

基于小波分析和多模融合的外弹道估计算法

姚尚[†] 张承虎 李松军 秦德明 胡长城

(甘肃酒泉十四支局 565 号, 酒泉 735018)

摘要 在外弹道数据处理中, 奇异点处理、特征点求取与随机误差削弱都是精度估计的关键环节. 本文首先利用小波变换在处理奇异点、特征点、噪声消除方面的优势, 对观测数据进行基于小波变换的分解、融合、重构处理, 剔除奇异点, 查找特征点, 削弱随机误差. 其次利用节点自由分布 B 样条描述导弹运动轨迹, 使该弹道确定方法转化为关于求解导弹轨道样条表示参数和测量系统误差的多模融合的非线性优化问题, 采用非线性最优化方法, 进而得到待估参数的最优估计, 完成弹道的最佳逼近. 仿真结果表明, 该技术应用在奇异点处理、特征点提取与随机误差削弱方面效果较好, 多模融合算法能减少计算量, 且能切实提高参数估计精度.

关键词 小波变换, 样条分频, 信息重构, 数据融合

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-026

引言

典型的外测弹道估计方法主要有基于权值的数据处理方法^[1]、经典的最小二乘法^[2]、基于权值的多结构多参数方法^[3]等. 上述方法在测元随机误差方面的处理均是基于事后的 Monte-Carlo^[8] 算法, 这种方法具有一定的限制性, 是在进行预处理后把大量随机误差带入计算, 且增加了大量的计算. 因此, 要提高计算精度和解算速度, 就必须在计算前尽量抑制随机误差的影响.

本文采用小波变换, 对测量数据进行分解, 对高频信息与低频信息分别进行数据处理, 消除异常点数据, 再对高低频信息进行重组, 来达到寻找特征点、奇异点, 同时削弱随机误差的影响的目的, 再利用节点自由分布 B 样条描述导弹运动轨迹, 使该弹道确定方法转化为关于求解导弹轨道样条表示参数和测量系统误差的多模融合的非线性优化问题, 采用非线性最优化方法, 进而得到待估参数的最优估计, 完成弹道的最佳逼近, 并把结果与基于权值的数据处理方法^[1]、样条分频^[9-10] 后节省参数建模方法进行了比较.

1 外测数据的奇异性检测

在测量数据的奇异点或者不规则的突变部分

经常带有比较重要的信息, 这是测量数据的主要特征之一. 比如在数据健康度检查中, 数据异常经常表现为数值的突变, 因此对突变点的检测在数据预处理过程中有非常重要的意义. 我们知道, 小波变换具有空间局部化性质, 因此, 利用小波变换分析测量数据的奇异性及奇异性位置和奇异度的大小是比较有用的.

在利用小波分析这种局部奇异性时, 小波系数取决于 $f(x)$ 在 x_0 点的领域内的特性及小波变换所选取的尺度. 在小波变换中, 局部奇异性可定义为:

定义 1 设 $f(x) \in L^2(R)$, 若 $f(x)$ 对 $\forall x \in \delta x_0$, 小波 $\psi(x)$ 满足连续可微, 并具有 n 阶消失矩, 有:

$$|Wf(s, x)| \leq Ks^\alpha \quad K \text{ 为常数}$$

则称 α 为 x_0 点的奇异性指数.

定义 2 $f(x)$ 对 $\forall x \in \delta x_0$, 有 $|Wf(s, x)| \leq |Wf(s, x_0)|$, 则称 x_0 为小波变换在尺度 s 下的局部极值点.

1.1 对野值的检测

用小波变换可以检测到测量数据突变的准确时刻. 仿真一段光测方位角数据, 通过小波变换对高频信号的第一级与第二级重组, 得到准确的野值产生时刻. 因此, 利用小波变换方法快速检测到了上段光测数据的奇异点 $-x = 200$. (图 1)

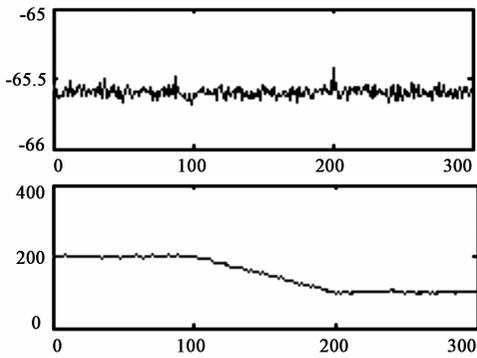


图1 方位角原始信号分解图

Fig. 1 Decomposition of raw azimuth signal

1.2 对特征点的检测

用节省参数求解最优弹道时,特征点位置的准确求解非常重要,而小波变换对数据进行多尺度分析,在数据出现突变时,其小波变换后的系数出现模量极大值,因此可以通过对模量极大值点的检测来确定突变点.现仿真一段飞行器无动力前后的轨迹数据,通过小波变换可以很准确的得到突变点位置,得到特征点 $x = 200, 300$. (图2)

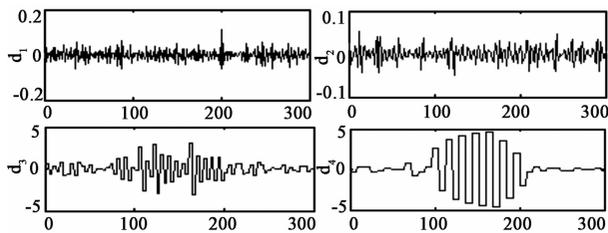


图2 速度原始信号分解图

Fig. 2 Decomposition of raw velocity signal

2 外测数据的误差处理方法

2.1 误差处理的小波方法

对误差的小波分离是利用具体问题的先验知识,根据信号与噪声的小波系数在不同尺度上具有不同性质的机理,构造相应的规则,在小波域上采用其他数学方法对含噪声信号的小波系数进行处理.处理的实质在于减少甚至剔除由噪声产生的系数,同时最大限度的保留真实信号的系数.最后由经过处理的小波系数重构原信号得到真实信号的估计.处理过程包括小波变换、对小波系数进行处理和小波重构三个步骤.

Step 1 对 X_m 数据进行 Mallat^[4] 塔式分解,得到其低频部分: $A_j(X_m) = [a_{jm}(0), a_{jm}(1), a_{jm}(2), \dots, a_{jm}(N)]$ 和 高频部分: $D_j(X_m) = [d_{jm}(0), d_{jm}(1),$

$d_{jm}(2), \dots, d_{jm}(N)]$.

Step 2 对小波分解数据 $A_j(X_m)$ 与 $D_j(X_m)$ 进行处理:

$$\bar{d}_{jm}(i) = \beta_1 d_{jm}(i-2) + \beta_2 d_{jm}(i-1) + \beta_3 d_{jm}(i+1) + \beta_4 d_{jm}(i+2)$$

$$\bar{a}_{jm}(i) = \beta_1 a_{jm}(i-2) + a_2 d_{jm}(i-1) + a_3 d_{jm}(i+1) + a_4 d_{jm}(i+2)$$

其中, β_i 为单个数据加权值,由各测量数据自身特点决定,一般可取为 $\beta_1 = \beta_4 = \frac{1}{6}, \beta_2 = \beta_3 = \frac{1}{3}$.

Step 3 设置门限 δ_1, δ_2 , 若 $\left| \frac{d_{jm}(i)}{\bar{d}_{jm}(i)} \right| > \delta_1, d_{jm}(i) = \bar{d}_{jm}(i)$, 若 $\left| \frac{a_{jm}(i)}{\bar{a}_{jm}(i)} \right| > \delta_2, a_{jm}(i) = \bar{a}_{jm}(i)$, 其中 δ_1, δ_2 一般通过经验公式求得,比一般默认的阈值要更具可信度,经过这一处理,就将各个时刻的异常数据,用此时刻附近数据的加权平均来代替.

Step 4 数据重构. 利用 Mallat 重构公式对进行了处理的高低频信号进行重构,得到处理后的观测数据.

2.2 样条函数的误差处理方法

在外测数据处理中,采用自由节点样条函数方法,通过合理的节点选择,可以比较有效的分离出外测数据中的误差^[9].

考虑区间 $[a, b]$, 称

$$f_n^N(t, T^N) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \dots + \alpha_n t^n + \sum_{j=1}^N \alpha_{j+n} (t - T_j)_+^n \quad (1)$$

为 $[a, b]$ 上的具有 N 个内节点的 n 次多项式样条函数. 其中 $a < T_1 < T_2 < \dots < T_N < b$ 为 n 次多项式样条函数的 N 个内节点,

$$t_+^k = \begin{cases} t^k, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

记 $\Gamma^N = \{T^N = (T_1, T_2, \dots, T_N) : a < T_1 < T_2 < \dots < T_N < b\}$ 为节点数等于 N 的内节点序列之全体.

下面以 $y(t)$ 为例,设 $y(t)$ 具有 n 次样条多项式特征,并在 m 个时刻有采样数据 $\{y(t_i), i = 1, 2, \dots, m\}, a < t_1 < t_2 < \dots < t_m = b$, 由此可获得一个离散数据模型

$$y(t_i) = f_n^N(t_i, T^N) + \varepsilon(t_i), i = 1, 2, \dots, m.$$

其中, $\varepsilon(t_i) \sim (0, \sigma^2)$ 为测量随机误差,假设为白噪声.

令

$$\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n+N})^T, Y = (y(t_1), y(t_2), \dots, y(t_m))^T, e = (\varepsilon(t_1), \varepsilon(t_2), \dots, \varepsilon(t_m))^T$$

$$X(T)^N = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & \dots & t_1^n & (t_1 - T_1)_+^n & (t_1 - T_2)_+^n & \dots & (t_1 - T_N)_+^n \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & t_m & \dots & t_m^n & (t_m - T_1)_+^n & (t_m - T_2)_+^n & \dots & (t_m - T_N)_+^n \end{pmatrix},$$

则模型(1)可以写成向量形式:

$$Y = X(T^N)\alpha + e \quad (2)$$

模型(2)的参数估计可归为如下非线性优化问题:

即求参数 α, T^N , 使得

$$Q(\hat{\alpha}, \hat{T}^N) = \min_{\alpha \in R^{n+N+1}, T^N \in \Gamma^N} Q(\alpha, T^N) \quad (3)$$

其中

$$Q(\alpha, T) = \|Y - X(T^N)\alpha\|^2 \\ = \alpha^T (Y - X(T^N))^T (Y - X(T^N)) \alpha$$

3 多模数据融合方法

3.1 节省弹道参数模型

由于弹道具有一定的光滑性,文献[6]提出了不等距节点的标准B样条表示弹道的方法,得到了成功的应用.对目标进行跟踪时,对弹道有一定的了解.例如级间关机点、点火点是已知的,这些点在发射坐标系下的弹道参数:

$$X(t) = (x(t), y(t), z(t), \dot{x}(t), \dot{y}(t), \dot{z}(t))$$

的可微性较差,这些光滑点较差的点,称之为特征点,实践证明,取特征点为样条节点,可节省参数1/3以上.

考虑在 t_1, t_2, \dots, t_m 时刻有采样数据,设在 $[t_2, t_m]$ 中有 r 个特征点 $t_1 \leq T_1 < T_2 \dots < T_r \leq t_m$,用三次样条表示弹道,则描述弹道的样条节点为 $T_1 < T_2 < T_3 < T_4 = t_1 < \dots < T_{M+1} = t_m < T_{N+2} < T_{N+3} < T_{N+4}$,设 $\psi_j(t)$ 为此节点序列下的样条基函数,则弹道函数可表示为:

$$\begin{cases} x(t) = \sum_{j=1}^N c_j \psi_j(t), & \dot{x}(t) = \sum_{j=1}^N \dot{c}_j \psi_j(t), \\ y(t) = \sum_{j=1}^N c_{j+N} \psi_j(t), & \dot{y}(t) = \sum_{j=1}^N \dot{c}_{j+N} \psi_j(t), \\ z(t) = \sum_{j=1}^N c_{j+2N} \psi_j(t), & \dot{z}(t) = \sum_{j=1}^N \dot{c}_{j+2N} \psi_j(t) \end{cases} \\ t_1 \leq t \leq t_m \quad (4)$$

3.2 多模数据融合

数据融合的目的就是将各种测量数据,按照某种规则进行融合,以获得目标的真实数据.

文采用的是基于北斗、光雷设备的测量,根据

观测条件,文献[6]建立下面的联合模型.由上面方程知,在采样时刻 t_i 给定时,测元真实信号是样条系数(c_i)与系统误差(U_i)的非线性函数,记 $C = (c_1, \dots, c_{3 \cdot N}, U_1, \dots, U_M)$,于是 t_i 时刻的观测数据可表示为

$$\begin{cases} y_\rho(t_i) = f_\rho(C, t_i) + \varepsilon_\rho(t_i) \\ y_A(t_i) = f_A(C, t_i) + \varepsilon_A(t_i) \\ y_E(t_i) = f_E(C, t_i) + \varepsilon_E(t_i) \\ y_R(t_i) = f_R(C, t_i) + \varepsilon_R(t_i) \end{cases}$$

记: $Y_j = (y_j(t_1), \dots, y_j(t_m))^T$, $F_j(C) = (f_j(t_1, C), \dots, f_j(t_m, C))^T$, $j = \rho, A, E, R$, $\varepsilon_j = (\varepsilon_j(t_1), \dots, \varepsilon_j(t_m))$,且 $E\varepsilon_j = 0$, $E\varepsilon_j \varepsilon_k^T = \delta_{jk} \delta_j I_m$, $j = \rho, A, E, R$ 数据融合的具体步骤如下:

Step 1 对测量数据进行预处理.设有双星测量、光雷测量数据.利用相关技术,对数据进行时间或空间对齐,这是数据融合的前提条件.设第 m 台设备数据为:

$$X_m = [x_m(0), x_m(1), x_m(2), \dots, x_m(N)]$$

Step 2 对 X_m 数据进行上述的基于小波的数据处理(见2.1).

Step 3 建立联合模型,使用基于权值估计的融合思想的节省参数模型^[6]对测量数据进行处理.

4 仿真算例

为了检验小波理论在外弹道处理中应用的效果,针对各种系统误差、随机误差等主要因素,来组建相应的模型,并对仿真结果进行分析,仿真结果如图3所示.

仿真生成某飞行器0 s到450 s步长为1 s的无误差的运动数据,共450个观测点,在双星测量 ρ 加20 m的常值误差与30 m的随机误差;光测 A, E 加18角秒的随机误差,雷达测距 R 加0.3 m的随机误差,结合双星系统、光测、雷测设备做仿真.

首先,针对测量数据进行系统误差补偿后,引起误差的基本上是高频误差,然后对数据分别进行小波变换的误差处理、野值剔除与样条分频处理,来消除奇异点,消弱高频误差的影响,如图3、图4

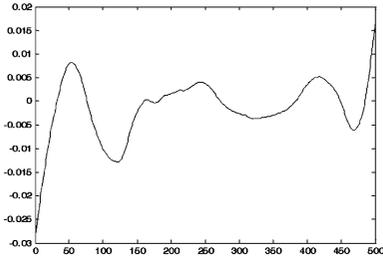


图 3 小波处理误差估计
Fig. 3 Error estimation of wavelet

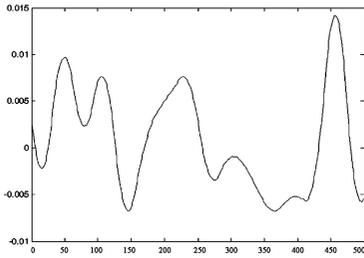


图 4 预处理与样条分频处理误差估计

Fig. 4 Error estimation of preprocessing and spline frequency division

所示,数据比较如表 1,这里取 $\beta_1 = \beta_4 = \frac{1}{6}, \beta_2 = \beta_3 = \frac{1}{3}, \delta_1 = \delta_2 = 3$. 然后,分别对使用两种方法处理后的数据进行节省参数建模,得到其最优弹道,并与没有经过处理的节省参数建模方法比较,结果比较如图 5、6、7、表 2 所示.

表 1 两种残差比较

Table 1 Comparison of two residuals

Residuals	Mean	Variance
Wavelet Transformation	-0.0013	3.8e-5
Preprocessing and Spline Frequency Division	0.0009	3.4e-5

表 2 三种方法情况下结果比较

Table 2 Comparison of three methods

Error of Ballistics Estimation		ΔX	ΔY	ΔZ
Spline Frequency Division and Fusion	Mean	-0.1	-0.07	-0.016
	Variance	0.03	0.015	5.2e-4
Weight-based Approach	Mean	2.15	-6.34	-4.48
	Variance	0.29	0.4	0.19
Wavelet Transform Multi-Model Exterior Ballistics Estimates	Mean	-0.06	-0.06	-0.011
	Variance	0.005	0.025	2.3e-4

从上面仿真结果可以看出:

- 1) 小波变换与样条分频在处理白噪声的能力方面基本相当;
- 2) 对测元进行小波变换或样条分频后再进行节省融合计算与直接进行节省融合再使用 Monte-Carlo^[8]相比,能显著的提高精度并减少计算量;

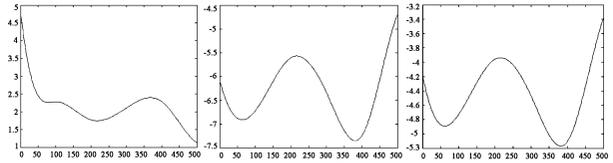


图 5 节省融合处理误差估计图(分别为 x, y, z 方向)

Fig. 5 Error estimation of saving fusion(x, y, z)

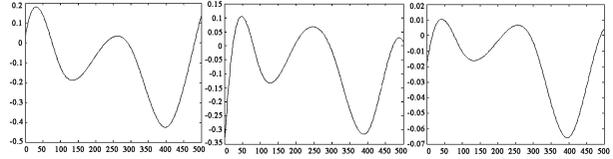


图 6 应用样条分频融合处理误差估计图(分别为 x, y, z 方向)

Fig. 6 Error estimation of spline frequency division and fusion(x, y, z)

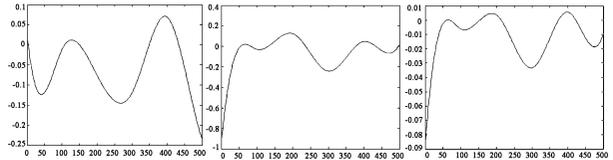


图 7 应用小波变换融合处理误差估计图(分别为 x, y, z 方向)

Fig. 7 Error estimation of wavelet transformation fusion(x, y, z)

3) 由于小波变换在奇异点检测方面的优势,这是样条分频不具备的优势,所以我们可以很准确的发现特征点,并把它当作样条节点进行计算,得到的结果不仅快且比样条分频处理的精度要高.

5 结论

利用小波变换在奇异点检测的优势,我们可以很容易的发现野值、特征点,利用小波对测量数据进行误差处理可以很方便的剔除野值;并由于小波在消除白噪声方面的优势,我们可以在融合前通过对测量数据进行消噪,同时由于小波变换能得到很准确的特征点,所以在节省参数建模方法中可用来提取特征点,得到样条节点,能提高融合精度,并减少计算量.

参 考 文 献

- 1 赵文策,周海银,段晓君. 基于测角元和高程信息融合的弹道定位求速. 弹道学报, 2004, 2(16): 27~32 (Zhao W C, Zhou H Y, Duan X J. Trajectory positioning and velocity determination based on angle measurement and height information fusion. *Journal of Ballistics*, 2004, 2(16): 27~32(in Chinese))
- 2 程开甲. 航天器轨道确定. 北京:国防工业出版社,2003

- (Cheng K J. Spacecraft orbit determination. Beijing: National Defense Industry Press, 2003(in Chinese))
- 3 周海银. 空间目标跟踪数据的融合理论和模型研究及应用[博士学位论文]. 国防科技大学, 2004 (Zhou H Y. Research and application of space target tracking data fusion theory [PhD thesis]. National University of Defense Technology, 2004(in Chinese))
 - 4 成礼智. 小波理论与分析. 北京: 科学出版社, 2005 (Cheng L Z. Wavelet theory and analysis. Beijing: Science Press, 2005 (in Chinese))
 - 5 张善文, 刘进忙. 小波变换在多雷达数据融合中的应用. 弹箭与制导学报, 2003, 4(23): 78 ~ 80 (Zhang S W, Liu J M. Application of wavelet transform in multi-radar data fusion. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2003, 4(23): 78 ~ 80 (in Chinese))
 - 6 王正明, 易东云, 等. 弹道跟踪数据的校准与评估. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999 (Wang Z M, Yi D Y. Calibration and evaluation of trajectory tracking data. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999 (in Chinese))
 - 7 刘准. 现代组合导航中的关键技术研究[博士后出站报告]. 北京航空航天大学, 2003 (Liu Z. Research on key technologies in modern integrated navigation [Postdoctoral Research Report]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003 (in Chinese))
 - 8 童丽, 易东云. 非线性融合模型的弹道估计精度评定. 弹道学报, 2004, 4(14): 1 ~ 5 (Tong L, Yi D Y. Assess accuracy of orbit parameters estimated from nonlinear fusion model. *Journal of Ballistics*, 2004, 4(14): 1 ~ 5 (in Chinese))
 - 9 朱炬波, 贺明科. 自由节点样条函数平滑滤波技术. 电子学报, 2004, 32(1): 27 ~ 30 (Zhu J B, He M K. Data smoothing and filtering technique by free node spline function. *Acta Electronica Sinica*, 2004, 32(1): 27 ~ 30 (in Chinese))
 - 10 Alexandre Azzalini, Marie Farge. Nonlinear wavelet thresholding: a recursive method to determine the optimal denoising threshold. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2005(18): 177 ~ 185

MISSILE BALLISTIC ESTIMATION BASED ON WAVELET ANALYSIS AND MULTI-MODEL FUSION

Yao Shang[†] Zhang Chenghu Li Songjun Qin Deming Hu Changcheng
(Unit 565 of 14 Branches, China Jiuquan Satellite Launch Center, Jiuquan 735018, China)

Abstract Singularity disposing, salient point gaining and random error weakening are key processes for estimating precision during the data processing for ballistic trajectory. Firstly, the predominance of wavelet transform on dealing with singularity, salient point and random error, was used to conduct a decomposition, fusion and reconstruction of the observation data base on wavelet transform, which can eliminate singularity, identify salient point and weaken random error. Secondly, the B-spline function with knots free distributing was used to describe the missile movement state, which makes the principle of the trajectory determination process become a nonlinear optimization problem of multi model fusion with the parameters of missile trajectory expression coefficients and observation system error coefficients. By introducing the model structure to determinate the selection rule of optimal fusion weight, the optimal estimation for the to-be estimated parameters was obtained, and more the precise trajectory determination was gained. Finally, the simulation calculation shows that this method has some advantages in disposing singularity, gaining salient point and weakening random error, which can reduce the calculation amount and increase the ultimate precision of trajectory determination effectively.

Key words wavelet transform, spline frequency division, information reconstruction, data fusion