基于 ARMA-NExT 和稳定图方法的飞行器 工作模态指示研究^{*}

王亮[†] 张妍 周晓丽 商霖 朱辰 蔡毅鹏 (中国运载火箭技术研究院,北京 100076)

摘要 研究了基于飞行遥测数据,使用环境激励模态辨识方法辨识系统的模态参数时,挑选真实模态的方法.首先,详细介绍了 ARMA-NExT 环境激励模态辨识方法的理论.接着,给出了模态指示因素,并详细分析 了基于稳定图方法、频域和时频分析方法的真实模态筛选的方法.最后通过算例研究了飞行模态筛选的过程.研究发现,通过该方法得出结果与频域和时频分析结果基本一致.

关键词 模态辨识, ARMA-NExT, 工作模态, 稳定图

DOI: 10.6052/1672-6553-2015-048

引言

航天工程中,为了与地面模态试验结果对比, 改进设计,飞行器的飞行工作模态的辨识是很有意 义的工作.但是由于飞行器在飞行过程中的激励无 法精确测量,因此可以采用环境激励模态辨识技 术.由于飞行器遥测数据的信噪比较差,因此使用 环境激励模态辨识方法得出的模态丰富,因此如何 在其中挑选出真实模态是个重要的工作.

学者们在环境激励下模态辨识方法做出了较 多的研究.环境激励模态辨识技术的程序是:首先, 进行采样;然后对采样数据进行自相关和互相关 计,在进行多个测点的,模态参数识别处理中,需要 选取某个测点做参考点.一般情况下,选取响应较 小的测点做参考点,计算其它测点与该参考点的互 相关函数.然后,将计算出来的互相函数作为输入 数据,利用如 ITD 法、STD 法、复指数法、ARMA 模 型时序法以及 ERA 法等时模态参数辨识方法进行 参数识别.目前,该方法已应用于桥梁、高层建筑、 汽轮机、飞机和汽车等的模态参数识^[1~11].

综上所述,针对飞行器飞行工况下的结构动特 性辨识问题,基于遥测振动数据,使用 ARMA-NExT 模态辨识方法研究了导弹飞行过程中的模态参数, 针对真实模态筛选的问题,利用稳定图方法、频域 和时频分析方法挑选出飞行过程中的工作模态.

1 模态辨识技术

N个自由度的线性系统激励与响应之间的关系可用高阶微分方程来描述,在离散时间域内,该微分方程变成由一系列不同时刻的时间序列表示的差分方程,即 ARMA 时序模型方程:

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k x_{t-k} = \sum_{k=0}^{2N} b_k f_{t-k}$$
(1)

2*N* 为自回归模型和滑动均值模型的阶次, a_k 、 b_k 分别表示待识别的自回归系数和滑动均值系数, f_t 表示白噪声激励. 当 k = 0 时,设 $a_0 = b_0 = 1$.

f₁是白噪声,故相关函数

$$E[f_{\iota-i}f_{\iota+\tau-k}] = \begin{cases} \sigma^2 & k = \tau + i \\ 0 & other \end{cases}$$
(2)

式中 σ^2 为白噪声方差.

因为线性系统的脉冲响应函数 h_i,是脉冲信号 δ 激励该系统时的输出响应,故由 ARMA 过程定义 的表达式为

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k h_{t-k} = \sum_{k=0}^{2N} b_k \delta_{t-k} = b_t$$
(3)
可以得出:

† 通讯作者 E-mail: wangliang@ nuaa. edu. cn

²⁰¹⁴⁻⁰⁹⁻²¹ 收到第1稿,2015-06-23 收到修改稿.

^{*}南京航空航天大学国家重点实验室 2015 年开放课题(MCMS-0115G01)

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k R_{l-k} = \sum_{i=0}^{\infty} h_i \sum_{k=0}^{2N} a_k \delta_{i+l-k} = \sigma^2 \sum_{i=0}^{\infty} h_i b_{i+l}$$
(4)

对于一个 ARMA 过程,当是大于其阶次 2N 时, 参数 b_k =0. 故当 l > 2N 时,式(4) 恒等于零,于是有

$$\sum_{k=0}^{2N} a_k R_{l-k} = -R_i, \quad l > 2N$$
(5)

设相关函数的长度为 L,并令 M = 2N. 对应不同的 l 值,由代人以上公式可得一组方程:

$$\begin{cases} a_1 R_M + a_2 R_{M-1} + \dots + a_M R_1 = R_{M+1} \\ a_1 R_{M+1} + a_2 R_M + \dots + a_M R_2 = R_{M+2} \\ \vdots \\ a_1 R_{L-1} + a_2 R_{L-2} + \dots + a_M R_{L-M} = R_L \end{cases}$$
(6)
采用伪逆法可求得方程组的最小二乘解,即

 $\{a\} = ([R]^{T}[R])^{-1}([R]^{T}\{R'\})$ (7) 由此求得自回归系数 $a_{k}(k=1,2,\cdots,2N).$

滑动平均模型系数 $b_k(k=1,2,\dots,2N)$ 可通过 以下非线性方程组来求解:

$$b_{0}^{2} + b_{1}^{2} + \dots + b_{M}^{2} = c_{0}$$

$$b_{0}b_{1} + \dots + b_{M-1}b_{M} = c_{1}$$

$$\vdots$$

$$b_{0}b_{M} = c_{M}$$

$$c_{k} = \sum_{i=0}^{2N} \sum_{j=0}^{2N} a_{i}a_{j}C_{k-i+j}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, 2N$$
(9)

式中: C_k 为响应序列 x_i 的自协方差函数.

当求得自回归系数 *a_k* 和滑动均值系数 *b_k* 后,可以通过 ARMA 模型传递函数的表达式计算系统的模态参数,ARMA 模型的传递函数为

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^{2N} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{2N} a_k z^{-k}}$$
(10)

用高次代数方程求解方法计算分母多项式方 程的根:

$$z^{2N} + a_1 z^{2N-1} + \dots + a_{2N-1} z + a_{2N} = 0$$
 (11)

求解得到的根为传递函数的极点,它们与系统的模态频率 ω_k ,和阻尼比 ξ_k 的关系为

$$\begin{cases} z_{k} = \exp(s_{k}\Delta t) = \exp\left[\left(-\xi_{k}\omega_{k} + j\omega_{k}\sqrt{1-\xi_{k}^{2}}\right)\Delta t\right] \\ z_{k}^{*} = \exp(s_{k}^{*}\Delta t) = \exp\left[\left(-\xi_{k}\omega_{k} - j\omega_{k}\sqrt{1-\xi_{k}^{2}}\right)\Delta t\right] \end{cases}$$
(12)

并且由式(12)可求得模态频率 ω_k ,和阻尼比 ξ_k ,即

$$\begin{cases} R_{k} = \ln z_{k} = s_{k} \Delta t \\ k\omega_{r} = |R_{k}| / \Delta t \\ \xi_{k} = \sqrt{\frac{1}{1 + (\operatorname{Im}(R_{k}) / \operatorname{Re}(R_{k}))^{2}}} \end{cases}$$
(13)

2 模态筛选方案

根据以上给出的 ARMA 模型,选定拟合阶次 即辨识出飞行器的飞行工作模态,辨识的结果肯定 包含了若干阶模态,且拟合阶次越高,拟合的模态 阶次越多,但是如何从辨识的结果中挑选出真实模 态是本文的研究内容.

本小节给出了从模态辨识结果中挑选出真实 模态的方法,流程图如图1所示,描述如下:



a)通过稳定图剔除不稳定模态.调整 ARMA 模型拟合阶次,获得模态辨识结果的稳定图,与拟 合阶次无关的模态一般为稳定模态,其余的与拟合 阶次相关,肯定不是真实模态,因此据此剔除不稳 定模态;

b)通过设置阻尼阀值提出不真实模态.由于工 程结构的阻尼一般较小,阻尼值过大的模态一般不 真实,因此据此剔除一部分不真实模态;

对比频域分析结果,获得最终模态.通过对比 稳定模态、功率谱密度曲线和时频分析结果,获得 最终的真实模态.

3 算例

图 2 给出了针对某一段遥测数据的模态参数 辨识的计算流程.首先对数据进行预处理,再使用 带通滤波筛选出待辨识频带的信号,再对信号进行 重采样,减少信号长度,最后通过模态辨识方法进 行模态辨识.



图 2 计算流程 Fig. 2 Calculation process

选择一段 1s 长度的信号,对其进行预处理,对 信号处理后的功率谱密度分析结果和时频分析结 果分别如图 3 和图 4 所示,从图上可以发现低频的 谐振峰位置在 45Hz 和 85Hz 左右.由于原信号采样 频率 5120Hz,待辨识频带为 100Hz 以内,防止滤波 边界限过于靠近待辨识模态,影响模态的辨识结 果,因此选择带通滤波器频带选择为 20Hz ~ 200Hz 进行滤波.





Fig. 3 Comparison of the signal power spectral density at the reference point before and after preprocessing



图4 时频分析结果 Fig.4 The results of the time - frequency analysis 辨识方法对各通道信号进行拟合,对拟合结果进行 模态辨识.对多个通道从11 阶到210 阶进行拟合, 模态频率的稳定图如图5 所示.



图 5 不同拟合阶次对于的模态频率稳定图

Fig. 5 The stability figure of modal frequency under different fitting order

从图5可以发现:

 a)随着拟合阶次的升高,各阶模态分歧出现, 在拟合阶次60阶后,稳定模态和非稳定模态逐渐 清晰;

b)其中有 21 阶模态频率在各拟合阶次下较为 稳定,其他模态频率较为散乱,与拟合阶次相关性 较强,因此不是系统模态;

c)对比信号的功率谱密度曲线和时频分析结果,稳定模态的频率包含了前两者的谐振峰,但在 功率谱密度曲线中的小鼓包也均被辨识成稳定模态频率,如55Hz、65Hz和75Hz等位置;

d)另外在低于 45Hz 左右的谐振峰也出现了 较多稳定模态,但从功率谱密度曲线上并无小鼓 包,因此辨识的模态阻尼值较大.

由于调整 ARMA 模型拟合阶次后,出现较多 辨识结果,首先通过稳定图方法排除了一些虚假模态,但是剩余的稳定模态还是较多,因此下面通过 辨识的阻尼特性再对稳定模态进行筛选.由于工程 结构的结构阻尼一般较小,结构的阻尼值一般为 1%~8%,因此以下对辨识的模态阻尼值大于 50%的模态进行剔除,认为其为虚假模态.剔除虚 假模态后的模态稳定图如图6所示.



图 6 不同拟合阶次对于的模态频率稳定图(阻尼阀值 50%) Fig. 6 The stability figure of modal frequency under different fitting order(The damping threshold is 50%)

对比图 5 和图 6 可以得出以下结论:在 46Hz 前的模态的阻尼辨识值大于 50%,因此被判定为 虚假模态,与以上的分析一致.

在剔除大阻尼虚假模态后,最后通过对比稳定 图、功率谱密度曲线和时频分析图,获得最终的真 实模态,为表1中第9和10阶模态.

表1 模态频率辨识结果

Table 1 Results of modal frequency identification

Order	Frequency/Hz	Damping ratio/%
1	21.36	88.3
2	24.20	72.5
3	26.64	65.5
4	29.53	59.5
5	32.00	54.3
6	34.46	53.0
7	39.90	52.8
8	43.54	50.1
9	45.25	1.96
10	87.41	2.71

从以上分析结果可以发现:最终获得的模态频 率值基本与功率谱密度分析、时频分析结果的谐振 峰值位置基本一致.

4 小结

本文研究了基于飞行遥测数据,使用环境激励 模态辨识方法辨识系统的模态参数时,挑选真实模 态的方法.首先,详细介绍了 ARMA-NExT 环境激 励模态辨识方法的理论.接着,给出了模态指示因 素,并详细分析了基于稳定图方法、频域和时频分 析方法的真实模态筛选的方法.最后通过算例研究 了飞行模态筛选的过程.研究发现,通过该方法得 出结果与频域和时频分析结果基本一致.

通过研究,可以得出以下结论:

a)随着拟合阶次的升高,各阶模态分歧出现,
 稳定模态和非稳定模态逐渐清晰,非稳定模态频率
 较为散乱,与拟合阶次相关性较强,因此不是系统
 模态;

b)对比信号的功率谱密度曲线和时频分析结果,稳定模态的频率包含了前两者的谐振峰,但在 功率谱密度曲线中的小鼓包也均被辨识成稳定模态频率;

c)在剔除大阻尼虚假模态后,最后通过对比稳 定图、功率谱密度曲线和时频分析图,获得最终的 真实模态,与功率谱密度分析、时频分析结果的谐 振峰值位置基本一致.

通过本课题的研究,可以发现本文给出的飞行 模态指示方法在筛选真实模态是有效的.

参考文献

- 李惠斌.大型工程结构模态参数识别技术.北京:北京理 工大学出版社,2007 (Li H B. Model parameter identification technology of large engineering structures. Beijing:Beijing Institute of Technology Press,2007(in Chinese))
- 2 傅志方,华宏星.模态分析理论与应用.上海:上海交通 大学出版社,2000 (Fu Zh F, Hua H X. Theory and application of modal analysis. Shanghai:Shanghai Jiao Tong University Press,2000 (in Chinese))
- 3 王宏禹,邱天爽,陈喆.非平稳随机信号分析与处理.北 京:国防工业出版社,2008 (Wang H Y, Qiu T S, Chen Z. Nonstationary random signal analysis and processing. Beijing: National Defense Industry Press, 2008 (in Chinese))
- 4 Peeters B, De Roeck G, et al. Stochasticsubspace techniques applied to paremeter identification of civil engineering structures. In: Proceeding of New Advances in Modal Synthesis of Large Structures: Nonlinear, Damped and Nondeterministic Cases, 1995, 151 ~ 162
- 5 Ibrahim S R. Efficientrandom decrement computation for identification of ambient responses. In: Proceeding of 19th IMAC, Florida, USA, February 5 – 8,2001:1~6

- 6 Abdelgham M, Goursat M, et al. On-Linemodal monitoring of aircraft structures under unknow excitation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999,13(6):839~853
- 7 De Roeck G, et al. Benchmark Study onsystem identification through ambient vibration measurements. In: 18th IMAC,2000:1106~1112
- 8 Brincker R, et al. Modalidentification from ambient responses using frequency domain decomposition. In: 18th IMAC,2000:625 ~ 630
- 9 Bonato B, Ceraavolo R, A De Stefano. Use of cross-timefrequency estimators for structural identification in non-stationary conditions and under unknown excitation. *Journal* of Sound and Vibration, 2000,237(5):775~791
- 20 李晰,张德义,闫维明等.基于环境激励的钢管混凝土 拱桥工作模态识别及修正.工程力学,2013,30(9):81 ~88 (LI X, Zhang D Y, Yan W M, et al. Operational model identification and calibration of CFST arch bridge based on ambient excitation. *Engineering Mechanics*, 2013,30(9):81~88 (in Chinese))
- 11 方勃,唐冶,杨飞虎等.火箭结构系统纵向模态自动辨 识方法.动力学与控制学报,2014,12(3):269~273 (Fang B, Tang Y, Yang F H, et al. An automatic identification method for longitudianal modes of structural system of rocket. *Journal of Dynamics and Control*, 2014,12 (3):269~273 (in Chinese))

STUDY ON THE INDICATION OF THE AIRCRAFT OPERATIONAL MODE BASED ON ARMA-NEXT AND STABILIZATION DIAGRAM*

Wang Liang[™] Zhang Yan Zhou Xiaoli Shang Lin Zhu Chen Cai Yipeng (*China Academy of Launch Vehicle Technology*, *Beijing* 100076)

Abstract Based on the telemetry data, the technology to select the real modes for the aircraft operational mode derived by ambient excitation is investigated through ARMA-NExT method in this paper. Firstly, the theory of the ARMA-NExT method is introduced. Secondly, the mode indication is proposed, and the filter strategy is studied based on stabilization diagram, frequency and time-frequency analysis. Eventually, a case study is carried out. It is found that the identified modes reasonably match with the result of the frequency and time-frequency analysis.

Key words mode identification, ARMA-NExT, operational mode, stabilization diagram

Received 21 September 2014, revised 23 June 2015.

^{*} The project supported by Key Laboratory Opening Topic Fund Subsidization (MCMS-0115G01)

[†] Corresponding author E-mail: wangliang@ nuaa. edu. cn