

# 飞翼式柔性飞机纵向动力学建模与稳定性分析\*

沈华勋 徐亮 陆宇平<sup>†</sup> 何真

(南京航空航天大学自动化学院, 南京 211106)

**摘要** 柔性飞行器在飞行过程中容易发生大变形,这种变形将导致机翼甚至整个飞行器的气动弹性和飞行动力学特性发生变化,特别是对稳定性的影响. 本文采用三段式刚体假设,以变上反角的方式来描述机翼的展向弯曲变形,对一类飞翼式柔性飞行器进行了纵向动力学建模,并进一步分析了操纵面、推力和迎角与上反角的关系,以及变上反角对飞行稳定性的影响. 结果表明,在保持速度和高度不变的情况下,稳定性受上反角的影响比较明显,如果变形过大,飞行器将变为动不稳定,且短周期模态不能保持. 因此,为了保持飞机的纵向稳定性,必须要控制飞机的变形.

**关键词** 柔性飞行器, 上反角, 动力学建模, 稳定性

DOI: 10.6052/1672-6553-2015-054

## 引言

第一次关于柔性飞行器的研究来自于 NASA 的 Daedalus 项目,目的是设计一款高空长航时飞行器<sup>[1]</sup>. 在此基础上, NASA 又提出飞机环境研究和传感器技术计划,从而研制出以 Helios 为代表的一类飞翼式飞行器<sup>[2]</sup>. 与常规飞行器相比,这类飞行器最显著的特点是飞行高度高,续航时间长,机翼轻且展弦比大.

然而大量的研究表明<sup>[3-14]</sup>: 这样的结构使得飞机在飞行过程中机翼容易发生大幅度的变形,这种变形会改变机翼的质量分布和气动载荷分布,从而导致机翼甚至整个飞行器的气动弹性和飞行动力学特性发生变化. 且其气动弹性与变形过程动力学特性具有时变、非线性、多自由度和多状态变量的特征,使其动力学特性分析变得相当复杂. 因此,针对这类飞行器,由基于线性、小变形假设推导的传统模型得到的结果不一定可靠.

例如,2003年6月26日, NASA 的 Helios 无人机在飞行试验时坠毁,这与机翼的弹性效应不无关联. NASA 调查后指出,这次事故的根本原因在于缺乏对柔性特性的认识以及设计、分析柔性飞行器

的相关工具<sup>[2]</sup>. 此外,还指出:“建立一个多学科(结构、空气动力学、控制等)模型,用来描述这种飞行器变形时的非线性动态特性是必要的<sup>[2]</sup>”.

近年来,国内外学者对各种柔性飞行器的飞行动力学特性以及气动弹性问题进行了大量的研究. Patil 和 Hodges<sup>[3-4]</sup>首先将几何非线性引入到飞机气动弹性和结构当中,他们采用有限元法对飞翼式飞机的飞行动力学稳定性进行了分析以及非线性仿真. 在单独机翼研究的基础上, Cesnik 和 Su<sup>[5-8]</sup>的研究团队进一步采用组合梁模型对全机几何非线性气动弹性和飞行动力学稳定性问题进行了广泛的研究. 张健等人<sup>[9-11]</sup>采用 Hodges 几何精确完全本征梁模型和 ONERA 气动失速模型对梁式飞机模型进行了较为深入的研究. 谢长川和杨超<sup>[12-14]</sup>的研究团队基于 MSC/NASTRAN 对大柔性飞机气动弹性问题进行了深入的研究,并提出了可同时考虑结构几何非线性效应与曲面气动效应的大柔性飞机静气动弹性配平和载荷分析方法. 然而,以上研究者虽然对柔性飞机进行了大量且深入的研究,且研究成果能够真实的反应出机翼变形对飞行动力学特性的影响,但模型过于复杂,不利于控制研究.

2015-06-03 收到第1稿,2015-06-17 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(91016017, 11572149)、江苏省自然科学基金资助项目(BK20130806)、南京航空航天大学研究生创新基金(实验室)开放基金资助(kfj20150322)、中央高校基本科研业务费专项资金资助

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: yplac@nuaa.edu.cn

本文以 Helios 飞行器为研究对象,在考虑多个螺旋桨发动机以及多个操纵面的基础上,以变上反角方式来描述机翼的展向弯曲变形,建立一类面向控制的飞翼式柔性飞机的纵向非线性动力学模型,并研究操纵面、迎角以及螺旋桨推力与上反角的关系,以及上反角对飞行器纵向稳定性的影响。



图1 飞行中的 Helios  
Fig. 1 Helios in flight

## 1 Helios 飞行器模型

### 1.1 几何模型描述及简化

在航天领域中,对具有弹性结构的附件进行建模时,主要分为两种<sup>[15]</sup>:一种是将其简化为多个刚体,并用含有弹簧和阻尼的接点相联;另一种是将其等效为柔性梁/板,再用有限元思想和分析力学相关理论进行推导建模.本文采用第一种方法对 Helios 进行建模.

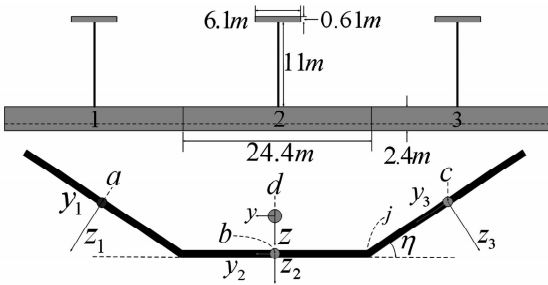


图2 简化的 Helios 飞行器刚体模型

Fig. 2 A simplified rigid body model of the Helios

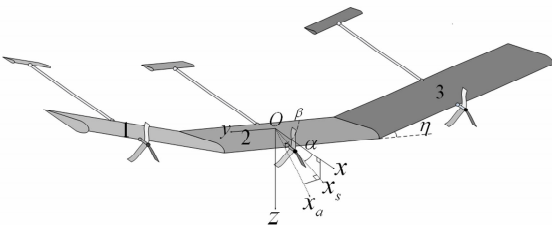


图3 气流坐标系与机体坐标系之间的关系

Fig. 3 The relationship between the wind coordinate frame and the body coordinate system

从图1可以看出 Helios 飞行器结构比较复杂,为了便于研究,将该飞行器平分为3段,2为内翼,1,3为外翼;其中,每段翼又由一个螺旋桨推力发动机、带有副翼的主翼和配有升降舵的尾翼3部分组成.外翼与内翼通过含有阻尼的扭簧联接,外翼可以通过绕扭簧转动来改变上反角,且左右两上反角变化是同步的.

模型建立时,忽略扭簧的尺寸,以相对邻接刚体固定的几何点表示各扭簧.将该飞行器的模型视为3块刚体翼联接成的刚体系,组成一个系统.简化模型如图2所示, $a$ 、 $b$ 、 $c$ 为各个刚体翼的质心, $d$ 为机体重心, $j$ 为扭簧中心.

### 1.2 运动学分析

从图2和图3可分别得到刚体翼2,3坐标系之间的转换矩阵  $R_x(\eta)$  和气流坐标系  $S_a$  与机体坐标系  $S_b$  之间的转换矩阵  $H_w^B(\alpha, \beta)$

$$R_x(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\eta & \sin\eta \\ 0 & -\sin\eta & \cos\eta \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$H_w^B(\alpha, \beta) = \begin{bmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\cos\alpha\sin\beta & -\sin\alpha \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ \sin\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (2)$$

设飞行器重心处的速度在气流坐标系下为  $V$ ,迎角为  $\alpha$ ,侧滑角  $\beta$ ,三者与机体坐标系的速度分量之间的关系如下:

$$V = \|v\| \quad \alpha = \arctan(v_z/v_x) \quad \beta = \arcsin(v_y/V) \quad (3)$$

在上反角  $\eta = 0$  时, $b$ 、 $d$ 重合,当上反角改变,机体重心的位置也会随之改变,因此,3块刚体翼的速度、迎角及侧滑角也各不相同.根据刚体之间的几何运动关系,依次得出第  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 块刚体翼的速度在体系系中的分量如下

$$\begin{cases} v_d = H_w^B(\alpha, 0) V \\ v_2 = v_d + \dot{r} + \omega \times r \\ v_1 = R_x(-\eta)v_2 - (R_x(-\eta)\omega + \omega_1) \times r_1 \\ v_3 = R_x(\eta)v_2 + (R_x(\eta)\omega + \omega_1) \times (-r_1) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \omega = [0 \quad q \quad 0]^T \\ \omega_1 = [\xi \quad 0 \quad 0]^T \\ r = [0 \quad 0 \quad s \cdot \sin\eta/3]^T \\ r_1 = [0 \quad 0.5s \quad 0]^T \end{cases} \quad (5)$$

式中  $q$  是俯仰角速度,  $s$  是主翼展长.

由(1)(2)(3)(4)(5)式分别可得各刚体的速度  $V_i$ 、迎角  $\alpha_i$  及侧滑角  $\beta_i$ .

## 2 动力学模型建立

### 2.1 飞行器的线运动和角运动

刚体动力学方程的使用条件是惯性坐标系,忽略地球曲率和转速,重力加速度不随飞行高度变化.根据牛顿第二定律可以建立飞行器在合外力  $F$  作用的线运动和合力矩  $M$  作用下的角运动方程.

线运动方程

$$F = m \frac{d}{dt} V \quad (6)$$

角运动方程

$$M = \frac{d}{dt} H = I \dot{\omega} + I \dot{\omega} \quad (7)$$

$I$  是飞行器的转动惯量张量,表达式为

$$I = \sum [m^* (\langle l_{i,d}, l_{i,d} \rangle E - l_{i,d} \otimes l_{i,d})] + R_x(\eta) I^* + I^* + R_x(-\eta) I^* \quad (8)$$

式中  $m^*$  是单块刚体翼的质量 ( $m = 3m^*$ ),  $I^*$  为刚体相对自身固连惯性主轴的惯性张量,  $E$  是  $3 \times 3$  单位矩阵,  $l_{i,d}$  是点  $i$  到点  $d$  的空间向量 ( $i = a, b, c$ ).

根据1.1节,改变上反角时,需要克服内外翼之间的扭簧力矩,力矩为

$$H_j^* = \frac{d}{dt} L_j^* \quad (9)$$

$$L_j^* = -r_1 \times m^* v_3 + I^* (R_x(\eta) \omega + \omega_1)$$

### 2.2 含参量的纵向运动非线性模型

飞行器所受总的空气动力为  $P$ , 总空气动力沿气流坐标系各轴的分量分别为  $X_a, Y_a$  和  $Z_a$ , 又通常用  $D$  和  $L$  分别表示阻力和升力, 于是  $D = -X, L = -Z$  根据气流坐标系与机体坐标系之间的转换关系, 有

$$P = H_B^W(\alpha, \beta) (P_w + P_t) \quad (10)$$

其中  $H_B^W(\alpha, \beta) = [H_W^B(\alpha, \beta)]^{-1}$ .

气流坐标系下每块刚体翼的主翼和尾翼所受的空气动力:

$$W_{w,i}^* = [-D_{w,i}^* \quad 0 \quad -L_{w,i}^*]^T \quad (11)$$

$$W_{t,i}^* = [-D_{t,i}^* \quad 0 \quad -L_{t,i}^*]^T$$

由(1)(2)(11)式分别可得主翼和尾翼在机体

坐标系下的空气动力:

$$P_w = \underbrace{R_x(\eta) H_W^B(\alpha_1, \beta_1) W_{w,1}^*}_{P_{w,1}^*} + \underbrace{H_W^B(\alpha_2, \beta_2) W_{w,2}^*}_{P_{w,2}^*} +$$

$$\underbrace{R_x(-\eta) H_W^B(\alpha_3, \beta_3) W_{w,3}^*}_{P_{w,3}^*}$$

$$P_t = \underbrace{R_x(\eta) H_W^B(\alpha_1, \beta_1) W_{t,1}^*}_{P_{t,1}^*} + \underbrace{H_W^B(\alpha_2, \beta_2) W_{t,2}^*}_{P_{t,2}^*} +$$

$$\underbrace{R_x(-\eta) H_W^B(\alpha_3, \beta_3) W_{t,3}^*}_{P_{t,3}^*} \quad (12)$$

由于上反角的变化会引起机体重心的变化, 从而使得重心与机体轴系不重合, 同时也导致各刚体翼间的气动力不同, 故需在传统模型的基础上对飞机的角运动进行修正, 得飞行器所受的总力矩:

$$M = [0 \quad M \quad 0]^T; M_i^* = [0 \quad M_i^* \quad 0]^T$$

$$M = \sum_{i=1}^3 (M_i^* + l_{w,i} \times P_{w,i}^* + l_{t,i} \times P_{t,i}^*) \quad (13)$$

式中  $l_{w,i}, l_{t,i}$  分别表示主翼 1/4 弦线和尾翼 1/4 弦线到机体质心的空间向量,  $c_w$  是主翼弦长.

内外翼间的扭簧力矩沿  $x$  方向的分量如下

$$H_{j,x}^* = M_{j,x} - \kappa_c \xi - \kappa_k \eta$$

$$M_j = -r \times [(P_{w,3}^* + P_{t,3}^*) + m^* g'] \quad (14)$$

最终可以得到气流坐标系下飞行器纵向动力学方程:

$$\begin{cases} mV = T \cos \alpha - D - mg \sin \mu \\ mV \dot{\alpha} = -T \sin \alpha - L + mVq + mg \cos \mu \\ \dot{\theta} = q \\ I_y \dot{q} = M - I_y q \\ h = V \sin \mu \\ \dot{\eta} = \xi \\ d_3 \dot{\xi} = M_{j,x} - \kappa_c \xi - \kappa_k \eta + d_1 - d_2 \end{cases} \quad (15)$$

其中  $h$  是高度, 航迹倾斜角  $\mu = \theta - \alpha$ , 并且

$$d_1 = \frac{s}{2} m^* [(V \sin \alpha + V \dot{\alpha} \cos \alpha) \cos \eta -$$

$$V \xi \sin \alpha \sin \eta - 2 \frac{s}{3} \xi^2 \cos \eta \sin \eta]$$

$$d_2 = (I_{yy}^* - I_{zz}^* - m^* \frac{s^2}{12}) q^2 \sin \eta \cos \eta -$$

$$\frac{s}{2} m^* V q \cos \eta \cos \alpha$$

$$\begin{aligned}
 d_3 &= I_{xx}^* + m^* \left( \frac{s^2}{4} - \frac{s^2}{6} \cos^2 \eta \right) \\
 I_y &= I_{yy}^* + 2I_{yy}^* \cos \eta + m^* s^2 \sin^2 \eta / 6 \\
 T &= T_1^* + T_2^* + T_3^*
 \end{aligned}
 \tag{16b}$$

式中:  $T_i^*$  是每块刚体翼上螺旋桨推力,  $\kappa_c$  为扭簧阻尼系数,  $\kappa_k$  为扭簧弹性常数.

### 3 配平

飞翼式柔性飞机几何模型如图 2 所示, 飞机其他参数如表 1. 在飞行高度为 12192m 飞行速度为 9.1m/s 的条件下, 对飞机在不同上反角情况下进行配平, 由平衡原理可知, 升力与重力、螺旋桨发动机推力与阻力合力为零, 俯仰力矩以及飞机内部力矩都为零.

表 1 基本参数  
Table 1 Basic parameters

Variable	Value	Variable	Value
$C_{M_0}$	0.025	$C_{M_\delta}$	-0.25
$C_{L_\alpha}$	$2\pi$	$C_{L_\delta}$	2
$C_{D_0}$	0.007	$\kappa_D$	0.07
$\kappa_c$	18981.5	$\kappa_k$	6643.5
$I_{xx}^*$	$3996.3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$I_{yy}^*$	$2659.8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
$I_{zz}^*$	$6656.1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$	$m$	590kg

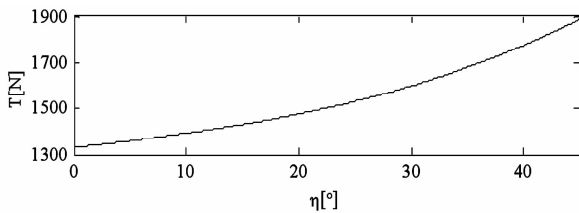


图 4 推力随二面角变化曲线

Fig. 4 Thrust-dihedral angle relationships

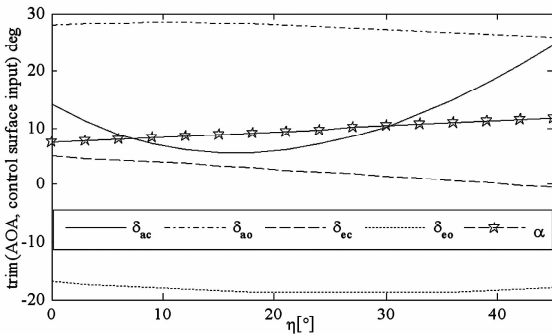


图 5 舵偏角及迎角随二面角变化曲线

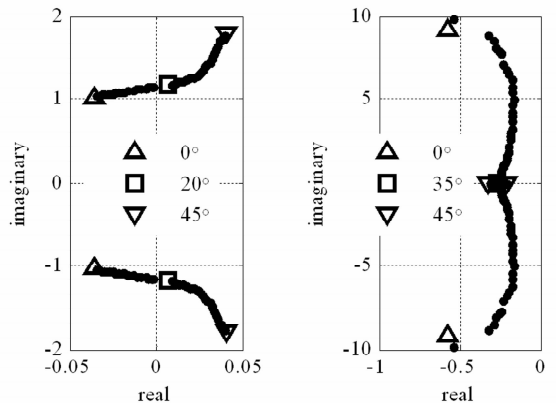
Fig. 5 Control surfaces deflection and attack angle curves with different dihedral angle

其中  $\delta_{ao} = \delta_{a,i}, \delta_{ac} = \delta_{a,2}, \delta_{eo} = \delta_{e,i}, \delta_{ec} = \delta_{e,2}, i =$

1,3,配平结果如图 4、5 所示. 外翼的操作面舵偏角随上反角的变化很小, 因此可以忽略其对飞行器的影响. 内翼操作面舵偏角受上反角的影响比较大: 升降舵随上反角的增大而减小, 副翼先减小后增大. 此外, 推力随上反角变化也比较明显. 当机翼发生大变形时, 外翼有效迎角变小, 从而导致升力减小, 使得飞机高度下降, 因此, 为了保持飞行器速度和高度的不变, 需要在加大推力时, 同时上偏升降舵和副翼, 以产生抬头力矩, 增大迎角弥补升力损失以及辅助爬升, 这也与图 5 反应的迎角变化相符.

### 4 纵向稳定性分析

飞行器的非线性模型一般可以描述为  $\dot{x} = Ax + Bu$ , 其中  $A = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{(x_0, u_0)}, B = \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{(x_0, u_0)}$ . Andrés 分析了 3 种由系统非线性模型转换为线性模型的方法: 雅克比线性化 (Jacobian linearization)、状态变换 (State transformation)、方程替换 (Function substitution), 其中第 1 种是最常用的<sup>[16]</sup>. 考虑到 Jacobian 线性化本身也是传统飞行器分析的基本方法, 本文采用该方法对非线性动力学方程线性化处理, 其基本思路是将柔性飞行器不同  $\eta$  下的非线性模型在各自的平衡点处线性化, 得到一组小扰动线性模型, 对这组模型进行插值运算就得到一个独立的包含  $\eta$  的线性模型, 基于该线性模型, 可以分析系统的运动模式.



(a) 长周期模式  
(a) Phugoid mode

(b) 短周期模式  
(b) Short-period mode

图 6 根轨迹

Fig. 6 Root locus

注意到 Jacobian 线性化方法依赖于平衡点的

选取,在前文已经得到了模型在不同上反角下的平衡点.根据上述思路,最终可以得出柔性飞行器纵向运动的线性化模型:

$$\dot{x} = A(\eta)x + B(\eta)u \quad (17)$$

式中,控制变量  $u = [\Delta\delta_{ac} \Delta\delta_{ao} \Delta\delta_{ec} \Delta\delta_{eo} \Delta\delta_T]^T$ ; 状态变量  $x = [\Delta V \Delta\alpha \Delta\theta \Delta q \Delta h \Delta\eta \Delta\dot{\eta}]^T$ .

柔性飞行器的长、短周期运动模态随  $\eta$  变化如图6所示.随着  $\eta$  的增加,长周期模态的频率先减小后增大,阻尼逐渐变小,且阻尼线穿过虚轴,在  $\eta = 20^\circ$  时,由动稳定变为动不稳定.因此,系统在不加控制的情况下,为了保持飞行器仍能稳定飞行,上反角不易大于  $20^\circ$ .长周期模态随  $\eta$  变化的根轨迹曲线如图6(a)所示.

短周期模态的根轨迹如图6(b)所示.从图中可以看出,短周期模态特征根随  $\eta$  的改变有很大的变化,并且在  $\eta = 35^\circ$  时,由共轭根变为一对实数根;上反角  $\eta$  的增大,导致俯仰转动惯量  $I_y$  增大,相应的频率也就变小,因此,短周期模态并不能很好的反应出柔性飞行器的变形状态.这一变化趋势与 NATASHA<sup>[3]</sup> 和 UM/NAST<sup>[7]</sup> 的基本一致,但本文研究的是以变上反角方式描述机翼的展向弯曲变形对飞机纵向动稳定性的影响,且所得根轨迹的频率变化较大,而文献[3]、[7]研究的是中心挂载对飞机纵向动稳定性的影响,故存在差异.表2和表3分别给出了本文和文献[3]、[7]的长短周期模态特征值结果.

表2 柔体飞行器的长、短周期模态随  $\eta$  变化特征根

Table 2 Root of Phugoid and short-period mode for very flexible aircraft under different dihedral angle

$\eta(^{\circ})$	0	10	30	45
short period	$-0.5371 \pm 9.8769i$	$-0.1818 \pm 6.2456i$	$-0.2358 \pm 0.9482i$	$-0.3183 / -0.2059$
Phugoid	$-0.0358 \pm 1.0251i$	$-0.0202 \pm 1.0917i$	$0.0264 \pm 1.3367i$	$0.0407 \pm 1.7856i$

表3 不同挂载下的长短周期模态

Table 3 Phugoid and short-period modes for light and heavy configurations

Condition	Model	Phugoid	short period
Empty payload	NATASHA	$-0.108 \pm 0.142i$	$-2.74 \pm 1.76i$
	UM/NAST	$-0.0771 \pm 0.0858i$	$-11.7 / -8.28$
Full payload	NATASHA	$-0.147 \pm 0.586i$	—
	UM/NAST	$-0.107 \pm 0.498i$	$-7.53 / -0.91$

## 5 结论

本文在考虑多推进系统、多操纵面的基础上,以变上反角的方式来描述机翼的展向弯曲变形,采用三段式刚体假设和传统刚体飞机六自由度方程相结合的方法,建立了飞翼式柔性飞行器的纵向动力学模型,并对飞行器在  $1g$  的飞行条件进行了稳定性分析,得出如下结论:

(1) 上反角增加,则螺旋桨推力增大,迎角增大,内翼升降舵舵偏角减小,副翼偏角先减小后增大,外翼的操纵面舵偏角随着上反角的增大而变小,但变化幅度很小.

(2) 上反角的变化对飞行器的稳定性有较大的影响.当  $\eta$  较小时,长周期模态仍能保持稳定;当  $\eta = 20^\circ$  时长周期变为不稳定.短周期模态的变化很明显,由共轭根变为实数根.

## 参 考 文 献

- Langford J. The daedalus project; a summary of lessons learned. In: Aircraft Design Systems and Operations Conference. Seattle; AIAA, 1989 ~ 2048
- Noll T E, Brown J M, Perez-Davis M E, et al. Investigation of the helios prototype aircraft mishap volume I; mishap report. NASA, 2004
- Patil M, Hodges D H. Flight dynamic of highly flexible flying wings. *Journal of Aircraft*, 2006, 43(6): 1790 ~ 1798
- Patil M. Nonlinear gust response of highly flexible aircraft. In: 48<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Honolulu, Hawaii; AIAA 2007 ~ 2103
- Cesnik, C E S, Su W H. Nonlinear aeroelastic modeling and analysis of fully flexible aircraft. In: 46<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Austin, Texas; AIAA, 2005 ~ 2169
- Shearer C M, Cesnik C E S. Nonlinear flight dynamics of very flexible aircraft. *Journal of Aircraft*, 2007, 44(5): 1528 ~ 1545
- Su W H. Coupled nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of fully flexible aircraft [PhD Thesis]. USA: University of Michigan, 2008
- Palacios R, Cesnik C E S. Structural models for flight dynamic analysis of very flexible aircraft. In: 50<sup>th</sup> AIAA/

- ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Palm Springs, California; AIAA 2009 ~ 2403
- 9 张健,向锦武. 侧向随动力作用下大展弦比柔性机翼的稳定性. 航空学报, 2010,31(11):2115 ~ 2123 (Zhang J, Xiang J W. Stability of high-aspect-ratio flexible wings loaded by a lateral follower force. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2010,31(11):2115 ~ 2123 (in Chinese))
- 10 张健,向锦武. 柔性飞机非线性气动弹性与飞行动力学耦合静、动态特性. 航空学报, 2011,32(9):1569 ~ 1582 (Zhang J, Xiang J W. Static and dynamic characteristics of coupled nonlinear aeroelasticity and flight dynamics of flexible aircraft. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011,32(9):1569 ~ 1582 (in Chinese))
- 11 Zhang J, Xiang J W. Preliminary validation of a coupled model of nonlinear aeroelasticity and flight dynamic for HALE aircraft. In: 3<sup>rd</sup> International Symposium on Systems and Control in Aeronautics and Astronautics, 2010
- 12 谢长川,吴志刚,杨超. 大展弦比柔性机翼的气动弹性分析. 北京航空航天大学学报, 2003,29(12):1087 ~ 1090 (Xie C C, Wu Z G, Yang C. Aeroelastic analysis of flexible large aspect ratio wing. *Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2003,29(12):1087 ~ 1090 (in Chinese))
- 13 Xie C C, Yang C. Linearization method of nonlinear aeroelastic stability for complete aircraft with high-aspect-ratio wings. *Science China Technological Sciences*, 2011,54(2):403 ~ 411
- 14 Yang C, Wang L B, Xie C C, et al. Aeroelastic trim and flight loads analysis of flexible aircraft with large deformations. *Science China Technological Sciences*, 2012,55(10):2700 ~ 2711
- 15 李东旭. 挠性航天器结构动力学. 北京: 科学出版社, 2010 (Li D X. Flexible spacecraft structure dynamics. Beijing: Science China Press, 2010 (in Chinese))
- 16 殷明,陆宇平,何真. 变体飞行器 LPV 建模与鲁棒增益调度控制. 南京航空航天大学学报, 2013,45(2):201 ~ 208 (Yin M, Lu Y P, He Z. LPV Modeling and robust gain scheduling control of morphing aircraft. *Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics*, 2013,45(2):201 ~ 208 (in Chinese))

## LONGITUDINAL DYNAMIC MODELING AND STABILITY ANALYSIS OF VERY FLEXIBLE FLYING WINGS\*

Shen Huaxun Xu Liang Lu Yuping<sup>†</sup> He Zhen

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 211106, China)

**Abstract** The Very Flexible Aircraft (VFA) may result in large elastic deformation during flight, which has a great influence on aero-elastic properties and flight dynamics characteristic of the aircraft, especially on its stability. Based on the three-stage rigid hypothesis, the longitudinal dynamic model is developed, where the dihedral angle is employed to describe the wing bending deformation. The relations among the control surface, thrust, angle of attack and dihedral angle are further examined, with emphasis on the influence of dihedral angle on the flight stability. The results show that the dihedral angle has a great effect on the stability for unchanged flight speed and height. Excessive deformation may lead to dynamic instability. In order to maintain the longitudinal stability, it is necessary to control the deformation of the VFA.

**Key words** very flexible aircraft, dihedral angle, dynamic modelling, stability

Received 03 June 2015, revised 17 June 2015.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (91016017,11572149), Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (BK20130806) and Funding of Graduate Innovation Center in NUAU (kfj20150322), the Fundamental Research Funds for the Central Universities

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: yplac@nuaa.edu.cn