

# 微流星体碰撞对日地 $L_2$ 点 Halo 轨道的影响\*

李庆军<sup>1</sup> 吴雨亭<sup>1</sup> 王博<sup>2</sup> 霍卓玺<sup>3,4†</sup> 刘冀林<sup>3,4</sup> 刘慧根<sup>5</sup>

(1. 中山大学 航空航天学院, 深圳 518107)(2. 西北工业大学 力学与土木建筑学院, 西安 710072)

(3. 中国空间技术研究院 钱学森空间技术实验室, 北京 100081)

(4. 中国航天科技创新研究院, 北京 100048)(5. 南京大学 天文与空间科学学院, 南京 210023)

**摘要** 空间中存在大量高速运动的微流星体,与在轨运行的航天器发生碰撞后将导致轨道偏离、性能下降、结构破坏甚至航天器失效.由于 Halo 轨道具有不稳定的特性,本文主要探究微流星体碰撞对日地  $L_2$  点 Halo 轨道动力学演化规律的影响.首先,建立日地  $L_2$  点附近轨道的动力学模型,通过微分修正法构造 Halo 轨道的初始条件,基于 Grün 微流星体通量模型计算微流星体与航天器碰撞的数量和碰撞引起的速度改变量.然后,采用 Runge-Kutta 算法求解 Halo 轨道的动力学方程,研究碰撞速度改变量引起的轨道偏差随时间的演化规律.此外,采用状态转移矩阵方法分析初始状态偏差的演化规律,并与数值积分方法对比.最后基于状态转移矩阵方法分析了不同碰撞速度改变量的大小和方向引起的动力学响应.研究发现,状态转移矩阵在短时间内得到的结果与数值积分方法基本一致,而且只需一次矩阵乘法即可通过初始状态偏差计算得到末时刻状态偏差,具有非常高的效率.研究表明,由于 Halo 轨道固有的不稳定特性,所以初始时刻微流星体碰撞引起的微小状态偏差会快速增长,导致消耗更多控制燃料,最终将影响航天器的寿命.此外,微流星体碰撞的速度改变量的方向对偏差传递的规律有重要的影响.

**关键词** 微流星体碰撞, Halo 轨道, 状态转移矩阵, 太空望远镜

中图分类号:V52

文献标志码:A

## Influence of Micrometeoroid Collisions on the Halo Orbit around the Sun-Earth $L_2$ Point\*

Li Qingjun<sup>1</sup> Wu Yuting<sup>1</sup> Wang Bo<sup>2</sup> Huo Zhuoxi<sup>3,4†</sup> Liu Jilin<sup>3,4</sup> Liu Huigen<sup>5</sup>

(1 School of Aeronautics and Astronautics, Sun Yat-sen University, Shenzhen 518107, China)

(2. School of Mechanics, Civil Engineering and Architecture, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(3. Qian Xuesen Laboratory of Space Technology, China Academy of Space Technology, Beijing 100081, China)

(4. China Academy of Aerospace Science and Innovation, Beijing 100048, China)

(5. School of Astronomy and Space Science, Key Laboratory of Ministry of Education, Nanjing University, Nanjing 210023, China)

**Abstract** There are a large number of high-speed micrometeoroids in space. The collision between micrometeoroids and spacecraft in orbit will lead to orbit deviation, performance degradation, structural damage, or even failure. Due to the instability of the Halo orbit, the effects of micrometeoroid collisions on the dynamic evolution of the Halo orbit around the Sun-Earth  $L_2$  point are studied in this paper. First, an orbital model around the Sun-Earth  $L_2$  is established, and the initial conditions of the Halo orbit are constructed using the differential correction method. Based on the Grün micrometeoroid flux model, the number of collisions between micrometeor-

2023-06-29 收到第 1 稿,2023-09-18 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金 (12172282), 青年人才托举工程项目 (2021QNRC001), National Natural Science Foundation of China (12172282), Young Elite Scientists Sponsorship Program by China Association for Science and Technology (2021QNRC001).

† 通信作者 E-mail:huozx@139.com

oids and spacecraft is calculated. The velocity variation caused by the collision is evaluated. Then, the Runge-Kutta algorithm is used to solve the orbital dynamic equations of the Halo orbit, and the evolution of orbit deviation caused by the collisions is studied. Besides, the state transition matrix method is used to analyze the evolution of the initial state deviation, which is then compared with the numerical integration method. Finally, based on the state transition matrix method, the dynamic responses caused by different magnitudes and directions of the velocity increments are analyzed. It was found that the results obtained by the state transition matrix in a short time are basically consistent with the numerical integration method, while the final deviation can be calculated from the initial deviation with only one matrix multiplication, which is highly efficiency. The results also showed that due to the inherent instability of the Halo orbit, the initial small micrometeoroid collisions would grow rapidly. This may lead to more control fuel consumption and ultimately affect the life of the spacecraft. In addition, the direction of velocity increments caused by micrometeoroid collision has an important effect on the deviation transmission.

**Key words** micrometeoroid collision, Halo orbit, state transition matrix, space telescope

## 引言

日地  $L_2$  点是日地动力学系统的平衡点,其附近周期性的 Halo 轨道是天文观测的理想位置,也是近年来航天动力学与控制领域的研究热点<sup>[1-3]</sup>.由于日地  $L_2$  点 Halo 轨道具有不稳定的动力学特性,航天器受到的小扰动将随时间快速增长.目前很多学者研究了入轨偏差、导航误差、推进误差等对 Halo 轨道的影响<sup>[4]</sup>,而微流星体碰撞对航天器轨道的影响鲜有研究.

在空间中,流星体存在三个来源:小行星的旋转分裂或相互碰撞、彗星活动喷射的核碎片或气体和星际空间的粒子<sup>[5]</sup>.微流星体超高速的撞击会对航天器的结构和性能等构成重大危害.微流星体与航天器发生碰撞时对航天器造成的损伤程度取决于航天器大小、构型、工作时间以及微流星体的质量、密度、速度等特性<sup>[6]</sup>.常见的撞击影响包括光学仪器的损伤<sup>[7]</sup>、压力容器的破裂、太阳能电池的退化<sup>[8]</sup>、热控涂层性能的降低等<sup>[9]</sup>.航天器在受到微流星体碰撞后,如果没有造成致命的损伤,则碰撞引起的速度改变量将导致航天器轨道偏移,这是本文关注的重点.为了评估航天器在轨运行时与微流星体碰撞的概率和碰撞引起的速度增量,首先需要获得流星体的分布模型<sup>[5]</sup>.

目前已有多个微流星体的分布模型<sup>[5]</sup>.Grün 模型给出了 1AU 附近单位面积每年的撞击粒子数,该模型只有微流星体的通量信息,而不包含碰撞的方向、相对速度等信息<sup>[10]</sup>.Divine 模型假设流星体仅在

太阳引力作用下运动,对五种候选星际流星体群进行模型预测值求和的迭代,并根据观测数据得到流星体的质量分布函数、近地点分布函数、轨道倾角分布函数和偏心率分布函数,可用于计算太阳系 0.1AU~20AU 空间内质量为  $10^{-18}$  g~1g 的流星体通量<sup>[11]</sup>.该模型最早提出了非各向同性分布,但模型比较复杂,存在非线性计算问题.Dikarev 等<sup>[12]</sup>提出了行星际流星体工程模型,首次考虑了流星体的轨道演化,补充了部分稀缺的数据.该模型除了将模型预测与观测相匹配外,还尝试根据影响流星体轨道和来源的物理效应构建流星体模型,由近似解析解得到部分已知来源的流星体轨道分布.虽然 Divine 模型和行星际流星体工程模型可以得到微流星体与航天器的相对速度和撞击方向,但需要经过大量的微流星体轨道计算,并与航天器轨道动力学联合仿真;而微流星体模型和航天器的 Halo 轨道动力学模型的理论框架不同,给联合仿真带来困难.

基于 Grün 模型研究微流星体碰撞对日地  $L_2$  点 Halo 轨道的影响.首先建立日地  $L_2$  点 Halo 轨道的动力学模型,通过微分修正法获得 Halo 轨道的初始条件.然后通过数值积分法和状态转移矩阵法对微流星体碰撞引起的轨道误差进行仿真计算,对比两种方法的结果并分析系统的误差传递规律.

## 1 动力学模型

### 1.1 微流星体通量模型

为了研究微流星体碰撞对航天器轨道的影响,

本文采用 Grün 等<sup>[10]</sup>提出的微流星体环境通量模型.该模型给出了总平均流星体通量的积分形式,即质量大于等于给定质量的微流星体,在航天器表面每平方米面积的每年撞击粒子数  $F(m)$ .此模型的通量是全向的,适用于地月轨道附近质量为  $10^{-18} \text{g} \sim 100 \text{g}$  的流量体.Grün 模型的通量为

$$F(m) = 3.15576 \times 10^7 [F_1(m) + F_2(m) + F_3(m)] \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} F_1(m) = (2.2 \times 10^3 m^{0.306} + 15.0)^{-4.38}, & m > 10^{-9} \text{g} \\ F_2(m) = 1.3 \times 10^{-9} (m + 10^{11} m^2 + 10^{27} m^4)^{-0.36}, & 10^{-14} \text{g} < m < 10^{-9} \text{g} \\ F_3(m) = 1.3 \times 10^{-16} (m + 10^6 m^2)^{-0.85}, & m < 10^{-14} \text{g} \end{cases} \quad (2)$$

根据 Grün 模型的解析形式,可得到如图 1 所示的流星体质量与通量的关系曲线.由图可知,质量越大的微流星体数量越少.

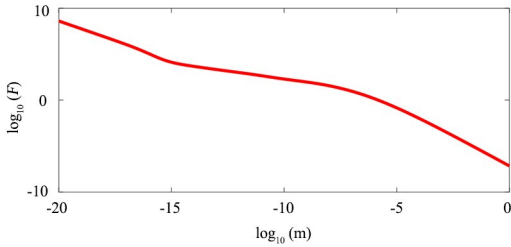


图 1 流星体通量  
Fig.1 Meteoroid flux

## 1.2 平动点轨道动力学方程

圆形限制性三体问题假设两个主天体绕公共质心在圆形轨道上运行,且第三个天体质量很小,因此可以忽略第三体对两个主天体的引力作用.太阳、地球与航天器组成的系统就是典型的圆形限制性三体系统<sup>[13]</sup>.如图 2 所示,  $P_1$  和  $P_2$  分别为太阳和地球,质量分别为  $m_1$  和  $m_2$ ,点  $O$  位于  $P_1$  和  $P_2$  的质心,  $P_1$  和  $P_2$  都围绕点  $O$  作匀速圆周运动.为了描述航天器在日地空间中的运动,首先建立会合坐标系  $O-\xi\eta\zeta$ ,其中  $\xi$  轴指向  $P_2$ ,  $\zeta$  轴为日地系统自旋的法线方向,  $\eta$  轴满足右手定则.此外,为了使动力学方程具有普遍性,需要对时间和距离进行无量纲化处理,即单位质量为两个主天体质量之和,单位长度为两个主天体的距离,单位时间为轨道周

期.由文献<sup>[14]</sup>可知,航天器在会合坐标系下的动力学方程为

$$\begin{cases} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{cases} + 2 \begin{cases} -\dot{\eta} \\ \dot{\xi} \\ 0 \end{cases} = \frac{\partial \Omega}{\partial \rho} \quad (3)$$

其中

$$\begin{cases} \Omega = \frac{1}{2} [(\xi^2 + \eta^2) + \mu(1 - \mu)] + \frac{1 - \mu}{\rho_1} + \frac{\mu}{\rho_2} \\ \rho = [\xi, \eta, \zeta]^T \\ \rho_1 = \sqrt{(\xi + \mu)^2 + \eta^2 + \zeta^2} \\ \rho_2 = \sqrt{(\xi - 1 + \mu)^2 + \eta^2 + \zeta^2} \\ 1 - \mu = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \\ \mu = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \end{cases} \quad (4)$$

航天器的动力学模型在会合坐标系中存在五个平衡点,即将航天器置于这五个点上,航天器将在  $P_1$  和  $P_2$  引力作用以及离心力作用下保持平衡,通常称这五个点为平动点(图 2 给出了其中三个共线平动点  $L_1$ 、 $L_2$  和  $L_3$  的位置).除了平动点以外,平动点附近丰富的周期轨道和拟周期轨道具有重要的应用价值.由于没有空间碎片、重力梯度、残余大气、地球红外辐射和地球磁场等因素的干扰,日地  $L_2$  点附近的轨道是观察宇宙研究天文的理想场所<sup>[15]</sup>.为了便于研究  $L_2$  点附近的轨道动力学特性,将会合坐标原点移至共线平动点  $L_2$  点上,建立平动点坐标系  $L_2-xyz$ ,如图 2 所示.在平动点坐标系下,位置矢量  $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$  与原会合坐标系中的位置矢量  $\boldsymbol{\rho} = (\xi, \eta, \zeta)^T$  的转换关系为

$$\mathbf{r} = (x, y, z)^T = \frac{1}{\gamma_2} (\xi - x_2, \eta, \zeta)^T \quad (5)$$

其中  $x_2 = (1 - \mu) + \gamma_2$  为  $L_2$  点在会合坐标系下的坐标,  $\gamma_2$  为  $L_2$  点到  $P_2$  点在会合坐标系下的距离.

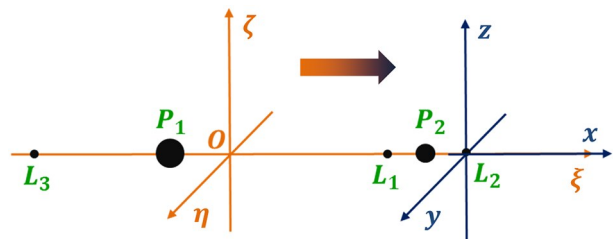


图 2 坐标系转换关系  
Fig.2 Transformation between coordinate systems

由此可知,在平动点坐标系下,  $L_2$  点到  $P_2$  点的距离被定义为单位长度.根据以上转换关系,可推导出在平动点坐标系下的航天器动力学方程

$$\ddot{\mathbf{r}} + 2 \begin{bmatrix} -\dot{y} \\ \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\gamma^2} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \quad (6)$$

### 1.3 Halo 轨道

最常用的共线平动点附近的轨道是具有周期性的 Halo 轨道<sup>[16]</sup>.早在 1979 年, Richardson 给出了 Halo 轨道的三阶解析解,但由于受轨道的不稳定性影响,微小的初始轨道误差将随时间快速增长,导致三阶解析解难以直接用于周期轨道设计(尤其在轨道离平动点较远时).该解析解一般作为 Halo 轨道的数值迭代构造算法的猜测初值.数值构造周期轨道的核心思想即微分修正法<sup>[17]</sup>,也称为单点打靶法.根据文献<sup>[18]</sup>给出的轨道初值,通过微分修正法进行了小幅调整,得到初始条件如下:

$$\mathbf{q}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ \dot{x}_0 \\ \dot{y}_0 \\ \dot{z}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.339962724499690 \\ 0 \\ 0.371425640183780 \\ 0 \\ 1.51557835875456 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

采用上述初始条件,通过二级四阶辛 Runge-Kutta 方法<sup>[19]</sup>对动力学方程进行仿真,积分时间为 2 个周期,结果如图 3 所示.仿真表明,该 Halo 轨道满足周期性,周期约为 89 天,但是数值仿真中的初始误差、截断误差等随时间快速增长,当时间到达 2 个周期时,航天器已经出现肉眼可见的偏差.第 2

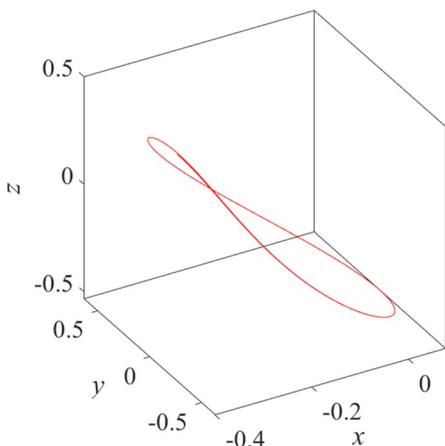


图3 Halo 轨道  
Fig.3 Halo orbit

节将研究微流星体碰撞对图 3 所示轨道的影响.

## 2 微流星体碰撞对航天器轨道的影响

### 2.1 基于动力学仿真的影响分析

太空中微流星体的高速撞击会对航天器造成不同程度的损伤,目前大多数文献主要关注微流星体引起的热防护层、光学仪器和太阳能电池等性能下降甚至失效问题.然而,微流星体碰撞还将影响航天器的轨道,由于 Halo 轨道的不稳定性,初始时刻的微小碰撞误差将导致后期出现较大的轨道偏离.对于受到微流星体碰撞而未失效的航天器,应主要关注微流星体碰撞带来的轨道影响以及后续的轨道控制需求,避免微流星体碰撞影响航天器的使用寿命.因此,本节主要探究微流星体高速碰撞对日地  $L_2$  点附近 Halo 轨道上的航天器轨道的影响.

根据微流星体通量的 Grün 模型开展 Halo 轨道航天器的微流星体撞击风险评估和分析.首先假设航天器的质量为  $m_s = 2000\text{kg}$ ,受微流星体碰撞的表面积为  $A_s = 100\text{m}^2$ ,碰撞时相对速度的大小为  $v_b = 2v_0$ ,其中  $v_0 = 29780\text{m/s}$  为地球公转的平均线速度.根据 Grün 模型,质量大于等于  $10^{-21}\text{kg}$  的微流星体通量为  $F_{-21} = 8.24 \times 10^6$ ,而质量大于等于  $10^{-20}\text{kg}$  的微流星体通量为  $F_{-20} = 1.12 \times 10^6$ ,则质量在区间  $(10^{-21}, 10^{-20}]\text{kg}$  的微流星体通量为

$$F = F_{-21} - F_{-20} = 7.12 \times 10^6 \quad (8)$$

因此该航天器平均每年受到质量在区间  $[10^{-21}, 10^{-20}]\text{kg}$  的微流星体的碰撞数量为

$$n = 100F = 7.12 \times 10^8 \quad (9)$$

考虑到碰撞前相对速度为  $2v_0$ ,假设微流星体碰撞后黏附在航天器上,则这部分微流星体单次碰撞引起的动量改变量不大于

$$\Delta p = 2 \times 10^{-20} \times v_0 = 5.96 \times 10^{-16} \quad (10)$$

由于航天器的质量为  $2000\text{kg}$ ,这部分微流星体单次碰撞引起的速度增量不大于

$$\Delta v_1 = \frac{\Delta p}{2000} = 2.98 \times 10^{-19} \text{m/s} \quad (11)$$

如果这部分微流星体都按相同的方向与航天器发生碰撞,则引起的航天器速度增量最大.因此,这部分微流星体碰撞引起的速度增量不大于

$$\Delta v = n \Delta v_1 = 2.12 \times 10^{-10} \text{m/s} \quad (12)$$

同理可算出不同区间内的数据,如表 1 所示.

表1 流星体通量与碰撞的速度变化量  
Table 1 Meteoroid flux and velocity increment of collisions

$m/\text{kg}$	$F/(\text{m}^2/\text{yr})$	$n$	$\Delta p/(\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s})$	$\Delta v_1/(\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s})$	$\Delta v/(\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s})$
$[10^{-21}, 10^{-20}]$	7.12E+06	7.12E+08	5.96E-16	2.98E-19	2.12E-10
$[10^{-20}, 10^{-19}]$	1.01E+06	1.01E+08	5.96E-15	2.98E-18	3.00E-10
$[10^{-19}, 10^{-18}]$	1.01E+05	1.01E+07	5.96E-14	2.98E-17	3.01E-10
$[10^{-18}, 10^{-17}]$	8.75E+03	8.75E+05	5.96E-13	2.98E-16	2.61E-10
$[10^{-17}, 10^{-16}]$	2.61E+03	2.61E+05	5.96E-12	2.98E-15	7.77E-10
$[10^{-16}, 10^{-15}]$	1.14E+03	1.14E+05	5.96E-11	2.98E-14	3.40E-09
$[10^{-15}, 10^{-14}]$	5.61E+02	5.61E+04	5.96E-10	2.98E-13	1.67E-08
$[10^{-14}, 10^{-13}]$	2.61E+02	2.61E+04	5.96E-09	2.98E-12	7.79E-08
$[10^{-13}, 10^{-12}]$	1.06E+02	1.06E+04	5.96E-08	2.98E-11	3.14E-07
$[10^{-12}, 10^{-11}]$	5.76E+01	5.76E+03	5.96E-07	2.98E-10	1.71E-06
$[10^{-11}, 10^{-10}]$	2.78E+01	2.78E+03	5.96E-06	2.98E-09	8.27E-06
$[10^{-10}, 10^{-9}]$	8.05E+00	8.05E+02	5.96E-05	2.98E-08	2.40E-05
$[10^{-9}, 10^{-8}]$	1.34E+00	1.34E+02	5.96E-04	2.98E-07	3.99E-05
$[10^{-8}, 10^{-7}]$	1.36E-01	1.36E+01	5.96E-03	2.98E-06	4.05E-05
$[10^{-7}, 10^{-6}]$	9.75E-03	9.75E-01	5.96E-02	2.98E-05	2.90E-05
$[10^{-6}, 10^{-5}]$	5.66E-04	5.66E-02	5.96E-01	2.98E-04	1.69E-05
$[10^{-5}, 10^{-4}]$	2.92E-05	2.92E-03	5.96E+00	2.98E-03	8.71E-06
$[10^{-4}, 10^{-3}]$	1.42E-06	1.42E-04	5.96E+01	2.98E-02	4.23E-06

从表1所示的数据可知,质量在 $(10^{-10}, 10^{-5})\text{kg}$ 范围内的微流星体碰撞对航天器轨道的影响最大.质量更大的微流星体由于数量非常少,所以碰

撞的累计效应有所减弱.为了分析微流星体碰撞对航天器轨道产生的误差,假设所有微流星体的质量都取相应范围的最大值,且都在初始时刻沿同一方向与航天器发生碰撞.在此假设条件下,将表1最后一列相加得到的速度增量之和 $\Delta v_{\text{sum}} = 1.74 \times 10^{-4} \text{m/s}$ ,将其叠加到公式(7)所示的初值中,并假设该速度增量的方向分别为 $x$ 轴正方向、 $y$ 轴正方向和 $z$ 轴正方向进行数值仿真,仿真时间取为2个

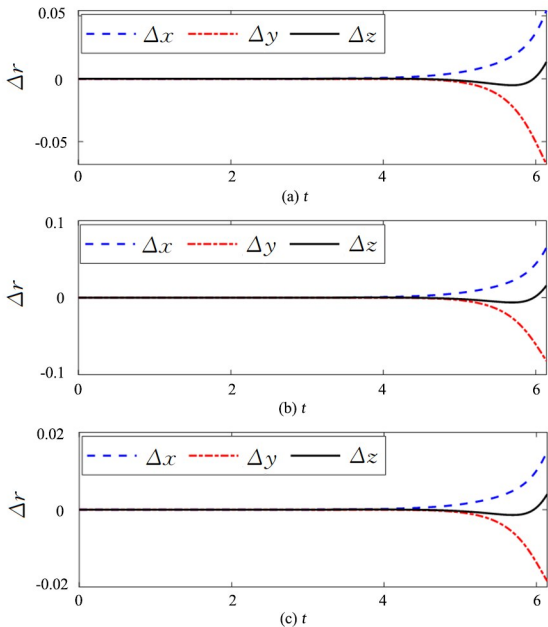


图4 碰撞后轨道偏移量:(a) $x$ 轴正方向碰撞  
(b) $y$ 轴正方向碰撞 (c) $z$ 轴正方向碰撞

Fig.4 Orbital deviations after collision;(a) positive  $x$  direction collision (b) positive  $y$  direction collision (c) positive  $z$  direction collision

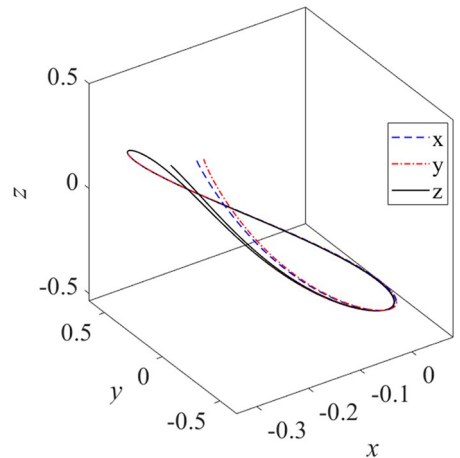


图5 在 $x$ 、 $y$ 和 $z$ 方向发生碰撞后的三维轨迹  
Fig.5 Three dimensional trajectory after the collision in the  $x$ ,  $y$  and  $z$  directions



周期(约 357 天),仿真结果如图 4 和图 5 所示.由图可知,当微流星体碰撞引起的速度增量方向在  $y$  轴正方向时,2 个轨道周期后的轨道偏差达到 0.1,而在  $x$  轴正方向和  $z$  轴正方向的速度增量引起的偏差比  $y$  轴正方向分别小 2 倍和 5 倍.在同一次的碰撞仿真中, $z$  轴位置变化量明显小于  $x$  和  $y$  轴位置变化量.

## 2.2 基于状态转移矩阵的影响分析

由于微流星体的碰撞,航天器在发生碰撞时将出现微小的速度改变.除了通过采用动力学仿真的方法之外,还可以通过状态转移矩阵研究初始微小速度改变量引起的轨道偏差<sup>[20]</sup>.状态转移矩阵  $\Phi(t, t_0)$  描述的是非线性动力学系统由于初始微小状态误差  $\delta u_0$  引起的末时刻状态误差  $\delta u(t) = \Phi(t, t_0)\delta u_0$ ,从而研究误差传递的规律.

状态转移矩阵的概念和求解方法如下<sup>[21]</sup>.对于时不变的非线性动力学系统

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{f}(\mathbf{u}) \quad (13)$$

已知  $\mathbf{u}(t)$  和  $\mathbf{u}_1(t)$  都为方程的解,且两者只相差一个微小量  $\delta \mathbf{u}(t)$ ,即

$$\dot{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{f}(\mathbf{u}_1) \quad (14)$$

$$\mathbf{u}_1(t) = \mathbf{u}(t) + \delta \mathbf{u}(t) \quad (15)$$

对  $\mathbf{u}_1(t)$  进行 Taylor 展开可得

$$\dot{\mathbf{u}}_1 = \mathbf{f}(\mathbf{u}) + \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}) + \dots \quad (16)$$

其中  $\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})/\partial \mathbf{u}$  为  $\mathbf{f}(\mathbf{u})$  的雅可比矩阵

$$\mathbf{A}(t) = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{u})}{\partial u_6} \\ \frac{\partial f_2(\mathbf{u})}{\partial u_1} & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_6(\mathbf{u})}{\partial u_1} & \dots & \dots & \frac{\partial f_6(\mathbf{u})}{\partial u_6} \end{bmatrix} \quad (17)$$

由于  $\mathbf{u}(t)$  是已经得到的解,所以将  $\mathbf{u}(t)$  代入式(17)中,即可得到雅可比矩阵  $\mathbf{A}(t)$ .将式(16)与式(13)相减并忽略高阶项,即可得到变分方程

$$\delta \dot{\mathbf{u}} = \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}}\delta \mathbf{u} = \mathbf{A}(\mathbf{u})\delta \mathbf{u} = \mathbf{A}(t)\delta \mathbf{u} \quad (18)$$

式(18)是线性常微分方程,其解可写为

$$\delta \mathbf{u}(t) = \Phi(t, t_0)\delta \mathbf{u}_0 \quad (19)$$

对式(19)求导,得

$$\delta \dot{\mathbf{u}}(t) = \dot{\Phi}(t)\delta \mathbf{u}_0 \quad (20)$$

将式(18)与式(20)比较可得

$$\begin{aligned} \delta \dot{\mathbf{u}}(t) &= \dot{\Phi}(t)\delta \mathbf{u}_0 \\ &= \mathbf{A}(t)\delta \mathbf{u} = \mathbf{A}(t)\Phi(t, t_0)\delta \mathbf{u}_0 \end{aligned} \quad (21)$$

从而得到状态转移矩阵所满足的矩阵微分方程

$$\dot{\Phi}(t) = \mathbf{A}(t)\Phi(t, t_0) \quad (22)$$

由于初始时刻有  $\delta \mathbf{u}_0(t) = \Phi(t_0, t_0)\delta \mathbf{u}_0$ ,所以状态转移矩阵的初值为  $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}$ .通过数值求解方程(22),即可得到任意时刻的状态转移矩阵  $\Phi(t, t_0)$ ,并通过式(19)获得系统初始偏差的传递规律.

基于状态转移矩阵方法,令  $\mathbf{u} = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T$ ,通过 Runge-Kutta 积分,同时求解状态变量和不同时刻的状态转移矩阵.将速度变化量  $\Delta v = 1.74 \times 10^{-4} \text{ m/s}$  施加到  $x$  轴正方向上,仿真时间为 2 个轨道周期,分别采用数值积分方法和状态转移矩阵方法求解初始碰撞引起的位置偏差随时间变化情况,结果如图 6 所示.由图可知,两种方法的结果之差在第 1 个周期内具有较好的一致性,但由于 Halo 轨道固有的不稳定性,两种方法的结果之差快速增大.状态转移矩阵方法的偏差量相比于数值积分方法更大,但二者基本在同一数量级,且具有相同的变化趋势.

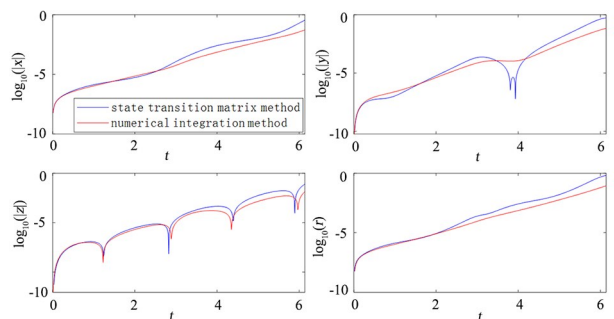


图6 两种方法的轨道偏差  
Fig.6 Orbit of deviation of two methods

## 3 参数影响分析

本节研究不同的系统参数对微流星体碰撞引起的轨道偏移量的影响.在轨道动力学中,碰撞引起的速度变化量是造成轨道偏离的直接原因,其他系统参数的影响可以归结为对碰撞速度变化量的影响.根据第 2 节的假设,微流星体碰撞的速度变化量之和可表示为

$$\Delta v_{\text{sum}} = \sum \frac{m_i N_i A_s T_s v_b}{m_s} \quad (23)$$

其中,  $m_i$  为不同微流星体的质量,  $N_i$  为相应的微流星体的通量,  $T_s$  为航天器在轨运行可能发生碰撞的时间. 式(23)表明, 在微流星体质量、碰撞相对速度和航天器在轨运行时间一定时, 航天器的面积和质量之比(面质比)将直接影响速度变化量, 进而影响后续的轨道偏离程度.

为了研究航天器面质比对碰撞引起的轨道偏移量的影响, 取微流星体导致的速度增量为  $n\Delta v$  ( $\Delta v_{\text{sum}} = 1.74 \times 10^{-4}$  m/s) 进行动力学仿真, 其中  $n$  从 0 到 10 变化表示航天器的面质比从 0 到 0.4 变化. 对于这种仿真情形, 数值积分方法需要进行多次动力学仿真, 而状态转移矩阵方法只需要一次矩阵相乘, 且状态转移矩阵只需要一次计算, 具有较高的效率, 因此本节的仿真采用状态转移矩阵进行. 采用状态转移矩阵方法计算求得不同速度变化量下轨道在各坐标轴和距离上的偏离量, 如图 7 所示. 由图可知, 在其他条件相同的情况下, 航天器面质比越大, 受到微流星体撞击后轨道偏离程度越大.

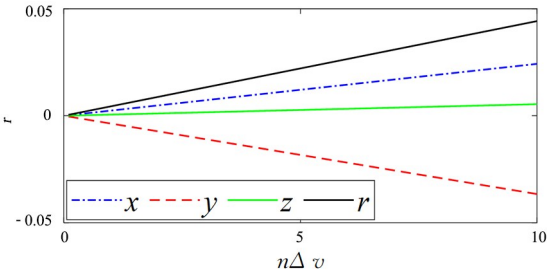


图 7 不同速度变化量下的轨道偏差

Fig.7 Orbital deviations for different velocity variations

除了碰撞速度大小的影响之外, 还需要关注碰撞方向对轨道偏移量的影响. 从图 4 和图 5 可以看到, 不同碰撞方向造成了不同的偏移量. 为此, 取碰撞速度增量为  $\Delta v_{\text{sum}} = 1.74 \times 10^{-4}$  m/s, 通过不同的碰撞角度  $\alpha$  和  $\beta$  表示碰撞速度增量的方向, 即速度方向角  $\alpha$  为速度变化量方向与  $x$  轴的夹角, 速度方向角  $\beta$  为速度变化量方向与  $z$  轴的夹角. 因此, 初始时刻的状态误差可以表示为

$$\delta \mathbf{u}_0 = [0 \quad 0 \quad 0 \quad \Delta v \sin(\beta) \cos(\alpha) \quad \Delta v \sin(\beta) \sin(\alpha) \quad \Delta v \cos(\beta)]^T \quad (24)$$

取速度方向角的变化范围为  $\alpha \in (0, 2\pi)$  和  $\beta \in (0, \pi)$ , 通过状态转移矩阵方法求解得到 2 个轨道周期后的轨道偏移量在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴的分量以及总偏差量的结果, 如图 8 所示. 由图可知, 不同碰撞

速度方向在各轴上的偏差是一个光滑的曲面,  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴分量的最大值分别约为 0.5、1 和 0.1. 轨道偏差沿  $x$  轴和  $z$  轴分量的分布规律相同, 与偏差沿  $y$  轴分量的分布规律相反.

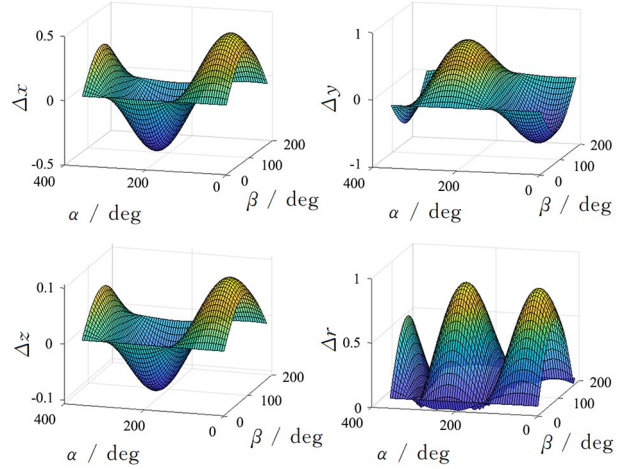


图 8 不同碰撞速度方向下的轨道偏差

Fig.8 Orbital deviations for different collision velocity directions

## 4 结论

本文研究了微流星体与日地点 Halo 轨道上的航天器发生碰撞时, 产生的速度增量对航天器轨道动力学演化规律的影响. 因为流星体模型是统计模型, 目前无法确定它与真实的流星体碰撞的误差, 因此本文结果主要用来对 Halo 轨道偏差及演化的定性分析参考, 不能用于 Halo 轨道维持控制的直接输入. 研究发现, 由于 Halo 轨道的不稳定特性, 导致碰撞时发生的微小位置误差将随时间快速增长. 分别采用 Runge-Kutta 积分法和状态转移矩阵法对受到微流星体碰撞引起的轨道偏离量进行计算和对比, 结果表明状态转移矩阵方法只需要一次矩阵相乘即可得到末时刻的状态偏差, 可以大幅提高计算效率, 在一个轨道周期内可达到较高的精度. 微流星体碰撞对航天器轨道的影响还取决于面质比, 面质比越大, 微流星体碰撞对轨道的影响越强. 此外, 碰撞造成的速度增量的方向对航天器轨道偏差的演化规律也有重要的影响.

## 参考文献

- [1] QI Y, DE RUITER A. Transfers to lunar libration point orbits [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulations, 2019, 74: 180 - 200.

- [2] 周文艳, 黄昊, 刘德成, 等. 嫦娥二号卫星日地  $L_2$  点扩展任务轨道设计[J]. 中国科学: 技术科学, 2013, 43(6): 609—613.
- [3] SUGIURA K, TAKAO Y, SUGIHARA A K, et al. Formation flying along artificial halo orbit around Sun-Earth  $L_2$  point for interferometric observations [J]. Acta Astronautica, 2023, 208: 36—48.
- [4] 徐明. 平动点轨道的动力学与控制研究综述[J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1299—1313.  
XU M. Overview of orbital dynamics and control for libration point orbits [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(4): 1299—1313. (in Chinese)
- [5] 姜宇, 姜春生, 李恒年. 流星体与空间碎片模型综述[J]. 动力学与控制学报, 2022, 20(4): 32—39.  
JIANG Y, JIANG C S, LI H N. Summary of meteoroids and space debris model [J]. Journal of Dynamics and Control, 2022, 20(4): 32—39. (in Chinese)
- [6] 李昊, 孔祥森, 赵川. 火星探测微流星体环境模型及风险预测[J]. 空间科学学报, 2019, 39(3): 283—294.  
LI H, KONG X S, ZHAO C. Model and impact risk assessment of meteoroid for Mars [J]. Chinese Journal of Space Science, 2019, 39(3): 283—294. (in Chinese)
- [7] CHOBOTOV V A, JENKIN A B. Analysis of the micrometeoroid and debris hazard posed to an orbiting parabolic mirror [J]. Space Debris, 2000, 2(1): 9—40.
- [8] ZHAO L. Cumulative effects of micrometeoroid impacts on spacecraft [D]. Sweden, Kiruna: Luleå University of Technology, 2010.
- [9] 闫军, 韩增尧. 近地空间微流星体环境模型研究[J]. 航天器工程, 2005, 14(2): 23—30.
- [10] GRÜN E, ZOOK H A, FECHTIG H, et al. Collisional balance of the meteoritic complex [J]. Icarus, 1985, 62(2): 244—272.
- [11] DIVINE N. Five populations of interplanetary meteoroids [J]. Journal of Geophysical Research: Planets, 1993, 98(9): 17029—17048.
- [12] DIKAREV V, GRÜN E, BAGGALEY J, et al. The new ESA meteoroid model [J]. Advances in Space Research, 2005, 35(7): 1282—1289.
- [13] 刘林, 侯锡云. 深空探测器轨道力学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2012.
- [14] SZEBEHELY V, JEFFERYS W H. Theory of orbits: the restricted problem of three bodies [J]. American Journal of Physics, 1968, 36(4): 375.
- [15] 王洪亮, 郭亮, 熊琰, 等. 超大口径在轨组装红外望远镜遮阳罩热设计[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(12): 1214001.  
WANG H L, GUO L, XIONG Y, et al. Thermal design of ultra-large diameter in-orbit assembly infrared telescope sunshield [J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(12): 1214001. (in Chinese)
- [16] 李翔宇, 乔栋, 程漓. 三体轨道动力学研究进展[J]. 力学学报, 2021, 53(5): 1223—1245.  
LI X Y, QIAO D, CHENG Y. Progress of three-body orbital dynamics study [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(5): 1223—1245. (in Chinese)
- [17] CONNOR HOWELL K. Three-dimensional, periodic, 'halo' orbits [J]. Celestial Mechanics, 1984, 32(1): 53—71.
- [18] 尹军用, 高云峰. Halo 轨道及其初值确定方法[C]//全国第十二届空间及运动体控制技术学术会议论文集. 北京: 中国空间科学学会, 2006: 205—210.
- [19] 邓子辰, 曹珊珊, 李庆军, 等. 基于辛 Runge-Kutta 方法的太阳帆塔动力学特性研究 [J]. 中国科学: 技术科学, 2016, 46(12): 1242—1253.  
DENG Z C, CAO S S, LI Q J, et al. Dynamic behavior of sail tower SPS based on the symplectic Runge-Kutta method [J]. Scientia Sinica (Technologica), 2016, 46(12): 1242—1253. (in Chinese)
- [20] 王亚敏, 乔栋, 崔平远. 飞往日—地动平衡点轨道初始误差敏感度分析[J]. 深空探测学报, 2015, 2(2): 125—130.  
WANG Y M, QIAO D, CUI P Y. Sensitivity analysis of initial error for the trajectory to the Sun-Earth libration point [J]. Journal of Deep Space Exploration, 2015, 2(2): 125—130. (in Chinese)
- [21] 彭海军. 计算最优控制的保辛数值方法及其在平动点附近航天器控制中的应用[D]. 大连: 大连理工大学, 2012.  
PENG H J. Symplectic numerical method for computational optimal control and its application in the control of spacecraft near the libration point [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2012. (in Chinese)