

横向液货补给索道-软管的 强迫振动数值分析*

何学军[†] 任爱娣 张得伟 李健康

(海军勤务学院,天津 300450)

摘要 考虑索道倾斜角度、鞍座位置、索道跨距等因素影响,对舰船横向液货补给索道-软管动力学问题进行研究.基于静力学原理得到各鞍座位置索道及软管受力情况,进而将横向液货补给系统索道-软管动力学问题简化为具有多个集中质量索道系统的动力学问题.基于 Galerkin 原理,对偏微分动力学模型进行高阶模态截断,并对典型工况下系统动力学特性进行分析.研究表明,系统存在周期、混沌等典型复杂动力学特性.重点分析了索道跨距、阻尼等对系统动力学特性的影响.

关键词 Galerkin 截断, 横向液货补给, 强迫振动, 数值分析

中图分类号:O322;O326

文献标志码:A

引言

舰船在海上进行油料、淡水等物资的横向液货补给^[1]过程中,由于并列航行两船在风、浪、流作用下产生横摇、升沉等运动,船舶的相对运动会产生导致横向液货补给软管-索道系统的大幅度振动,严重时威胁作业安全.掌握横向液货补给软管-索道系统动力学规律,可以为系统作业精准控制提供有力理论支撑以及数据信息支持.

首先,从经典静力学角度出发,利用悬链线理论分析了高架索各段软管两端静拉力,将横向液货补给软管-索道系统动力学理论模型转化为具有几个集中质量的悬索模型.其次,基于 Hamilton 理论,建立了系统面内振动理论模型,并对理论模型进行高阶模态截断.最后,对系统在典型作业情况下强迫振动问题进行数值分析.

1 高架索-软管系统静力学研究

以典型3个鞍座、双油管的横向液货补给系统为研究对象,软管、高架索空间位置以及竖直平面

内静变形示意图如图1所示.

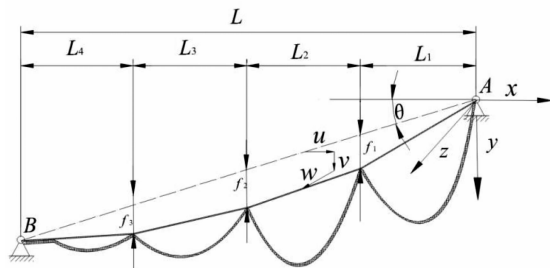


图1 横向液货补给系统高架索-软管的静变形示意图
Fig. 1 The deflection of highline cable and hose of alongside liquid cargo replenishment

图1中A、B分别为横向液货补给高架索的补给端与接收端;Axz为软管、索道系统的三维坐标系,xAy为竖直平面,xAz为水平面;L为横向液货补给作业补给端与接收端的水平距离;L₁为补给端与内鞍座水平距离、L₂为内鞍座与中鞍座水平距离、L₃为中鞍座与外鞍座水平距离、L₄为外鞍座与接收端水平距离;f₁、f₂、f₃分别为在竖直平面内内鞍座、中鞍座、外鞍座处高架索相对其初始状态(无负载)的静位移;f₀、f₄为高架索两端的竖直方向的静位移,取值为0;θ为高架索的初始倾斜角度.

2021-06-14 收到第1稿,2021-08-09 收到修改稿.

* 国防基础科学研究计划(2020-JCJQ-JJ-141)

[†] 通信作者 E-mail:hexuejun@tju.edu.cn

以如下3点基本假设为前提:

(1) 忽略张力引起的高架索轴向变形影响;

(2) 假设高架索、软管均为柔性构件,端部仅承受轴向力,不承受剪力和弯矩;

(3) 忽略静风载荷引起的高架索的局部变形,即风载荷作用下软管整体做面外摆动。

横向液货补给系统高架索、软管竖直平面内受力简图如图2所示。其中 F_{1N} 、 F_{2N} 、 F_{3N} 为软管在内鞍座、中鞍座、外鞍座位置作用于高架索的垂向静载荷; F_{1S} 、 F_{2S} 、 F_{3S} 为内鞍座、中鞍座、外鞍座的鞍座拉力; φ_1 、 φ_2 、 φ_3 为内鞍座、中鞍座、外鞍座与对应高架索段的夹角。对系统进行静力学分析,分析了相关因素对高架索及软管的静力构型影响。

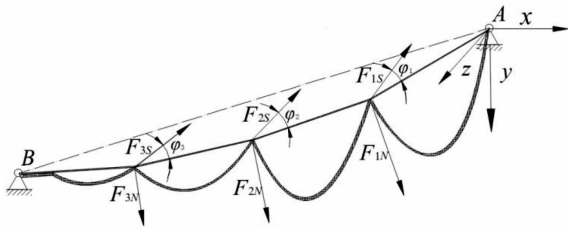


图2 横向液货补给系统高架索受力简图

Fig. 2 The loading state of highline cable of alongside liquid cargo replenishment

由悬链线理论^[2],第 k 段软管长度与软管端部水平张力、软管跨距的关系表达式为

$$s_k = L_k \left[1 + \frac{1}{2} \tan^2 \theta + \frac{L_k^2}{24(H/Q)^2 \cos^2 \theta} \right] \quad (1)$$

其中 s_k 为各段软管长度; H 为软管两端所受鞍座的水平张力; Q 为软管及内部油料自重产生的线载荷。由式(1)可知,通过给定 s_k 、 θ 、 L_k 等参数,可确定软管两端所受鞍座的水平张力 H 大小。第 k 段软管左右两端竖直方向张力表达式分别为

$$V_{kl} = H \sinh \left[\frac{L_k}{2H/Q} + \operatorname{arcsinh} \frac{h_k}{\frac{2H}{Q} \sinh(\frac{L_k}{2H/Q})} \right] \quad (2)$$

$$V_{kr} = H \sinh \left[\frac{L_k}{2H/Q} - \operatorname{arcsinh} \frac{h_k}{\frac{2H}{Q} \sinh(\frac{L_k}{2H/Q})} \right] \quad (3)$$

其中下标 k 代表第 k 段软管, l, r 分别代表软管左、右两端。

考虑高架索初始倾斜角度、各鞍座点竖直方向

静挠度的影响,第 k 段软管左端鞍座索拉力、高架索对鞍座的垂向支撑力分别为:

$$F_{kls} = \sec(\varphi_k + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta})$$

$$[V_{kl} \sin(\theta + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta}) + H \cos(\theta + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta})] \quad (4)$$

$$F_{kIN} = V_{kl} \cos(\theta + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta}) - H \sin(\theta + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta}) - F_{kls} \sin(\varphi_k + \arcsin \frac{f_k - f_{k-1}}{L_k \sec \theta}) \quad (5)$$

其中 F 的下标 s, N 分别代表鞍座索拉力、高架索对鞍座的垂向支撑力,如: F_{kls} 表示鞍座索(接收端支座)对第 k 段软管左端拉力。同理,第 k 段软管右端鞍座索支撑力、垂直于该段高架索的拉力。

第 j 个鞍座对高架索的垂向压力由该鞍座两端软管自重产生,具体表达式为

$$F_{jN} = F_{(j+1)rN} + F_{jIN} \quad (6)$$

同理,可得各鞍座索(按照内鞍座、中鞍座、外鞍座顺序)对鞍座拉力表达式为

$$F_{js} = F_{(j+1)rs} + F_{jIs} \quad (7)$$

其中 N_v, N_H 分别为横向液货补给系统高架索补给的垂直分力与水平分力,基于经典静力学理论^[3],整体受力分析可得:

$$T = \sqrt{N_v^2 + N_H^2} \quad (8)$$

其中 T 为高架索的恒张力。高架索发送端分别对内、中、外鞍座取矩,可得

$$N_v(L_1 - f_1 \sin \theta) - N_H(L_1 \tan \theta + f_1 \cos \theta) = 0$$

$$N_v \left(\sum_{i=1}^2 L_i - f_2 \sin \theta \right) - N_H \left(\sum_{i=1}^2 L_i \tan \theta + f_2 \cos \theta \right) - N_1 L_2 \sec \theta = 0$$

$$N_v \left(\sum_{i=1}^3 L_i - f_3 \sin \theta \right) - N_H \left(\sum_{i=1}^3 L_i \tan \theta + f_3 \cos \theta \right) - N_1 \sum_{i=2}^3 L_i \sec \theta - N_2 L_3 \sec \theta = 0 \quad (9)$$

由式(9)可得各鞍座点竖直方向静位移。

由小垂度悬索抛物线理论可得,未释放液货补给软管的高架索的初始静态构型为

$$y(x) = x \tan \theta - \frac{q}{2T}(L_0 x - x^2) \left[1 + \frac{qL_0}{6T} \sin \theta (L_0 - 2x) \right] \quad (10)$$

其中: q 为高架索自重产生的线载荷, T 为高架索的恒张力, θ 为高架索的初始倾斜角度, L_0 为横向补给距离.

在高架索初始静态构型基础上, 可得横向液货补给过程中各段高架索静态构型为:

$$y_{4c} = y_c - (f_3 \cos \theta) x / L_4 \quad (11a)$$

$$y_{3c} = y_c - f_3 \cos \theta - (f_2 - f_3) \cos \theta (x - L_4) / L_3 \quad (11b)$$

$$y_{2c} = y_c - f_2 \cos \theta - (f_1 - f_2) \cos \theta (x - L_3 - L_4) / L_2 \quad (11c)$$

$$y_{1c} = y_c - f_1 \cos \theta (L - x) / L_1 \quad (11d)$$

基于悬链线理论, 各段补给软管静态构型分别为

$$y_{4h} = y_c - \frac{f_3 \cos \theta}{L_4} x + \frac{H_4}{Q} \left(\cosh \frac{x - a_4}{H_4/Q} - \cosh \frac{a_4}{H_4/Q} \right) \quad (12a)$$

$$y_{3h} = y_c - f_3 \cos \theta - \frac{(f_2 - f_3) \cos \theta}{L_3} (x - L_4) + \frac{H_3}{Q} \left(\cosh \frac{x - a_3 - L_4}{H_3/Q} - \cosh \frac{a_3}{H_3/Q} \right) \quad (12b)$$

$$y_{2h} = y_c - f_2 \cos \theta - \frac{(f_1 - f_2) \cos \theta}{L_2} (x - L_3 - L_4) + \frac{H_2}{Q} \left(\cosh \frac{x - a_2 - L_3 - L_4}{H_2/Q} - \cosh \frac{a_2}{H_2/Q} \right) \quad (12c)$$

$$y_{1h} = y_c - \frac{f_1 \cos \theta}{L_1} (L_0 - x) + \frac{H_1}{Q} \left(\cosh \frac{x - a_1 - L_2 - L_3 - L_4}{H_1/Q} - \cosh \frac{a_4}{H_1/Q} \right) \quad (12d)$$

其中 H_i 为第 i 段软管两端所受水平方向拉力, $a_k = L_k/2$. 具体数值分析略.

2 高架索-软管系统非线性力学研究

2.1 动力学理论模型的建立

在上述静力学分析基础上, 参考不带集中质量悬索及带有集中质量悬索动力学理论研究文献^[4-6], 考虑高架索的倾斜角、跨距(补给距离)、恒

张力, 软管鞍座位置、风载荷等因素的影响, 基于经典 Hamilton 动力学理论, 建立能较准确描述大跨距航行横向液货补给高架索-软管系统的非线性动力学行为的面内振动、非平面振动的非线性动力学理论模型.

索端强迫激励下横向液货补给高架索-软管系统面内振动示意图如图 3 所示.

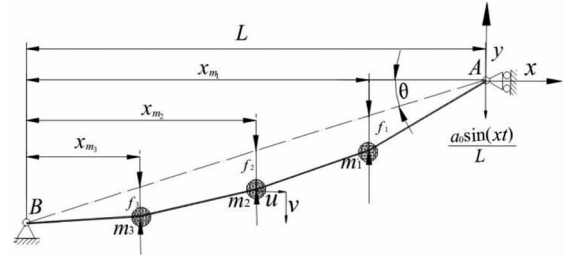


图3 横向液货补给高架索-软管系统面内强迫振动示意图
Fig. 3 In-plane forced oscillation of the cable and Hose of alongside liquid cargo replenishment

不考虑风载荷影响情况下, 航行横向液货补给高架索-软管系统竖直平面内振动的非线性动力学理论模型为:

$$\begin{cases} \left[\frac{EA(1+u') + Tu'}{\sqrt{1+y'^2}} - \frac{EA(1+u')}{\sqrt{(1+u')^2 + (v'+y')^2}} \right]' = \sqrt{1+y'^2} \rho A \ddot{u} \\ \left[\frac{EA(y'+v') + Tv'}{\sqrt{1+y'^2}} - \frac{EA(y'+v')}{\sqrt{(1+u')^2 + (v'+y')^2}} \right]' = \sqrt{1+y'^2} \rho A \ddot{v} + \sum_{i=1}^3 m_i \ddot{v}(x_{m_i}, t) \delta(x - x_{m_i}) \end{cases} \quad (13a)$$

其中 E 为高架索弹性模量, A 为高架索截面积, u 为高架索水平方向的振动位移, v 为高架索竖直方向振动位移, “ $'$ ”表示对 x 求导, “ \cdot ”表示对时间 t 求导, m_i ($i=1, 2, 3$) 为软管自重引起的内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的集中质量, x_{m_i} 为内鞍座、中鞍座、外鞍座距高架索索端的水平距离, ρ 为高架索的密度, $\delta(x - x_{m_i})$ 为 Dirac- δ 函数, y 为 $y(x)$ 简写形式.

2.2 面内强迫振动数值分析

高架索轴向运动与横向运动相比较小, 考虑软管自重对高架索静态构型的影响, 通过分段积分方法将高架索轴向运动转化为横向运动. 通过引入 n 阶模态函数

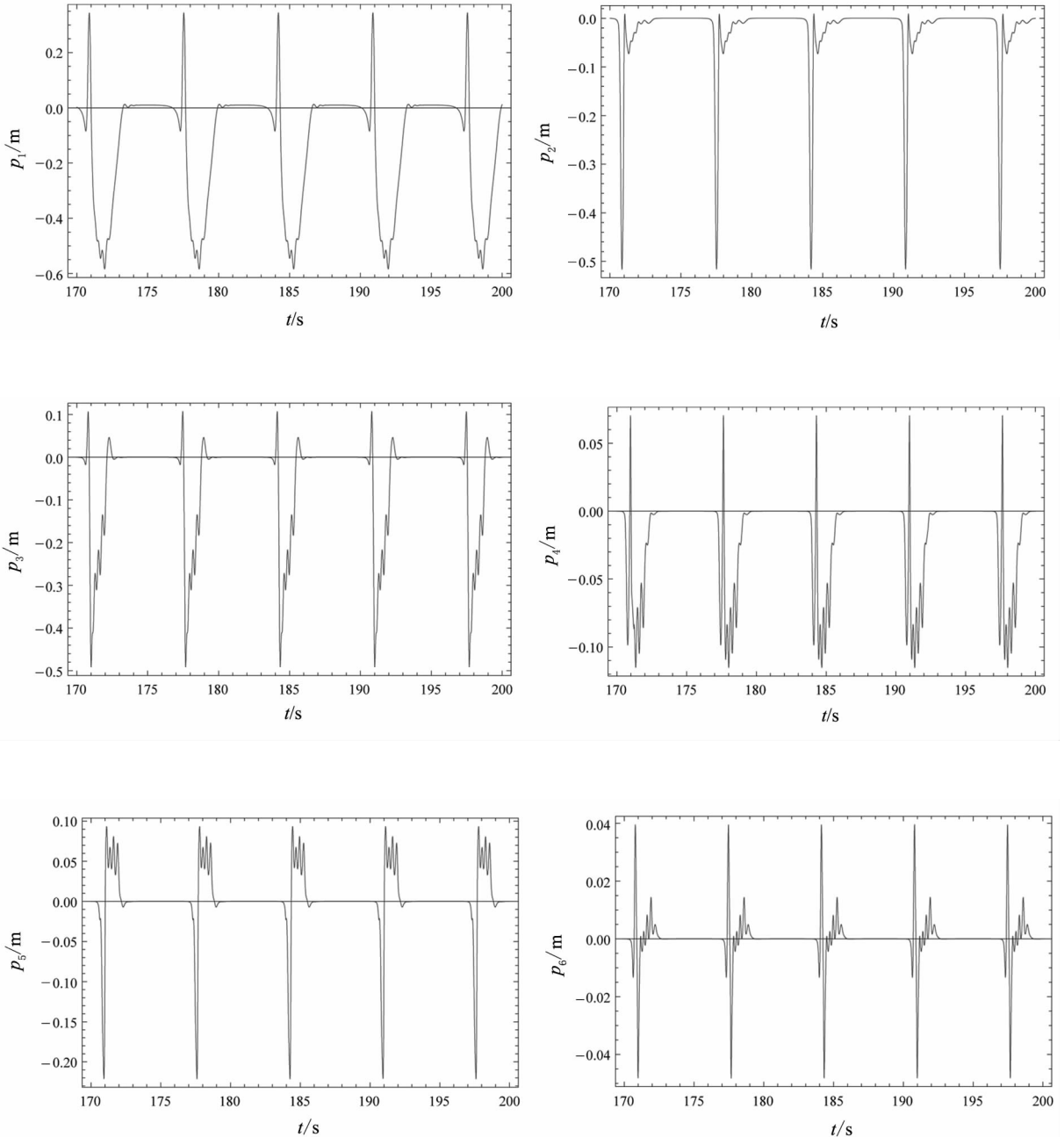
$$v(x) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{L}\right) + \frac{a_0 \sin(\chi t)}{L} \quad (14)$$

其中 a_0 为强迫激励幅值, χ 为强迫激励频率, 强迫激励为周期激励. 对系统的非线性动力学的连续体模型进行多阶模态截断, 可以得到系统的常微分动力学理论模型. 在此基础上, 对理论模型进行相应的数值分析. 通过对比不同阶模态截断情况数值分析结果, 发现 9 阶及以上模态截断后系统具有较好精度, 后续数值分析均以 9 阶模态截断后的常微分

动力系统为基础.

情况(一) 横向激励幅值、频率分别为 $v = 1\text{m}$, $\chi = 0.1\text{Hz}$, 高架索的阻尼系数 $\mu = 20$, 高架索的恒张力 $T = 80\text{kN}$.

利用 Mathematica 程序可得, 系统的内强迫振动的第 1~9 阶模态振动时间历程曲线如图 4 所示.



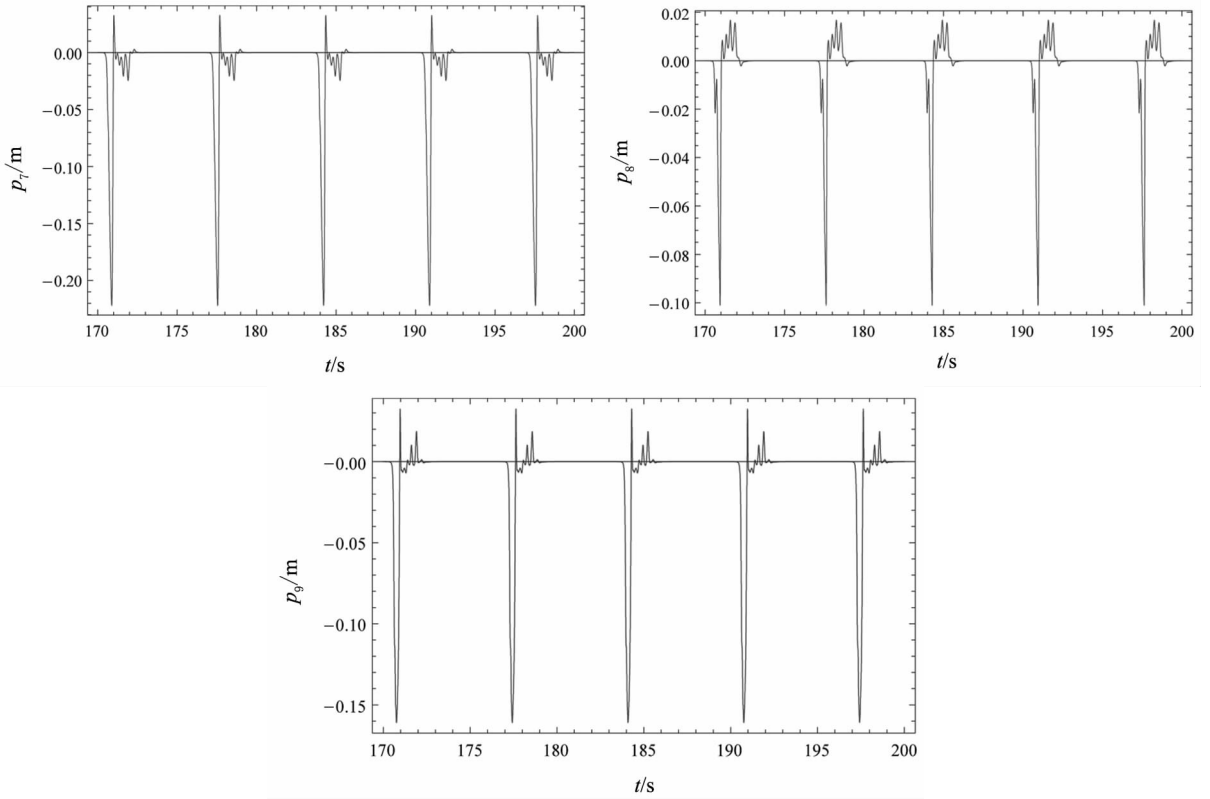


图4 9阶模态振动波形图
 Fig.4 Time history curves of nine models of highline cable

可以看出对系统振动贡献率较大的为前3阶模态振动. 进一步可得, 横向液货补给高架索-软管系统内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的高架索在竖

直平面内的振动时间历程曲线如图5所示. 系统内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的高架索在竖直面内的振动运动相图如图6所示.

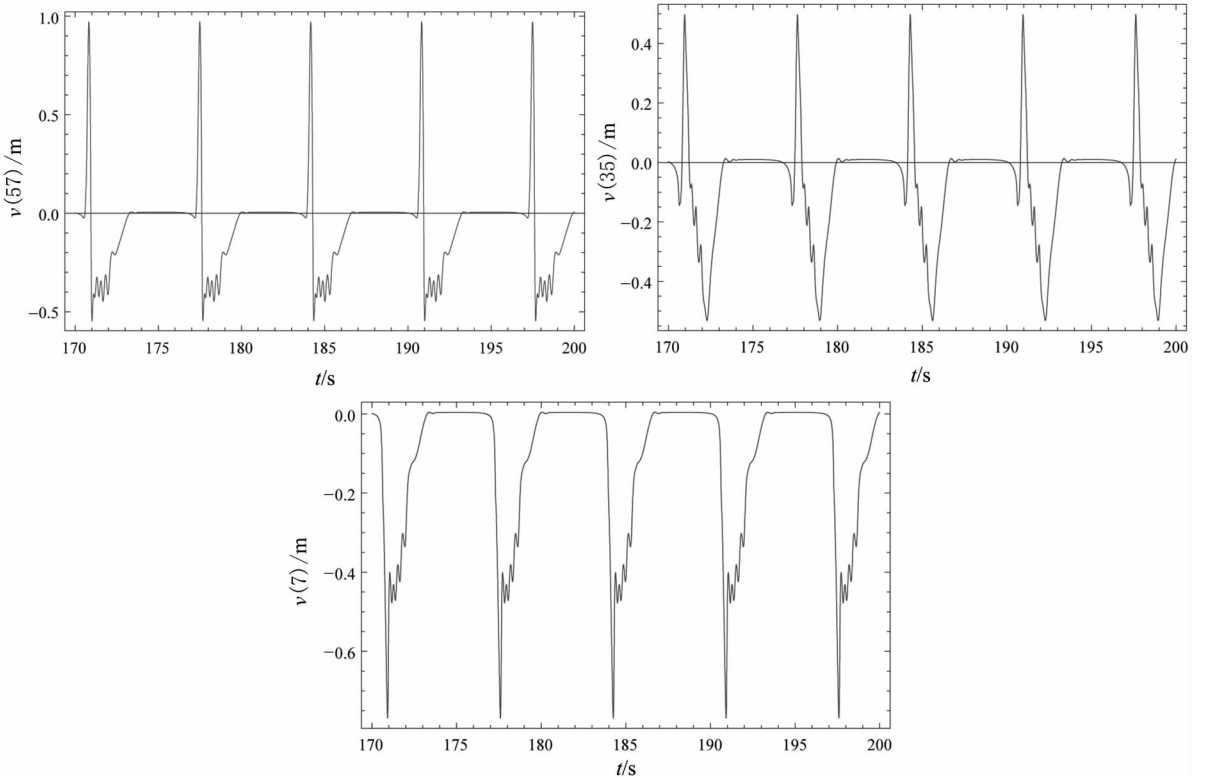


图5 内、中、外鞍座位置的高架索振动时间历程曲线
 Fig.5 Time history curves of highline cable at the location of saddles

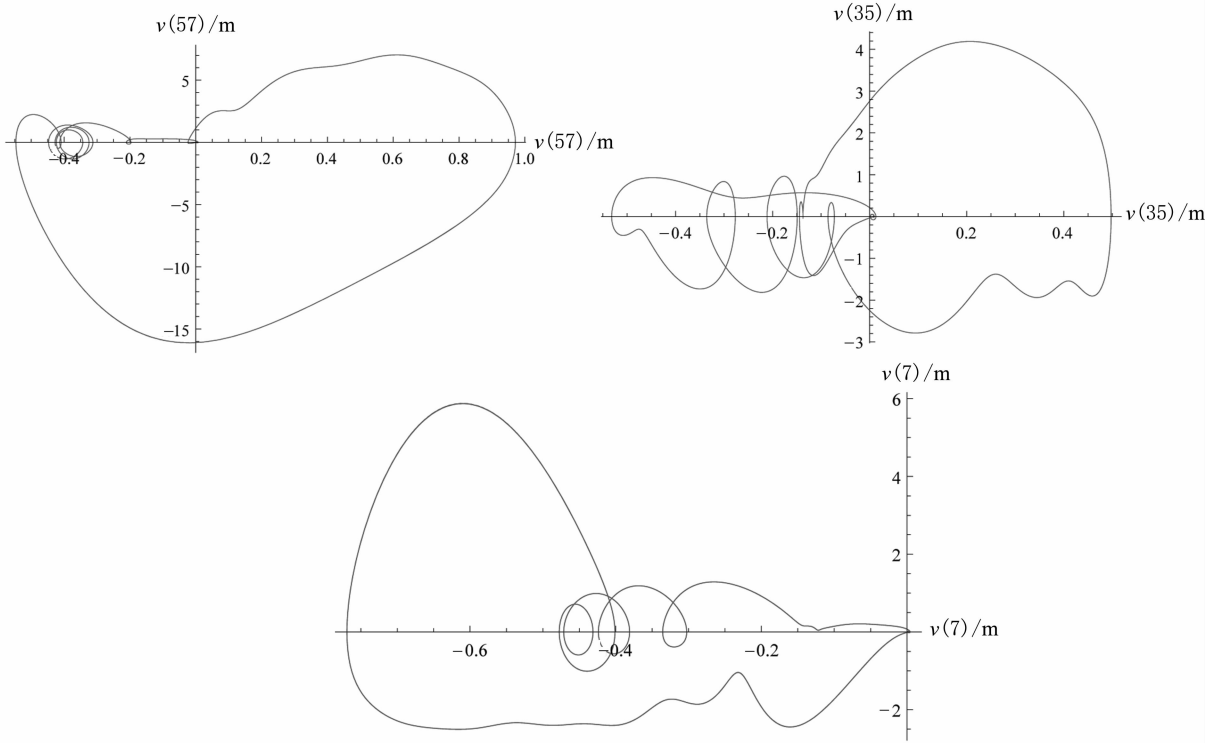


图6 内、中、外鞍座位置的高架索面内振动相图
Fig. 6 The phase portrait curves of highline cable at the location of saddles

由上述时间历程曲线、运动相图可知,各鞍座点高架索的振动幅值较大,呈现典型的周期波动特征,表明系统振动存在倍周期运动特征。

情况(二) 横向激励幅值、频率分别为 $v = 1\text{m}$ $\chi = 0.1\text{Hz}$,高架索的阻尼系数 $\mu = 5$,高架索的

恒张力 $T = 80\text{kN}$ 。

情况(二) 阻尼为情况(一)的1/4,其余参数不变.系统内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的高架索在竖直平面内的振动时间历程曲线如图7所示。

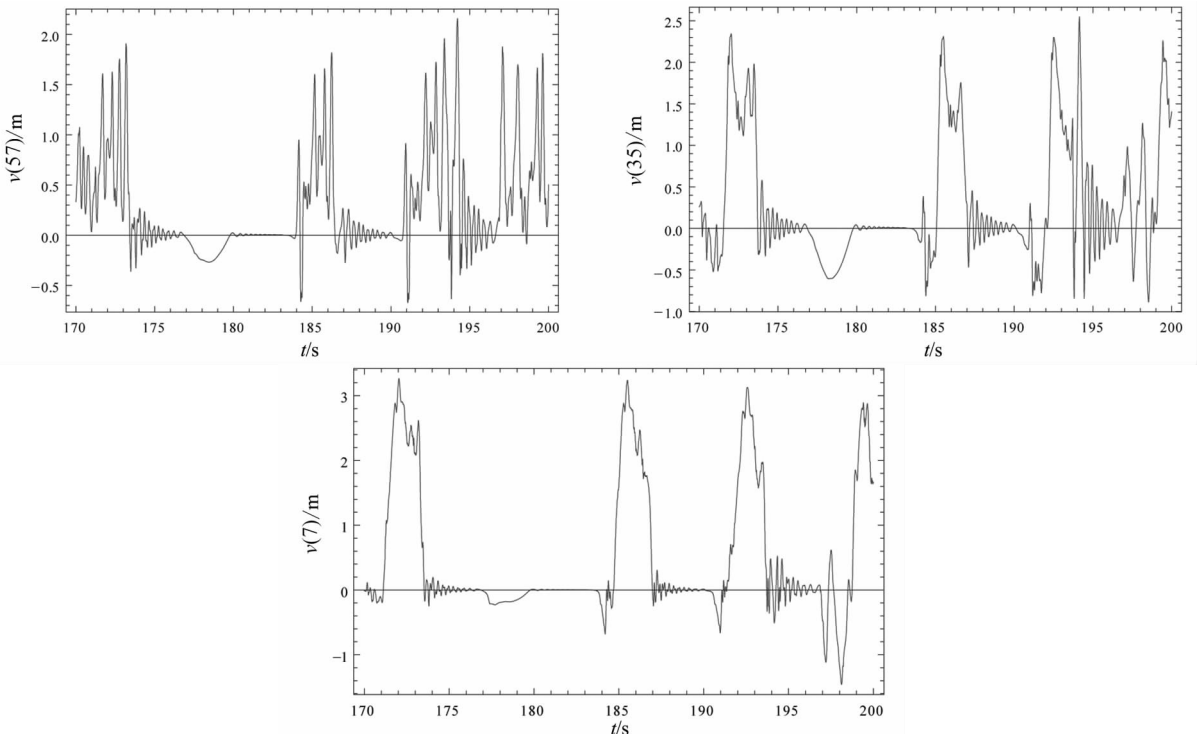


图7 内、中、外鞍座位置的高架索面内振动波形图
Fig. 7 Time history curves of highline cable at the location of saddles

系统内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的高架索在垂直平面内的振动运动相图如图8所示。

由图5~图8对比分析可见,随着阻尼减小,

系统各鞍座点高架索的振动幅值有大幅度增加,也不再保持周期运动,而是呈现典型混动运动特征。

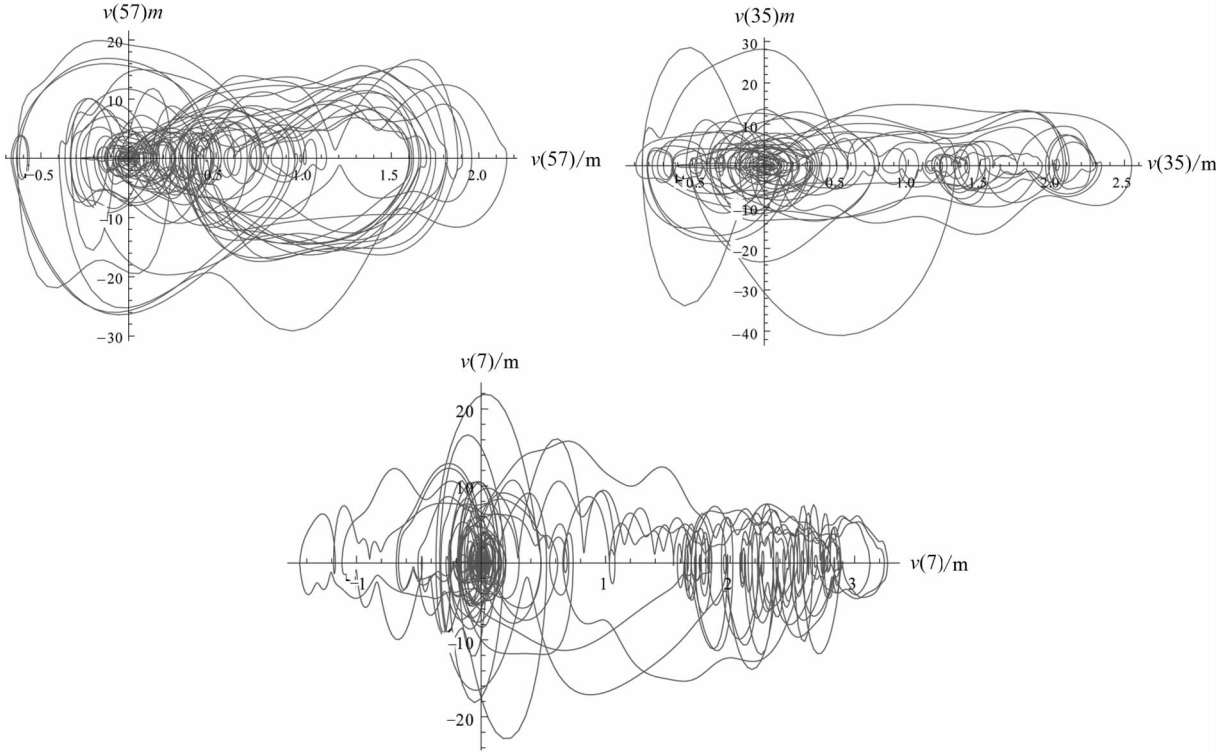


图8 内、中、外鞍座位置的高架索面内振动相图

Fig. 8 The phase portrait curves of highline cable at the location of saddles

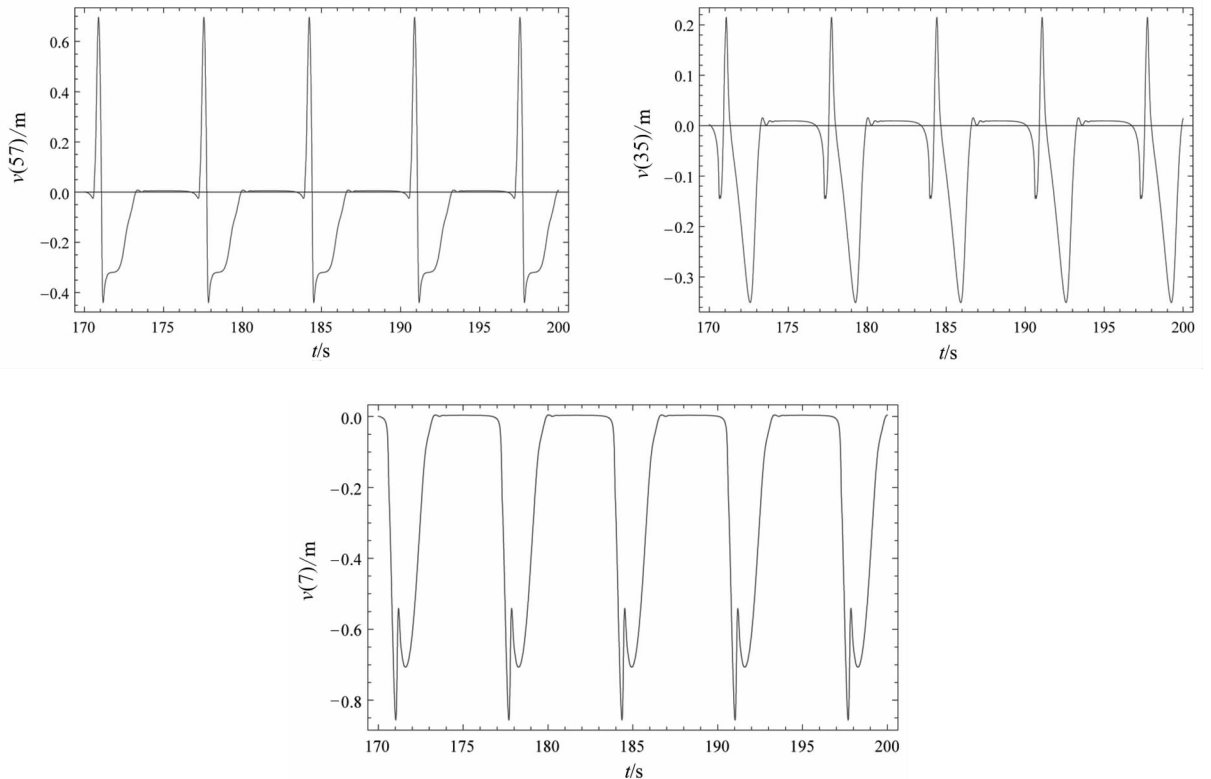


图9 内、中、外鞍座位置的高架索面内振动波形图

Fig. 9 Time history curves of highline cable at the location of saddles

情况(三) 横向激励幅值、频率分别为 $v = 1\text{ m}$, $\chi = 0.1\text{ Hz}$, 高架索的阻尼系数 $\mu = 20$, 高架索的恒张力 $T = 96\text{ kN}$.

情况(三) 高架索张力为情况(一)的 1.2 倍, 其余参数不变. 系统内鞍座、中鞍座、外鞍座位置的高架索在竖直平面内的振动时间历程曲线如图 9 所示. 由图 8、图 4 可见, 系统动力学特征与情况(一)类似, 运动相图此处不再给出.

由图 8、图 4 对比分析可知, 随着高架索恒张力增加, 系统各鞍座点高架索的振动幅值大幅度减小, 仍呈现典型的周期波动特征, 系统振动为周期运动.

3 结论

基于经典静力学方法, 考虑高架索倾斜角度、鞍座位置、鞍座索倾斜角度等因素影响, 推导了高架索-软管系统面内静力学方程, 明确了鞍座位置高架索受力情况. 在静力学分析基础上, 建立了系统面内振动的非线性动力学理论模型, 并对连续体理论模型进行高阶模态截断, 得到了系统的常微分形式的理论模型. 通过改变高架索恒张力、系统阻尼等主要参数, 对典型情况面内强迫振动进行了数值分析, 研究表明系统存在典型的周期运动、混沌运动特征.

参 考 文 献

- 1 Irvine H M. Cable structures. Cambridge: The Massachusetts Institute of Technology Press, 1981
- 2 Russell C H. Engineering mechanics: statics. 14th edition. New York: Pearson, 2015
- 3 余建星, 顾鹏. 海上液货补给技术. 海洋技术, 2005, 24(4): 103 ~ 106 (Yu J X, Gu P. The technique of liquid cargo supplying on the sea. *Ocean Technology*, 2005, 24(4): 103 ~ 106 (in Chinese))
- 4 Guo T D, Giuseppe R, Kang H J, et al. Two perturbation formulations of the nonlinear dynamics of a cable excited by a boundary motion. *Applied Mathematical Modelling*, 2019, 79: 434 ~ 450
- 5 陈自力, 唐驾时, 邓旻涯. 集中荷载作用下的悬索自振频率分析. 噪声与振动控制, 2006, 26(5): 41 ~ 45 (Chen Z L, Tang J S, Deng M Y. The natural vibration frequency analysis of suspended cables under a concentrated load. *Noise and Vibration Control*, 2006, 26(5): 41 ~ 44 (in Chinese))
- 6 何学军, 任爱娣. 横向补给系统高架索的非线性动力学. 北京: 科学出版社, 2019 (He X J, Ren A D. Nonlinear dynamics of highline cable of alongside replenishment. Beijing: Science Press, 2019 (in Chinese))

NUMERICAL ANALYSIS ON THE FORCED OSCILLATION OF THE CABLE AND HOSE IN ALONGSIDE LIQUID CARGO REPLENISHMENT*

He Xuejun[†] Ren Aidi Zhang Dewei Li Jiankang

(*Naval Logistical College, Tianjin 300450, China*)

Abstract The dynamic problem of the cable with hose of alongside liquid cargo replenishment of ship was analysed, in and the effects of inclination angle of the cable, the position of saddle, the span of the cable were considered. The stress state of the cable and hose at each saddle position were obtained by the principle of statics. Then the dynamic model of the cable and hose of alongside liquid cargo replenishment were simplified to the cable system with multiple lumped masses. The higher-order modal truncation of partial differential dynamic model was carried out by the Galerkin method. Moreover the dynamic characteristics of this system were analyzed under typical operating conditions. The results shows that there were complex dynamic characteristics in this system, such as typical period and chaos. The effects of the cable span and damping on the dynamic characteristics of the system were analyzed.

Key words Galerkin truncation, alongside liquid cargo replenishment, forced oscillation, numerical analysis

Received 14 June 2021, revised 9 August 2021.

* National Defense Basic Scientific Research Program(2020-JCJQ-JJ-141).

[†] Corresponding author E-mail: hexuejun@tju.edu.cn