

# 动载荷反演分析技术研究综述\*

毛玉明<sup>†</sup> 林剑锋 刘靖华 狄文斌

(上海空间飞行器机构重点实验室, 上海宇航系统工程研究所, 上海 201108)

**摘要** 介绍了动载荷反演分析技术工程应用背景, 综述了动载荷反演分析理论研究的最新进展. 从动载荷反演分析理论、工程应用等方面回顾了动载荷反演分析技术的发展历程, 探讨了动载荷反演分析研究中存在的关键科学问题, 对动载荷反演分析技术应用于实际工程, 后续需要进一步开展的研究方向进行了展望.

**关键词** 动载荷反演, 结构动力学, 反问题, 奇异值分解, 正则化技术

DOI: 10.6052/1672-6553-2014-006

## 引言

动载荷反演分析技术, 是伴随计算数值仿真、动态测试技术发展起来的一门技术, 属于结构动力学反问题中的第二类反问题, 它具有广泛的工程应用背景和重要的理论研究价值. 实际工程中, 准确确定结构经受的动态载荷, 对结构系统优化设计、健康监测、振动控制、故障诊断、以及疲劳寿命评估等方面具有重要意义. 在航天领域, 准确确定运载飞行器经受的动态载荷, 可以有效地进行飞行器之间的耦合分析, 给出卫星有效载荷或运载工具关键部位的力学环境, 为卫星有效载荷和运载工具的优化设计、减振隔振设计提供参考依据; 在航空领域, 确定飞行器经受的动载荷, 可以有效地对飞行器结构进行疲劳寿命估计; 在海洋平台设计领域, 准确估计海洋平台经受的风浪载荷、及寒冬环境下的冰激励载荷, 可以有更加合理有效地设计海洋平台结构, 并进行疲劳寿命评估; 在桥梁设计领域, 准确估计桥梁结构经受的车辆作用载荷, 对桥梁结构的寿命估计、健康监测都有重要的意义.

通常确定结构动态载荷的方法, 有直接法和间接法两种方式. 所谓直接法就是安装力传感器直接测量结构输入动态载荷, 常用于实验室中一些简单结构, 对实际工程中的复杂系统, 直接法往往难以应用. 如处于工作状态的结构系统, 力传感器的引入往往会影响结构系统正常运行, 甚至力传感器的

安装会改变结构系统的固有特性. 另外, 结构动态载荷作用位置无法确定时, 动载荷的直接测量法也难以实现, 如海洋平台所受的风浪载荷, 桥梁结构所受的移动载荷等. 另外, 有些工况下恶劣的工作环境根本不允许力传感器的安装, 如高速运载工具或者火炮在发射瞬间对发射装置的冲击作用, 核反应堆对壳体的冲击作用, 以及压缩机结构高温、高压流体对轮盘的冲击作用等. 在航空航天领域, 力传感器及其固定装置的安装会增加整个系统的负重, 增加经济成本. 为此, 工程上迫切需要发展间接法来确定结构动态载荷, 即动载荷反演分析技术, 通过测量结构部分测点的动态响应, 建立恰当地结构动力学反演模型重构系统所受的动载荷.

动载荷反演分析技术起源于上个世纪70年代的航空领域, 随着数值仿真和动态测试技术的发展, 至今方兴未艾. 本文从动载荷反演分析理论方法、研究对象、工程应用等方面, 对近年来该领域的研究进行概述; 尽可能全面地反映动载荷反演分析技术的研究成果, 并探讨动载荷反演分析技术研究中存在的关键科学问题, 为使动载荷反演分析技术在实际工程中得到充分应用, 指出后续研究的努力方向.

## 1 动载荷反演分析理论研究

20世纪70年代以来, 广大学者在动载荷反演分析技术方面倾注了大量的心血, 做出了卓有成效

2012-10-14 收到第1稿, 2013-06-25 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(11102115), 国家基础科学研究973项目资助(613133)

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: vibmym@gmail.com

的工作,Stevens<sup>[1]</sup>、Dobson 和 Rider<sup>[2]</sup>、Hirotsugu Inoue 等<sup>[3]</sup>、Nordstron 和 Nordberg<sup>[4]</sup>、许锋等<sup>[5]</sup>,对动载荷反演分析技术不同发展阶段进行了总结.动载荷反演分析理论,广义上可以分为频域法和时域法,从研究工况上可以划分为三类:一是载荷作用位置和载荷历程均未知,确定载荷作用位置和时间历程;二是载荷作用位置已知,确定动载荷作用时间历程或频域信息;最后是移动载荷反演,若载荷移动速度已知,隐含了已知的作用位置信息,可以归为第二类.下面详细阐述动载荷反演分析理论的发展历程.

### 1.1 频域研究进展

动载荷反演分析频域法是发展较早、比较成熟的反演分析方法.频域法分析的基本思想,将动力学系统在时域内输入与输出的卷积关系,转化为频域内输入与输出的乘积关系,在频域内建立系统的频率响应函数模型,再通过系统的输出估计系统输入.常用的频域直接求逆法的过程为,假定要反演的载荷数目为  $N_i$ ,实测响应数目为  $N_0$ ,则在频域内,要反演的输入动载荷  $F(\omega)$  与测量的输出响应  $X(\omega)$  之间满足

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (1)$$

其中  $H(\omega)$  为  $N_0 \times N_i$  系统频响函数矩阵.当频响函数矩阵列满秩,即  $\text{rank}(H(\omega)) \geq N_i$  时,动载荷反演分析频域直接求逆法可以写为

$$F(\omega) = (H^T H)^{-1} H^T X(\omega) \quad (2)$$

式中上标“ $T$ ”表示矩阵转置, $H(\omega)$  简记为  $H$ .对于线性时不变系统受到的随机输入载荷,其系统响应也为随机量,常用功率谱矩阵的形式表示相应于(2)式的输入输出关系为

$$S_F(\omega) = H^+ S_X(\omega) H^T \quad (3)$$

上标“ $+$ ”表示矩阵共轭转置, $S_F(\omega)$  是输入载荷功率谱矩阵, $S_X(\omega)$  是测量响应功率谱矩阵.以上求解方法,要求测量响应的数目  $N_0$ ,应大于或等于待反演载荷的数目  $N_i$ .

另外,结构动力学响应分析常用的模态坐标转换法<sup>[6-9]</sup>,也应用到动载荷反演频域分析中,在通过理论计算或模态试验方法获得结构模态参数的情况下,通过模态坐标转换得到频域下的输入载荷.在频域内,响应  $X(\omega)$  在模态坐标和物理坐标下满足关系

$$X(\omega) = \Phi Q(\omega) \quad (4)$$

$\Phi$  是结构系统模态矩阵, $Q(\omega) = [q_1(\omega), q_2(\omega), \dots, q_N(\omega)]^T$  是模态坐标向量, $N$  是模态矩阵的阶数;在频域内,结构动力学方程模态坐标形式可写为

$$(-\omega^2 [M_r] + j\omega [C_r] + [K_r]) Q(\omega) = P(\omega) \quad (5)$$

$M_r, C_r, K_r$  是结构的第  $r$  阶模态质量、模态阻尼、模态质量, $P(\omega)$  是模态广义力.载荷反演分析过程为,在测量系统的部分响应  $X(\omega)$  和结构的模态矩阵  $\Phi$ ,由(4)式求得结构频域内的模态坐标  $Q(\omega)$ ,然后通过频域内模态坐标下的动力学方程计算出  $P(\omega)$ ,动载荷谱向量为

$$F(\omega) = \Phi^{-T} P(\omega) \quad (6)$$

这种频域内动载荷反演方式,可以避免频响函数矩阵的求逆,但要求模态参数的阶数应大于待反演载荷的数目.

二十世纪七十年代末,Barlett 和 Flannelly 采用频域法用加速度响应识别了直升机主轴的动态载荷<sup>[10]</sup>.1982年,Giansante 等用上述方法识别出了 AH-1G 直升机飞行时主轴和尾桨所受的外载荷,解决了该理论在实际应用中的非线性问题<sup>[11]</sup>.1984年,Ewins 等通过测量结构动应变,在频域内重构了作用于复杂压缩机叶片上的动载荷,对响应选取及对识别精度的影响进行了讨论,提高了低频段动载荷反演精度<sup>[12]</sup>.J. A. Fabunmi 讨论了结构动载荷反演中模型约束问题等因素对反演结果的影响<sup>[13]</sup>.N. Okubo 等用频响函数直接求逆法研究了三种不同实际结构(车床、汽车发动机和空调)的动载荷反演问题<sup>[14]</sup>.1984年,李万春等在频域内对武装直升机模型的载荷六要素进行反演,并在结构轻度非线性方面给出修正方案<sup>[15]</sup>.1987年,Stevens 详细探讨了动载荷反演问题的发展前景及面临的困难,指出测量噪声、在固有频率附近频响函数的病态和频响函数的测量误差是动载荷反演分析技术发展不快的主要原因;同时,指出测量响应的数目超过待反演载荷数目在一定程度上能减轻频响函数病态和测量噪声产生的误差,频响函数矩阵的条件数、模态分辨率矩阵、数据分辨率矩阵是评价反演结果好坏的一种尺度<sup>[1]</sup>.

随后针对动载荷反演频域分析法的研究,许多学者分析了频响函数矩阵的计算特性,发现在共振

频率附近频响函数的条件数较大,直接用(2)或(3)式进行动载荷反演求解,得到的解是不稳定的<sup>[1,16]</sup>。针对这种现象,一些数学物理反演问题求解理论<sup>[17-20]</sup>应用于动载荷反演频域分析,将(2)式的求解形式修正为阻尼最小二乘的正则化求解形式,

$$F(\omega) = (H^T H + \lambda L)^{-1} H^T X(\omega) \quad (7)$$

$\lambda$  是正则参数,  $L$  是微分算子,一般情况下取单位矩阵。Liu Yi 等针对共振频率处频响函数矩阵求逆的不稳定性,以及测量噪声和频响函数矩阵含有测量噪声等问题,建立了基于(7)式的动载荷反演频域求解模型,并提出了基于 Morozov 广义偏差原理的正则化参数选取方法<sup>[21]</sup>,选择正则参数。对于随机动态载荷的反演,常用(3)式输入载荷谱的形式进行求解;近年来,根据林家浩教授提出的结构动力学正问题求解的虚拟激励法<sup>[22-24]</sup>,林家浩、智浩、郭杏林等又发展了随机动态载荷反演的拟虚拟激励法<sup>[25-29]</sup>,郭杏林等对逆虚拟激励法开展了试验研究<sup>[30-31]</sup>,李东升等针对逆虚拟激励法在动载荷反演中,共振频率附近频响函数矩阵秩亏现象,提出了动载荷功率谱反演的广义小量分解法<sup>[32]</sup>,其解的形式与方程(7)类似。

至此,动载荷反演频域法研究,已经从理论上解决了在共振频率附近频响函数矩阵为病态,动载荷反演结果不稳定的问题。总的来说,动载荷反演频域分析方法,动态标定简单、便于实现,特别适合于稳态动载荷反演;而对一些短样本的冲击类型动载荷反演存在一定的局限性,这是由于频域分析法要保证频域内有足够的频率分辨率,要求采样数据具有足够的长度,而这类载荷提供的采样数据往往有限;另外,在反演精度方面,频域反演法中模态参数的确定和高阶模态参数的截断也会带来反演误差;另外,频域内反演结果不直观,难以做到实时反演,因此,近年来许多学者由频域法研究转向时域研究。

## 1.2 时域研究进展

与频域动载荷反演分析技术研究相比,时域法研究相对较晚,但时域反演结果直观、便于应用,对非平稳载荷、瞬态冲击类型载荷反演具有一定的工程应用价值,受到工程界的青睐,发展至今逐渐形成了以 Duhamel 积分离散展开为基础的动载荷反演模型<sup>[33-45]</sup>、基于状态空间形式的动载荷反演分

析模型<sup>[46-59]</sup>,另外,函数空间展开逼近方法<sup>[60-72]</sup>、和现代智能算法<sup>[73-76]</sup>等,在动载荷反演问题中也有广泛应用,下面对这些方法进行评述。

动载荷反演进入时域研究初期,大多是以 Duhamel 积分离散展开为基础,建立动载荷反演分析模型,它是建立在求解 Volterra 第一类积分方程的理论基础之上,下面简述已知位移反演动态输入载荷的计算过程。线性时不变系统的结构动力学方程可写为

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (8)$$

$M$ 、 $C$ 、 $F$  分别是结构系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,在模态坐标下,位移可写为模态迭加的形式  $\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n \Phi_i q_i(t)$ ,若  $\Phi_r$  为第  $r$  阶质量归一化模态,方程(8)可进一步写为

$$\ddot{q}_r(t) + 2\omega_r \zeta_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) = Q_r(t) \quad (9)$$

其中  $Q_r(t) = \Phi_r^T \mathbf{F}(t)$ ,假定积分间隔为  $\Delta t = t_{j+1} - t_j$ ,在积分区间  $t \in [t_j, t_{j+1}]$  内  $Q_r(t)$  为阶跃载荷,对方程(9)使用 Duhamel 积分可得

$$\begin{aligned} q_r(t) = & e^{-\omega_r \zeta_r (t-t_j)} [q_r(t_j) \cos(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} (t-t_j)) + \\ & \frac{\dot{q}_r(t_j) + \omega_r \zeta_r q_r(t_j)}{\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}} \sin(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} (t-t_j))] + \\ & \frac{Q_{rj}}{\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}} \int_{t_j}^t e^{-\omega_r \zeta_r (t-\tau)} \sin(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} (t-\tau)) d\tau = \\ & q_r(t_j) c_r(j,t) + \frac{\dot{q}_r(t_j) + \omega_r \zeta_r q_r(t_j)}{\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}} s_r(j,t) + \\ & \frac{Q_r(t_j)}{\sqrt{1-\zeta_r^2}} \left[ \frac{\sqrt{1-\zeta_r^2} (1-c_r(j,t)) - \zeta_r s_r(j,t)}{\omega_r^2} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$s_r(j,t) = e^{-\omega_r \zeta_r (t-t_j)} \sin(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} (t-t_j))$ ,  $c_r(j,t) = e^{-\omega_r \zeta_r (t-t_j)} \cos(\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2} (t-t_j))$ ,并记  $s_r(j, t_{j+1}) = \Delta s_r$ ,  $c_r(j, t_{j+1}) = \Delta c_r$ ,由广义位移  $q_r(t_j)$  可求得广义力  $Q_r(t_j)$ ,令  $t = t_{j+1}$ ,式(10)可改写为

$$Q_r(t_j) = (q_r(t_{j+1}) - B_{rj}) / \gamma_r \quad (11a)$$

$$\gamma_r = \frac{1}{\sqrt{1-\zeta_r^2}} \left[ \frac{\sqrt{1-\zeta_r^2} (1-\Delta c_r) - \zeta_r \Delta s_r}{\omega_r^2} \right] \quad (11b)$$

$$Z_{rj} = q_r(t_j) \Delta c_r + \frac{\dot{q}_r(t_j) + \omega_r \zeta_r q_r(t_j)}{\omega_r \sqrt{1-\zeta_r^2}} \Delta s_r \quad (11c)$$

将(10)式对时间微分得到广义速度  $\dot{q}_r(t)$ ,给定初

始条件  $q_r(t_0)$ 、 $\dot{q}_r(t_0)$ ，并利用(10)至(11c)式可以求得广义力  $Q_r(t_i)$ ，不断重复这一过程可以得到  $Q_r(t)$  的时间序列。同理，利用广义速度、广义加速度，或三者的混合形式都可得到积分间隔内阶跃载荷的求解形式。针对积分时间间隔内载荷线性变化形式，张运良等推导了基于 Duhamel 形式的动载荷反演求解公式<sup>[40-41]</sup>。随着动载荷反演时域分析技术的深入研究，许多学者发现，这种递推迭代格式的动载荷反演分析方法，对初始条件敏感，随着积分步数的增加，存在误差累积。文献[36-38]将动力学求解方程，写为脉冲响应函数与输入动态载荷的卷积形式，建立动载荷的反演求解方程，并引入正则化求解来抑制测量噪声引起的干扰<sup>[39]</sup>。

随着系统辨识技术、控制理论的发展，结构动力学方程的状态空间求解方法也发展起来，在状态空间建立动载荷反演分析模型，也引起了广大学者的兴趣。方程(8)所示的结构动力学方程，可写为如下所示的状态空间形式

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{H}\mathbf{v}(t) + \mathbf{f}(t) \quad (12a)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{x}^T \quad \mathbf{p}^T]^T, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix}, \mathbf{f} = [0^T \quad \mathbf{F}^T]^T \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= \mathbf{M}\dot{\mathbf{x}} + \frac{1}{2}\mathbf{C}\mathbf{x}, \mathbf{H}_1 = -\frac{1}{2}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \\ \mathbf{H}_3 &= \frac{1}{4}\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} - \mathbf{K}, \mathbf{H}_4 = -\frac{1}{2}\mathbf{C}\mathbf{M}^{-1}, \\ \mathbf{H}_2 &= \mathbf{M}^{-1} \end{aligned} \quad (12c)$$

方程(12)两边同时乘以  $\exp(-\mathbf{H}t)$ ，可进一步变换为

$$\begin{aligned} e^{-\mathbf{H}t}\dot{\mathbf{v}}(t) - e^{-\mathbf{H}t}\mathbf{H}\mathbf{v}(t) &= e^{-\mathbf{H}t}\mathbf{f}(t) \\ [\mathbf{v}(t)e^{-\mathbf{H}t}]' &= e^{-\mathbf{H}t}\mathbf{f}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

假定  $\mathbf{f}(t)$  为阶跃载荷，则方程(4)两端在  $[t_0, t]$  上进行积分，并进行时域离散化可以得到

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}(t_0)\exp(\mathbf{H}(t-t_0)) + \int_{t_0}^t \exp(\mathbf{H}(t-\tau))\mathbf{f}(\tau)d\tau \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(k+1) &= \mathbf{T}\mathbf{v}(k) + (\mathbf{T}-\mathbf{I})\mathbf{H}^{-1}\mathbf{f}(k), \\ (k &= 0, 1, 2, \dots, N_t) \end{aligned} \quad (15)$$

记  $\mathbf{A} = \mathbf{T}$ ， $\mathbf{B} = (\mathbf{T}-\mathbf{I})\mathbf{H}^{-1}$ ，其中  $\mathbf{T} = \exp(\mathbf{H}\tau)$ ， $\tau$  是积分步长；那么状态空间方程的离散形式，及其相应的观测方程可写为

$$\mathbf{v}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{v}(k) + \mathbf{B}\mathbf{f}(k) \quad (16)$$

$$\mathbf{y}(k+1) = \mathbf{C}\mathbf{v}(k) + \mathbf{D}\mathbf{f}(k) \quad (17)$$

$\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{D}$  是与观测位置相关的提取矩阵，根据(16)、(17)式的动力学状态空间离散形式，Steltzner 和 Kammer 建立了下式所示的动载荷反演方程<sup>[47-50]</sup>

$$\begin{aligned} \mathbf{v}(k+1) &= \hat{\mathbf{A}}\mathbf{v}(k) + \hat{\mathbf{B}}\mathbf{f}(k) \\ \mathbf{f}(k) &= \hat{\mathbf{C}}\mathbf{v}(k) + \hat{\mathbf{D}}\mathbf{y}(k) \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}} &= \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^+\mathbf{C} & \hat{\mathbf{B}} &= \mathbf{B}\mathbf{D}^+ \\ \mathbf{C} &= -\mathbf{D}^+\mathbf{C} & \hat{\mathbf{D}} &= \mathbf{D}^+ \end{aligned} \quad (18b)$$

( $\cdot$ )<sup>+</sup> 定义为矩阵伪逆，这就是基于逆结构滤波器 (Inverse Structural Filter, ISF) 载荷识别方程，从形式上建立了测量响应与输入载荷之间的递推求解格式，但矩阵  $\hat{\mathbf{A}}$  往往是数值不稳定的，Steltzner 和 Kammer 并没有直接使用(18a)式来反演输入动态载荷，而是利用(18a)建立了 Markov 参数的计算格式，进而反演输入动态载荷<sup>[50]</sup>。为解决矩阵  $\hat{\mathbf{A}}$  的数值不稳定，Allen 等对 ISF 进行改进，提出了 DMISF (Delayed Multi-step ISF)<sup>[51]</sup>；Law 等提出了状态空间形式的移动载荷识别方法，并利用动态规划法解决反演结果扰动过大的问题<sup>[52]</sup>；随后正则化技术、灵敏度分析法等优化求解方法，也应用于状态空间形式的动态载荷反演分析，进一步解决反演结果扰动太大的问题<sup>[53-56]</sup>。

基于函数逼近的动态载荷反演分析，即将输入动态载荷表示为一系列函数或参数的形式，通过确定这些函数或参数，进而确定输入动态载荷<sup>[57-66]</sup>。最常见的是将结构输入动态载荷，时域上在傅立叶空间展开、空间域上在模态空间展开，通过确定傅立叶级数、或模态空间的系数，进而确定输入动态载荷<sup>[57-59]</sup>。然而，傅立叶空间展开存在高频截断，模态空间是整个结构全局的空间函数，反映的是整个结构的振动特性，输入载荷往往处于结构的局部位置，并且模态空间函数在结构约束边界处往往为零，这样使得动载荷在模态空间展开具有一定的局限性。Jiang 等针对模态函数在结构约束边界为零的现象，将空间分布载荷在 Legendre 多项式空间展开，并成功应用于 Euler 梁上空间分布动态载荷<sup>[60]</sup>和作用于薄板上的空间分布载荷<sup>[61]</sup>。Liu 等针对模态空间展开分布动态载荷的局限性，提出了一种改进的空间分布动态载荷反演方法，将空间局部位置的输入载荷表示为一系列空间正交基函数的形式，通过重构函数系数来确定空间分布动态载荷，并引入正则化技术来解决动载荷反演问题的病态特

性<sup>[62]</sup>. 张方等将空间分布动态载荷表示为广义多项式的形式,成功重构空间分布动态载荷<sup>[63]</sup>. 另外,还有学者在时间域上,将输入动态载荷表示为基函数的形式,通过重构基函数的系数进而确定输入动态载荷<sup>[64-65]</sup>. 随着数值仿真技术的发展,一些智能算法如遗传算法、神经网络、蚁群算法等逐渐发展起来,并应用到动载荷反演分析,丰富了输入动态载荷反演分析的求解方法<sup>[66]</sup>.

## 2 动载荷反演分析技术工程应用及研究难点

动载荷反演分析问题,在理论方面已有许多研究成果,在实际工程中也有一些尝试性地应用<sup>[67]</sup>,但总的来说动载荷反演分析技术工程应用还不充分,目前还没有形成像结构动力学正问题分析一样被广泛应用的分析工具,为使动载荷反演分析技术在实际工程中得到充分应用,仍有一些难点问题值得我们努力.

(1)建立考虑模型误差的动载荷反演分析理论. 动载荷反演问题是继系统辨识技术之后,发展起来的结构动力学第二类反演问题. 当前的动载荷反演分析理论,大多是建立在系统辨识模型具有较好精度的前提下,讨论测量响应误差,对动载荷反演分析结果的影响. 在数值仿真过程中,这种影响可以完全忽略,但要应用于实际工程,不可避免地会碰到系统模型与实际工程存在差异的问题,特别是对一些复杂系统,这种问题会表现地更为突出.

(2)发展结构与载荷互相耦合的非线性系统动载荷反演分析技术. 当前的动载荷反演分析理论,大多是在线性系统的基础上发展起来的,在实际工程中许多结构系统是非线性的,甚至是与输入动载荷产生耦合.(3)发展在线实时反演技术. 动载荷反演分析技术,除了为结构优化设计和结构疲劳寿命评估,提供有效地输入依据外,还可更好地为服务于结构系统实时辨识、结构健康监测、动力学控制等,而在线实时动载荷反演分析技术就显得尤为重要.(4)建立有效地动载荷反演分析结果评估准则. 与数值仿真模型相比,在实际工程中,响应测点的数目是有限的,信息缺失造成的不恒定问题会更为突出,对通过少量的测量响应反演得到的输入载荷进行正确地评估,也是动载荷反演分析过程中值得关注的研究内容.

## 3 小结

动载荷反演分析技术的工程应用,受到结构系统辨识技术、数字信号处理技术、动态测试技术、反演分析理论等理论技术的发展相互制约. 本文综述了动载荷反演分析技术近年来国内外的研究成果,并对后续动载荷反演分析技术应用于实际工程,需要开展的研究方向进行了展望. 希望本文能为读者了解和掌握动载荷反演分析技术提供方便.

## 参 考 文 献

- 1 Stevens Karl K. Force identification problems; an overview. In: Proceeding of the SEM Spring Conference on Experimental Mechanics, Houston, 1987, 838 ~ 844
- 2 Dobson B J, Rider E. A review of the indirect calculations of excitation forces from measured structural response data. In: Proceeding of the Institution of Mechanical Engineering Science C2, 1990, 204: 69 ~ 75
- 3 Hirotsugu I, John J H, Stephen R R. Review of inverse analysis for indirect measurement of impact force. *Applied Mechanics Review*, 2001, 54(6): 503 ~ 524
- 4 Nordstron L J L, Nordberg T P. A critical comparison of time domain load identification methods. In: Proceeding of the Sixth International Conference on Motion and Vibration Control, 2002, 2: 1151 ~ 1156
- 5 许锋,陈怀海,鲍明. 机械振动载荷识别研究的现状与未来. *中国机械工程*, 2002, 13(6): 526 ~ 530 (Xu F, Chen H H, Bao M. Force identification for mechanical vibration; state-of-the-art and prospect. *China Mechanical Engineering*, 2002, 13(6): 526 ~ 530 (in Chinese))
- 6 付志方,华宏星. 模态分析理论与应用. 上海: 上海交通大学出版社, 2000 (Fu Z F, Hua H X. Modal analysis theory and application. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 2000 (in Chinese))
- 7 李德葆,陆秋海. 实验模态分析及其应用. 北京: 科学出版社, 2001 (Li D B, Lu Q H. Experimental modal analysis and its applications. Beijing: Science Press, 2001 (in Chinese))
- 8 张雄,王天舒. 计算动力学. 北京: 清华大学出版社, 2007 (Zhang X, Wang T S. Computational dynamics. Beijing: Qinghua University Press, 2007 (in Chinese))
- 9 Craig Roy R, Kurdila A. Fundamentals of structural dy-

- namics. Hoboken, NJ: John Wiley, 2006
- 10 Barlett Jr F D, Flannelly W G. Model verification of force determination for measuring vibration loads. *Journal of the American Helicopter Society*, 1979, 19(4): 10 ~ 18
  - 11 Giansante N, Jones R, Galapodas N J. Determination of in-flight helicopter loads. *Journal of the American Helicopter Society*, 1982, 27(3): 58 ~ 64
  - 12 Hillary B, Ewins D J. The use of strain gauges in force determination and frequency response function measurements. In: Proceeding of the 2th IMACA 1984, 630 ~ 641
  - 13 Fabunmi J A. Modal constraints on structural dynamic force determination. *Journal of the American Helicopter Society*, 1985, 30(4): 48 ~ 54
  - 14 Okubo N, Tanabe S, T Tatsuno, Identification of forces generated by a machine under operation condition. In: Proceeding of the 3th IMACA 1985, 920 ~ 927
  - 15 李万新,张景绘. 载荷确定方法及直升飞机六力要素识别. 航空工业部飞行试验研究中心科研报告, 1984 (Li W X, Zhang J H. Load determination method and six forces estimation for helicopters. Ministry of Aviation Industry Flight Test Center research report, 1984 (in Chinese))
  - 16 Fabunmi J A. Effects of structural modes on vibratory force determination by the pseudoinverse technique. *AIAA Journal*, 1986, 24(3): 504 ~ 509
  - 17 Tikhonov N. On solving incorrectly posed problems and method of regularization. *Doklady Akademii Nauk USSR*, 1963
  - 18 Hansen P C. Rank-deficient and discrete ill-posed problems; numerical aspects of linear version SIAM, Philadelphia, 1998
  - 19 Morozov V A. Regularization methods for ill-posed problems. Florida: CRC Press, 1993
  - 20 Gloub G H, Heath M, Wahba G. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter. *Technometrics*, 1979, 21: 215 ~ 222
  - 21 Liu Y, W Shepard S Jr. Dynamic force identification based on enhanced least squares and total least-squares schemes in the frequency domain. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 282: 37 ~ 60
  - 22 Lin J H, Zhang W S, Williams F W. Pseudo-excitation algorithm for non-stationary random seismic response. *Engineering Structures*, 1994, 16(4): 270 ~ 276
  - 23 Lin J H, Shen W P, Williams F W. Accurate high-speed computation of non-stationary random structure response. *Engineering Structures*, 1997, 19(7): 586 ~ 593
  - 24 林家浩,张亚辉. 随机振动的虚拟激励法. 北京: 科学出版社, 2004 (Lin J H, Zhang Y H. Pseudo excitation method for random vibration. Beijing: Science Press, 2004 (in Chinese))
  - 25 林家浩,智浩,郭杏林. 平稳随机振动载荷识别的逆虚拟激励法(一). 计算力学学报, 1998, 15(2): 127 ~ 136 (Lin J H, Zhi H, Guo X L. Inverse pseudo excitation method for loading identification of stationary random vibration (1). *Chinese Journal Computational Mechanics*, 1998, 15(2): 127 ~ 136 (in Chinese))
  - 26 林家浩,智浩,郭杏林. 平稳随机振动载荷识别的逆虚拟激励法(二). 计算力学学报, 1998, 15(4): 395 ~ 428 (Lin J H, Zhi H, Guo X L. Inverse pseudo excitation method for loading identification of stationary random vibration (2). *Chinese Journal Computational Mechanics*, 1998, 15(4): 395 ~ 428 (in Chinese))
  - 27 Zhi H, Lin J H. Random loading identification of multi-input-multi-output structure. *Structural Engineering and Mechanics*, 2000, 10(4): 359 ~ 369
  - 28 智浩. 平稳随机振动载荷功率谱识别研究[博士学位论文]. 大连:大连理工大学, 1998 (Zhi Hao, Identification of load power spectrum in stationary random vibration[PhD Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 1998 (in Chinese))
  - 29 Lin J H, Guo X L, Zhi H, Howson W P, Williams F W. Computer simulation of structural random loading identification. *Computer and Structure*, 2001, 79(4): 375 ~ 387
  - 30 郭杏林,结构随机载荷识别的理论和实验研究[博士学位论文]. 大连:大连理工大学, 2003 (Guo Xinglin, Theoretical and experimental studies of random load identification[PhD Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2003 (in Chinese))
  - 31 Guo X L, Li D S. Experiment study of structural random loading identification by the inverse pseudo excitation method. *Journal of Structural Engineering and Mechanics*, 2004, 18(6): 791 ~ 806
  - 32 李东升,李宏男,郭杏林. 广义小量分解法在载荷识别中的应用. 振动与冲击, 2004, 23(3): 52 ~ 54 (Li D S, Li H N, Guo X L. Application of generalized epsilon decomposition method in load identification. *Journal of Vibration and Shock*, 2004, 23(3): 52 ~ 54 (in Chinese))
  - 33 Chang C, Sun C T. Determining transverse impact force on a composite laminate by signal deconvolution. *Experimental Mechanics*, 1989, 29(4): 414 ~ 419

- 34 唐秀近. 时域识别动态载荷的精度问题. 大连理工大学学报, 1990, 30(1): 31 ~ 37 (Tang X J. The accuracy of Dynamic load identification in time domain. *Journal of Dalian University of Technology*, 1990, 30(1): 414 ~ 419 (in Chinese))
- 35 初良成, 曲乃洒, 邬瑞峰. 动态载荷识别的时域正演方法. 应用力学学报, 1994, 11(2): 9 ~ 18 (Chu L C, Qu N S, Wu R F. On the dynamic load identification by using of forward analysis in time domain. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 1994, 11(2): 9 ~ 18 (in Chinese))
- 36 Wu E B, Yeh J C. Identification of impact forces at multiple locations on laminated plates. *AIAA Journal*, 1994, 32(12): 2433 ~ 2439
- 37 Yen C S, Wu E. On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact. Part I: method development and numerical verification. *Journal of Applied Mechanics*, 1995, 62(3): 692 ~ 698
- 38 Yen C S, Wu E. On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact. Part II: Experimental verification and further applications. *Journal of Applied Mechanics*, 1995, 62(3): 699 ~ 705
- 39 Jacquelin E, Bennani A, Hamelin P. Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 265: 81 ~ 107
- 40 张运良, 林皋, 王永学等. 一种改进的动态载荷时域识别方法. 计算力学学报, 2004, 21(2): 209 ~ 215 (Zhang Y L, Lin A, Wang Y X, et al. An improved method of dynamic load identification in time domain. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2004, 21(2): 209 ~ 215 (in Chinese))
- 41 赵凤遥, 张运良, 马震岳. 动载荷的时域识别方法及其应用. 水电能源科学, 2005, 23(1): 8 ~ 11 (Zhao F Y, Zhang Y L, Ma Z Y. Method and application of dynamic load identification in time domain. *Water Resources and Power*, 2005, 23(1): 8 ~ 11 (in Chinese))
- 42 Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. Moving force identification: a time domain method. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 201: 1 ~ 22
- 43 Carne T G, Bateman V I, Mayes R L. Force reconstruction using a sum of weighted accelerations technique. In: 10th International Modal Analysis Conference. San Diego, Ca.: SEM, 1992
- 44 Genaro G, Rade D A. Input force identification in the time domain. In: 16th International Modal Analysis Conference (IMACXVI). Santa Barbara, California, 1998: 124 ~ 129
- 45 路敦勇, 吴森. 动态载荷识别的 SWAT 方法研究. 振动与冲击, 1999, 18(4): 78 ~ 82 (Lu D Y, Wu M. Study on identification of dynamic force using SWAT method. *Journal of Vibration and Shock*, 1999, 18(4): 78 ~ 82 (in Chinese))
- 46 Keeyoung Choi and Fu - Kuo Chang. Identification of impact force and location using distributed sensors. *AIAA Journal*, 1996, 34(1): 136 ~ 142
- 47 Steltzner A D, Kammer D C. Input force estimation using an inverse structural filter, 17th International Modal Analysis Conference (IMAC XXVII), Kissimmee, Florida, 1999: 954 ~ 960
- 48 Kammer D C. Input force reconstruction using a time domain technique. In: AIAA Dynamics Specialists Conference, Salt Lake City, UT, 1996: 21 ~ 30
- 49 Kammer D C, Steltzner A D. Structural identification of Mir using inverse system dynamics and Mir/shuttle docking data. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, 123: 230 ~ 237
- 50 Steltzner A D, Kammer D C, Milenkovic P. A time domain method for estimating forces applied to an unrestrained structure. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, 123: 524 ~ 532
- 51 Allen M S, Carne T G. Delayed, multi-step inverse structural filter for robust force identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, 22: 1036 ~ 1054
- 52 Law S S, Fang Y L. Moving force identification: optimal state estimation approach. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 239: 233 ~ 254
- 53 Nordberg T P, Gustafsson I. Dynamic regularization of input estimation problems by explicit block inversion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195: 5877 ~ 5890
- 54 Nordstrom Lars J L. A dynamic programming algorithm for input estimation on linear time-variant systems. *Computer Method in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, 195: 6407 ~ 6427
- 55 Mao Y M, Guo X L, Zhao Y. A state space force identification method based on Markov parameters precise computation and regularization technique. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329: 3008 ~ 3019
- 56 毛玉明. 动载荷反演问题时域分析理论方法和实验研究[博士学位论文]. 大连: 大连理工大学, 2010 (Mao Y M. The theoretical approach and experimental study on the

- inverse problem of dynamic force identification in time domain[PhD Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology, 2010 (in Chinese))
- 57 Granger S, Perotin L. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure part 1: theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999, 13(1): 53 ~ 65
- 58 Granger S, Perotin L. An inverse method for the identification of a distributed random excitation acting on a vibrating structure part 2: flow-induced vibration application. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1999, 13(1): 67 ~ 81
- 59 Wang B T. Prediction of impact and harmonic forces acting on arbitrary structures: theoretical formulation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2002, 16(6): 935 ~ 953
- 60 Jiang X Q, Hu H Y. Reconstruction of distributed dynamic loads on an Euler beam via mode-selection and consistent spatial expression. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 316: 122 ~ 136
- 61 Jiang X Q, Hu H Y. Reconstruction of distributed dynamic loads on a thin plate via mode-selection and consistent spatial expression. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 323: 626 ~ 644
- 62 Yi Liu, W. Steve Shepard Jr. An improved method for the reconstruction of a distributed force acting on a vibrating structure. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 291: 369 ~ 387
- 63 张方, 秦远田, 邓吉宏. 复杂分布动态载荷识别技术研究. 振动工程学报, 2006, 19(1): 81 ~ 85 (Zhang F, Qin Y T, Deng J H. Research of identification technology of dynamic load distributed on the structure. *Journal of Vibration Engineering*, 2006, 19(1): 81 ~ 85 (in Chinese))
- 64 Lu Z R, Law S S. Force identification based on sensitivity in time domain. *ASME Journal of Engineering and Mechanics*, 2006, 132: 1050 ~ 1056
- 65 Mao Y M, Guo X L, Zhao Y. Experimental study of hammer impact identification on a steel cantilever beam. *Experimental Techniques*, 2010, 34(2): 82 ~ 85
- 66 Yang Y W, Wang C, Soh C K. Force identification of dynamic systems using genetic programming. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, 63: 1288 ~ 1312
- 67 Zhu X Q, Law S S. Practical aspects in moving load identification. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 258(1): 123 ~ 146

## RECENT ADVANCES OF DYNAMIC FORCE ESTIMATION TECHNIQUES\*

Mao Yuming<sup>†</sup> Lin Jianfeng Liu Jinghua Di Wenbin

(Shanghai Key Laboratory of Spacecraft Mechanism, Shanghai Institute of Aerospace System and Engineering, Shanghai 201108, China)

**Abstract** The application background of dynamic force estimation technique in engineering was presented. Recent advances in the inverse problem of dynamic force estimation techniques were systematically reviewed in terms of analytical theory and application in real engineering, and the key scientific issues in the study of dynamic force estimation problems were explored. Finally, the key topics for further study of the application of dynamic force estimation techniques were pointed out.

**Key words** dynamic force estimation, structural dynamics, inverse problem, singular value decomposition, regularization technique

Received 14 October 2012, revised 25 June 2013.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China (11102115) and a grant from the Major State Basic Research Development Program of China (973 Program 613133)

<sup>†</sup> Corresponding author E-mail: vibmym@gmail.com