

考虑参数不确定性的转子系统瞬态动平衡研究*

傅超¹ 任兴民^{1†} 杨永锋¹ 邓旺群²

(1.西北工业大学 振动工程研究所,西安 710072) (2.中国航空动力机械研究所,株洲 412002)

摘要 针对含不确定性参数的转子系统,提出了一种基于区间数学、泰勒展开和摄动理论的转子瞬态响应区间分析法.该方法求解不确定性问题时无需不确定参数的具体概率分布,适用于一般性工程分析.利用转子瞬态响应信息对一弹性支承双盘转子进行瞬态动平衡.将不确定性引入动平衡过程,分析了不同不确定性水平下不确定性参数对瞬态动平衡效率的影响.研究表明,该方法能有效分析转子不确定性瞬态响应,随着不确定水平增大,转子动平衡效率大幅降低.

关键词 发动机转子, 不确定性, 区间分析, 瞬态响应, 动平衡

DOI: 10.6052/1672-6553-2017-016

引言

转子作为航空发动机的核心部件,工作环境复杂,容易引发振动问题.减小转子振动的主要途径就是对其进行动力响应分析并平衡.目前,针对确定转子模型已进行了大量的研究^[1-3].在实际复杂机械系统中,不确定性是客观存在的,如材料分散性、转速波动、制造、安装以及测量误差等.它们会导致系统的几何和物理参数不确定,进而使结构的质量矩阵、刚度矩阵、阻尼矩阵等出现不确定性^[4].为获得更加客观和合理的结构特性,在转子的动力学设计和动平衡中应该考虑不确定性的影响.

在转子动力学领域,不确定性研究取得了一些有益成果.Gan 等^[5]基于蒙特卡洛法,分析了转子一阶临界转速对系统参数的敏感性,发现一些敏感参数的不确定性不能忽略.法国学者 Sinou 等^[6]采用递归的随机谐波平衡法来估计多项式混沌展开阶数对具有不确定刚度和非对称耦合转子动态响应的影响.Murthy 等^[7]考虑降阶模型的不确定性,提出了不平衡转子的非参数随机建模方法,研究发现平衡转速较低时不确定性的影响很大.Ma 等^[8]采用区间分析方法计算支承刚度、连接结构刚度和不平衡量这些不确定因素对转子动态响应的影响,并通过和蒙特卡洛法对比验证了其有效性.郝勇

等^[9]结合一阶泰勒展开和摄动有限元法分析了不确定转子的固有属性,结果表明用所提方法计算结果与真实值相比误差在小不确定水平下不到2.2%.Liao^[10]基于多维谐波平衡法,研究了考虑不确定性的转子强非线性全局共振优化问题.Yang 等^[11]对转子非线性响应中分数阶和无理项进行了研究.针对含不确定性转子的动平衡方面研究很少,Li 和 Huang 等人基于影响系数法采用凸模型优化研究了不确定影响下的柔性转子优化平衡问题,并在实际工程转子上进行验证^[12,13].可以看出,大部分文献集中于研究不确定性转子系统的稳态响应及临界转速等,很少涉及转子瞬态响应和瞬态平衡问题.

本文把不确定参数视为“未知而有界”的区间变量,结合泰勒展开,提出了转子加速启动过程瞬态响应区间分析法.利用转子瞬态响应信息对一弹性支承双盘转子进行了仿真平衡,分析了不确定参数对平衡效率的影响.

1 转子瞬态响应区间分析法

1.1 区间数表示法

设 R 为实数域,对于给定的一对实数 $a, \bar{a} \in R$ 且 $a \leq \bar{a}$,若:

$$A' = [a, \bar{a}] = \{a \in R \mid a \leq a \leq \bar{a}\} \quad (1)$$

2016-12-12 收到第1稿,2017-01-12 收到修改稿.

* 航空科学基金(2013ZB08001)、航天科技创新基金(2016KC060013)

† 通讯作者 E-mail: renximin@nwpu.edu.cn

称 A' 为闭区间, a 为区间数. 其中 \underline{a} 和 \bar{a} 分别称为区间 A' 的下界和上界.

若区间 $A' = [\underline{a}, \bar{a}]$ 满足 $\underline{a} = -\bar{a}$, 则称 A' 为对称区间. 定义一般区间的半径和均值为:

$$\Delta A = (\underline{a} - \bar{a}) / 2 \quad (2)$$

$$A^c = (\underline{a} + \bar{a}) / 2 \quad (3)$$

由式(2)和(3)可知, 任意区间均可由其均值和半径表示:

$$\begin{aligned} A' &= [A^c - \Delta A, A^c + \Delta A] \\ &= A^c + \Delta A I \\ &= A^c + \Delta A [-1, 1] \end{aligned} \quad (4)$$

1.2 转子瞬态响应区间解

变速转子系统瞬时运动微分方程可表示为:

$$\mathbf{M}\ddot{U}(t) + (\mathbf{C} + \Omega\mathbf{G})\dot{U}(t) + \mathbf{K}U(t) = \mathbf{Q}(t) \quad (5)$$

式中, \mathbf{M} 为正定质量矩阵, \mathbf{C} 为半正定阻尼矩阵, \mathbf{G} 是反对称陀螺矩阵, \mathbf{K} 为半正定刚度矩阵, $\mathbf{Q}(t)$ 为激励矩阵, $U(t)$ 、 $\dot{U}(t)$ 、 $\ddot{U}(t)$ 分别为位移、速度、加速度, Ω 为转子转速. 将转子系统中的所有不确定性参数写在一起, 组成不确定参数向量: $H = (h_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 包含转子的结构不确定参数和激励不确定参数. 为便于书写, 将阻尼和陀螺矩阵合并为一项记作 $\mathbf{J} = \mathbf{C} + \Omega\mathbf{G}$. 方程中各项均与结构参数或激励有关, 可视作不确定参数的函数. 考虑不确定性时, 系统区间运动微分方程可表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(H)\ddot{U}(H, t) + \mathbf{J}(H)\dot{U}(H, t) + \\ \mathbf{K}(H)U(H, t) = \mathbf{Q}(H, t) \end{aligned} \quad (6)$$

根据区间数学, 结合式(6), 含区间不确定性参数的转子瞬态不平衡响应问题可理解为: 在区间参数向量 $H \in H' = [\underline{H}, \bar{H}]$ 约束条件下, 求解原运动微分方程的响应区间解^[14]. 其解满足:

$$U(t) \in U' = [\underline{U}(t), \bar{U}(t)] \quad (7)$$

写成分量形式: $u_i(t) \in u'_i = [\underline{u}_i(t), \bar{u}_i(t)]$.

不确定参数向量可写为确定均值部分和不确定部分的和形式:

$$\begin{cases} H' = H^c + \Delta H' = [H^c - \Delta H, H^c + \Delta H] \\ |H = H^c + \Delta H, |\Delta H| \leq \Delta H \end{cases} \quad (8)$$

将位移响应在确定性参数向量 H^c 处作泰勒展开, 忽略高阶项保留第一阶可得:

$$\begin{aligned} u(H', t) &= u(H^c + \Delta H, t) \\ &= u(H^c, t) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial u(H^c, t)}{\partial h_i} \Delta h_i \end{aligned} \quad (9)$$

利用区间数的求和运算自然扩展规律以及 $|\Delta H| \leq \Delta H$ 的条件, 可得瞬态位移响应的区间解上

下界分别为:

$$\bar{u}(H', t) = u(H^c, t) + \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u(H^c, t)}{\partial h_i} \right| \Delta h_i' \quad (10a)$$

和

$$\underline{u}(H', t) = u(H^c, t) - \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial u(H^c, t)}{\partial h_i} \right| \Delta h_i' \quad (10b)$$

采用有限元摄动法来求广义位移对每个不确定参数的一阶泰勒展开系数. 将式(5)中质量、阻尼、刚度和激励项视为各不确定性参数的函数, 并在不确定参数的均值 h_i^c ($i = 1, 2, 3, \dots$) 附近展开成泰勒级数, 保留一阶为:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{U} &= \mathbf{M}(h_i^c)\ddot{U}(h_i^c, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{M}(h_i^c)}{\partial h_i} \ddot{U}(h_i^c, t) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{M}(h_i^c) \frac{\partial \ddot{U}(h_i^c, t)}{\partial h_i} \right] d(h^i) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J}\dot{U} &= \mathbf{J}(h_i^c)\dot{U}(h_i^c, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{J}(h_i^c)}{\partial h_i} \dot{U}(h_i^c, t) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{J}(h_i^c) \frac{\partial \dot{U}(h_i^c, t)}{\partial h_i} \right] d(h^i) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}U &= \mathbf{K}(h_i^c)U(h_i^c, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{K}(h_i^c)}{\partial h_i} U(h_i^c, t) + \right. \\ &\quad \left. \mathbf{K}(h_i^c) \frac{\partial U(h_i^c, t)}{\partial h_i} \right] d(h^i) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}(h_i^c, t) + \frac{\partial \mathbf{Q}(h_i^c, t)}{\partial h_i} d(h^i) \quad (14)$$

将式(11)~(14)代入转子时变振动微分方程(5)中, 并整理同阶项. 比较等式两边结构, 可得与式(5)相同的零阶方程和由同一瞬时确定性转子系统响应表示的一阶方程:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(h_i^c)\ddot{U}(h_i^c, t) + \mathbf{J}(h_i^c)\dot{U}(h_i^c, t) + \\ \mathbf{K}(h_i^c)U(h_i^c, t) = \mathbf{Q}(h_i^c, t) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(h_i^c) \frac{\partial \ddot{U}(h_i^c, t)}{\partial h_i} + \mathbf{J}(h_i^c) \frac{\partial \dot{U}(h_i^c, t)}{\partial h_i} + \\ \mathbf{K}(h_i^c) \frac{\partial U(h_i^c, t)}{\partial h_i} = \mathbf{F} \end{aligned} \quad (16)$$

式(16)中 \mathbf{F} 为广义激励项, 即:

$$\mathbf{F} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial h_i} - \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial h_i} \ddot{U} - \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial h_i} \dot{U} - \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial h_i} U$$

观察式(15)和式(16)可发现, 两式中全部为参数均值的函数而不再含有不确定变量, 即问题已变成确定性问题. 针对上述两个方程, 可以很方便

地利用常规数值算法如中心差分法、Newmark- β 法等对其进行求解.在求得瞬态响应均值和关于各个不确定参数的一阶泰勒展开系数之后,根据式(10a)和(10b),含不确定性参数的转子瞬态响应区间解上下界就可完全确定.

2 基于瞬态响应的转子瞬态动平衡法

传统柔性转子动平衡法大部分属于稳态方法,需借助专门的动平衡设备,多次加重启动才能确定校正量的大小和方位,周期长、费用高.另外,这些方法选取的平衡转速接近临界转速,长时间在该转速下运行、测量对转子十分不利.瞬态动平衡技术基于加速起车过程,利用转子振动幅值信息进行柔性转子前 n 阶不平衡识别和平衡,不需要测量振动相位,非常利于航空发动机转子现场平衡^[15,16].

根据振动理论,转子的各阶主模态是相互正交的,某一阶的不平衡量只会激起相应阶次的振动,对某一阶模态进行平衡也不会影响到其他阶模态.表示成模态函数形式为:

$$\int_0^l m(z) \varphi_n(z) \varphi_k(z) dz = \begin{cases} 0, & n \neq k \\ N_n, & n = k \end{cases} \quad (17)$$

式中的 N_n 为广义质量.

利用主模态正交性,不平衡量的各阶模态分量 $u(z)$ 可以表示为:

$$u(z) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n e^{i\delta_n} \varphi_n(z) \quad (18)$$

上式中 u_n, δ_n 分别是第 n 阶不平衡分量的分布系数和分布方向.则由转子不平衡量引起的瞬时挠度 $R(z)$ 可以写成如下形式:

$$R(z) = e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\gamma_n^2}{1 - \gamma_n^2} u_n e^{i\delta_n} \varphi_n(z) \quad (19)$$

其中瞬时转速与第 n 阶临界转速的系数比为 $\gamma_n = \omega/\omega_{cn}$.

根据三圆平衡法原理,通过三次施加试重就能识别出转子原始不平衡量的大小和方位.因精确求得或测量模态振型是很困难的,这里基于模态振型正交原理,利用转子加速启动过临界的振动峰值的比值来近似原振型比:

$$\lambda_{i,j}^n = \frac{\varphi_n(z_i)}{\varphi_n(z_j)} = v \frac{R_{in}(z)}{R_{jn}(z)}, \quad j \neq i, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (20)$$

式中, R_{in} 和 R_{jn} 分别代表平衡面 i 和 j 上第 n 阶临界转速的瞬时挠度. v 是由对应位置振型决定的正负号.

引入不确定性,不确定转子的瞬态响应峰值和不平衡分布以及校正组都应视为区间变量.以两平面法为例,说明不平衡量按照前两阶模态的分解方法.两盘上任意的不平衡量 T'_1, T'_2 均可分解成一阶和二阶模态分量 $(T'_{11}, T'_{21}), (T'_{12}, T'_{22})$, 满足:

$$\begin{cases} T'_{11} + T'_{12} = T'_1 \\ T'_{21} + T'_{22} = T'_2 \end{cases} \quad \begin{cases} T'_{11} \varphi_2(z_1) + T'_{12} \varphi_2(z_2) = 0 \\ T'_{21} \varphi_1(z_1) + T'_{22} \varphi_1(z_2) = 0 \end{cases} \quad (21)$$

为方便分解,引入用平衡平面响应峰值近似的区间主振型模态比:

$$\lambda_{1,2}^1 = \frac{\varphi_1(z_1)}{\varphi_1(z_2)} = \frac{R'_{11}}{R'_{21}}, \quad \lambda_{1,2}^2 = \frac{\varphi_2(z_1)}{\varphi_2(z_2)} = \frac{R'_{12}}{R'_{22}} \quad (22)$$

解方程组(21)和(22)可显式求得不平衡试重组按照前两阶模态分解的各分量.然后按照矢量合成法则就能求得最终转子的不平衡校正量.

3 不确定性双盘转子瞬态动平衡

弹性支承双盘转子模型如图1所示,假设转轴、弹性支承各向同性,支撑刚度无交叉项.不平衡只存在于质量盘上,轴上不平衡忽略不计.不考虑轴的扭转振动和轴向振动.详细模型参数列于表1中,初始不平衡为 $e_1 = 50 \mu\text{m} \angle 135^\circ$ 和 $e_2 = 40 \mu\text{m} \angle 144^\circ$.

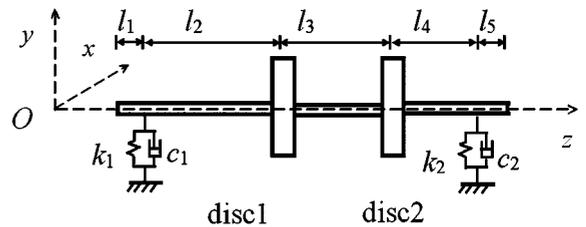


图1 双盘转子的结构简图

Fig.1 Schematic diagram of the double-disk rotor

表1 双盘转子的结构参数

Table 1 Physical parameters of the rotor

Common	Density $\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$
	Young's Modulus $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
	Length: $l_1 = l_5 = 590 \text{ mm}$ $l_2 = 50 \text{ mm}$
Shaft	$l_3 = 160 \text{ mm}$ $l_4 = 180 \text{ mm}$
	Diameter: $d = 10 \text{ mm}$
	Diameter: $D_1 = 0.12 \text{ m}$ $D_2 = 0.09 \text{ m}$
Disks	Mass: $m_1 = 2 \text{ kg}$ $m_2 = 1.5 \text{ kg}$
	Damping: $C_1 = C_2 = 30 \text{ kg/s}$
Support stiffness	$k_{1x} = k_{1y} = 5 \times 10^5 \text{ N/m}$
	$k_{2x} = k_{2y} = 7 \times 10^5 \text{ N/m}$

首先,取两质量盘为平衡平面,加一试重组 ($45 \angle 0, 45 \angle 0$),以 $\dot{\varphi} = 50 \text{ rad/s}^2$ 加速度启动,利用前述瞬态动平衡法计算出两盘上应施加校正量为 $T'_1 =$

$44.33\mu\text{m} \angle 318^\circ$, $T_2 = 44.28\mu\text{m} \angle 320^\circ$. 添加校正量后,再次以相同加速度启动,得到平衡前后两个盘的瞬态响应如图2所示.

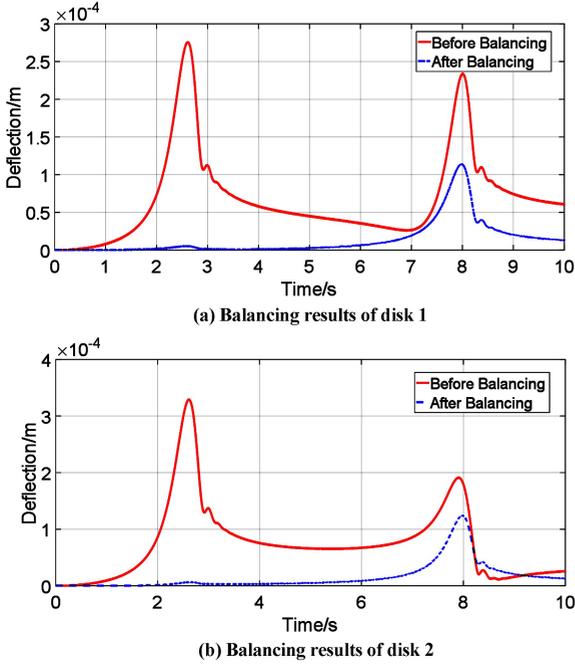


图2 平衡前后两盘中心瞬态挠度变化

Fig.2 Deflection of disks before and after balancing

从两个质量盘中心瞬时挠度平衡前后变化图可以看出,文中的方法平衡效果明显,转子的瞬态响应幅值大大降低.所考虑的模型一阶振动幅值比较大,高出第二阶,经过平衡后,两个盘的第一阶均几乎完全平衡,残余不平衡量很小.第二阶也得到有效控制.两盘各阶模态的振动峰值见表2.

实际动平衡过程中,不可避免地受到不确定性因素的影响.首先测量数据存在误差,在临界转速附近幅值测量也很难精确,必然会引入一定误差.其次支承等结构的物理特性取决于温度等环境因素,造成一定的不确定性.这些不确定性会使得最终识别出的不平衡量大小和方位为分布在一定范围内的区间变量,计算出的不平衡校正量也同样是—组不确定区间变量.

设两质量盘的偏心量 e_1 和 e_2 、弹性轴的弹性模量 E 、盘2处的物理阻尼 C_2 、弹性支承2的支撑刚度 K_2 均为“未知而有界”的不确定性参数,将这些不确定参数统一用区间数的形式写成 $a' = [a^c - \beta a^c, a^c + \beta a^c]$. 其中 a 为不确定参数, β 为参数不确定性水平,表示参数的不确定程度.

基于本文第一节推导的转子瞬态响应区间分析法,对考虑不确定性的双盘转子进行瞬态响应计算,得到两阶临界转速处的振动幅值区间,并按照瞬态动平衡不平衡识别和分解方法进行动平衡.为考察不确定性的最大影响程度,对于区间分析得到的范围解,本文只给出在同一不确定水平下动平衡效果最差的一组校正量情况.

在5%不确定水平下,将计算得到的不平衡校正量 $T_1 = 45.75\mu\text{m} \angle 327^\circ$, $T_2 = 46.78\mu\text{m} \angle 333^\circ$ 加在两平衡面上,以 $\varphi = 50\text{rad/s}^2$ 加速度启动转子,平衡后残余不平衡量和确定性模型残余不平衡量对比如图3所示.

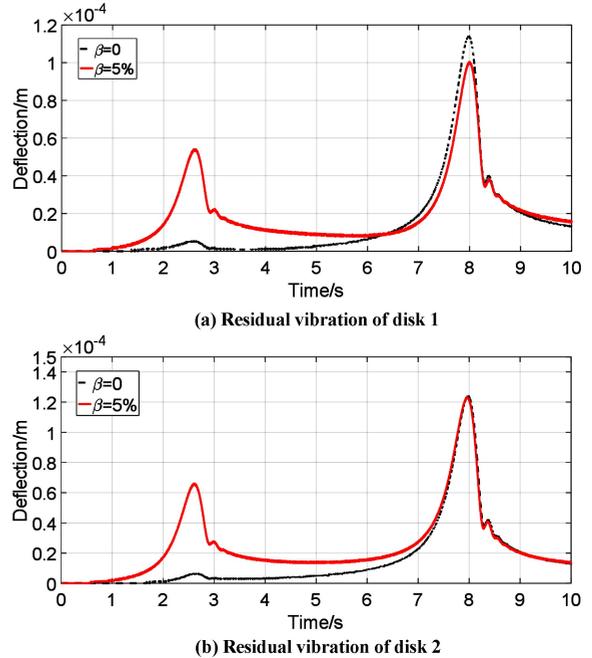


图3 不确定水平5%时平衡后残余振动响应

Fig.3 Residual vibration of disks under 5% uncertainties

表2 不同不确定水平下残余振动幅值及平衡效率变化

Table 2 Residual vibration amplitude and balancing efficiency under different uncertain degrees

Uncertain degree	Deflection amplitude of disk 1 (μm)		Deflection amplitude of disk 2 (μm)		Minimum efficiency	
	First order	Second order	First order	Second order	First order	Second order
0 (Before balancing)	275.7	234.1	329.4	191.6	/	/
0 (After balancing)	5.8	110.2	6.7	123.2	97.8%	35.8%
5%	54.1	100.4	66.1	125.3	79.9%	34.7%
10%	110.2	139.8	126.7	144.9	60.0%	24.4%

进一步将不确定水平提高至 10%, 此时对应计算得到的两盘校正量为 $T_1 = 48.4 \mu\text{m} \angle 301^\circ$, $T_2 = 50.1 \mu\text{m} \angle 294^\circ$, 以相同加速度启动转子, 得到对应残余不平衡量如图 4 所示。

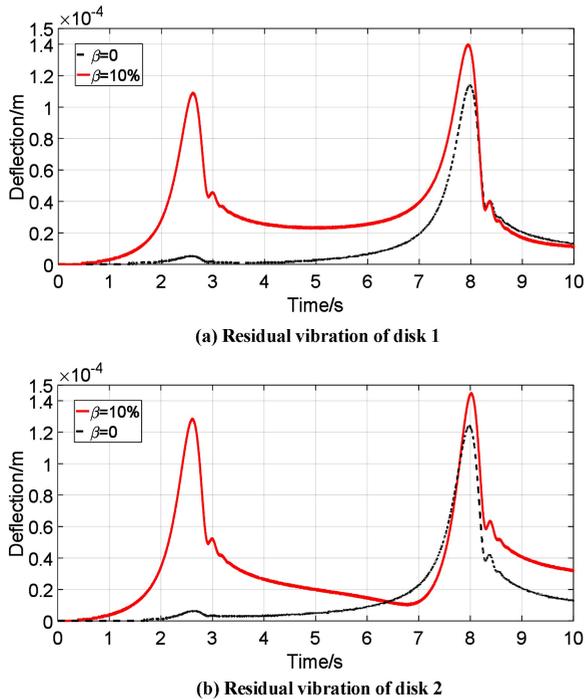


图 4 不确定水平 10% 时平衡后残余振动响应

Fig.4 Residual vibration of disks under 10% uncertainties

为方便比较, 将平衡后瞬态振动挠度降低量与初始不平衡振动量比值定义为平衡效率:

$$\xi = \frac{d_1 - d_0}{d_0} \times 100\% \quad (23)$$

从图 3 和图 4 中残余振动量可知, 在不确定性参数影响下瞬态动平衡效率变化很大, 特别是一阶残余不平衡振动明显增大, 大大降低了平衡效率。第二阶振动峰值上涨相对较小, 但也使平衡情况慢慢变差。表 2 最后两列给出了每种情况下的振动幅值和对应最低的平衡效率, 这里给出的最低平衡效率指的是两个盘中平衡后振动抑制效果较差的那一种情况。从表 2 可知, 在 5% 不确定水平下, 一阶平衡效率最大降低为 17.9%, 二阶降低较小。当不确定水平为 10% 时, 一阶下降则达到 37.8%, 二阶也降低了 11.4%。这表明, 在不确定性参数的影响下, 采取传统动平衡方法进行转子平衡可能达不到期望的效果, 平衡过后残余振动依然很大。以后的研究应考虑不确定性因素, 对校正量进行优化选择, 以提高其适用性和鲁棒性。

4 结论

不确定性客观存在于复杂机械结构中, 区间分析法无需参数的具体概率分布, 为结构的不确定性问题的提供了一种有效的分析途径。本文提出了区间数学结合泰勒展开以及摄动理论求解转子瞬态响应的区间分析法, 将不确定性引入动平衡过程, 利用瞬态响应信息对一双盘转子进行了仿真平衡并分析了不确定性对动平衡效率的影响。结果表明, 不确定性参数对动平衡结果影响很大, 5% 不确定水平下转子平衡效率相比确定模型最大降低达 17.9%, 10% 不确定水平下可降低 37.8%。

参 考 文 献

- 1 罗忠, 郭健, 唐瑞等. 转子—轴承系统中滚动球轴承的非线性动力学相似特性研究. 动力学与控制学报, 2016, 14(3): 223~228 (Luo Z, Guo J, Tang R, et al. Similarity research on the nonlinear dynamic characteristics of rolling bearing in rotor-bearing system. *Journal of Dynamics and Control*, 2016, 14(3): 223~228 (in Chinese))
- 2 Bouaziz S, Messaoud N B, Choley J Y, et al. Transient response of a rotor-AMBs system connected by a flexible mechanical coupling. *Mechatronics*, 2013, 23(6): 573~580
- 3 Han Q K, Chu F L. Dynamic behaviors of a geared rotor system under time-periodic base angular motions. *Mechanism and Machine Theory*, 2014, 78: 1~14
- 4 白长青, 张红艳. 不确定性转子系统的随机有限元建模及响应分析. 动力学与控制学报, 2012, 10(3): 283~288 (Bai C Q, Zhang H Y. Stochastic finite element modeling and response analysis of uncertain rotor systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(3): 283~288 (in Chinese))
- 5 Gan C B, Wang Y H, Yang S X, et al. Nonparametric modeling and vibration analysis of uncertain Jeffcott rotor with disc offset. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2014, 78: 126~134
- 6 Sinou J J, Jacquelin E. Influence of polynomial chaos expansion order on an uncertain asymmetric rotor system response. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2015, 50-51: 718~731
- 7 Murthy R, Tomei J C, Wang X Q, et al. Nonparametric stochastic modeling of structural uncertainty in rotordynamics: unbalance and balancing aspects. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power-Transactions of ASME*, 2014, 136(6): 062506

- 8 Ma Y H, Liang Z C, Chen M, et al. Interval analysis of rotor dynamic response with uncertain parameters. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(16): 3869~3880
- 9 Liao H T. Global resonance optimization analysis of nonlinear mechanical systems: Application to the uncertainty quantification problems in rotor dynamics. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2014, 19(9): 3323~3345
- 10 郝勇, 陈萌, 洪杰等. 基于泰勒展开法的转子系统动力特性区间分析方法. *航空动力学报*, 2014, 29(3): 571~577 (Hao Y, Chen M, Hong J, et al. Interval analysis method of rotordynamics based on Taylor expansion method. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(3): 571~577 (in Chinese))
- 11 Yang Y F, Jiang T D, Ren Z, et al. Rationalize the irrational and fractional expressions in nonlinear analysis. *Modern Physics Letters B*, 2016, 30(4): 1650068
- 12 Li G X, Lin Z L, Costin U, et al. Balancing of high-speed rotating machinery using convex optimization. Proceedings of the 42nd IEEE conference on decision and control. Hawaii USA; December 2003; 4351~4356
- 13 Huang B. Optimum balancing of high speed uncertain flexible rotor systems using convex optimization. Virginia: University of Virginia, 2007
- 14 Qiu Z P, Wang X. Parameter perturbation method for dynamic responses of structures with uncertain-but-bounded parameters based on interval analysis. *International Journal of Solids and Structures*, 2005, 42(18): 4958~4970
- 15 岳聪, 任兴民, 邓旺群等. 基于升速响应信息柔性转子系统的多阶多平面瞬态动平衡方法. *航空动力学报*, 2013, 28(11): 4351~4356 (Yue C, Ren X M, Deng W Q, et al. Multi-plane and multi-critical transient dynamic balance method based on rising speed response information of flexible rotor system. *Journal of Aerospace Power*, 2013, 28(11): 4351~4356 (in Chinese))
- 16 黄金平, 任兴民, 邓旺群. 利用升速响应振幅进行柔性转子的模态平衡. *机械工程学报*, 2010, 46(5): 55~62 (Huang J P, Ren X M, Deng W Q. Novel modal balancing of flexible rotor by using the run-up amplitude. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(5): 55~62 (in Chinese))

TRANSIENT DYNAMIC BALANCING OF ROTOR SYSTEM WITH PARAMETER UNCERTAINTIES*

Fu Chao¹ Ren Xingmin^{1†} Yang Yongfeng¹ Deng Wangqun²

(1. Institute of Vibration Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

(2. China Aviation Powerplant Research Institute, Zhuzhou 412002, China)

Abstract An interval analysis method of rotor transient response based on interval mathematics, Taylor expansions and perturbation theory is proposed to analyze the transient response of flexible rotors with uncertain parameters. As the specific probability distribution of uncertain parameters is not required, the interval analysis method is more suitable for practical use in comparison with traditional probability methods when dealing with the uncertain problems. Transient dynamic balancing method of flexible rotors based on transient response information was then introduced, and the simulation of a double-disc rotor with elastic supports was carried out. The influence of uncertainties on the balancing efficiency was analyzed by introducing uncertainties into the transient dynamic balancing process. The results show that the uncertainties can cause significant reduction in dynamic balancing efficiency and increasing of the residual vibration.

Key words rotor system, uncertainty, interval analysis, transient response, dynamic balancing