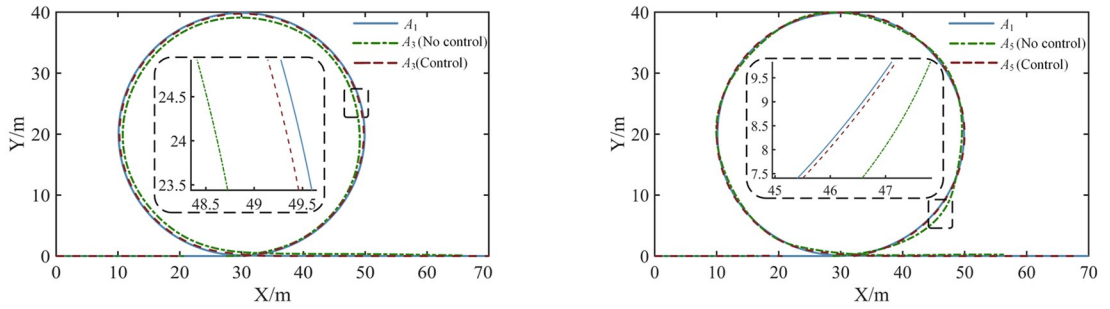


图11 A_3 和 A_5 轴与 A_1 轴的轨迹对比图

Fig. 11 Comparison of trajectories of axes A_1, A_3 and A_5

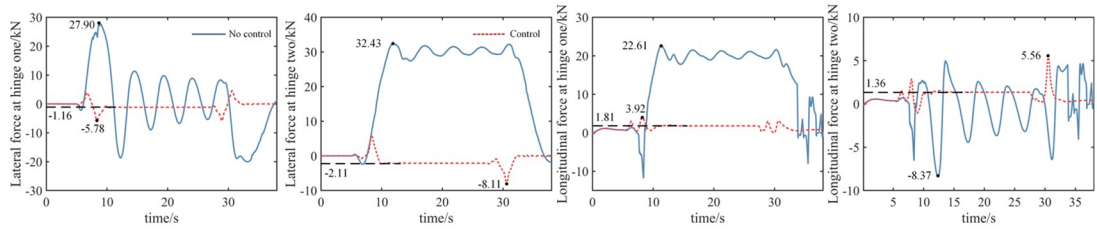


图12 铰接力对比

Fig. 12 Comparison of articulated forces between the vehicles

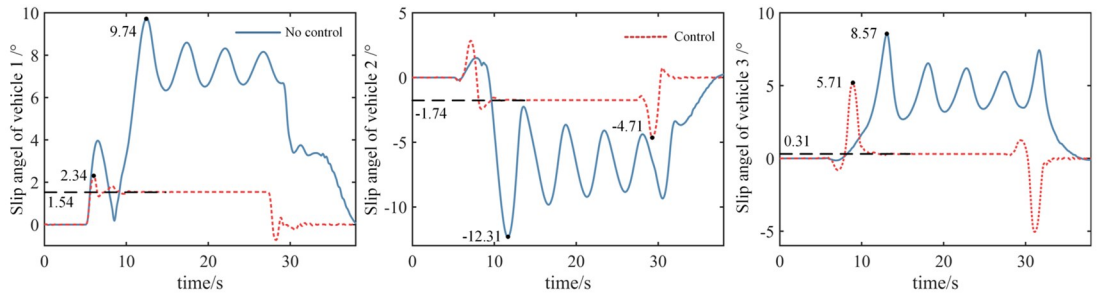


图13 质心侧偏角对比

Fig. 13 Comparison of side slip angles of vehicle bodies

A_4 和 A_6 轴的跟随偏差峰值分别下降了约 80.35%、91.78%、95.13%，跟随偏差均方根值分别下降了

约 77.73%、93.18%、92.32%，如图 10 所示。列车 A_3 和 A_5 轴转向的主要作用是减小车间铰接力。

值得注意的是,列车在转向控制过程中, A_3 和 A_5 轴也能较好跟踪 A_1 轴的轨迹,如图 11 所示。

传统的汽车动力学主要关注车间铰接力、车辆质心侧偏角和轮胎侧向力。车间铰接处的受力状态是决定铰接式车辆运行品质和设计合理性的重要指标之一^[20];质心侧偏角表征了车辆稳定性,是稳定性控制系统中的主要控制变量^[21,22];地面对轮胎的切向反作用力是造成轮胎磨损的主要因素^[23]。图 12 为车间铰接力的时域响应曲线图。从图 12 可以看出,与控制前相比,铰接点处作用力均有明显降低,说明了本文提出的转向控制策略在满足跟随精度的前提下,可以进一步改善车间运动的协调性。

图 13 为列车各节车体质心侧偏角的时域响应图。由图 13 中可以看出,如果列车没有进行主动转向控制,车体的质心侧偏角曲线在整个弯道区间发

生了明显的震荡,这是因为铰接式车辆特殊结构所致。由于前后车体间为非刚性连接,形成了附加的运动自由度,因此列车在行驶过程中易造成横向摆动,行驶稳定性变差,出现失稳现象^[24]。当列车经过主动转向控制后,车体的质心侧偏角变化幅度不大,且能迅速趋于稳态值,表明了车间干扰得到了有效减轻,提高了列车的横向稳定性,降低了侧滑和侧翻的风险^[25]。

图 14 比较分析了列车车轴上内侧轮胎的受力情况。由图 14 可以看出,列车在进行主动转向控制后,各轴轮胎侧向力均大幅下降,降低了轮胎在转弯时由于不合理的转向角导致的非正常磨损。经过比较分析,控制前后 A_3 和 A_5 轴内侧的轮胎力降低最为明显,峰值分别降低了 86.58% 和 86.55%,其他车轴处轮胎的受力也得到了有效降低,如图 15 所示。

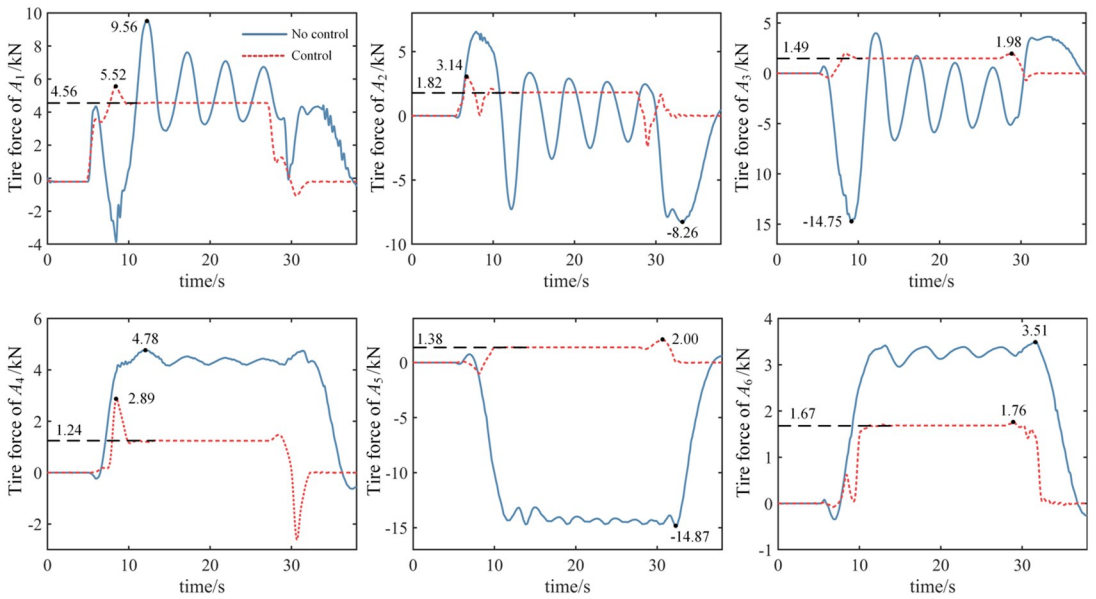


图 14 轮胎侧向力对比
Fig. 14 Comparison of lateral forces of tires

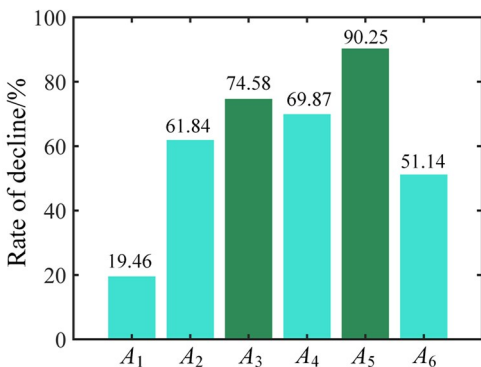


图 15 轮胎侧向力均方根值下降率
Fig. 15 RMS decline rate of lateral tire force

4 结论

本文提出了一种虚拟轨道列车的全轮转向控制方法。该方法具有不依赖动力学模型、计算量小等优点。结合典型工况的仿真分析,与无主动转向控制工况比较而言,可以得到如下结论:

- (1) 列车的各车后轴稳定地跟踪 A_1 轴的行驶轨迹,轨迹跟踪的横向偏差减少了 80% 以上,且能迅速达到稳态值,同时出入弯道时无明显波动。
- (2) 车间铰接处作用力和各车体质心侧偏角均

大幅下降,其中侧向铰接力减小约75%,质心侧偏角下降超过30%,其中前两节车体质心侧偏角减小约60%,且车体未出现摆振现象,证明了本文提出的主动转向控制方法可以减小车间干涉、提高列车在转弯行驶时的稳定性。

(3)列车6根车轴内侧轮胎的受力均有明显降低,其中 A_3 和 A_5 轴处轮胎力降低最为显著,可以推断后车前轴轮胎作用力受到车间干涉的影响最大。

参考文献

- [1] 冯江华. 轨道交通装备技术演进与智能化发展[J]. 控制与信息技术, 2019(1): 1-6+11.
FENG J H. Technical evolution and intelligent development of rail transit equipments [J]. Control and Information Technology, 2019(1): 1-6+11. (in Chinese)
- [2] 徐晓美, 张磊, 刘凯, 等. 半挂汽车列车挂车主动转向控制研究[J]. 汽车技术, 2018(11): 36-40.
XU X M, ZHANG L, LIU K, et al. Research on active steering control of trailer wheels for a tractor-semitrailer [J]. Automobile Technology, 2018(11): 36-40. (in Chinese)
- [3] ABROSHAN M, TAIEBAT M, GOODARZI A, et al. Automatic steering control in tractor semi-trailer vehicles for low-speed maneuverability enhancement [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, 2017, 231(1): 83-102.
- [4] GUAN H, KIM K, WANG B. Comprehensive path and attitude control of articulated vehicles for varying vehicle conditions [J]. International Journal of Heavy Vehicle Systems, 2017, 24(1): 65.
- [5] CHENG C, CEBON D. Improving roll stability of articulated heavy vehicles using active semi-trailer steering [J]. Vehicle System Dynamics, 2008, 46: 373-388.
- [6] JUJNOVICH B A, CEBON D. Path-following steering control for articulated vehicles [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2013, 135(3): 031006.
- [7] TIAN J, ZENG Q K, WANG P, et al. Active steering control based on preview theory for articulated heavy vehicles [J]. PLoS One, 2021, 16(5): e0252098.
- [8] RANGAVAJHULA K, JACOB TSAO H S. Active trailer steering control of an articulated system with a tractor and three full trailers for tractor-track following [J]. International Journal of Heavy Vehicle Systems, 2007, 14(3): 271.
- [9] WAGNER S, ZIPSER S, BARTHOLOMAEUS R, et al. A novel two DOF control for train-like guidance of multiple articulated vehicles [C]//Proceedings of ASME 2009 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York: ASME, 2010: 1989-1997.
- [10] WAGNER S, NITZSCHE G. Advanced steer-by-wire system for worlds longest busses [C]//2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). New York: IEEE, 2016: 1932-1938.
- [11] 李前明, 杨蔡进, 李艳, 等. 基于协同转向的铰接车辆轨迹跟随控制研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(2): 87-95.
LI Q M, YANG C J, LI Y, et al. Research on trajectory following control of articulated vehicle based on cooperative active steering [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(2): 87-95. (in Chinese)
- [12] YUAN X W, HUANG R P, ZHANG X R, et al. Development and validation of an automatic steering control system for rubber-tire transit revenue service [C]//2019 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC). New York: IEEE, 2019: 1-6.
- [13] FENG J H, HU Y Q, YUAN X W, et al. Development and validation of an automatic all-wheel steering system for multiple-articulated rubber-tire transit [J]. IET Electrical Systems in Transportation, 2021, 11(3): 227-240.
- [14] 拉杰什 拉贾马尼. 车辆动力学及控制[M]. 2版. 王国业, 江发潮, 张露, 译. 北京: 机械工业出版社, 2021: 28-29.
RAJAMANI R. Vehicle Dynamics and Control[M]. 2nd ed. WANG G Y, JIANG F C, ZHANG L, Translation. Beijing: China Machine Press, 2021: 28-29. (in Chinese)
- [15] 刘丛志. 智能车辆系统动力学建模与仿真[M]. 北京: 清华大学出版社, 2022: 272-273.
LIUC Z. Modeling and simulation of intelligent vehicle system dynamics [M]. Beijing: Tsinghua Uni-

- versity Press, 2022: 272—273. (in Chinese)
- [16] ZHANG D H, YANG C J, ZHANG W H, et al. An adaptive tracking control method for the all-wheel-driving and active-steering articulated vehicle with n-units [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering, 2022, 236(9): 2120—2137.
- [17] 刘强, 杨蔡进, 张卫华, 等. 基于阿克曼原理的4WID/4WIS汽车循迹控制研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(1): 36—44.
- LIU Q, YANG C J, ZHANG W H, et al. Research on tracking control of 4WID/4WIS vehicle based on Ackerman principle [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 36—44. (in Chinese)
- [18] ZHANG D H, YANG C J, ZHANG W H, et al. A novel tracking control method for the distributed-drive and active-steering articulated virtual rail train [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 2022, 236(2): 418—440.
- [19] 冷怡霖. 智能轨道快运系统的使用和推广分析[J]. 智能城市, 2019, 5(13): 23—26.
- LENG Y L. Analysis on the use and popularization of intelligent rail express system [J]. Intelligent City, 2019, 5(13): 23—26. (in Chinese)
- [20] 雷军, 韦海菊, 朱涛, 等. 铰接式低地板车辆铰接参数敏感性研究[J]. 机械设计与制造, 2017(6): 90—93.
- LEI J, WEI H J, ZHU T, et al. Research on parameter sensibility of interface force for articulated low floor train [J]. Machinery Design & Manufacture, 2017(6): 90—93. (in Chinese)
- [21] 武冬梅, 丁海涛, 郭孔辉. 基于线性估计模型的电动汽车质心侧偏角估计[J]. 吉林大学学报(工学版), 2014, 44(4): 901—906.
- WU D M, DING H T, GUO K H. Sideslip angle estimation based on linear estimation model for electric vehicle [J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2014, 44(4): 901—906. (in Chinese)
- [22] VAN ZANTEN A. Bosch ESP systems: 5 years of experience [J]. SAE Transactions, 2000, 109(7): 428—436.
- [23] 董保利, 左曙光, 吴旭东. 轮胎均匀磨损建模与仿真[J]. 计算机仿真, 2009, 26(2): 274—277.
- DONG B L, ZUO S G, WU X D. Modeling and simulation of even tire wear [J]. Computer Simulation, 2009, 26(2): 274—277. (in Chinese)
- [24] 高德峰, 马志国, 张洛明. 基于ADAMS电驱动铰接车行驶稳定性建模分析[J]. 机械设计与制造, 2016(12): 57—60.
- GAO D F, MA Z G, ZHANG L M. Modeling and analysis on stability of motor-driven articulated vehicle based on ADAMS [J]. Machinery Design & Manufacture, 2016(12): 57—60. (in Chinese)
- [25] 李韶华, 王伟达. 车辆动力学与控制研究进展[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(3): 1—4.
- LI S H, WANG W D. Research advance in vehicle dynamics and control [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(3): 1—4. (in Chinese)