

矩形脉冲激励的 SMA 振子的瞬态响应分析*

刘延彬[†]

(安徽理工大学 理学与光电物理学院, 淮南 232001)

摘要 研究了矩形脉冲激励下 SMA 振子瞬态响应的全局特性.采用多项式形式的本构方程描述 SMA 弹簧的恢复力,以此建立 SMA 振子的动力学方程;且将矩形脉冲激励的 SMA 振子的瞬态响应响应分为两个阶段:第一阶段是在外力恒定时的衰减振动;第二阶段是没有外力激励的衰减振动.讨论了平衡点的数目,给出了 SMA 振子的在不同条件下的相平面和时间历程图.最后,采用数值解验证理论分析结果的有效性.研究表明,对于不同强度及宽度的矩形脉冲激励, SMA 振子会收敛到不同的稳定平衡点,收敛时间较短.

关键词 SMA 振子, 矩形脉冲, 全局特性, 瞬态响应, 衰减振动

DOI: 10.6052/1672-6553-2019-010

引言

形状记忆合金(SMA)与普通金属相比具有许多独有的性能,例如, SMA 在低温下受力变形,然后受热超过一定的温度时,就会恢复原始形状.当温度大于奥氏体相变结束温度时, SMA 在外力作用下产生非弹性应变,当卸载后即便不受热也能恢复到原来的形状,呈现出迟滞循环效应.基于迟滞循环效应,学者提出了不同本构模型^[1-5],主要分为三类:(1) Tanaka 系列模型,该系列模型形式简单,避开不便于测量的参量,有利工程计算,是应用较广泛的本构模型;(2)改进的 Auricchio 模型,该模型通过引入残余马氏体体积分数,能够很好地预测应变控制下的残余变形随循环次数不断积累的结果,但对应力控制下循环变形行为还有待于深入研究;(3)基于塑性理论的 Graesser-Cozzarelli 模型,该模型能够描述 SMA 超弹性特性和马氏体滞变特性,但增加了公式复杂度,给工程应用带来不便.

利用 SMA 的独特力学特性,可以制成各种智能的、参数可控的 SMA 元件,用于工程结构、机械设备等的变形及振动控制. SMA 元件形状包括丝、板、簧、管、钉和圈等,其中应用最为广泛的是 SMA

螺旋弹簧,它作为驱动器,已用于汽车节温器、气体管道防火阀、机器人手爪以及过电流保护器等装置.近年来,一些学者对 SMA 弹簧振子的动力学特性进行了大量的研究,取得一系列的成果: Piccirillo 研究了 SMA 弹簧振子的主共振和低温状态下系统的自由振动^[6]及 SMA 振子系统的亚谐共振^[7]; Piccirillo 研究了 SMA 振子系统的混沌控制问题^[8,9]. Bruno Cardozo 研究了 SMA 振子的碰撞问题^[10]; Spanos 研究了随机激励作用下的 SMA 弹簧振子的响应问题^[11].

冲击指一个系统的载荷在瞬间突然改变,从而激发系统物理量的突然变化,并且在一个相当小的空间内释放出相当大的能量.例如火箭、飞机、船舶、车辆及各种工程机械在工作过程中经常受到冲击的作用,从而会对结构、性能以及安装设备带来一定的损伤和破坏,工程中的大部分冲击信号可以简化成矩形脉冲的形式,故需要研究系统受到矩形脉冲冲击作用的效果.

本文采用形状记忆合金的多项式本构关系模型描述 SMA 弹簧的恢复力,对受矩形脉冲激励下的 SMA 振子的特性做系统的研究,分析该系统振动衰减的特征.首先将矩形脉冲作用下的非线性耗散系统的响应分为两个过程,第一个过程是外力作

2018-07-18 收到第 1 稿, 2018-09-07 收到修改稿.

* 国家自然科学基金(51604011); 2017 年度安徽省自然科学基金(1708085QF135)

[†] 通讯作者 E-mail: d_lyb@126.com

用下的衰减振动;第二个过程是系统无外力作用下的衰减振动.由于大量的非线性动力系统具有多个平衡点,且具有不稳定流形,不稳定流形将相平面划分为若干个区域.

1 矩形脉冲激励的 SMA 振子模型

SMA 振子模型如图 1 所示.矩形脉冲如图 2 所示,其数学表达式如公式(1)所示.

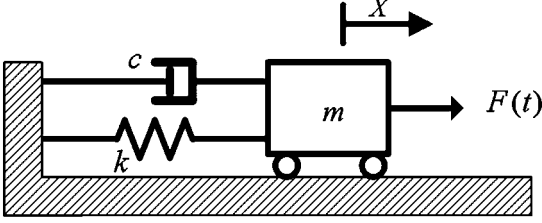


图 1 SMA 振子示意图

Fig.1 Model of a SMA oscillator with rectangular pulse excitation

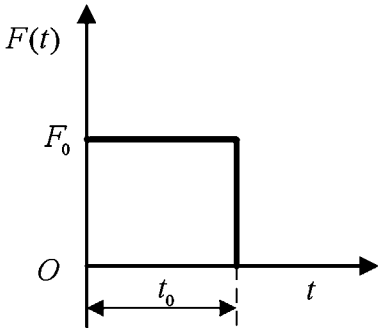


图 2 矩形脉冲示意图

Fig.2 Rectangular pulse

$$F(t) = \begin{cases} F_0 & 0 \leq t \leq t_0 \\ 0 & t > t_0 \end{cases} \quad (1)$$

本文采用文献[12]的本构方程:

$$\delta = q(T - T_M)\varepsilon - b\varepsilon^3 + \frac{b^2}{4q(T_A - T_M)}\varepsilon^5 \quad (2)$$

在(2)式中, δ 为应力, ε 为应变,且 $q>0, b>0$ 是材料常数, T 为温度, T_A 为奥氏体相变临界温度, T_M 为马氏体相变临界温度.则弹簧的恢复力为:

$$K(x, T) = \bar{q}(T - T_M)X - \bar{b}X^3 + \bar{e}X^5 \quad (3)$$

其中, $\bar{q} = qA_r/L, \bar{b} = bA_r/L^3, \bar{e} = eA_r/L^5, A_r$ 为弹簧丝的面积,弹簧的原长度为 L .建立图 1 所示的 SMA 振子的振动方程:

$$m\ddot{X} + c\dot{X} + K(X, T) = F(t) \quad (4)$$

令 $x = \frac{X}{L}, t = \omega_0 t, t_0 = \omega_0 t_0$,引入无量纲参数 $\beta = \frac{eA_r}{mL\omega_0^2}$,

$$\alpha = \frac{bA_r}{mL\omega_0^2}, \mu = \frac{c}{2m\omega_0}, \rho = \frac{\omega}{\omega_0}, f(t) = \frac{F}{mL\omega_0^2}, f_0 = \frac{F_0}{mL\omega_0^2},$$

$$\theta = \frac{T}{T_M}, \omega_0^2 = \frac{qA_r T_M}{mL}, \text{重新标度方程(3)可得:}$$

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + (\theta - 1)x - \alpha x^3 + \beta x^5 = f(t) \quad (5)$$

其中, $\alpha>0, \beta>0$.

2 系统的平衡点分析

令 $\dot{x}=y$,则方程(5)可以写为:

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -2\mu y - (\theta - 1)x + \alpha x^3 - \beta x^5 + f(\tau) \end{cases} \quad (6)$$

当 $t>t_0$ 时,平衡点方程为:

$$y = 0 \quad (7)$$

$$2\mu y + (\theta - 1)x - \alpha x^3 + \beta x^5 = 0$$

当 $0 \leq t \leq t_0$ 时,平衡点方程为:

$$y = 0 \quad (8)$$

$$2\mu y + (\theta - 1)x - \alpha x^3 + \beta x^5 + f_0 = 0$$

由方程(7)可得:

$$\beta x^4 - \alpha x^2 + (\theta - 1) = 0 \quad (9)$$

$$x_{1,2}^2 = \frac{\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - 4\beta(\theta - 1)}}{2\beta} \quad (10)$$

由于 $\alpha>0, \beta>0$,当 $\theta<1$ 时,系统处于完全马氏体状态,方程(5)具有三个平衡点;当 $\theta=1$ 时,系统处于临界状态,方程(5)具有五个平衡点,其中三个平衡点是重合点.当 $\theta>1$ 时,系统处于马氏体和奥氏体共存的状态,方程(5)具有五个平衡点.当矩形脉冲的作用,方程(6)的平衡点与方程(5)的平衡点相比,不但位置会改变,而且平衡点的数量也可能发生变化.令:

$$H(x) = (\theta - 1)x - \alpha x^3 + \beta x^5 + f_0 \quad (11)$$

$$G_1(x) = -(\theta - 1)x + \alpha x^3 - \beta x^5 \quad (12)$$

$$G_2(x) = f_0$$

则曲线 $G_1(x)$ 和曲线 $G_2(x)$ 的交点即为方程(7)的解. $H(x)$ 对 x 求导可得:

$$H_x(x) = (\theta - 1) - 3\alpha x^2 + 5\beta x^4 \quad (13)$$

由 $H_x(x) = 0$ 可以解得:

$$x_{1,2}^2 = \frac{3\alpha \pm \sqrt{9\alpha^2 - 20\beta(\theta - 1)}}{10\beta} \quad (14)$$

令:

$$\delta_1 = \sqrt{\frac{3\alpha + \sqrt{9\alpha^2 - 20\beta(\theta - 1)}}{10\beta}}$$

$$\delta_1 = -\sqrt{\frac{3\alpha - \sqrt{9\alpha^2 - 20\beta(\theta - 1)}}{10\beta}} \quad (15)$$

当 $\theta < 1$, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图如图3所示;当 $\theta = 1$ 时, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图如图4所示;当 $\theta > 1$ 时, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图如图5所示.

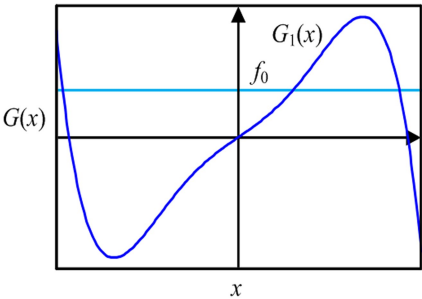


图3 当 $\theta < 1$ 时, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图
Fig.3 The curves of $G_1(x)$ and $G_2(x)$, when $\theta < 1$

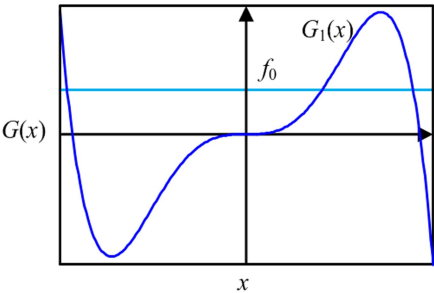


图4 当 $\theta = 1$ 时, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图
Fig.4 The curves of $G_1(x)$ and $G_2(x)$, when $\theta = 1$

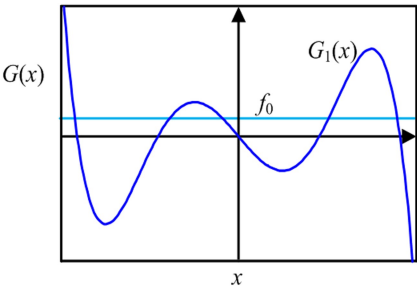


图5 当 $\theta > 1$ 时, $G_1(x)$ 与 $G_2(x)$ 相交示意图
Fig.5 The curves of $G_1(x)$ and $G_2(x)$, when $\theta > 1$

从图3、图4可以看出,当 $\theta \leq 1, 0 < f_0 < H(\delta_1)$,方程 $H(x) = 0$ 有三个实数解;当 $\theta \leq 1, f_0 = H(\delta_1)$,方程 $H(x) = 0$ 有两个实数解;当 $\theta \leq 1, f_0 > H(\delta_1)$,方程 $H(x) = 0$ 有一个实数解.从图5可以看出,当 $\theta > 1, 0 < f_0 < H(\delta_2)$,方程 $H(x) = 0$ 有五个实数解;当 $\theta > 1, f_0 = H(\delta_2)$,系统有四个实数解;当 $\theta > 1, H(\delta_2) < f_0 < H(\delta_1)$,系统有三个实数解;当 $\theta > 1, f_0 = H$

(δ_1),系统有两个实数解;当 $\theta > 1, f_0 > H(\delta_1)$,系统具有一个实数解.

3 全局特性分析

矩形脉冲作用下的耗散系统的响应可以分为两个过程:(1) 外力作用下,系统从 $(0,0)$ 点出发,向相应平衡点衰减振动的过程,当 $t = t_0$ 时,系统在相平面的位置记为 p ;(2) 系统无外力作用,从 p 点出发,向对应的平衡点衰减振动的过程.由于大量的非线性系统具有多个平衡点,且具有不稳定流形,不稳定流形将相平面划分为若干个区域,当 p 处于不同的区域时,系统会收敛到不同的平衡点,所以第一个过程结束时,系统的位置 p 决定了受脉冲激励作用下的非线性动力系统的解收敛的平衡点.下面采用相平面讨论矩形脉冲作用下的 SMA 振子的定性性质.

当 $\theta < 1, f_0$ 取不同参数,系统相平面如图6、图7、图8和图9所示.图6表明:当 $0 < f_0 < H(\delta_1)$,系统有三个平衡点 A、B、C;其中 A、B 是焦点, C 是鞍点;系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图7表明:当 $f_0 = H(\delta_1)$,系统有两个平衡点 A、B;其中 A 是尖点, B 是焦点,系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图8表明:当 $f_0 > H(\delta_1)$,系统只有一个平衡点 A;且 A 是焦点;系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 A 点.图9表明:当 $f_0 = 0$ 时,即 $t > \tau_0$ 时,系统具有三个平衡点 A、B、C;其中 A、B 是焦点, C 是鞍点;且不稳定流形将相平面分为两个区域,两个区域交替出现.若第一阶段结束时候系统运动运动到 p_1 点,则系统第二阶段会收敛到 B 点,若系统第一阶段运动到 p_2 点,则系统第二阶段会收敛到 A 点.

当 $\theta = 1, f_0$ 取不同参数时,系统相平面如图10、图11、图12、图13所示.图10表明:当 $0 < f_0 < H(\delta_1)$ 时,系统具有三个平衡点 A、B、C;其中, A 和 B 是焦点, C 是鞍点;系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图11表明:当 $f_0 = H(\delta_1)$,系统具有两个平衡点 A、B;其中 A 是尖点, B 是焦点;系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图12表明:当 $f_0 > H(\delta_1)$,系统只有一个平衡点 A;且 A 是焦点;系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 A 点.图9表明:当 $f_0 = 0$ 时,即 $t > \tau_0$ 时,系统有三个平衡点 A、B、C;其中 A、B 是焦点, C 是鞍点;且不稳定流形将整个相平面分为两个区域,两个区域交替出现.若第一阶段结束时候系统运动运

动到 p_1 点,则系统第二阶段会收敛到 B 点,若系统第一阶段运动到 p_2 点,则系统第二阶段会收敛到 A 点.

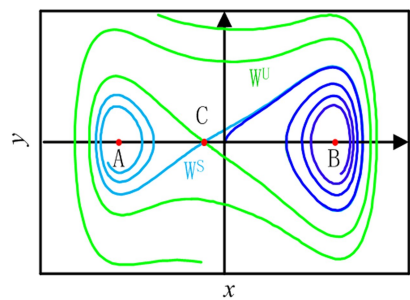


图 6 当 $\theta < 1, 0 < f_0 < H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig. 6 The phase plane of system, when $\theta < 1$ and $0 < f_0 < H(\delta_1)$

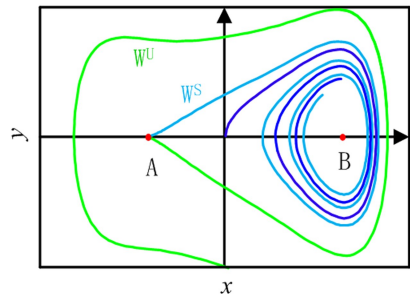


图 7 当 $\theta < 1, f_0 = H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig.7 The phase plane of system, when $\theta < 1$ and $f_0 = H(\delta_1)$

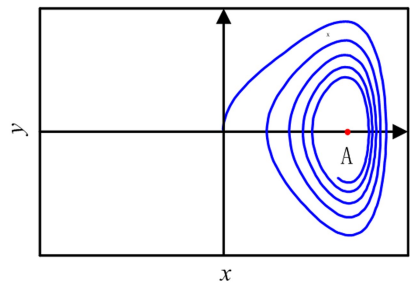


图 8 当 $\theta < 1, f_0 > H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig.8 The phase plane of system, when $\theta < 1$ and $f_0 > H(\delta_1)$

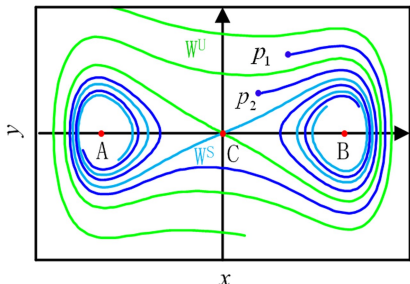


图 9 当 $\theta < 1, f_0 = 0$ 时,系统相平面图
Fig.9 The phase plane of system, when $\theta < 1$ and $f_0 = 0$

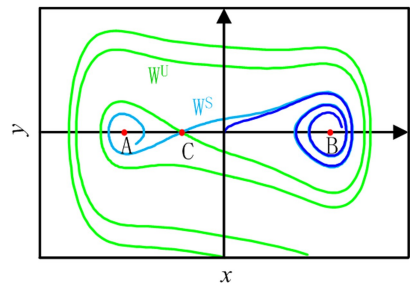


图 10 当 $\theta = 1, 0 < f_0 < H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig.10 The phase plane of system, when $\theta = 1$ and $0 < f_0 < H(\delta_1)$

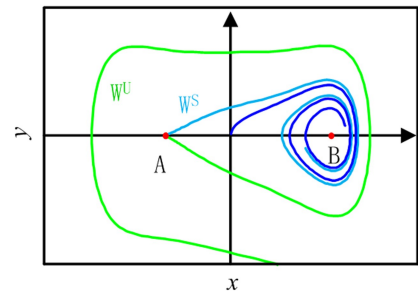


图 11 当 $\theta = 1, f_0 = H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig.11 The phase plane of system, when $\theta = 1$ and $f_0 = H(\delta_1)$

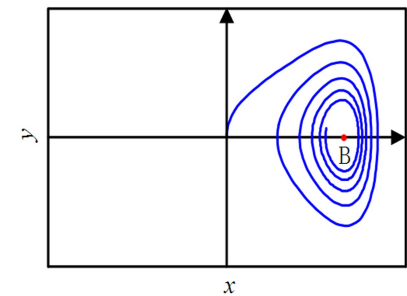


图 12 当 $\theta = 1, f_0 > H(\delta_1)$ 时,系统相平面图
Fig.12 The phase plane of system, when $\theta = 1$ and $f_0 > H(\delta_1)$

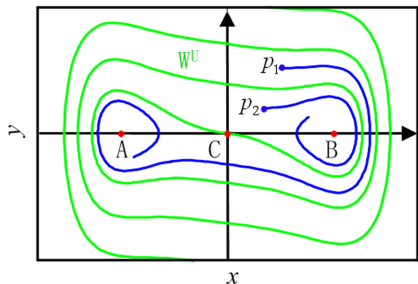


图 13 当 $\theta = 1, f_0 = 0$ 时,系统相平面图
Fig.13 The phase plane of system, when $\theta = 1$ and $f_0 = 0$

当 $\theta \leq 1$ 时,系统在第二阶段的相平面均被不稳定流形分为两个区域,且系统均有两个焦点,通过以上分析,可以得到系统的时间历程图,当系统

第二阶段收敛到 B 点时,系统的时间历程示意图如图 14 所示,当系统第二阶段收敛到 A 点时,系统的时间历程示意图如图 15 所示.

系统第二阶段会收敛到 A 点;系统第一阶段运动到 p_2 点,则系统第二阶段会收敛到 B 点;若第一阶段结束时候系统运动到 p_3 点,则系统第二阶段会收敛到 E 点.

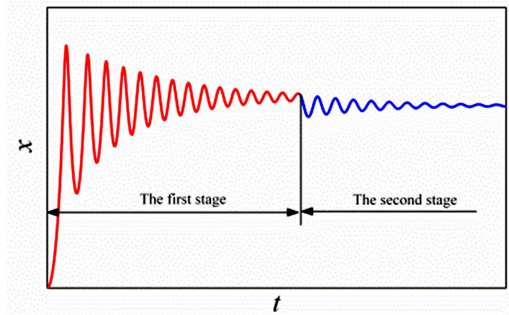


图 14 当 $\theta \leq 1$,系统收敛到 B 点时,系统的时间历程曲线
Fig.14 The time history when $\theta \leq 1$ and the system converges to the equilibrium point B in the second stage

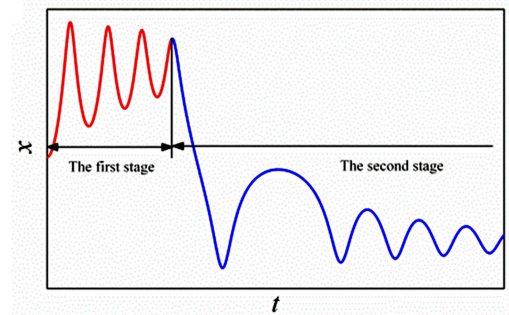


图 15 当 $\theta \leq 1$,系统收敛到 A 点时,系统的时间历程曲线
Fig.15 The time history when $\theta \leq 1$ and the system converges to the equilibrium point A in the second stage

当 $\theta > 1$, f_0 取不同参数,系统相平面如图 16 ~ 图 21 所示.图 16 表明:当 $0 < f_0 < H(\delta_2)$ 时,系统有五个平衡点 A 、 B 、 C 、 D 、 E ; A 、 B 和 E 是焦点, C 、 D 为鞍点.系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图 17 表明:当 $f_0 = H(\delta_2)$ 时,系统有四个平衡点 A 、 B 、 C 、 D ; D 是尖点, A 、 B 是焦点, C 是鞍点.系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图 18 表明:当 $H(\delta_2) < f_0 < H(\delta_1)$ 时,系统有三个平衡点 A 、 B 、 C ;其中, A 、 B 是焦点, C 是鞍点.系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图 19 表明:当 $f_0 = H(\delta_1)$ 时,系统有两个平衡点 A 、 B ;且 A 是尖点, B 是焦点.系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 B 点.图 20 表明:当 $f_0 > H(\delta_1)$ 时,系统只有一个平衡点 A ;且 A 是焦点.系统从 $(0,0)$ 点出发,收敛于 A 点.图 21 表明:当 $f_0 = 0$ 时,即 $t > \tau_0$,系统具有五个平衡点 A 、 B 、 C 、 D 、 E ;其中 A 、 B 、 E 是焦点, C 、 D 是鞍点;且不稳定流形将相平面分为三个区域,三个区域交替出现.第一阶段结束时候系统运动到 p_1 点,

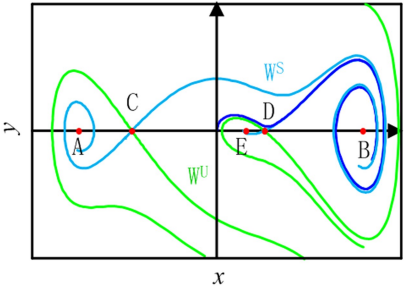


图 16 当 $\theta > 1, 0 < f_0 < H(\delta_2)$ 时,系统相平面图
Fig.16 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $0 < f_0 < H(\delta_2)$

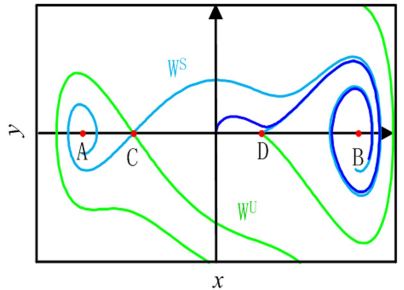


图 17 当 $\theta > 1, f_0 = H(\delta_2)$ 时,系统的相平面图
Fig.17 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $f_0 = H(\delta_2)$

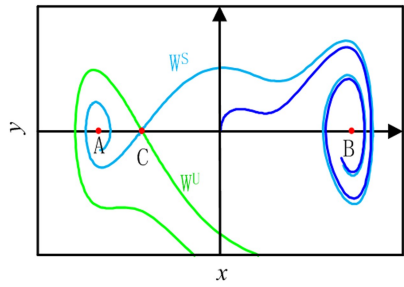


图 18 当 $\theta > 1, H(\delta_2) < f_0 < H(\delta_1)$ 时,系统的相平面
Fig.18 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $H(\delta_2) < f_0 < H(\delta_1)$

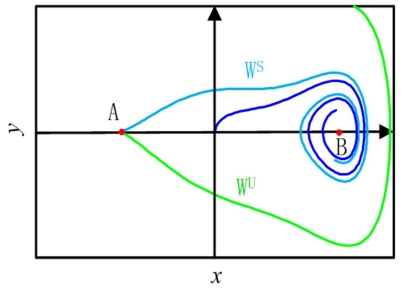


图 19 当 $\theta > 1, f_0 = H(\delta_1)$ 时,系统的相平面
Fig.19 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $f_0 = H(\delta_1)$

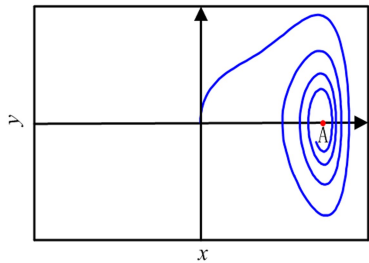


图 20 当 $\theta > 1, f_0 > H(\delta_1)$ 时,系统的相平面

Fig.20 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $f_0 > H(\delta_1)$

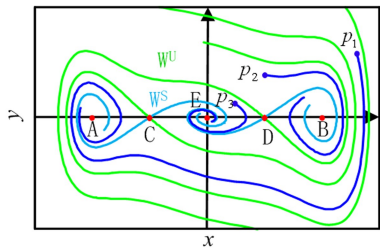


图 21 当 $\theta > 1, f_0 = 0$ 时,系统的相平面

Fig.21 The phase plane of system, when $\theta > 1$ and $f_0 = 0$

当 $\theta > 1$ 时,系统在第二阶段的相平面被不稳定流形分为三个区域,且系统均有三个焦点.通过以上分析,可以得到系统的时间历程图.当系统第二阶段收敛到 E 点时,系统的时间历程示意图如图 22 所示;当系统第二阶段收敛到 B 点时,系统的时间历程示意图如图 23 所示;当系统第二阶段收敛到 A 点时,系统的时间历程示意图如图 24 所示.

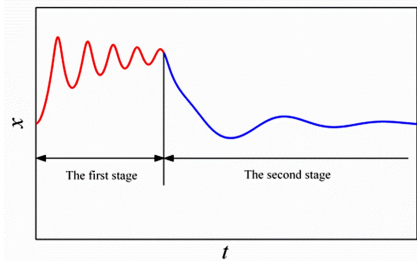


图 22 当 $\theta > 1$,系统收敛到 E 点时,系统的时间历程曲线

Fig.22 The time history when $\theta > 1$ and the system converges to the equilibrium point E in the second stage

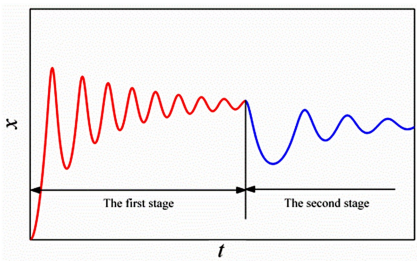


图 23 当 $\theta > 1$,系统收敛到 B 点时,系统的时间历程曲线

Fig.23 The time history when $\theta > 1$ and the system converges to the equilibrium point B in the second stage

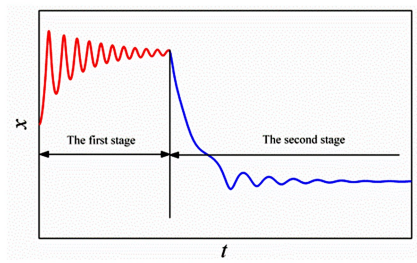


图 24 当 $\theta > 1$,系统收敛到 A 点时,系统的时间历程曲线

Fig.24 The time history when $\theta > 1$ and the system converges to the equilibrium point A in the second stage

4 数值分析

从以上分析可知,当系统自由衰减振动时,随着初值不同,SMA 振子会收敛到不同平衡点.当 $\theta < 1$ 时,系统有两种情况;一种是收敛到 A 点,另一种情况是收敛到 B 点.在数值模拟中,取 $\beta = 1, \mu = 0.1, \tau_0 = 8, \alpha = 0.25, \theta = 0.25$.当 $f_0 = 1$ 时,得到第一种情况,如图 25 所示;当 $f_0 = 1.5$ 时,得到第二种情况,如图 26 所示.

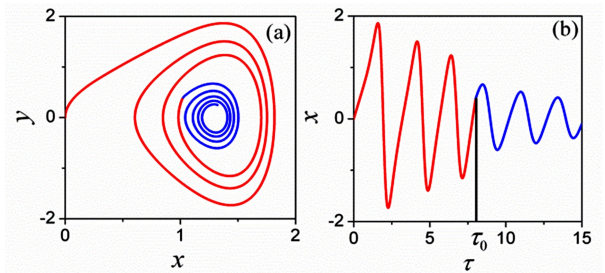


图 25 当 $\theta = 0.25, f_0 = 1$ 时系统响应

(a) 相平面图;(b)时间历程图

Fig.25 When $\theta = 0.25$ and $f_0 = 1$, the transient response

(a) the phase plane;(b) the time history

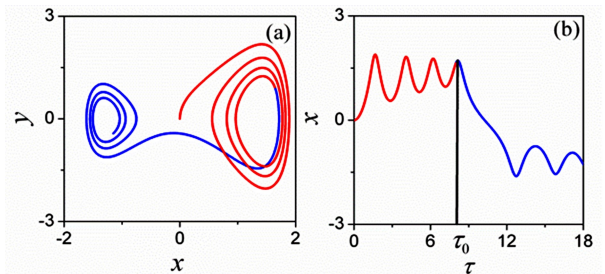


图 26 当 $\theta = 0.25, f_0 = 1.5$ 时系统响应

(a) 相平面图;(b)时间历程图

Fig.26 When $\theta = 0.25$ and $f_0 = 1.5$, the transient response

(a) the phase plane;(b) the time history

当 $\theta = 1$ 时,系统有两种情况;一种是收敛到 B 点,另一种情况是收敛到 A 点.数值模拟中,取

$\beta=1, \mu=0.1, \tau_0=8, \alpha=1.25, \theta=1$. 当 $f_0=0.5$ 时, 得到第一种情况, 如图 27 所示; 当 $f_0=1$ 时, 得到第二种情况, 如图 28 所示.

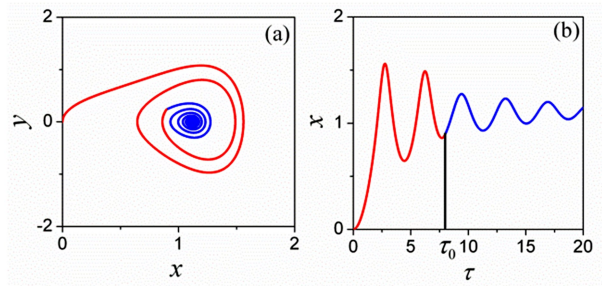


图 27 当 $\theta=1, f_0=0.5$ 时, 系统响应

(a) 相平面图; (b) 时间历程图

Fig.27 When $\theta=1$ and $f_0=0.5$, the transient response

(a) the phase plane; (b) the time history

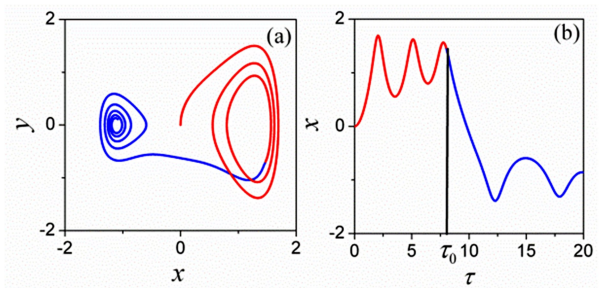


图 28 当 $\theta=1, f_0=1$ 时系统响应

(a) 相平面图; (b) 时间历程图

Fig.28 When $\theta=1$ and $f_0=1$, the transient response

(a) the phase plane; (b) the time history

当 $\theta>1$ 时, 系统有两种情况; 第一种是收敛到 B 点, 第二种情况是收敛到 A 点, 第三种情况是收敛到 E 点. 在数值模拟中, 取 $\beta=1, \mu=0.1, \tau_0=8, \alpha=1.25, \theta=1.25$. 当 $f_0=0.6$ 时, 得到第一种情况, 如图 29 所示; 当 $f_0=1.5$ 时, 得到第二种情况, 如图 30 所示; 当 $f_0=1.4$ 时, 得到第二种情况, 如图 31 所示.

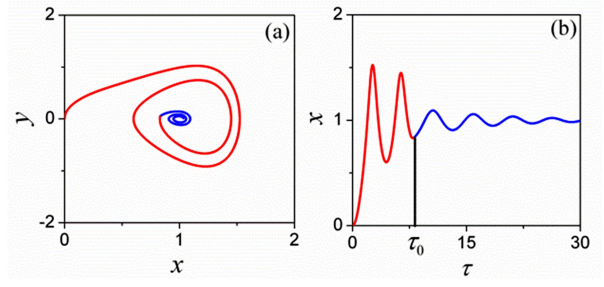


图 29 当 $\theta=1.25, f_0=0.6$ 时, 系统响应

(a) 相平面图; (b) 时间历程图

Fig.29 When $\theta=1.25$ and $f_0=0.6$, the transient response

(a) the phase plane; (b) the time history

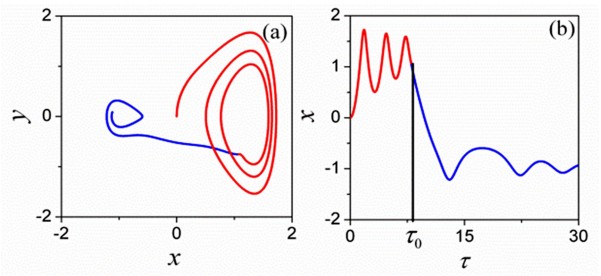


图 30 当 $\theta=1.25, f_0=1.4$ 时系统响应

(a) 相平面图; (b) 时间历程图

Fig.30 When $\theta=1.25$ and $f_0=1.4$, the transient response

(a) the phase plane; (b) the time history

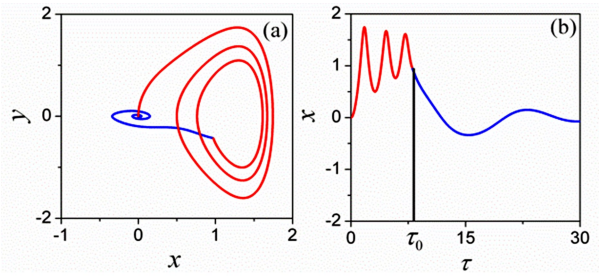


图 31 当 $\theta=1.25, f_0=1.5$ 时系统响应

(a) 相平面图; (b) 时间历程图

Fig.31 When $\theta=1.25$ and $f_0=1.5$, the transient response

(a) the phase plane; (b) the time history

以上分析表明: 对于不同强度及宽度的矩形脉冲激励, SMA 振子会收敛到不同的平衡点, 收敛时间较短, 该性质有利于 SMA 弹簧作为减振或隔振设施.

5 小结

本文研究了矩形脉冲激励的 SMA 振子的全局动力学行为. 矩形脉冲激励 SMA 振子的响应分为两个阶段: 第一阶段是在外力恒定激励下的衰减振动; 第二阶段是没有外力激励的衰减振动. 在不同的衰减阶段, 平衡点数目不同, 相平面的轨迹亦不同. 由于平衡点的数目随系统结构参数 θ 和脉冲激励参数 f_0 变化, 因此给出了不同条件下的相平面轨迹和时间历程图. 最后, 给出算例的数值解, 证明了理论结果的有效性. 研究结果表明: 对于不同强度及宽度的矩形脉冲激励, SMA 振子会收敛到不同的稳定平衡点, 收敛时间较短.

参 考 文 献

1 Tanaka K. A thermomechanical sketch of shape memory

- effect; one-dimensional tensile behavior. *Res Mechanica*, 1986, 2(3): 59~72
- 2 Liang C, Rogers C. One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *Journal of Intelligent Material Systems & Structures*, 1990, 1(2): 207~234
 - 3 Brinson L C. One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys; thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *Journal of Intelligent Material Systems & Structures*, 1993, 2(2): 229~242
 - 4 Lagoudas D C. Thermomechanical response of shape memory composites. *Journal of Intelligent Material Systems & Structures*, 1994, 5(3): 20
 - 5 Ivshin Y, Pence T J. A constitutive model for hysteretic phase transition behavior. *International Journal of Engineering Science*, 1994, 32(4): 681~704
 - 6 Toi Y, Lee J B, Taya M. Finite element analysis of superelastic, large deformation behavior of shape memory alloy helical springs. *Computers & Structures*, 2004, 82(20): 1685~1693
 - 7 Berlin J M, Carlström E D. Analytical study of the nonlinear behavior of a shape memory oscillator; Part II—resonance secondary. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 59(4): 733~746
 - 8 Berlin J M, Carlström E D. Analytical study of the nonlinear behavior of a shape memory oscillator; Part II—resonance secondary. *Nonlinear Dynamics*, 2010, 59(4): 733~746
 - 9 Piccirillo V, Balthazar J M, Pontes B R, et al. Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy using an optimal linear control; Part I: Ideal energy source. *Nonlinear Dynamics*, 2009, 55(1): 139~149
 - 10 Santos B C D, Savi M A. Nonlinear dynamics of a nonsmooth shape memory alloy oscillator. *Chaos Solitons & Fractals*, 2009, 40(1): 197~209
 - 11 Spanos P D, Cacciola P, Redhorse J. Random vibration of SMA systems via preisach formalism. *Nonlinear Dynamics*, 2004, 36(2-4): 405~419

GLOBAL CHARACTERISTICS OF TRANSIENT RESPONSE OF A SHAPE MEMORY ALLOYS OSCILLATOR UNDER RECTANGULAR PULSE EXCITATION *

Liu Yanbin[†]

(School of Mechanics and Optoelectronic Physics, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract The global characteristics of transient response of a single-degree-of-freedom shape memory oscillator under rectangular pulse excitation were investigated. The equation of motion was established by using a polynomial constitutive model to describe the restitution force of the oscillator. Here, the response of the oscillator under rectangular pulse excitation was divided into two stages. The first stage was the attenuation vibration under an external constant force excitation, while the second stage was the attenuation vibration without any external force excitation. The number of equilibrium points was discussed, and the phase plane and time history of the shape memory oscillator on different conditions were given. Finally, numerical solutions were presented to validate the theoretical results.

Key words SMA oscillator, rectangular pulse excitations, global characteristics, transient response, attenuated vibration

Received 18 July 2018, revised 7 September 2018.

* The project supported by National Natural Science Foundation of China (51604011), Anhui Natural Science Foundation (KJ2017A077, 1708085QF135).

[†] Corresponding author E-mail: d_lyb@126.com