

航天器模态分析-试验体系工程实践研究

郭其威^{1,2} 吴松^{1,2†} 刘芳^{1,2} 赵阳东¹

(1. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109) (2. 上海市空间飞行器机构重点实验室, 上海 201109)

摘要 传统航天器结构模态试验通常会用来检验结构有限元分析模型,但往往是通过人工调整有限元模型参数来修正模型,分析与试验联系不紧密,影响后续分析结果的精度、研制周期和经费等.为改变航天器模态分析及试验现状,文中介绍了模态分析-试验体系工程研制流程在理论上的可行性,并以某缩比舱段为例,基于 Virtualab - Nastran 软件平台,完整实施模态分析-试验体系过程,包括预试验分析、模态试验、模型修正等过程,紧密联系模态分析、试验,并依据试验结果准确快速修正有限元模型,使分析结果与试验接近,实现精确建模.

关键词 模态分析, 模态试验, 模型修正, 有限元

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-045

引言

有限元方法作为现代科学应用研究和工程领域不可替代的数值分析手段和方法.通过仿真预测,对产品结构动态特性作出评价和改进,减少研制经费和缩短研制周期,在工业领域起到关键作用,如航空航天、汽车、船舶、机械等.然而,有限元仿真预示基于多种假设,计算结果与简化假设是否合理密切相关,如理论近似、边界简化、连接接触及模型参数误差等^[1].实践表明,有限元预示与实际试验会产生明显的误差,鉴于此,需根据试验结果对有限元模型进行修正,以提高分析结果准确性和可靠性^[2].有限元模型修正分为矩阵型和设计参数型两大类^[3-5].其中,矩阵型修正方法以一定准则和结构动力学关系来修正有限元模型的质量、刚度矩阵,虽然该方法在数学上能实现分析和试验一致,但由于该方法失去物理意义而在实际应用中遇到了较大困难;设计参数型方法以有限元模型材料、几何、单元属性等参数作为修正对象,物理意义明确,能保证修正后有限元模型计算的模态参数不仅在试验频段与试验结果一致,在试验频段外的预示结果也能保持正确,适合工程应用.

系统的固有模态是衡量系统动力学特性的重要参数,只与系统本身的固有物理性质有关,而与

其他条件无关^[6].有限元模态分析结果的准确是确保其它分析结果有效可靠的必要条件,故工程中常常根据模态试验结果修正有限元模型.然而,在当前航天工程应用领域,模态分析和试验呈现一种严重的脱节现象,均是在各自完成之后,根据试验结果手动修正分析模型,这种传统分析-试验体系不仅造成时间和经费浪费,而且修正结果往往不太理想,难以达到预期效果.

从工程实践出发,基于 VirtualLab - Nastran 平台,紧密联系模态分析和试验,总结出一套模态分析-试验体系流程.并以某缩比舱段为研究对象,进行预试验分析以指导实际试验,再根据试验结果准确快速修正分析模型.

1 模态分析-试验体系理论基础

1.1 预实验

1.1.1 传感器位置和个数

根据初始分析模型以及预设传感器位置,进行相关性分析,以能够分辨出所要求的模态阶数为目标,改变传感器位置和个数,最终确定最优的传感器布点位置.

1.1.2 激励位置确定

设系统阻尼类型为比例阻尼,位移频响函数矩阵为 $H(\omega)$,当激励频率与系统固有频率一致时,

有

$$H_{ij,k} = a_k v_{i,k} v_{j,k} \quad (1)$$

式中, v 为关于质量归一化后的模态向量, i, j 为第 i, j 阶自由度, k 为第 k 阶模态, a_k 为 $1/(2l\omega_k^2\xi_k)$, l 为虚数单位.

当激励点与响应自由度一致, 即 $i=j$ 时, 有:

$$H_{ii,k} = a_k v_{ik}^2 = \frac{v_{ik}^2}{2l\omega_k^2\xi_k} \quad (2)$$

将式换算为加速度频率响应

$$|H_{ij,k}^a| = \frac{v_{ik}^2}{2\xi_k} \quad (3)$$

定义激励点加权残余量为:

$$\bar{H}_{ii,k}^a = (H_{ii,k}^a)_{\min} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{v_{ik}^2}{2\xi_k} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

若某自由度激励点加权残余量最大, 则说明从该点激励能最大限度激起感兴趣的模态.

1.2 模型修正

1.2.1 模型缩聚

通常情况复杂结构的有限元模型自由度成千上万, 而试验自由度只有几十或几百, 故在对分析和试验结果进行相关性分析前需要对有限元模型自由度进行缩聚处理^[7,8]. 常用的缩聚方法有两类: 静态缩聚和动态缩聚. 静态缩聚法通过系统的静平衡方程进行缩聚, 方程中仅包含刚度矩阵; 动态缩聚法通过动力学方程进行缩聚, 方程中包含质量阵和刚度阵, 精度高, 但较复杂.

a) 静态缩聚

设结构刚度矩阵为 K , 质量矩阵为 M , 在静力 f 下作用平衡, 静位移为 x , 则平衡方程为:

$$Kx = \omega^2 Mx = f \quad (5)$$

将位移 x 分为主坐标 x_m 和被缩减坐标 x_s , 则式可写为

$$\begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_m \\ f_s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

忽略惯性力影响, 令 $f_s = 0$, 则

$$x_s = -K_{ss}^{-1} K_{sm} x_m \quad (7)$$

因此, 有:

$$x = \begin{Bmatrix} x_m \\ x_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1} K_{sm} \end{bmatrix} x_m = T_G x_m \quad (8)$$

其中, $T_G = \begin{bmatrix} I \\ D_G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ss}^{-1} K_{sm} \end{bmatrix}$ 称为缩减矩阵, 是一

个 $n \times m$ 阶矩阵.

将式代入并经变换, 得到缩减特征方程:

$$K_G x_m = \tilde{\omega}^2 M_G x_m \quad (9)$$

式中,

$$K_G = T_G^T K T_G = K_{mm} - K_{ms} K_{ss}^{-1} K_{sm},$$

$$M_G = M_{mm} - K_{ss}^{-T} K_{sm}^T M_{sm} +$$

$$(K_{ss}^{-T} K_{sm}^T M_{ss} - M_{ms}) K_{ss}^{-1} K_{sm},$$

$\tilde{\omega}$ 为 ω 近似值, 为 Guyan 缩聚的近似所致.

b) 动态缩聚

无阻尼结构系统特征值问题方程为:

$$\left(\begin{bmatrix} K_{mm} & K_{ms} \\ K_{sm} & K_{ss} \end{bmatrix} - \omega_i^2 \begin{bmatrix} M_{mm} & M_{ms} \\ M_{sm} & M_{ss} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \phi_{mi} \\ \phi_{si} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

式中, ω_i 为第 i 阶固有频率, ϕ_{mi} 为模态向量中剩余自由度, ϕ_{si} 为模态向量中缩减自由度. 式第二式为:

$$(K_{sm} - \omega_i^2 M_{sm}) \phi_{mi} + (K_{ss} - \omega_i^2 M_{ss}) \phi_{si} = 0 \quad (11)$$

化简得到:

$$\phi_{si} = D_G \phi_{mi} \quad (12)$$

式中, $D_G = (K_{ss} - \omega_i^2 M_{ss})^{-1} (K_{sm} - \omega_i^2 M_{sm})$.

因此, 动态缩聚方程为

$$\phi_i = \begin{Bmatrix} \phi_{mi} \\ \phi_{si} \end{Bmatrix} = T_G \phi_{mi} \quad (13)$$

1.2.2 相关性判据

假定计算和试验模型的振型使用同一种正则化方法, 则二者在一定频率范围内等价的条件是二者的固有频率相等, 振型一致. 可以把模态置信度作为判断一个测量模态与另一个分析模态是否属于同一频段振型的依据, 定义模态置信度为

$$MAC(a_i, t_j) = \frac{(\phi_{a_i}^T \phi_{t_j})}{(\phi_{a_i}^T \phi_{a_i})(\phi_{t_j}^T \phi_{t_j})} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

式中, ϕ_a, ϕ_b 分别为分析和测试模态.

MAC 矩阵理论上应是一单位阵, 但考虑到试验及分析误差, 其主对角元素应接近于 1, 其它元素基本为 0. 因此, 若 $MAC(a_i, t_j) = 1$ 则可认为分析的第 i 阶振型与试验第 j 阶振型一致, 为同一阶模态; 反之 $MAC(a_i, t_j) = 0$ 则说明不为同一阶模态. 即 $MAC(a_i, t_j)$ 值越接近于 1, 则说明试验和分析振型越接近; 若该值越接近于 0, 则两者相差越大.

1.2.3 目标函数

频率差与模态置信因子为衡量分析与试验结果接近的指标, 模型修正的最终结果就是使这两个

指标达在所要求的范围内,故选取频率差和 MAC 值作为目标函数.

1.2.4 优化迭代

经以上处理后,有限元分析模型修正则变为一个优化问题^[10-11],其数学描述如下:

- 设计变量:模型参数,如壳单元厚度、梁截面尺寸、材料等;
- 目标函数:频率差和 MAC 值;
- 约束条件:模型参数变化范围等.

由此,基于优化算法^[9-12],在规定范围内调整模型参数,使模态分析和试验相关性分析结果满足要求.

2 试验 - 分析一体化研制流程的工程实践

2.1 研究对象

研究对象为如图 1 所示的缩比舱段.

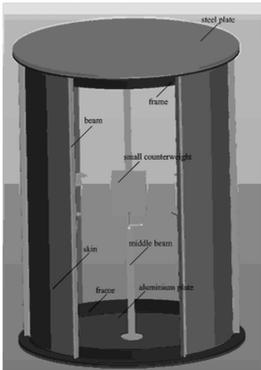


图 1 缩比舱段

Fig.1 Scaling cabin

2.2 预实验分析

基于 Patran 前处理,建立该缩比舱段初始有限元模型,导入到 Virtualab 进行预试验分析,确定在能辨别要求模态阶数下需要的传感器个数及激励位置,并结合实际情况和经验,最终形成 Testlab 试验文件,提供与试验部门.

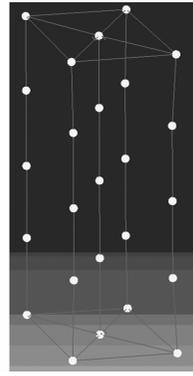
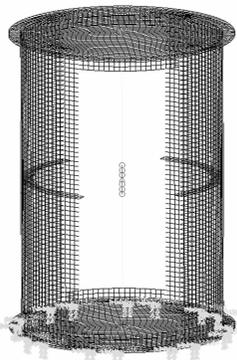


图 2 舱段有限元模型和试验模型

Fig.2 Finite element model and test model of cabin

2.3 模态试验

根据预实验分析结果,进行舱段模态试验,如图 3.

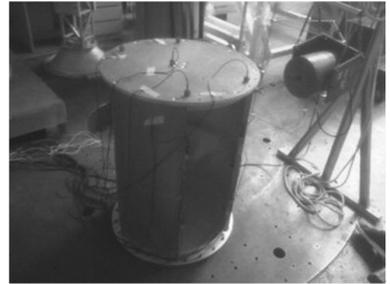


图 3 模态试验

Fig.3 Modal test

2.4 模型修正

将初始分析模型和包含试验结果的试验模型导入到 Virtualab 中,定义设计变量、目标函数、约束等,进行优化分析,直至达到预期目标.0 为舱段修正前后相关性分析结果.

由 0 可看出,修正后舱段分析结果,不论是频率还是振型都吻合得很好.其中纵向一阶 MAC 值为 0.768,主要原因是舱段根部约束难以模拟,或者偏刚,或者偏柔,导致不论如何优化都难以将 MAC 值继续提高.

3 结论

图 4 为模态分析 - 试验体系基本过程,其紧密联系模态分析和试验,既指导试验,亦能简便改进分析模型,提高模型精度,为进一步分析仿真了奠定基础.基于 Virtualab - Nastran 平台,该模态分析 - 试验体系工程研制流程能够有效缩短研制周期,快速建立准确有限元分析模型,改善目前航天器模态分析 - 试验现状.

表1 修正前后舱段相关性分析结果

Table 1 Results of correlation analysis before and after model update

Correlation analysis before model update					Correlation analysis after model update				
Test frequency (Hz)	Analysis frequency (Hz)	MAC	Frequency difference (Hz)	Relative difference (%)	Mode description	Analysis frequency (Hz)	MAC	Frequency difference (Hz)	Relative difference (%)
21	20	0.908	0.96	4.6	First Y mode of mid beam	20.9	0.98	0.1	0.5
24.8	24.9	0.839	0.04	0.1	First Y mode of cabin	24.8	0.974	0.04	0.2
39.2	35.8	0.955	3.35	8.6	First Z mode of mid beam	38.9	0.964	0.26	0.7
50	53.4	0.94	3.41	6.8	First Z mode of cabin	50.6	0.972	0.64	1.3
74.7	80.9	0.78	6.22	8.3	First twist mode	75.7	0.858	0.98	1.3
134.9	121.3	0.385	13.66	10.1	First longitudinal mode	133.6	0.768	1.35	1.0

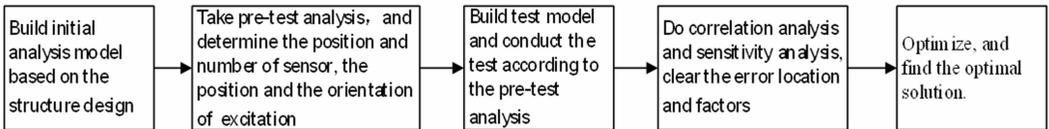


图4 模态分析-试验体系研制流程

Fig.4 The procedures of modal analysis - test system

参 考 文 献

- 1 吴晓菊. 结构有限元模型修正综述. 特种结构, 2009, 26(1): 39 ~ 45 (Wu X J. Structural finite element model updating summary. *Special Structure*, 2009, 26(1): 39 ~ 45 (in Chinese))
- 2 陈德成, 魏震松, 曲广吉等. 有限元模型修正技术的工程应用. 中国工程科学, 2001, 10(3): 59 ~ 63 (Chen D C, Wei Z S, Qu G J, et al. The application of finite element model updating technology. *China Engineering Science*, 2001, 10(3): 59 ~ 63 (in Chinese))
- 3 郭勤涛, 张令弥, 费庆国. 结构动力学有限元模型修正的发展 - 模型确认. 力学进展, 2006, 36(1): 36 ~ 40 (Guo Q T, Zhang L M, Fei Q G. The development of finite element model updating of structural dynamic model confirming. *Advances in Mechanics*, 2006, 36(1): 36 ~ 40 (in Chinese))
- 4 李辉, 丁桦. 结构动力学模型修正方法研究进展. 力学进展, 2005, 35(2): 170 ~ 179 (Li H, Ding H. The development of finite element model updating method of structural dynamic. *Advances in Mechanics*, 2005, 35(2): 170 ~ 179 (in Chinese))
- 5 Friswell M I, Mottershead J E, Ahmadian H. Finite-element model updating using experimental test data; parametrization and regularization. *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, 2001, 359: 169 ~ 186
- 6 邱吉宝, 向树红, 张正平. 计算结构动力学. 合肥: 中国

- 科学技术大学出版社, 2009 (Qiu J B, Xiang S H, Zhang Z P. *Computational structural dynamic*. Hefei: Press of University of Science and Technology of China, 2009 (in Chinese))
- 7 Schulz M J, Thyagarajan S K. Inverse dynamic design technique for model correction and optimization. *AIAAJ*, 1995, 33(8): 1486 ~ 1491
- 8 Chen S Y, Tsuei Y G. Estimation of system matrices by dynamic condensation and application to structure modification. *AIAAJ*, 1995, 33(11): 2199 ~ 2204
- 9 杨智春, 王乐, 李斌等. 结构动力学有限元模型修正的目标函数及算法. 应用力学学报, 2009, 26(2): 288 ~ 296 (Yang Z C, Wang L, Li B, et al. Objective functions and algorithms of finite element model updating in structural dynamic. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2009, 26(2): 288 ~ 296 (in Chinese))
- 10 Ahmadian H, Mottershead J E, Feiswell M I. Regularisation methods for finite element model updating. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1998, 12(1): 47 ~ 64
- 11 禹智涛, 韩大建. 结构可靠度分析的优化算法. 华南理工大学学报(自然科学版), 2003, 31(4): 82 ~ 84 (Yu Z T, Han D J. An optimum algorithm for structural reliability analysis. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2003, 31(4): 82 ~ 84 (in Chinese))
- 12 Hong xing H, Sol H, Wilde, De W P. On a statistical optimization method used in finite element model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 231(4): 1071 ~ 1078

RESEARCH ON ENGINEERING PRACTICE OF MODAL ANALYSIS-TEST OF SPACECRAFT

Guo Qiwei^{1,2} Wu Song^{1,2†} Liu Fang^{1,2} Zhao Yangdong¹

(1. *Aerospace Systems Engineering Shanghai, Shanghai 201109, China*)

(2. *Shanghai Key Laboratory of Space Aircraft Mechanism, Shanghai 201109, China*)

Abstract Traditional modal test of spacecraft is usually used to examine its finite element model, but the parameters of the finite element model are always modified through artificial adjustment, which isolates modal analysis from modal test, and influences the precision of subsequent analysis, research period and funds etc. In order to change the present situation of modal analysis and test of spacecraft, this paper introduces the feasibility of modal analysis – test system in theory, and based on the Virtualab – Nastran software platform, gives an example of a scaling cabin, implements the complete procedures of modal analysis – test system, including pretest analysis, modal test, model updating etc, which closely relates modal analysis to test, corrects the finite element model rapidly according to the test results, makes the analysis results close to test results, and achieves precise modeling.

Key words modal analysis, modal test, model updating, finite element