

改进类 Lorenz 系统在微弱谐波信号识别中的应用^{*}

赵志杰^{1,2} 田瑞兰^{1†} 杨泽峰¹ 王秋宝^{1,2} 杜以昌²

(1.石家庄铁道大学 非线性动力学研究所, 石家庄 050043) (2.石家庄铁道大学 数理系, 石家庄 050043)

摘要 基于类 Lorenz 系统构建了改进类 Lorenz 系统.借助概率论、数理统计原理,揭示了不同功率噪声对该系统阈值可信度的影响;利用加入微弱谐波信号前、后系统吸引子个数变化的阈值差值,识别出待测谐波信号的幅值.利用系统的分岔图,研究加入高斯白噪声前后系统吸引子的个数随参数变化的情况.在强噪声作用下,通过大数定律,从加入微弱谐波信号前、后系统分岔图中统计系统阈值,以统计数据中的众数作为所构建系统的阈值.利用阈值的差值识别出了与内置周期驱动力同频微弱谐波信号的幅值,且检测效果的可信度和正确率为 89.5%,检测最低信噪比为-33dB.数值仿真对比结果表明改进类 Lorenz 系统比 Duffing 系统、受控类 Lorenz 系统具有阈值可信度高、检测门限低、信噪比低的优势,更适合在强噪声背景下识别信号参数.进一步地,在 Simulink 仿真结果的基础上,通过 Multisim 软件搭建改进类 Lorenz 系统的模拟电路图,验证本文的理论研究结果在工程实际化中有一定的可行性.

关键词 改进类 Lorenz 系统, 吸引子, 分岔图, 阈值可信度, 检测系统模拟电路

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-017

引言

谐波、非谐波微弱信号广泛存在于故障诊断、信号处理等工程领域.构建具有丰富动力学行为的非线性动力系统^[1-3]识别微弱信号的参数,为解决工程中的一些实际问题,如列车的内外轮故障检测、大型复杂机械齿轮与转轴部件故障诊断等奠定理论基础.混沌系统内在确定性、非平衡相变、对微弱信号极强的敏感性以及对噪声具有一定的免疫能力,使其在微弱信号参数识别中有着十分广阔的应用前景^[4-6].

目前,用于识别微弱信号参数的非线性动力系统主要有 Duffing^[7,8], Lorenz^[9,10] 等系统.由于传统微弱信号参数识别系统的局限性,许多学者将传统系统进行改进或者构造新系统识别微弱信号参数,并得到了较好的检测结果^[11-13].袁地等^[14]以经典 Lorenz 系统为模型,构造出了类 Lorenz 混沌系统.沈媚娜,周芳等^[15]以类 Lorenz 系统为模型,构造出受控类 Lorenz 系统,构建了受控类 Lorenz 系统模拟电路图,并将其应用到微弱信号的参数识别中.

将构建以类 Lorenz 混沌系统为基础模型的改进类 Lorenz 系统,并将其应用到微弱谐波信号的幅值识别中.在应用非线性动力系统识别微弱信号参数方法的研究中,许多学者借助非线性动力学行为突变机理识别微弱信号参数^[16-18].目前,以类 Lorenz 系统为基础,将吸引子个数改变作为衡量系统动力学行为突变的标准,并用于识别微弱谐波信号幅值的研究不常见.

构建的改进类 Lorenz 系统存在由具有一个吸引子的运动变迁到具有两个吸引子的运动的相变,并以吸引子个数改变作为系统动力学行为突变的判据来识别微弱信号的存在性和幅值.尽管混沌系统对噪声具有一定的免疫特性,但是在实际工程应用中,大多数非线性动力系统对噪声的免疫不是绝对的^[8].在不同功率的高斯白噪声影响下,本文利用概率论和数理统计原理,通过分岔图和相图轨迹探讨噪声对改进类 Lorenz 系统阈值的影响.在强噪声背景下,以系统状态改变时的临界值识别微弱信号幅值.进一步地,利用 Simulink 模块构建各个变量之间的关系,设计改进类 Lorenz 系统的电子电路

2018-09-04 收到第 1 稿,2018-11-28 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(11872253,11602151),河北省杰出青年科学基金项目(A2017210177),河北省杰出青年科学基金培育项目(A2015210097),基础研究团队专项支持项目(311008)资助的课题

[†] 通讯作者 E-mail: tianrl@stdu.edu.cn

图来识别微弱谐波信号的存在性,说明了理论研究结果可工程实际化,促进了非线性动力学在工程应用领域的发展。

1 改进类 Lorenz 系统的模型及其动力学行为研究

构建具有丰富动力学行为且对谐波信号敏感的非线性动力系统,是识别微弱谐波信号参数的首要条件.类 Lorenz 系统^[14]

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = c(x+y) - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (1)$$

结合微弱谐波信号的特性,将第二个方程中的参数 c 改为显含时间的周期策动力信号,使得改进类 Lorenz 系统对微弱谐波信号敏感,利用微弱谐波信号的控制参数系统运动状态的变化,改进类 Lorenz 系统如下所示。

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = 10(0.6 + f \sin(\omega t))(x+y) - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (2)$$

由文献[14]可知,系统(1)具有丰富的动力学行为.观察系统(1)和(2),可知系统(1)与系统(2)的不同在于:两个系统的第二个方程受不同参数控制.针对系统(2),参数 f 或 ω 直接影响该系统的运动状态,因此,通过研究系统(2)随控制参数变化的分岔图,可以判断出系统(2)是否具有丰富的动力学行为。

设系统(2)中参数 $a=45, b=10$, 内置驱动力频率 $\omega=1\text{rad/s}$, 系统(2)分岔图如图1所示。

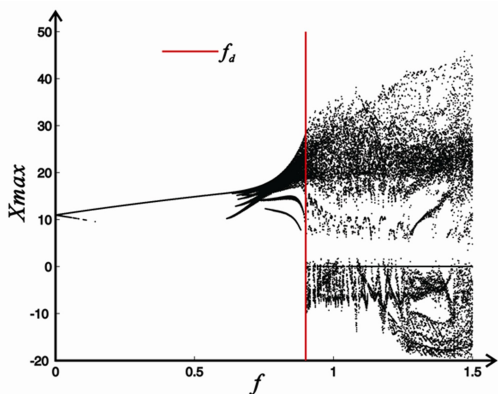


图1 随参数 f 变化,系统(2)的分岔图

Fig.1 Bifurcation diagram of system (2) with variation of parameter f

从图1中可以明显看出,系统(2)随参数 f 变化,其动力学行为也在改变,系统存在丰富的动力

学行为,且对谐波信号幅值变化十分敏感,系统(2)满足微弱信号参数识别所需要的条件之一.特别地,当 $f=0.9$ 时(如图1红色实线所示),系统(2)处于从存在一个吸引子的运动状态向存在两个吸引子的运动转迁的过渡状态;当参数从0.9变为0.91时,系统状态变为存在两个吸引子的运动,因此,选取参数 $f_d=0.9$ 为系统(2)的阈值。

非线性动力系统吸引子个数的改变,也可以作为系统动力学行为突变的依据,本文将利用系统(2)吸引子个数的改变,来识别微弱谐波信号的存在性和幅值.但是,在系统(2)中加入一定功率的高斯白噪声后,系统吸引子个数的变化是否仍然存在,系统阈值会发生怎样的变化,将影响到在噪声背景下识别微弱信号的存在性和幅值的检测效果。

2 噪声作用下改进类 Lorenz 系统阈值的确定

在实际工程中,各种形式和不同功率的噪声是存在的.非线性动力系统对噪声具有一定的免疫能力,是其应用于微弱信号参数识别的重要条件,文献[16]和[17]中表明了特定混沌系统对噪声具有一定的免疫性.但是,非线性动力系统对噪声的免疫性不是绝对的^[8].分析噪声对识别系统动力学行为突变的影响,是亟待解决的问题.本文首先利用数值模拟,描绘加入不同功率噪声后系统(3)的分岔图,通过观察系统(3)阈值变化情况,探讨噪声对改进类 Lorenz 系统的影响。

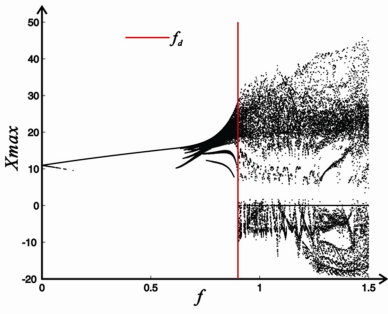
加入高斯白噪声 $n(t)$, 系统(2)变为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = 10(0.6 + f \sin(\omega t) + n(t))(x+y) - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (3)$$

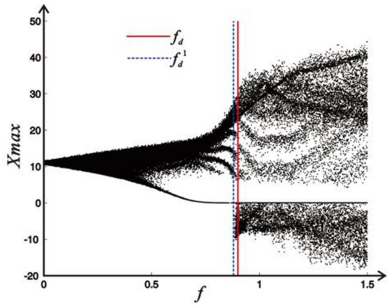
噪声作为随机激励加入到非线性动力系统中,由于噪声具有随机性,导致系统(3)的运动状态也存在随机性.分析不同功率的高斯白噪声对改进类 Lorenz 系统阈值的影响时,本文对系统(3)的分岔图形进行100次数值仿真实验,来确定系统(3)状态改变的临界值.根据大数定律,以100个数值截断结果中的众数,作为系统(3)的阈值,将选定阈值在100个数值选取结果中出现的概率,作为不同功率噪声影响下系统(3)阈值的可信度,并以此来分析噪声对改进类 Lorenz 系统动力学行为突变的影响。

设系统(3)中参数 $a=45, b=10$, 内置驱动力频率 $\omega=1\text{rad/s}$, 高斯白噪声方差从0.001增加到0.1, 在100次数值仿真实验结果中,出现次数最多的系

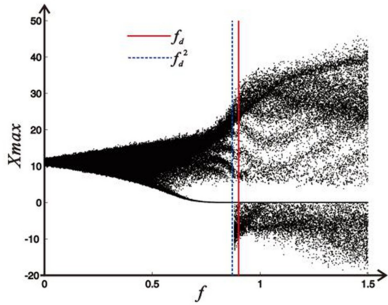
统(3)分岔图如图 2 所示.



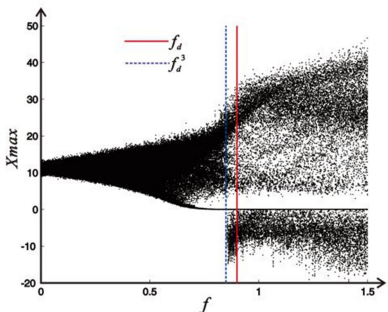
(a) 系统 (2) 分岔图
(a) Bifurcation diagram of system (2)



(b) 加入方差为 0.001 的噪声后, 系统 (3) 的分岔图
(b) Bifurcation diagram of system (3) under white Gaussian noise with variance of 0.001



(c) 加入方差为 0.01 的噪声后, 系统 (3) 的分岔图
(c) Bifurcation diagram of system (3) under white Gaussian noise with variance of 0.01



(d) 加入方差为 0.1 的噪声后, 系统 (3) 的分岔图
(d) Bifurcation diagram of system (3) under white Gaussian noise with variance of 0.1.

图 2 随参数 f 变化, 系统的分岔图

Fig.2 Bifurcation diagram of system (3) with variation of parameter f

由图 2 可见,加入不同功率噪声后,系统(3)的分岔图(如图 2(b、c、d))与系统(2)的分岔图(如图 2(a)所示)相比发生变化.但是,系统(3)分岔图所反映吸引子个数的变化情况与系统(2)分岔图所示相同.系统(2)从存在一个吸引子运动状态转迁到存在两个吸引子的运动,系统(3)从存在一个吸引子的运动转迁到存在两个吸引子的运动(如图 2(b、c、d)),因此,两个系统都存在吸引子个数发生改变的现象,只是两个系统的吸引子性质和吸引子个数发生变化的参数临界值不同.实际上,由文献[7]可知,噪声可以转化为外加驱动力作用在系统(2)的内置驱动力上,因此,加入不同功率的高斯白噪声后,系统(3)的吸引子个数发生变化的临界值是不同的.

众所周知,噪声具有随机性.本文通过大数定律,以统计数据中的众数作为所构建系统的阈值,利用可信度衡量所选取的阈值,克服噪声的影响.加入不同功率的高斯白噪声后,在 100 次数值仿真实验结果中,系统(3)选取的阈值及可信度分析如表 1 所示.由表 1 可知,根据不完全统计,加入不同功率噪声后选取的系统(3)阈值,其在 100 次数值选取结果中出现的概率是不同的,说明系统(3)在不同功率噪声的影响下,其选取阈值的可信度是不同的.对于功率相对较小的噪声,系统(3)临界值的可信度较高,即对噪声的免疫性较强;而对于功率相对较大的噪声,系统(3)临界值的可信度低一些,即对噪声的免疫性弱一些.

表 1 不同功率的高斯白噪声下系统(3)阈值及可信度分析

Table 1 Thresholds and reliability analysis of system (3) under white Gaussian noise with different variances			
System	Mean and variance	Threshold	Threshold reliability
(2)	—	$f_d = 0.9$	—
(3)	$\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.001$	$f_d^1 = 0.88$	92.5%
(3)	$\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.01$	$f_d^2 = 0.87$	91%
(3)	$\mu = 0$ $\sigma^2 = 0.1$	$f_d^3 = 0.85$	89.5%

进一步地,在实际工程中,由于待测信号中含有噪声,且噪声的功率往往大于有用信号的幅值,故本文将通过加入方差为 0.1 的高斯白噪声后系统(3)的平面相图,说明分岔图 2(d)刻画系统吸引子个数发生变化的临界值的可行性.

固定参数 $a = 45, b = 10$, 内置驱动力频率

$\omega = 1\text{rad/s}$, 高斯白噪声均值为 0, 方差 $\sigma^2 = 0.1$. 随参数 f 的变化, 系统(3)在 xoy 平面的相图如图 3 所示.

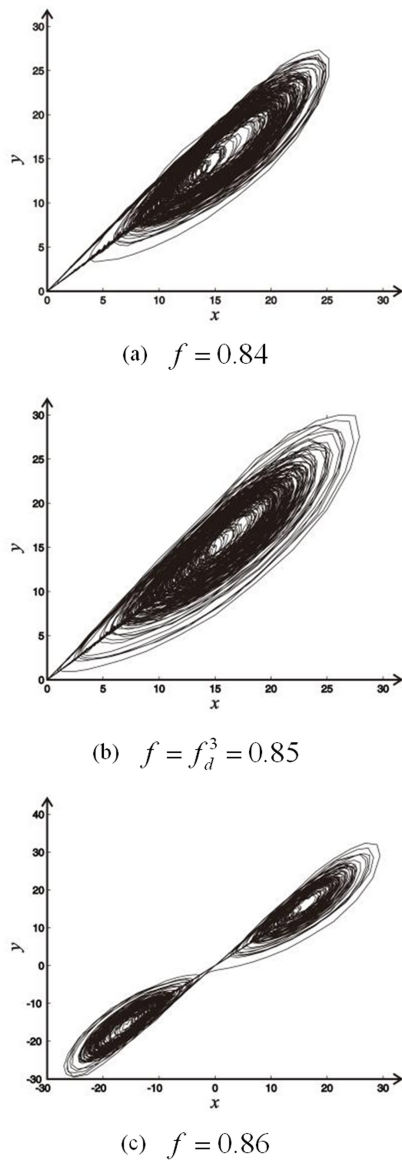


图3 随控制参数 f 在 f_d^3 附近变化, 系统(3)的 xoy 面相图
Fig.3 The xoy phase diagram of system (3) with the change of the control parameter near the f_d^3

由图 3 可得, 加入功率为 0.1 的高斯白噪声后系统(3)的相图轨迹与分岔图(如图 2(d))所示的系统状态相对应. 由于噪声具有随机性, 连续仿真 100 次, 根据不完全统计, 系统(3)出现图 3 所示的运动状态的概率为 89.8%, 而系统(3)所选取的阈值 $f_d^3 = 0.85$, 在 100 次数值选取的结果中出现的概率为 89.5%. 根据大数定律, 说明本文选取 100 次仿真实验结果中的众数, 作为系统(3)状态变化临界值的方法是可行的. 在一定的裕度范围内, 利用系统(3)吸引子个数发生改变的临界值, 来识别微弱

信号的存在性和幅值是可行的.

综上所述, 对噪声不是绝对免疫的改进类 Lorenz 系统, 可利用系统阈值可信度分析噪声对系统动力学行为突变的影响, 解决了对噪声不是绝对免疫的非线性动力系统如何应用于微弱信号参数识别的问题. 但是在噪声影响下, 改进类 Lorenz 系统分岔图形反馈出识别结果所需的时间较长, 其可适用于工程实际的分岔图形的算法设计仍需优化, 将在后期的研究工作中展现.

3 改进类 Lorenz 系统对同频微弱谐波信号的幅值识别

对任意固定的 ω , 随控制参数 f 的变化, 系统(3)的运动状态将发生变化. 由于改进类 Lorenz 系统对微弱谐波信号十分敏感, 使得微弱信号幅值 f 对系统(3)发生状态变化的临界值影响很大.

将信号 $input = s(t) + n(t) = A\sin(\omega t) + n(t)$ 加入到系统(2)的第二个方程中, 构成改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x) \\ \dot{y} = 10(0.6 + f\sin(\omega t) + input)(x + y) - xz \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (4)$$

其中, $n(t)$ 表示均值为 0, 方差为 0.1 的高斯白噪声, 待测信号中的有用信号 $s(t) = A\sin(\omega t)$ 的幅值为 $A = 0.01$, 且待测信号的频率与系统(2)的内置驱动力频率相等.

设定参数 $a = 45, b = 10, \omega = 1, \sigma^2 = 0.1$, 初始值为 $[1, 0.8, 1.2]$, 积分步长为 0.01, 随参数 f 的变化, 在 100 次数值仿真实验结果中, 选择系统(4)分岔图, 如图 4 所示.

由表 1 和第 3 部分的研究结果可知, $f_d^3 = 0.85$ 为系统(3)的阈值, 且可信度为 89.5%. 连续仿真 100 次, 在微弱谐波信号的影响下, 由图 4 可以看出系统(4)的阈值 f_d' (如图 4 蓝色虚线所示) 较系统(3)的阈值 f_d^3 (如图 4 红色实线所示) 有明显改变, 验证了系统(4)可以检测微弱信号的存在性. 加入待测信号后, 连续仿真 100 次, 通过调整参数 f , 使得系统(4)再次处于临界状态. 据不完全统计, 系统(4)处于临界状态时参数 f 的 100 次数值选取结果中的众数为 $f_d' = 0.8395$, 且在 100 次数值选取结果中 $f_d' = 0.8395$ 出现的概率为 90%. 因此, 根据大

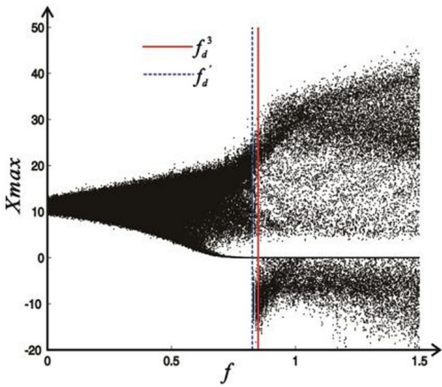


图 4 随参数 f 变化,加入待测信号和噪声后的系统(4)的分岔图

Fig.4 Bifurcation diagram of the system (4) under the weak harmonic signal and white Gaussian noise

数定律,同时加入与内置驱动力同频微弱谐波信号和方差为 0.1 的高斯白噪声后,系统(4)状态变化的阈值为 $f_d^1 = 0.8395$,且选取阈值的可信度为 90%.在功率为 0.1 的高斯白噪声影响下,通过系统(3)的阈值 f_d^3 与系统(4)的阈值 f_d^1 的差值,可得出微弱信号的幅值为: $A' = f_d^3 - f_d^1 = 0.0105$.检测系统得出的微弱信号幅值 A' 与微弱信号的准确幅值 A 相差: $A' - A = 0.0105 - 0.01 = 0.0005$.根据文献[15]中

信噪比的定义,在功率为 0.1 的高斯白噪声的影响下,本文系统信噪比为:

$$SNR = 10\lg \frac{\text{有用信号幅值}}{\text{噪声功率}} = 10\lg \frac{A^2}{2\sigma^2}$$
$$= 10\lg \frac{0.01^2}{2 \times 0.1} = -33\text{dB}$$

根据以上分析,利用系统(4)的阈值差值,识别出微弱信号幅值的可信度为 89.5%,即系统(4)能够正确识别出微弱信号幅值的概率为 89.5%.在一定的裕度范围内,上述方法具有一定的工程应用可行性.

4 改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统性能分析

4.1 改进类 Lorenz 系统阈值的可信度分析

在实际微弱信号检测工程中,非线性动力系统对噪声的免疫特性不是绝对的^[8],根据文献[16]和[17]可知,不同系统的免疫能力也有强弱之分.将相同功率的高斯白噪声加入 Duffing 系统^[7]

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -\mu y + x - x^3 + F\cos(\omega t) + n(t) \end{cases} \quad (5)$$

受控类 Lorenz 系统^[15]

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = c(x+y) - xz \\ \dot{z} = xy - b(1+m+f\cos(\omega t) + n(t))z \end{cases} \quad (6)$$

和本文所构造的改进类 Lorenz 系统,连续仿真 100 次,得到加入噪声后不同系统阈值的可信度分析,如表 2 所示.

表 2 高斯白噪声下不同系统阈值及可信度分析

Table 2 Thresholds and reliability analysis of different systems under white Gaussian noise

Mean and variance	System	Threshold for systems without noise	Threshold for systems with noise	Threshold reliability
$\mu=0$ $\sigma^2=0.001$	(5)	$F_d = 0.8364$	$F_d^1 = 0.8258$	93%
	(6)	$f_d = 0.7526$	$f_d^1 = 0.743$	91%
	(3)	$f_d = 0.9$	$f_d^1 = 0.88$	92.5%
$\mu=0$ $\sigma^2=0.01$	(5)	$F_d = 0.8364$	$F_d^2 = 0.8092$	91%
	(6)	$f_d = 0.7526$	$f_d^2 = 0.725$	91%
	(3)	$f_d = 0.9$	$f_d^2 = 0.87$	90%
$\mu=0$ $\sigma^2=0.1$	(5)	$F_d = 0.8364$	$F_d^3 = 0.7895$	85.5%
	(6)	$f_d = 0.7526$	$f_d^3 = 0.7006$	83.6%
	(3)	$f_d = 0.9$	$f_d^3 = 0.85$	89.5%

Duffing 系统和受控类 Lorenz 系统是利用系统相变(系统由混沌状态跃迁到周期状态)的阈值来识别微弱信号的幅值;而改进类 Lorenz 系统是利用系统吸引子个数发生改变(系统由存在一个吸引子的运动转变到存在两个吸引子的运动)的临界值,来识别微弱信号的幅值.由表 2 可得,在不同的微弱信号参数识别系统中加入相同功率的高斯白噪声后,系统阈值的可信度不同.据不完全统计,相对于改进类 Lorenz 系统,在加入均值为 0,方差为 0.1 的高斯白噪声后,Duffing 系统和受控类 Lorenz 系统选取阈值的可信度分别为 85.5%和 83.6%,而改进类 Lorenz 系统为 89.5%,验证了改进类 Lorenz 系统更适合在强噪声背景下识别信号参数.

4.2 改进类 Lorenz 系统信噪比分析

通过本文方法对传统混沌系统进行仿真分析,对改进类 Lorenz 系统、Duffing 系统、受控类 Lorenz 系统的信噪比进行了对比,仿真结果如表 3 所示.

相对于利用系统相变来识别微弱谐波信号参数的 Duffing 系统和受控类 Lorenz 系统,利用吸引子个数变化来识别微弱谐波信号参数的改进类 Lorenz 系统对微弱谐波信号更加敏感,即微弱谐波信号加入上述非线性动力系统中时,改进类 Lorenz

系统的运动状态更容易发生改变.

表 3 不同系统识别微弱信号效果的对比分析

Table 3 Comparative analysis of the effect of different systems on weak signal identification

Variance	System	Threshold of signal amplitude	SNR(dB)
$\sigma^2=0.001$	(5)	0.0004	-40
	(6)	0.0003	-43
	(4)	0.0002	-46
$\sigma^2=0.01$	(5)	0.002	-37
	(6)	0.002	-37
	(4)	0.002	-37
$\sigma^2=0.1$	(5)	0.02	-27
	(6)	0.03	-23
	(4)	0.01	-33

由表 3 可知,在相同噪声情况下,改进类 Lorenz 系统能够识别的信号幅值阈值较 Duffing 系

统、受控类 Lorenz 系统要低,进而信噪比要比传统混沌系统低,这表明了相对于 Duffing 系统和受控类 Lorenz 系统,改进类 Lorenz 系统具有对微弱信号参数更敏感和检测门槛低的优势.但是,改进类 Lorenz 系统也有一定的局限性.例如,随着噪声功率的增强,为了识别微弱信号的幅值,改进类 Lorenz 系统的内置驱动力幅值也必须增强.

5 改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统的电子电路设计与仿真

为了验证系统(4)具有识别微弱谐波信号存在性的功能,其理论研究结果可进一步工程实际化,设计系统(4)的电路.首先利用 Matlab/Simulink 对系统(4)进行仿真,模型图如图 5 所示.

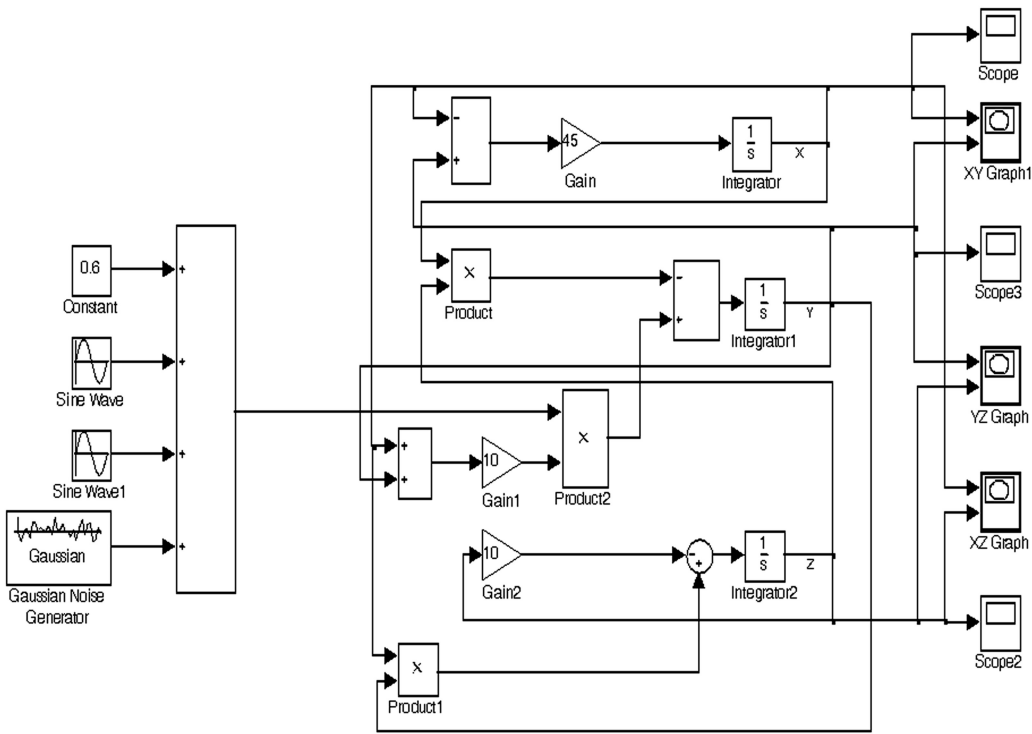


图 5 系统(4)的 Simulink 模型

Fig.5 Simulink model of system (4)

根据系统(4) Simlink 模块中所示的各个变量之间的关系,通过 Multisim 软件,运用模块电路思想设计了改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统的电子电路.该电路由模块化的积分器、反向加法器、反向器和乘法器构成,这些模块可以分别实现系统中的积分(求导)、加减、求反和乘法运算.该模拟电

路主要有十个运算放大器(LM358)和两个模拟乘法器以及电阻、电容所构成.考虑到运算放大器的工作条件和饱和压降,由 Simulink 的模块得出的 x,y,z 的解超出了这一范围,所以,需要对相应变量进行比例压缩变换,其变量比例压缩系数为 $1/10$,则检测系统(4)可化为方程(7).

$$\begin{cases} \dot{x} = 45(y-z) \\ \dot{y} = 10[0.6 + f \sin(\omega t) + n(t) + s(t)](x+y) - 10xz \\ \dot{z} = 10xy - 10z \end{cases} \quad (7)$$

现列出电路状态方程(8).

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{C_1 R_4} \left(\frac{R_3}{R_2} y - \frac{R_3}{R_1} x \right) \\ \dot{y} = \frac{1}{C_2 R_{20}} \left\{ (x+y) \left[\frac{1}{10} \left(\frac{R_{15}}{R_{13}} h(t) + \frac{R_{15}}{R_{12}} s(t) + \frac{R_{15}}{R_{14}} n(t) \right) \frac{R_{19}}{R_{18}} + \frac{R_{19}}{R_{17}} \right] - \frac{R_{19}}{R_{16}} xz \right\} \\ \dot{z} = \frac{1}{C_3 R_{24}} \left(\frac{R_{23}}{10 R_{21}} xy - \frac{R_{23}}{R_{22}} z \right) \end{cases} \quad (8)$$

其中,

$$\begin{aligned} R_1 &= R_2 = 2.73k\Omega, \\ R_5 &= R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = R_{10} \\ &= R_{12} = R_{13} = R_{14} = R_{15} = 10k\Omega, \\ R_{16} &= R_{17} = R_{19} = R_{20} = R_{24} = R_{25} = R_{26} = 10k\Omega, \\ R_{11} &= 6k\Omega, R_{18} = 1k\Omega, R_{21} = 4.5k\Omega, \\ R_{22} &= 50k\Omega, R_{23} = 25k\Omega, \\ C_1 &= C_2 = C_3 = 10\mu F \end{aligned}$$

根据状态方程(8)搭建出系统(7)的电路仿真图,如图 6 所示.

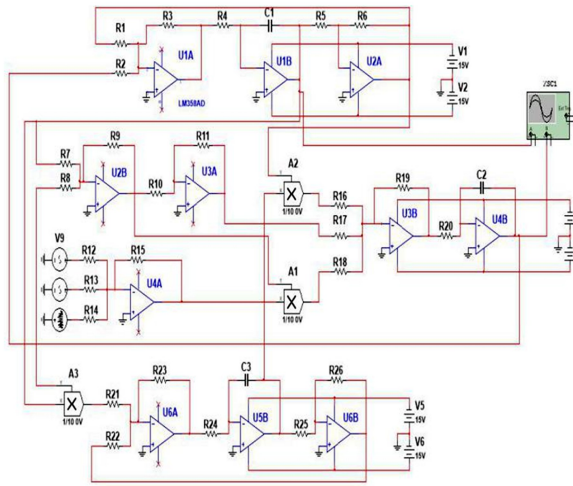


图 6 系统(7)的模拟电路图

Fig.6 Analog circuit diagram of system (7)

根据第 4 部分的理论分析结果,设计电路中模拟信号的参数,在电路中加入周期激振信号 $h(t) = f_d^3 \sin t$ ($f_d = 0.85$) 和均值为 0、方差为 0.1 的高斯白噪声后,在软件示波器上得到改进类 Lorenz 系统在

xoy 面的相图如图 7 所示.

然后,在电路中加入待测微弱谐波信号 $s(t) = 0.01 \sin t$,得到改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统在 xoy 面的相图如图 8 所示.

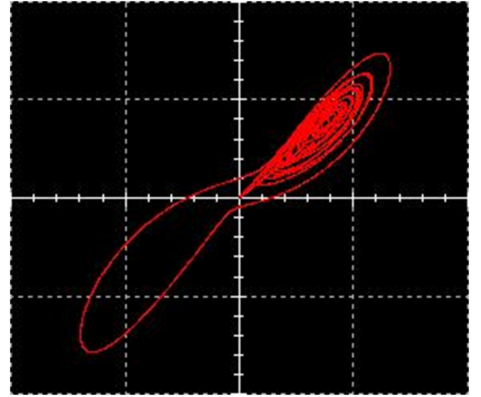


图 7 只加入噪声后系统(7)的 xoy 面相图

Fig.7 The xoy phase diagram of the system(7) with noise

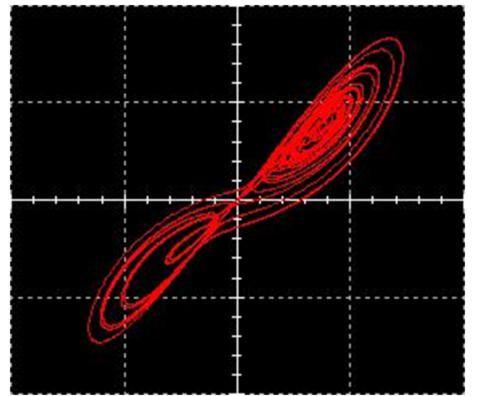


图 8 同时加入噪声和微弱信号后检测系统(7)的 xoy 面相图

Fig.8 The xoy phase diagram of detection system(7) with noise and weak signal

由图 7 和图 8 可知,加入微弱谐波信号后,改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统,由单吸引子的运动状态变为双吸引子的运动状态,验证了本文构造的系统能够检测微弱谐波信号的存在性,说明了本文的理论研究结果可工程实际化.

6 结论

本文在类 Lorenz 系统基础上构建改进类 Lorenz 系统,利用系统存在由具有一个吸引子的运动状态转迁到具有两个吸引子的运动状态的动力学行为突变,识别微弱谐波信号幅值.根据不完全统计,借助加入噪声后改进类 Lorenz 系统阈值的可信度,揭示了不同功率噪声对系统动力学行为突变

的影响,为噪声作用下识别系统动力学行为突变的理论研究奠定了基础.在利用非线性动力系统阈值的差值识别微弱信号参数的基础上,提出了应用改进类 Lorenz 微弱信号参数识别系统分岔图及识别微弱谐波信号幅值的方法,检测信噪比达-33dB.通过仿真对比,改进类 Lorenz 系统相对于 Duffing 系统、受控类 Lorenz 系统具有阈值可信度高、检测门槛低、信噪比低的优势,更适合在强噪声背景下识别信号参数.搭建了改进类 Lorenz 系统的模拟电路图,来识别微弱谐波信号的存在性,为非线性动力系统可用于信号检测工程奠定了实验基础.利用非线性动力系统分岔图识别微弱信号参数的方法,发展了信号检测领域新技术,但是非线性动力系统分岔图算法设计仍需优化,其可应用于微弱信号参数识别实际工程尚需进一步探讨.

参 考 文 献

- 高晋占. 微弱信号检测. 北京:清华大学出版社, 2005:5~9 (Gao J Z. Detection of weak signals. Beijing: Tsinghua University Press, 2005:5~9 (in Chinese))
- Feng J J, Zhang Q C, Wang W. Chaos of several typical asymmetric systems. *Chaos Solitons & Fractals*, 2012,45 (7):950~958
- Li J, Zhang L N, Wang D. Unique normal form of a class of 3 dimensional vector fields with symmetries. *Journal of Differential Equations*, 2014,257:2341~2359
- Birx D L, Pipenberg S J. Chaotic oscillators and complex mapping feed forward networks (CMFFNS) for signal detection in noisy environments. In: IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 1992,2:881~888
- Li B X, Haykin S. Chaotic detection of small target in sea clutter. In: IEEE International Conference on Network & Signal, 1993,1:237~240
- Glenn C M, Hayes S. Weak signal detection by small-perturbation control of chaotic orbits. *IEEE MTT-S Digest*, 1996,3:1883~1886
- Wang G Y, Cao D J, Li J Y. The application of chaotic oscillators to weak signal detection. *IEEE Trans on Industrial Electronics*, 1999,46(2):440~444
- 赖志慧,冷永刚,孙建桥,等. 基于 Duffing 振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究. 物理学报, 2012,61 (5):60~68 (Lai Z H, Leng Y G, Sun J Q, et al. Weak characteristic signal detection based on scale transformation of Duffing oscillator. *Acta Physica Sinica*, 2012,61 (5):60~68 (in Chinese)).
- 湛龙,王德石. 基于参数非共振激励混沌抑制原理的微弱方波信号检测. 物理学报, 2007,56(9):5098~5101 (Chen L, Wang D S. Detection of weak square wave signals based on the chaos suppression principle with nonresonant parametric drive. *Acta Physica Sinica*, 2007,56(9):5098~5101 (in Chinese))
- 王德石,湛龙,史跃东. 基于受控 Lorenz 系统的微弱脉冲信号检测. 动力学与控制学报, 2010,8(1):48~52 (Wang D S, Chen L, Shi Y D. Detection of weak pulse signals based on a controlled Lorenz system. *Journal of Dynamics and Control*, 2010,8(1):48~52 (in Chinese))
- Deng X Y, Liu H B, Long T. A new complex Duffing oscillator used in complex signal detection. *Chinese Science Bulletin*, 2012,57(17):2185~2191
- Zhao Z H, Yang S P. Application of vanderPol-Duffing oscillator in weak signal detection. *Computers & Electrical Engineering*, 2015,41:1~8
- Gokyildirim A, Uyaroglu Y, Pehlivan I. A novel chaotic attractor and its weak signal detection application. *International Journal for Light and Electron Optics*, 2016,127 (19):7889~7895
- 袁地,侯越. 一个三维非线性系统的混沌运动及控制. 控制理论及应用, 2009,26(4):395~399 (Yuan D, Hou Y. Chaotic movement and its control of a three-dimensional nonlinear system. *Control Theory & Applications*, 2009,26(4):395~399 (in Chinese))
- 周芳,沈媚娜. 基于类洛伦茨系统的微弱信号检测及其电路实现. 机械:设计与研究, 2014(4):5~10 (Zhou F, Shen M N. Detection of weak signals and circuit implementation based on similar Lorenz system. *Journal of Machine Design and Research*, 2014(4):5~10 (in Chinese))
- 周玲,田建生,刘铁军. Duffing 混沌振子用于微弱信号检测的研究. 系统工程与电子技术, 2006,10:1477~1479 (Zhou L, Tian J S, Liu T J. Study on the weak sinusoidal signal detection with Duffing chaotic oscillator. *Systems Engineering and Electronics*, 2006,10:1477~1479 (in Chinese))
- 刘海波,吴德伟,金伟,等. Duffing 振子微弱信号检测方法研究. 物理学报, 2013,62(5):42~47 (Liu H B, Wu D W, Jin W, et al. Study on weak signal detection method with Duffing oscillators. *Acta Physica Sinica*,

- 2013,62(5):42~47 (in Chinese))
- 18 王晓东,杨绍普,赵志宏. 基于改进型 Duffing 振子的微弱信号检测研究. 动力学与控制学报, 2016,14(3): 283~288 (Wang X D, Yang S P, Zhao Z H. Research of weak signal detection based on the improved Duffing oscillator. *Journal of Dynamics and Control*, 2016,14(3): 283~288 (in Chinese))

APPLICATION OF IMPROVED LORENZ-LIKE SYSTEM
IN RECOGNITION OF WEAK HARMONIC SIGNAL *

Zhao Zhijie^{1,2} Tian Ruilan^{1†} Yang Zefeng¹ Wang Qiubao^{1,2} Du Yichang²
(1.Institute of Nonlinear Dynamics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)
(2.Department of Mathematics and Physics, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract An improved Lorenz-like system was constructed for weak harmonic signal recognition in strong noise. Applying the law of large numbers, the thresholds were calculated from the bifurcation diagrams, and the mode of statistical data was taken as the critical value. The influence of the noise on the thresholds was also revealed. The amplitude of the weak harmonic signal was identified by the threshold difference of the change in the number of attractors detected before and after adding the weak harmonic signal to the system. The results showed that the reliability and accuracy was 89.5% and the minimum signal-to-noise ratio(SNR) was -33dB. Compared to the Duffing system and the controlled Lorenz-like system, the improved Lorenz-like system had the advantages of higher threshold reliability, lower SNR and lower detection threshold, which was more suitable for identifying signal parameters in strong noise. Additionally, the theoretical results were validated by the analog circuit of the improved Lorenz-like system created by Multisim software.

Key words improved Lorenz-like system, attractor, bifurcation diagram, threshold reliability, analog circuit

Received 4 September 2018, revised 28 November 2018.
* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(11872253, 11602151), Natural Science Foundation for Outstanding Young Researcher in Hebei Province of China(A2017210177), Natural Science Foundation for Breeding Outstanding Young Researcher in Hebei Province of China(A2015210097) and Basic Research Team Special Support Projects(311008).
† Corresponding author E-mail: tianrl@stdu.edu.cn