

# 航空发动机转子系统的动态响应计算\*

张欢<sup>†</sup> 陈予恕

(哈尔滨工业大学航天学院, 哈尔滨 150001)

**摘要** 利用有限元方法建立了航空发动机双转子系统耦合非线性动力学模型, 采用 MATLAB 计算了系统的临界转速和振型; 研究了双转子结构的稳态不平衡响应, 给出了双转子-机匣系统在不同转速下的运动规律, 为工程中双转子系统的设计提供了一定的理论支持.

**关键词** 双转子系统, 有限元法, 临界转速, 不平衡响应

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-110

## 引言

现代航空发动机的显著特点是高转速、高推重比, 尤其对于中小型航空发动机, 转子多为柔性转子, 转子工作转速可能高于其一阶(或几阶)临界转速以上, 而机匣的壁变薄, 且结构大部分为回转壳体, 转子和机匣之间相互耦合及相互影响日益加强, 形成了复杂的结构动力特性, 转子振动及整机振动问题十分突出. 通常, 航空发动机的转子通过滚动轴承支承在定子机匣上, 而机匣支承在基础上, 为了减少转子的振动以及调节转子的临界转速, 在轴承与轴承座之间往往加有弹性支承和挤压油膜阻尼器, 因此, 它们之间的运动相互耦合、相互影响, 从而在结构和动力学上构成了双转子-支承-机匣耦合系统<sup>[1-4]</sup>.

目前对双转子临界转速的计算方法主要有两种: 传递矩阵法和有限元法<sup>[5]</sup>. 其中传递矩阵法特别适用于像转子这样的链式系统, 但是在考虑支承系统等转子周围结构时分析较困难, 且在求解高速大型转子动力学问题时, 有可能出现数值不稳定现象. 随着计算机技术的发展, 有限元法被广泛用于转子动力学问题. 随着研究的深入, 转子的有限元模型也不断完善, 在模型中逐渐包括转动惯量、陀螺力矩、轴向载荷、外阻内阻以及剪切变形的影响等因素<sup>[6]</sup>. 有限元法在求解转子的临界转速、不平衡响应及稳定性等问题时不仅求解精度高, 而且可

以避免在传递矩阵法中可能出现的数值不稳定问题<sup>[7]</sup>.

国内外学者在双转子系统的动力学特性计算方面做了大量工作. 缪辉, 王克明<sup>[5]</sup>等利用有限元软件 ANSYS 建立简易双转子系统的有限元模型, 分别用 QR 阻尼法和同步响应法计算该双转子系统的临界转速以及振型. 罗贵火、胡询<sup>[8-10]</sup>等人利用传递矩阵法研究了反向旋转双转子系统的临界转速、振型和不平衡响应并用实验验证了结果的正确性提出了两种反向旋转双转子系统的振动特性分析方法. 申苗, 唐驾时<sup>[11]</sup>等利用有限元软件对某型发动机双转子系统进行了固有频率及振型计算, 并分析了轴承刚度对整个系统动力特性的影响. 美国学者 D. A. Glasgow 等人应用模态组合法分析了双转子-轴承系统的临界转速和振型, 并分析了模态组合法的精度和误差<sup>[12]</sup>. E. J. Gunter 运用传递矩阵的方法计算了双转子系统的临界转速、振型和不平衡响应, 分析了支承处加油膜阻尼对系统动力特性的影响<sup>[13]</sup>. 张华彪等考虑机匣的影响建立双转子-机匣系统动力学模型, 利用有限元方法进行了系统动特性的计算和考虑非线性因素的数值计算<sup>[14-15]</sup>. 冯国全等人基于 MSC. NASTRAN 大型有限元分析软件平台, 开发了反向旋转双转子系统振动特性分析求解序列, 分别采用射线法和 Campbell 图法对反向旋转双转子系统的动力学特性进行了研究<sup>[16]</sup>. 莫延彧, 李全通等以有限元法为基础, 针

2013-06-02 收到第 1 稿, 2013-06-13 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金重点资助项目(10632040)

<sup>†</sup> 通讯作者 E-mail: huan\_hit@163.com

对双转子航空发动机建立数学计算模型,对其动力学特性进行了理论计算<sup>[17]</sup>。

双转子-机匣系统的临界转速特性包括临界转速及其相应的振型特性.各阶固有频率和振型是结构承受动力荷载设计中的重要参数,对其进行研究和计算具有很重要的意义.实际的旋转结构存在不平衡量,旋转工作时产生的激励力作用使得转子系统产生稳态不平衡响应.双转子系统由于存在两个或多个不平衡量引起的激励力作用,其稳态不平衡响应除了有同步不平衡响应外,还有非同步不平衡响应.不同转速下的稳态不平衡也是转子系统重要的动力学特性之一.

本文针对航空发动机的双转子结构,利用有限元法建立了双转子-机匣系统耦合动力学模型,应用 MATLAB 软件计算了系统的临界转速和振型;研究了双转子结构的稳态不平衡响应,给出了双转子-机匣系统在不同转速下的运动规律,为工程中转子系统的设计提供了一定的理论支持.

## 1 双转子-机匣系统有限元算法

本文针对实际的航空发动机双转子结构,压气机和涡轮都分为高、低压两部分,并用两个轴连接,低压压气机由低压涡轮带动,形成低压转子;高压压气机由高压涡轮带动,形成高压转子.两个旋转体,各有各的旋转角速度和不平衡量,中介轴承将高压转子和低压转子的振动耦合起来,通过对转子质量的离散化、支承的简化建立双转子航空发动机转子-支承-机匣耦合系统的动力学模型.如图1

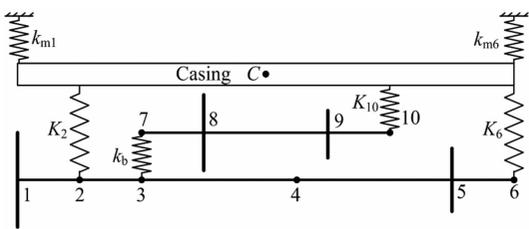


图1 双转子-机匣系统的计算模型

Fig. 1 The computational model of dual-rotor-casing system

所示. 低压转子由支承  $k_2$  和  $k_6$  连接在机匣上, 高压转子由  $k_{10}$  连接在机匣上, 机匣由支承  $k_{m1}$  和  $k_{m6}$  连接在基础上, 高低压转子由支承  $k_b$  连接, 整体构成双转子-支承-机匣的耦合模型. 系统的内外转子转速比为 1:1.2, 弹性支承为线性, 刚度分别为:  $k_2 = 2 \times 105 \text{ N/m}$ ,  $k_6 = 1 \times 105 \text{ N/m}$ ,  $k_{10} = 1 \times 105 \text{ N/m}$ ,

$k_{m1} = 1 \times 108 \text{ N/m}$ ,  $k_{m6} = 1 \times 108 \text{ N/m}$ . 系统的弹性模量为  $2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ , 低压转子的截面惯性矩为  $5.4242 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ , 高压转子的截面惯性矩为  $4.5746 \times 10^{-7} \text{ m}^4$ . 系统其余的计算数据见下表 1<sup>[14]</sup>.

表1 双转子-机匣系统的计算数据

Table 1 The computational data of dual-rotor-casing system

Node	(mi/kg)	( $J_d/\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	( $J_p/\text{kg} \cdot \text{m}^2$ )	(L/m)
1	4.300349	0.009317	0.018565	0.15
2	1.202248	0	0	0.15
3	2.103934	0	0	0.375
4	3.005621	0	0	0.375
5	4.184749	0.002965	0.005891	0.15
6	0.601124	0	0	—
7	0.3583624	0	0	0.15
8	4.071459	0.0061238	0.012191	0.3
9	2.406808	0.0012235	0.002422	0.15
10	0.358362	0	0	—
C	30.333648	3.799479	—	0.6

本文应用有限元法来计算系统的临界转速, 首先分别建立圆盘和轴段的运动微分方程, 然后综合建立系统的整体运动方程.

### 1.1 圆盘运动微分方程

设刚性圆盘的质量, 过轴心的直径转动惯量和极转动惯量分别为  $m$ ,  $J_d$  和  $J_p$ . 圆盘的广义坐标就是其轴心结点的位移向量  $\{u_{1d}\} = [x, \theta_y]^T$  和  $\{u_{2d}\} = [y, -\theta_x]^T$ . 设圆盘轴心与重心重合, 则其动能为:

$$T_d = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} J_d & 0 & 0 \\ 0 & J_d & 0 \\ 0 & 0 & J_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} \quad (1)$$

这里的  $O'\xi\eta\zeta$  是以轴心结点为原点,  $O'\zeta$  轴与圆盘平面垂直, 固结于圆盘的动坐标系. 因  $\theta_\xi \approx \theta_x$ , 故有以下关系:

$$\begin{Bmatrix} \omega_\xi \\ \omega_\eta \\ \omega_\zeta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\phi & \cos\theta_x \sin\phi & 0 \\ -\sin\phi & \cos\theta_x \cos\phi & 0 \\ 0 & -\sin\theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\theta}_x \\ \dot{\theta}_y \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2)$$

其中  $\theta_x$ ,  $\dot{\theta}_x$  和  $\dot{\theta}_y$  都是一阶微量且  $\phi = \Omega$ , 将代入中, 略去高于二阶以上的微量得:

$$T_d = \frac{1}{2} \{\dot{u}_{1d}\}^T [M_d] \{\dot{u}_{1d}\} + \frac{1}{2} \{\dot{u}_{2d}\}^T [M_d] \{\dot{u}_{2d}\} + \Omega \{\dot{u}_{1d}\}^T [J] \{u_{2d}\} + \frac{1}{2} J_p \Omega^2 \quad (3)$$

其中:

$$[M_d] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J_d \end{bmatrix};$$

$$[J] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & J_p \end{bmatrix}.$$

由 Lagrange 方程可得:

$$[M_d] \{\ddot{u}_{1d}\} + \Omega [J] \{\dot{u}_{2d}\} = \{Q_{1d}\}$$

$$[M_d] \{\ddot{u}_{2d}\} - \Omega [J] \{\dot{u}_{1d}\} = \{Q_{2d}\} \quad (4)$$

这就是刚性圆盘的运动微分方程,其中 $[M_d]$ 为圆盘的质量矩阵或称惯性矩阵, $[G_d] = \Omega [J]$ 为回转矩阵. $\{Q_{1d}\}$ 和 $\{Q_{2d}\}$ 为相应的广义力.它包括该圆盘两端弹性轴所作用的力和力矩.如圆盘(或结点)处具有支承,则还包括支承的约束力等.对于如上图1双转子结构在结点2,3,6,7,10处有弹性支承,所以 $\{Q_{1d}\}$ 和 $\{Q_{2d}\}$ 除了两端弹性轴作用的力和力矩还包括弹性力.

## 1.2 轴段运动微分方程

轴段单元内任意一个截面的位移 $x, \theta_y, y, \theta_x$ 是位置 $s$ 和时间 $t$ 的函数,而且通过位移插值函数可用该单元结点的位移来表示,结合边界条件建立轴段单元的位移插值函数,轴段单元内任意一个截面的位移可用该单元结点的位移来表示,这样单元的动能 $T_s$ 和弯曲弹性势能 $V_s$ 也就可表为结点位移及结点速度的函数.应用 Lagrange 方程,可得轴段单元的运动方程:

$$\left. \begin{aligned} [M_d] \{\ddot{u}_{1s}\} + \Omega [J_s] \{\dot{u}_{2s}\} + [K_s] \{u_{1s}\} &= \{Q_{1s}\} \\ [M_d] \{\ddot{u}_{2s}\} - \Omega [J_s] \{\dot{u}_{1s}\} + [K_s] \{u_{2s}\} &= \{Q_{2s}\} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

这里 $[M_s]$ 是考虑了位移惯性及转动惯性在内的一致质量矩阵,即 $[M_s] = [M_{sR}] + [M_{sT}]$ , $\{Q_{1s}\}$ 和 $\{Q_{2s}\}$ 分别为对应于 $\{u_{1s}\}$ 和 $\{u_{2s}\}$ 的广义力,包括轴段的力和力矩.

## 1.3 机匣的运动微分方程

考虑机匣为刚体,由于机匣无轴向旋转,只有横向的移动和倾斜<sup>[14]</sup>,如图2所示,故机匣有四个自由度: $\{u_{1d}\} = [x, \theta_y]^T$ 和 $\{u_{2d}\} = [y, -\theta_x]^T$ ,机

匣的运动方程与圆盘的相同,只是 $\Omega = 0$ ,即: $[M_d] \{\ddot{u}_{1d}\} = \{Q_{1d}\}$ , $[M_d] \{\ddot{u}_{2d}\} = \{Q_{2d}\}$ ,其中: $\{Q_{1d}\}$ 和 $\{Q_{2d}\}$ 为弹簧对机匣的反作用力.

机匣由弹簧 $k_{m1}$ 和 $k_{m6}$ 连接在基础上,由 $k_2$ 、 $k_6$ 连接低压转子结点2、6和 $k_{10}$ 连接高压转子结点10.由于弹簧的刚度各项同性,故设在 $oys$ 平面上机匣中点处的横向位移为 $y_{11}$ ,倾斜角为 $\theta_{11}$ ,由于机匣的转角较小,所以机匣上距中点为 $l$ 处的横向位移可表示为 $y = y_{11} + \theta_{11}l$ .结点2、6和10的横向位移分别为 $y_2$ 、 $y_6$ 和 $y_{10}$ .则机匣在 $oys$ 平面上受到的弹簧力为:

$$Q_{11} = k_{m1}(y_{11} - \theta_{11}l_{cm1}) + k_2(y_{11} - \theta_{11}l_{c2} + y_2) - k_{m6}(y_{11} + \theta_{11}l_{cm6}) - k_{10}(y_{11} + \theta_{11}l_{c10} - y_{10}) - k_6(y_{11} + \theta_{11}l_{c6} - y_6) = (k_{m1} - k_{m6} + k_2 - k_{10} - k_6)y_{11} + k_2y_2 + k_{10}y_{10} + k_6y_6 - (k_{m1}l_{cm1} + k_{m6}l_{cm6} + k_2l_{c2} + k_{10}l_{c10} + k_6l_{c6})\theta_{11} \quad (6)$$

$$M_{11} = -k_{m1}l_{cm1}(y_{11} - \theta_{11}l_{cm1}) - k_2l_{c2}(y_{11} - \theta_{11}l_{c2} + y_2) + k_{m6}l_{cm6}(y_{11} + \theta_{11}l_{cm6}) + k_{10}l_{c10}(y_{11} + \theta_{11}l_{c10} - y_{10}) + k_6l_{c6}(y_{11} + \theta_{11}l_{c6} - y_6) = -(k_{m1}l_{cm1} - k_{m6}l_{cm6} + k_2l_{c2} - k_{10}l_{c10} - k_6l_{c6})y_{11} - k_2l_{c2}y_2 - k_{10}l_{c10}y_{10} - k_6l_{c6}y_6 + (k_{m1}l_{cm1}^2 + k_{m6}l_{cm6}^2 + k_2l_{c2}^2 + k_{10}l_{c10}^2 + k_6l_{c6}^2)\theta_{11} \quad (7)$$

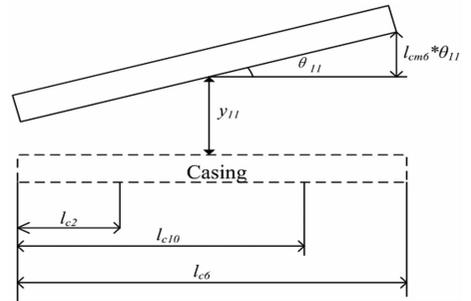


图2 机匣变形图

Fig.2 The deformation of casing

其中 $l_{ci}$ —结点 $i$ 到机匣的形心处的距离; $l_{cm1}$ 、 $l_{cm6}$ —分别为机匣两端支承到机匣形心的距离.

对于上述具有10个结点,前6个结点之间有5个轴段连接并通过线性弹簧 $k_2$ 、 $k_6$ 连接在基础上构成低压转子;后4个结点之间有3个轴段连接并通过线性弹簧 $k_{10}$ 连接在基础上构成高压转子,两转子通过弹性弹簧 $k_b$ 连接构成双转子系统.弹簧刚度各向同性,只考虑 $oys$ 平面的运动,所以整个系统具有16个自由度,则系统的位移向量为

$$\{U\} = [y_1, \theta_{s1}, y_2, 0, \dots, y_5, \theta_{s5}, y_6, 0, y_7, 0, y_8, \theta_{s8}, y_9, \theta_{s9}, y_{10}, 0, y_{11}, \theta_{s11}]^T \quad (8)$$

综合各圆盘,质量点及轴段的运动方程,可得双转子系统的运动方程:

$$[M]\{\ddot{U}\} + \Omega[J]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{Q\} \quad (9)$$

## 2 双转子系统的临界转速特性

应用有限元法进行计算,形成总体刚度矩阵、质量矩阵和极惯性矩阵后,分别求同向和反向旋转时分别以内转子和外转子为主激励的临界转速  $n$  (rpm) (设内外转速比为 1:1.2)。

表 2 双转子-机匣系统的临界转速 (rpm)

Table 2 The critical rotational speed of dual-rotor-casing system

order		1	2	3	4	5
counter-rotating	LP rotor's power	1208.261	1208.261	1208.261	1208.261	1208.261
	HP rotor's power	1209.754	1209.754	1209.754	1209.754	1209.754
	relative difference (%)	-0.124	-0.124	-0.124	-0.124	-0.124
co-rotating	LP rotor's power	1209.957	1209.957	1209.957	1209.957	1209.957
	HP rotor's power	1209.814	1209.814	1209.814	1209.814	1209.814
	relative difference (%)	0.012	0.012	0.012	0.012	0.012

双转子系统有两个转动体,每个转动体都有自己的不平衡力和转动频率,这使得双转子系统临界转速的计算和单转子临界转速的计算是不同的,对单转子而言,转子的临界转速等于转子作正同步进动时的自振频率;而双转子转频不同,不平衡力的频率也不同,导致它们不可能同时作正同步进动.我们假定只有高压转子有不平衡量,这时不平衡力将激起高压转子作频率为的正同步进动,同时不平衡力通过中介支承传递到低压转子,激起低压转子作公转转速为,自转转速为的非同步进动.同理可知,低压转子的不平衡力将激起低压转子的正同步进动,和高压转子的非同步进动.由于高低压转子不平衡力激发的进动形式不同,导致系统在两种进动形式下的临界转速也不同.因此计算双转子系统临界转速时,要分别考虑高/低压转子为主激励源激起的临界转速.

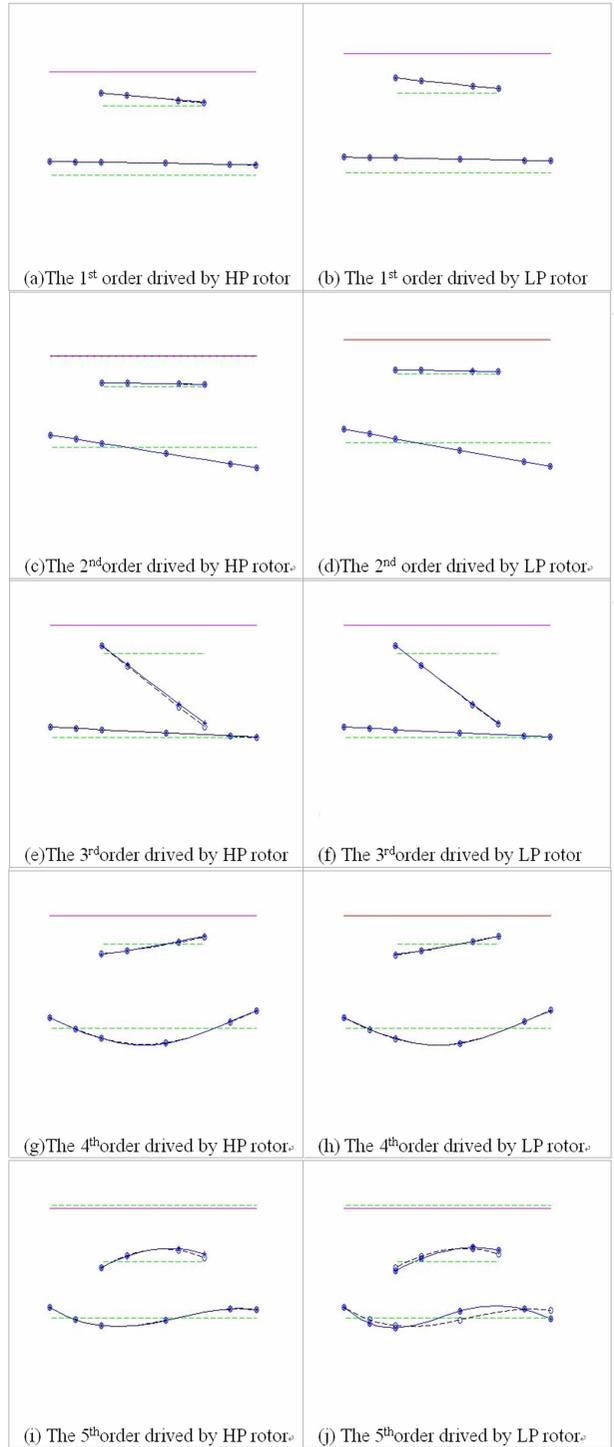


图 3 双转子-机匣系统的前五阶振型

Fig. 3 The modes at the first five critical speed

双转子航空发动机有两种工作模式:双转子同向旋转和反向旋转,现有的航空发动机采用同向旋转的占多数,但是双转子反向旋转,高/低压转子的陀螺力矩相互抵消,能够降低发动机机匣的扭转负荷,提高飞机的机动性.同时双转子反向旋转可以减少低压涡轮导向叶片的数量,甚至取消低压涡轮导向器,有利于简化结构,减轻重量.高/低压转子

反向旋转双转子发动机技术是当前航空发动机发展的重要趋势之一,美国最新型的 *F119* 和 *YF120* 发动机均采用了双转子反向旋转技术<sup>[14]</sup>.

利用有限元法计算双转子系统的临界转速如下表 2 和前五阶振型如下图 3.

表 2 中,“相对差值”的定义为:

$$\text{相对差值} = \frac{S_{\text{内}} - S_{\text{外}}}{S_{\text{内}}} \times 100\%$$

其中,  $S_{\text{内}}$  表示内转子为主激励的临界转速,  $S_{\text{外}}$  表示外转子为主激励的临界转速.

### 3 双转子-机匣系统的不平衡响应特

在无阻尼情况下,当各圆盘具有偏心的不平衡质量时,转子的运动微分方程式下:

$$\begin{cases} [M_1]\{\ddot{u}_1\} + \Omega[J_1]\{\ddot{u}_2\} + [K_1]\{u_1\} = \{P_x(t)\} \\ [M_1]\{\ddot{u}_2\} - \Omega[J_1]\{\ddot{u}_1\} + [K_1]\{u_2\} = \{P_y(t)\} \end{cases} \quad (10)$$

如令:

$$\{z\} = \{u_1\} + i\{u_2\} \quad (11)$$

将代入,则式可写成:

$$[M_1]\{\ddot{z}\} - i\Omega[J_1]\{\dot{z}\} + [K_1]\{z\} = \Omega^2\{Q\}e^{i\Omega t} \quad (12)$$

其中:

$$\{Q\} = [m_1e_1e^{i\phi_1}, 0, m_2e_2e^{i\phi_2}, 0, \dots, m_Ne_Ne^{i\phi_N}, 0]^T$$

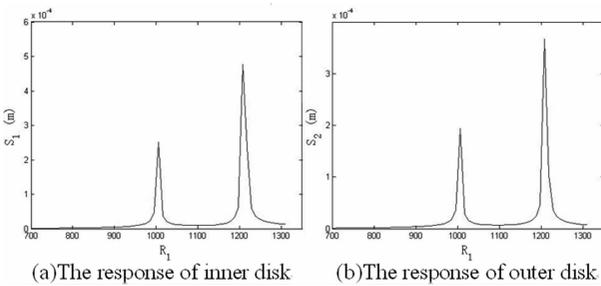


图 4 同向旋转双转子系统的不平衡响应

Fig. 4 The unbalance response curve of co-rotating dual-rotor-casing system

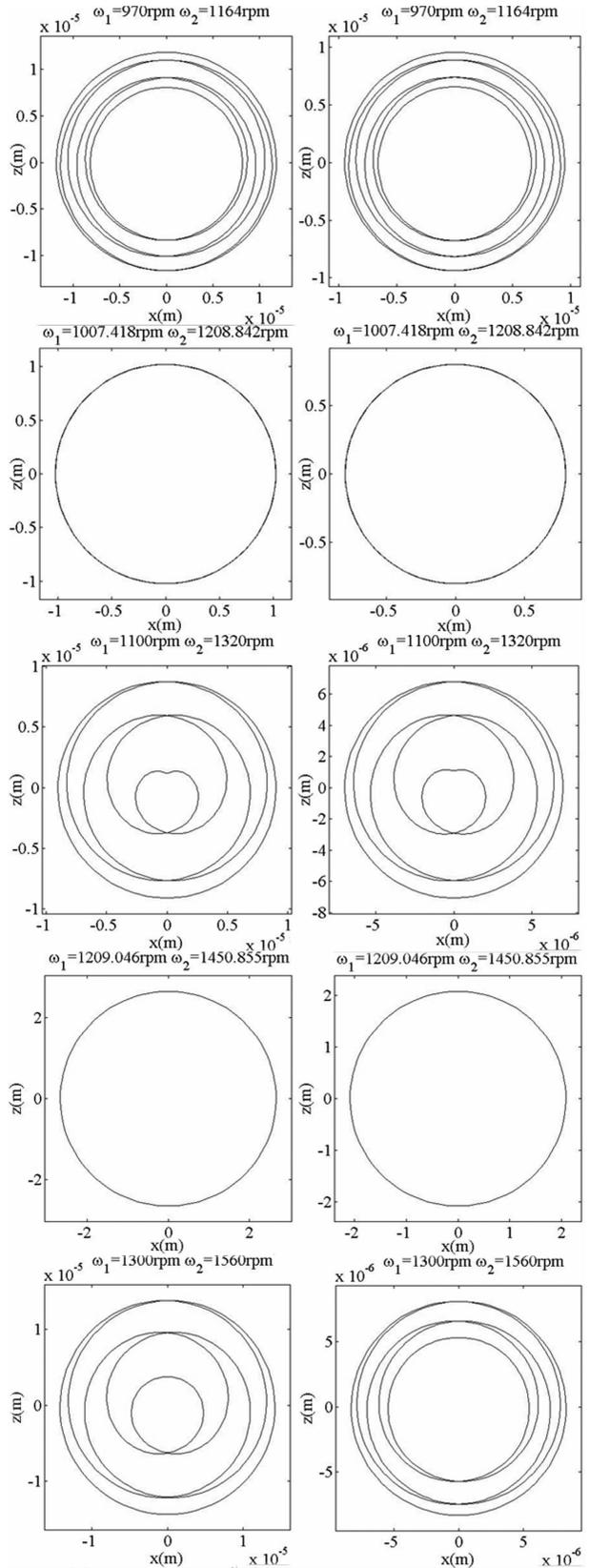
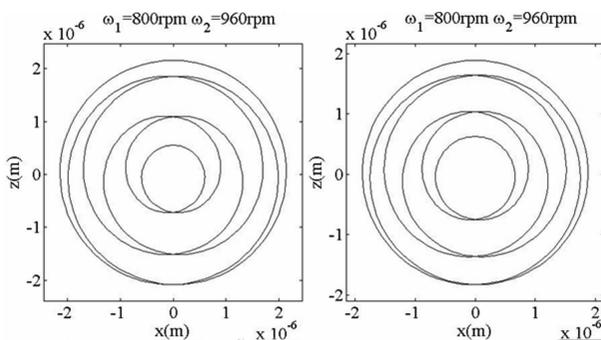


图 5 双转子-机匣系统内、外转子盘的心形轨迹

Fig. 5 Centroid trajectory of co-rotating dual-rotor-casing system

设不平衡响应的特解为:

$$\{z\} = \{A\}e^{i\Omega t} \quad (13)$$

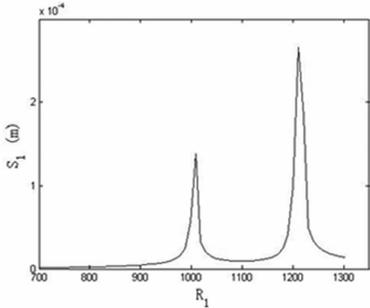
其中  $\{A\}$  为特定的复数列阵. 把式代入式可得:

$$[-M_1\Omega^2 + J_1\Omega^2 + K_1]\{A\} = \Omega^2\{Q\} \quad (14)$$

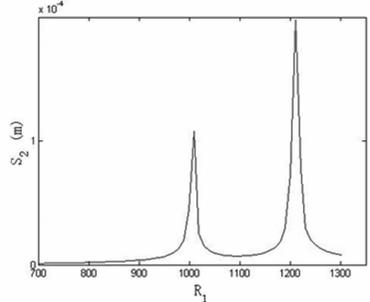
这是  $2N$  个非齐次代数方程组, 对于给定的  $\Omega$ , 上式等号左边各项系数均为实数可以解得:

$$\{A\} = \Omega^2[-M_1\Omega^2 + J_1\Omega^2 + K_1]^{-1}\{Q\} \quad (15)$$

因为  $\{Q\}$  是  $2N$  阶复数列阵, 其中有  $N$  个元素为零, 故  $\{A\}$  中每一个元素为  $N$  个复数之和, 即仍为一复数, 故可表为:



(a) The response of inner disk



(b) The response of outer disk

图 6 反向旋转时的不平衡响应

Fig. 6 The unbalance response curve of counter-rotating dual-rotor-casing system

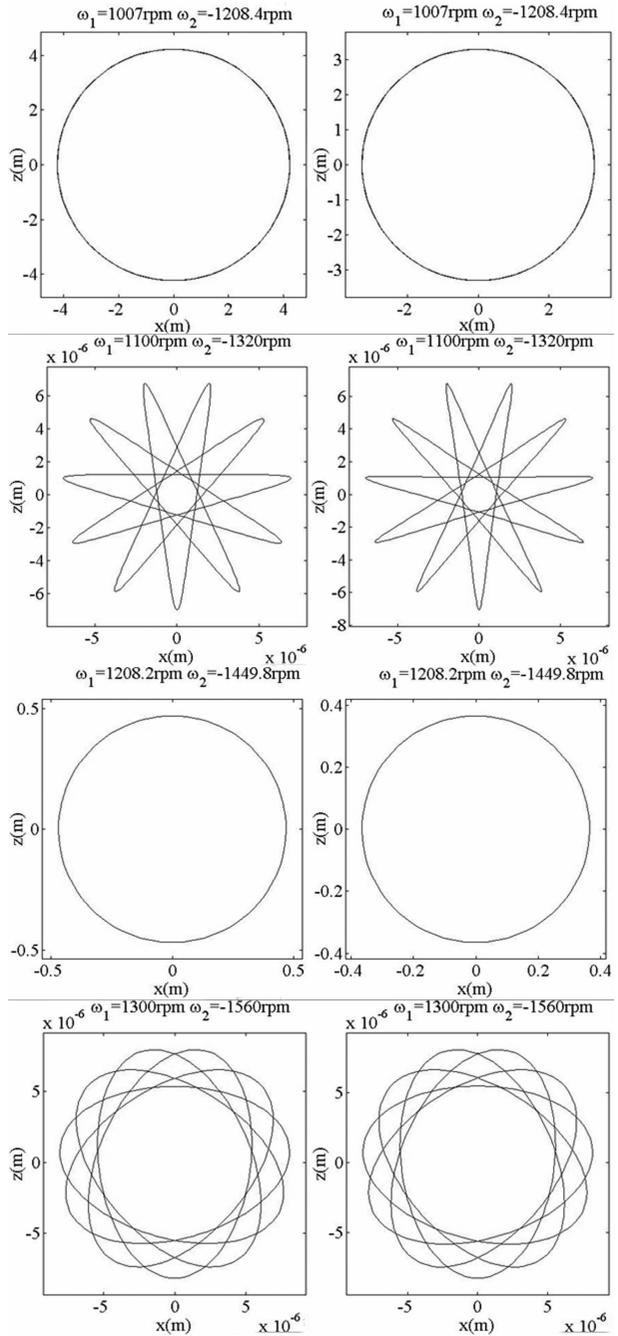
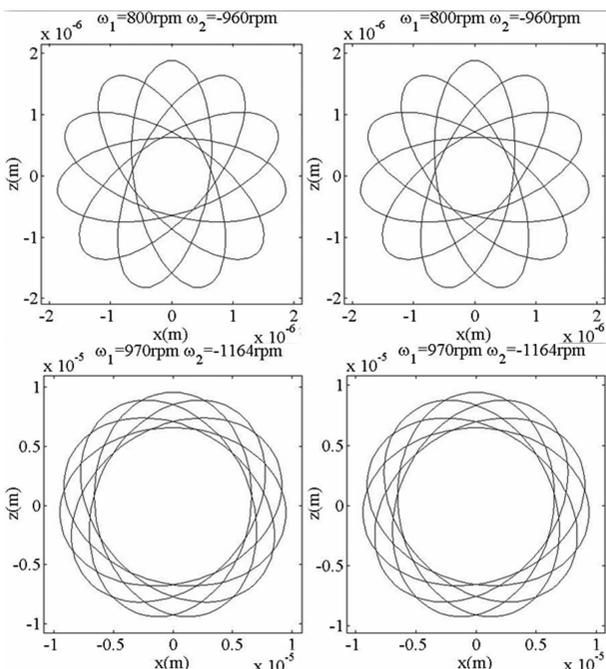


图 7 双转子-机匣系统内、外转子盘的形心轨迹

Fig. 7 Centroid trajectory of counter-rotating dual-rotor-casing system

$$\{A\} = [a_1 e^{i\varepsilon_1}, a_2 e^{i\varepsilon_2}, \dots, a_{2N} e^{i\varepsilon_{2N}}]^T \quad (16)$$

其中  $a_i, \varepsilon_i (i = 1, 2, \dots, 2N)$  都是已确定的值, 将代入式可得:

$$\{z\} = [a_1 e^{i\varepsilon_1}, a_2 e^{i\varepsilon_2}, \dots, a_{2N} e^{i\varepsilon_{2N}}]^T e^{i\Omega t} \quad (17)$$

图 4(a) 和 (b) 分别为内转子转速 rpm 之间变化时内转子盘和外转子盘响应幅值的变化曲线. 可以看到, 当系统分别处于两个转子的第 1 阶临界转速时, 内转子与外转子响应都同时达到最大值. 图 5 给出了第 1 阶临界转速前后几个不同转速下内、

外转子盘的形心轨迹.

图6(a)和(b)分别为内转子转速 rpm 时内转子盘和外转子盘响应幅值的变化曲线. 可以看到, 当系统分别处于两个转子的第1阶临界转速时, 内转子与外转子响应都同时达到最大值. 图7给出了第1阶临界转速前后几个不同转速下内、外转子盘的形心轨迹.

## 4 结论

针对上述结果我们可以进行如下分析:

(1)陀螺力矩是同向旋转和反向旋转双转子-机匣系统的临界转速特性产生差异的主要原因.

(2)弹性支承的应用使得系统的1,2,3,5阶振型为刚体振型,其余各阶为弯曲振型,激励源和旋转方向对刚体振型的影响非常小,而对弯曲振型的影响较大.

(3)内、外转子盘同时存在不平衡量时,内、外转子盘的响应幅值先在以外转子为主激励的一阶临界转速附近达到峰值,后又在以内转子为主激励的一阶临界转速附近同时达到峰值. 同向旋转时,内、外转子盘的形心轨迹呈“向外涌现的圆”状;反向旋转时,内、外转子盘的形心轨迹呈“花瓣”状. 系统处于以某个转子为主激励的临界转速附近时,内、外转子盘的形心轨迹近似为圆形,且进动频率等于主激励转子的自转频率.

## 参 考 文 献

- 1 王海涛. 某型航空发动机整机振动特性分析[硕士学位论文]. 南京:南京航空航天大学,2010 (Wang H T. Research on whole body vibration of aero-engine[Master thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2010(in Chinese))
- 2 陈果. 双转子航空发动机整机振动建模与分析. 振动工程学报,2011,24(6):619~631 (Chen G. Vibration modeling and analysis for dual-rotor aero-engine. *Journal of Vibration Engineering*, 2011,24(6):619~631 (in Chinese))
- 3 周海伦,陈果. 航空发动机双转子-滚动轴承-机匣耦合系统动力学分析. 航空动力学报,2009,24(6):1284~1291 (Zhou H L, Chen G. Dynamic response analysis of dual rotor-ball bearing-stator coupling system for aero-engine. *Journal of Aerospace Power*, 2009,24(6):1284~

- 1291 (in Chinese))
- 4 陈光. 航空发动机结构设计分析. 北京:北京航空航天大学出版社,2006 (Chen G. Aviation engine structure design and analysis. Beijing: Beijing Aerospace University Press, 2006 (in Chinese))
- 5 钟一谔. 转子动力学. 北京:清华大学出版社,1987:143~196 (Zhong Y E, Rotor dynamics. Beijing: Tsinghua University Press, 1987:143~196(in Chinese))
- 6 缪辉,王克明,艾书民等. 双转子系统临界转速的有限元分析. 沈阳航空航天大学学报,2011,28(5):27~31 (Miao H, Wang K M, Ai S M, et al. Finite element analysis on critical speeds of a dual-rotor system. *Journal of Shenyang University of Aeronautics and Astronautics*, 2011, 28(5):27~31 (in Chinese))
- 7 顾家柳. 转子动力学. 北京:国防工业出版社,1985 (Gu J L. Rotor dynamics. Beijing: National Defence Industry Press, 1985 (in Chinese))
- 8 胡绚,罗贵火,高德平. 反向旋转双转子系统动力特性分析. 现代机械,2007,4:45~49 (Hu X, Luo G H, Gao D P. Dynamic performance analysis of counter-rotating dual-rotor system. *Modern Machinery*, 2007, 4: 45 ~ 49 (in Chinese))
- 9 胡绚,罗贵火,高德平. 反向旋转双转子稳态响应计算分析与试验. 航空动力学报,2007,22(7):1044~1049 (Hu X, Luo G H, Gao D P. Numerical analysis and experiment of counter-rotating dual-rotor's steady-state response. *Journal of Aerospace Power*, 2007, 22(7):1044~1049 (in Chinese))
- 10 罗贵火. 反向旋转双转子振动特性分析与实验研究[博士学位论文]. 南京:南京航空航天大学,1999 (Luo G H. Research on the dynamical characteristics of counter-rotating dual-rotor system [PhD Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 1999 (in Chinese))
- 11 申苗,唐驾时,李克安等. 航空发动机双转子系统的模态分析. 兵工自动化,2010,29(2):34~36 (Shen M, Tang J S, Li K A, et al. Modal analysis on dual-rotor system of aero-engine. *Ordnance Industry Automation*, 2010, 29(2):34~36 (in Chinese))
- 12 Glasgow D A. Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis. *Transactions of the ASME*, 1980,102:352~359
- 13 Gunter E J. Design of nonlinear squeeze-film dampers for aircraft engines. *Journal of Lubrication Technology*, 99(1):57~64

- 14 张华彪. 航空发动机转子系统碰摩的非线性动力学研究[博士学位论文]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学. 2012 (Zhang H B. Nonlinear dynamical research on impact-rub of rotor[ PhD Thesis]. Harbin:Harbin Institute of Technology. 2012(in Chinese))
- 15 陈予恕,张华彪等. 航空发动机整机动力学研究进展与展望. 航空学报,2011,32(1):1~22 (Chen Y S, Zhang H B, et al. Review and prospect on the research of dynamics of whole aero-engine system. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011,32(1):1~22 (in Chinese))
- 16 Feng G Q, Zhou B Z, et al. Vibration characteristic investigation of counter-rotating dual-rotor in aero-engine. *Transactions of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics*, 2012,29(1):33~39
- 17 莫延斌,李全通等. 某型航空发动机双转子系统动力学特性计算. 机械设计与制造,2011(7):117~119 (Mo Y Y, Li Q T, et al. Dynamical characteristic calculation of a engine's double rotors system. *Machinery Design and Manufacture*, 2011(7):117~119 (in Chinese))
- 18 温登哲,陈予恕. 航空发动机机匣动力学研究进展与展望. 动力学与控制学报,2013,11(1):12~19 (Wen D Z, Chen Y S. Review and prospect on the research of aero-engine casing dynamics. *Journal of Dynamics and Control*, 2013,11(1):12~19(in Chinese))

## DYNAMIC RESPONSE CALCULATION OF A AERO-ENGINE'S DUAL-ROTOR SYSTEM\*

Zhang Huan<sup>†</sup> Chen Yushu

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract** The coupling nonlinear dynamic model of dual-rotor system was established by using finite element method, and then the critical speed of revolution and mode shape were calculated by using the software MATLAB. In addition, the unbalance responses of dual-rotor system were studied, and the vibration performances in different speeds of dual-rotor-casing systems were obtained. The research provides a theoretical basis for the design of the dual-rotors system in engineering.

**Key words** dual-rotor-casing system, finite element method, critical speed, unbalances response