

滚动轴承-柔性碰摩转子系统非线性动力学响应分析*

梁明轩¹ 袁惠群^{2†}

(1. 东北大学机械工程与自动化学院, 沈阳 110819) (2. 东北大学理学院, 沈阳 110819)

摘要 针对现有轴承-转子系统动力学模型的不足, 考虑非线性滚动轴承力、不平衡量、碰摩故障及陀螺效应, 建立了滚动轴承-柔性对称碰摩转子系统非线性集中质量模型. 通过数值计算与比较, 结果表明: 低转速下系统响应主要表现为滚动轴承的变刚度振动, 高转速下轴承变刚度振动的影响相对减弱, 转子不平衡和碰摩故障对系统的影响逐渐增强, 陀螺效应对高转速下对称转子的响应不容忽视.

关键词 滚动轴承, 碰摩故障, 非线性响应, 陀螺效应

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-029

引言

目前, 针对轴承-转子非线性动力特性的研究主要在滑动轴承转子系统和滚动轴承转子系统两个方面. 滑动轴承-转子系统动力分析理论和方法相对完善, 而对滚动轴承-转子系统的动力学模型和非线性特性的研究仍需要深入. 文献[1-3]最先研究了滚动轴承变刚度非线性振动问题, 将对称单盘刚性转子系统简化为受旋转载荷作用的滚动轴承, 对系统的非线性振动进行了数值分析, 得到了转子系统的超谐波、亚谐波和混沌运动规律; 文献[4-6]研究了滚动轴承支承下的平衡转子和不平衡转子的动力学行为, 并研究了滚动轴承初始游隙对转子系统的动力学行为的影响. 国内也开展了滚动轴承-转子系统非线性振动的相关研究, 袁惠群^[7]建立了滚动轴承-转定子碰摩故障模型, 但对轴承力做了很多简化, 且侧重于碰摩故障非线性分析; 袁茹等^[8]依据非线性赫兹接触理论和滚动轴承运动分析, 对刚性转子离散模型进行动力学分析; 王美令等^[9]以刚性支承下的 Jeffcott 转子为研究对象, 分析了转盘偏置引起的陀螺效应转子动力学特性的影响.

以上对滚动轴承-转子系统动力学研究多是基于深沟球轴承-刚性转子模型, 并且忽略了圆盘陀螺效应对滚动轴承-转子系统非线性响应的影

响. 本文充分考虑转子轴刚度、非线性滚动轴承力、不平衡量以及碰摩故障的影响, 建立含接触角的滚动轴承-柔性碰摩转子系统动力学模型, 采用数值方法分析系统的非线性响应, 并利用分岔图、庞加莱截面图和频谱图讨论转速、轴承游隙、碰摩刚度以及陀螺效应对系统非线性响应的影响.

1 滚动轴承-柔性碰摩转子系统模型

滚动轴承-碰摩转子系统动力学模型如图 1.

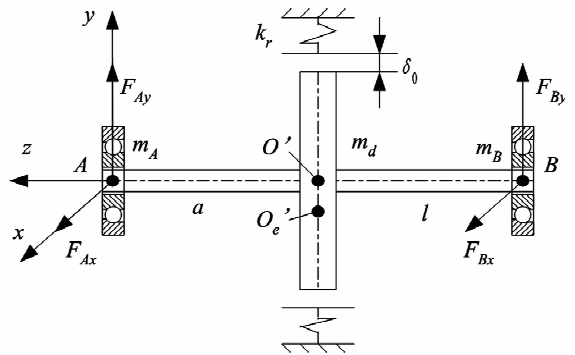


图 1 滚动轴承-柔性碰摩转子系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of ball bearing-flexible rub rotor

图 1 中转子系统两端由相同的滚动轴承支承, 质量为分别为 m_A 和 m_B , 轴承支反力在 x, y 方向的分量分别为 F_{Ax}, F_{Ay} 和 F_{Bx}, F_{By} . 不计轴的质量, 轴长为 l , 轴直径为 d , 圆盘距轴承 A 距离为 a , 圆盘形心为 o' , 质心为 o'_e , 质量为 m_d , 偏心距为 e , 转子自

转角速度为 ω , 整个系统受重力的影响.

1.1 非线性滚动轴承力模型

假设轴承外圈与外支承之间刚性连接, 内圈与转子轴之间刚性连接, 滚动体等距排列, 滚动体与滚道之间为纯滚动, 含接触角的滚动球轴承动力学模型如图 2 所示.

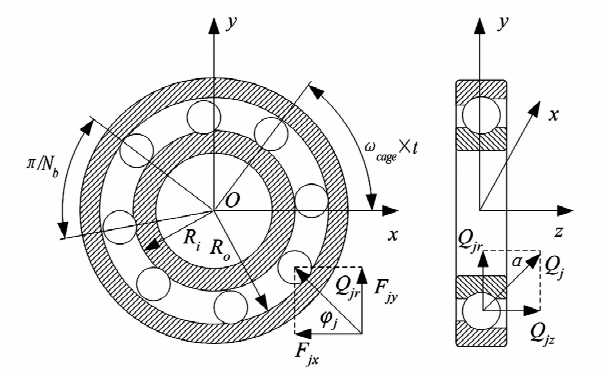


图 2 角接触滚动球轴承动力学模型

Fig. 2 Dynamic model of angular contact ball bearing

假设轴承外圈与外支承之间刚性连接, 内圈与转子轴之间刚性连接, 滚动体等距排列, 滚动体与滚道之间为纯滚动, 含接触角的滚动球轴承动力学模型如图 2 所示. 轴承外圈滚道半径为 R_o , 内圈滚道半径为 R_i , 轴承游隙为 μ_0 , 滚动体个数为 N_b , 设轴承外圈角速度为 ω_{out} , 内圈角速度为 ω_{in} , 滚动体绕轴承中心的公转角速度 (保持架角速度) 为 ω_{cage} . 由滚动轴承的运动关系得到 $\omega_{out} = 0, \omega_{in} = \omega$, 则:

$$\omega_{cage} = \frac{\omega_{in} R_i}{R_o + R_i} = \frac{\omega R_i}{R_o + R_i} \tag{1}$$

设 φ_j 为第 j 个滚动体角位置, 则任意 t 时刻:

$$\varphi_j = \omega_{cage} t + \frac{2\pi}{N_b}(j-1) = \frac{\omega R_i}{R_o + R_i} t + \frac{2\pi}{N_b}(j-1) \tag{2}$$

式中, $j = 1, 2, 3 \cdots N_b$. 该滚动体的接触变形量为:

$$\delta_j = x_A \cos \varphi_j + y_A \sin \varphi_j - \mu_0 \tag{3}$$

式中, x_A 和 y_A 分别为轴承 A 在 x, y 方向的位移.

考虑到接触力的非负性, 当 $\delta_j > 0$ 时表示有接触力产生, 当 $\delta_j \leq 0$ 时, 表示无接触力产生. 由赫兹点接触理论可知, 第 j 个滚动体的接触力:

$$Q_j = k_b \delta_j^{3/2} \tag{4}$$

式中, k_b 为滚动体与滚道之间的赫兹接触刚度.

忽略转子轴向变形, 第 j 个滚动体接触力在 x 和 y 方向的分量分别为:

$$\begin{cases} F_{jx} = Q_j \cos \varphi_j \\ F_{jy} = Q_j \sin \varphi_j \end{cases} \tag{5}$$

则轴承 A 非线性滚动轴承力可以表示为:

$$\begin{cases} F_{Ax} = \sum_{j=1}^{N_b} k_b \delta_{j+}^{3/2} \cos \alpha \cos \varphi_j \\ F_{Ay} = \sum_{j=1}^{N_b} k_b \delta_{j+}^{3/2} \sin \alpha \sin \varphi_j \end{cases} \tag{6}$$

式中, “+”表示取括号内的正值. 滚动体通过载荷作用线的频率即轴承变刚度振动频率 f_{VC} 表示为:

$$f_{VC} = \frac{\omega_{cage} N_b}{2\pi} = \frac{\omega R_i N_b}{2\pi (R_o + R_i)} = f_\omega B_N \tag{7}$$

式中 f_ω 为转子旋转频率, f_{VC} 为 f_ω 的 B_N 倍, B_N 为滚动轴承变刚度振动参数.

1.2 碰摩力模型

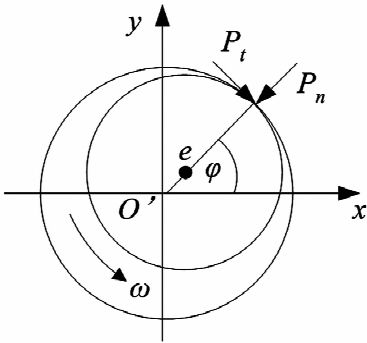


图 3 碰摩力模型

Fig. 3 Model of rubbing force

假定转、静子之间的碰撞为径向弹性碰撞, 转静碰摩间隙为 δ_0 , 转、静子之间的摩擦系数为 μ , 转子和静子之间符合库伦摩擦定律, 图 3 为转子局部碰摩力模型. 转子圆盘的径向位移 $\delta_d = \sqrt{x^2 + y^2}$, 其中 x, y 为圆盘形心位移, 当 $\delta_d < \delta_0$ 时, 不发生碰摩, 当 $\delta_d \geq \delta_0$ 时, 则碰摩处的正压力 P_n 和切向力 P_t 分别为:

$$\begin{cases} P_n = k_r (\delta_d - \delta_0) \\ P_t = \mu \times P_n \end{cases} \tag{8}$$

式中, k_r 为碰摩刚度, 如图 1 所示. 碰摩力在 x, y 方向的分力表示如下:

$$\begin{cases} P_x = -k_r (\delta_d - \delta_0) \cos \varphi + \mu \times k_r (\delta_d - \delta_0) \sin \varphi \\ P_y = -k_r (\delta_d - \delta_0) \sin \varphi - \mu \times k_r (\delta_d - \delta_0) \cos \varphi \end{cases} \tag{9}$$

式中, 转子角位移 $\varphi = \omega t$.

1.3 系统动力学模型

由柔度系数法, 不考虑支承位移轴的柔度矩阵:

$$a = \begin{bmatrix} \frac{a^2(l-a)^2}{3EI} & \frac{a(l-a)(l-2a)}{3EI} \\ \frac{a(l-a)(l-2a)}{3EI} & \frac{l^2-3la+3a^2}{3EI} \end{bmatrix} = K_c^{-1} \quad (10)$$

式中, E 为轴弹性模量, I 为轴截面惯性矩, 对称转子取 $a = 0.5l$ 。考虑轴承支承变形时转子的刚度矩阵:

$$K = \begin{bmatrix} K_c & -K_c \Phi \\ -\Phi^T K_c & \Phi^T K_c \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\text{式中 } \Phi = \frac{1}{l} \begin{bmatrix} l-a & a \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

考虑圆盘对称放置, 滚动轴承支承自由度缩减为2个, 考虑圆盘位移和陀螺效应系统变成6个自由度, 利用 Lagrange 方程建立系统运动微分方程。

$$\begin{cases} m_d \ddot{x} + c \dot{x} + k_{11}x + k_{12}\alpha + 2k_{13}x_A \\ = m_d e \omega^2 \cos(\omega t) + P_x \\ J_d \ddot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha} + J_p \omega \dot{\beta} + k_{21}x + k_{22}\alpha = 0 \\ m_A \ddot{x}_A + c_b \dot{x}_A + k_{31}x + k_{32}\alpha + k_{33}x_A = F_{Ax} \\ m_d \ddot{y}_A + c \dot{y} + k_{11}y + k_{12}\beta + 2k_{13}y_A \\ = m_d e \omega^2 \sin(\omega t) + P_y - m_d g \\ J_d \ddot{\beta} + c_\beta \dot{\beta} - J_p \omega \dot{\alpha} + k_{21}y + k_{22}\beta = 0 \\ m_A \ddot{y}_A + c_b \dot{y}_A + k_{31}y + k_{32}\beta + k_{33}y_A = F_{Ay} - m_A g \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\alpha, \beta, \dot{\alpha}, \dot{\beta}$ 和 $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}$ 分别为圆盘绕 y, x 轴的偏摆角位移, 角速度和角加速度。不考虑陀螺效应时转子系统运动微分方程为:

$$\begin{cases} m_d \ddot{x} + c \dot{x} + k_{11}x + 2k_{13}x_A = m_d e \omega^2 \cos \omega t + P_x \\ m_A \ddot{x}_A + c_b \dot{x}_A + k_{31}x + k_{33}x_A = F_{Ax} \\ m_d \ddot{y} + c \dot{y} + k_{11}y + 2k_{13}y_A = m_d e \omega^2 \sin \omega t + P_y - m_d g \\ m_A \ddot{y}_A + c_b \dot{y}_A + k_{31}y + k_{33}y_A = F_{Ay} - m_A g \end{cases} \quad (13)$$

式中, x, y 为圆盘形心位移分量, x_A, y_A 分别为轴承 A 位移分量, J_p 为圆盘极转动惯量, J_d 为赤道转动惯量, c, c_α 和 c_β 为圆盘处阻尼, c_b 为滚动轴承阻尼, k_{ij} 为刚度系数, $i, j = 1, 2, 3, 4$, 可由式(11)求得, t 为时间, g 为重力加速度。

2 滚动轴承-柔性碰摩转子非线性响应分析

参数选取: $m_d = 32 \text{ kg}$, $m_A = 4 \text{ kg}$, $e = 10 \text{ } \mu\text{m}$, $J_p = 0.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $J_d = 0.35 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $l = 0.5 \text{ m}$, $d = 40 \text{ mm}$, $a = 0.5$, $E = 2.09 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\mu_0 = 10 \text{ } \mu\text{m}$, $R_i = 40.1 \text{ mm}$, $R_o = 63.9 \text{ mm}$, $k_b = 13.34 \times 10^9 \text{ N/m}^{3/2}$, $N_b = 9$, $\alpha = 15^\circ$; $c = 2100 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_b = 1050 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $c_\alpha = c_\beta = 1050 \text{ N} \cdot \text{s/m}$, $k_r = 1 \times 10^7 \text{ N/m}$, $\delta_0 = 55 \text{ } \mu\text{m}$, $\mu = 0.1$ 。系统动力学模型中轴承力具有高度非线性, 首先对不考虑陀螺效应时系统运动微分方程组(13)采用变步长四阶 Runge-kutta 法求解, 积分步长取转子旋转周期的 $1/200$, 共计算 600 个周期, 取后 50 个周期作为系统的稳态解, 将数值解与非线性理论结合分析了系统转速、轴承游隙、碰摩刚度对转子系统非线性动力学响应的影响; 然后对于考虑陀螺效应的运动微分方程组(12)进行数值求解, 分析了陀螺效应对系统响应的影响。

2.1 转速对系统响应的影响

取圆盘形心振幅 $A = \sqrt{x^2 + y^2}$, 图4为无碰摩时转子振幅 A 随转速 ω 的分岔图, 图5为碰摩时转子形心振幅 A 随转速 ω 分岔图。

考虑碰摩时, 转速 $\omega = 10 \sim 210 \text{ rad/s}$ 时系统为拟周期运动, $\omega = 210 \sim 490 \text{ rad/s}$ 时系统为单周期运动, $\omega = 490 \text{ rad/s}$ 时系统出现2倍周期分岔, $\omega = 530 \sim 730 \text{ rad/s}$ 时系统为单周期运动, $\omega = 730 \text{ rad/s}$ 系统出现2倍周期分岔, 随着转速逐渐接近转子临界转速 1010 rad/s , 系统振幅迅速增加, 当 $\omega = 1690 \sim 2090 \text{ rad/s}$ 时, 系统做拟周期/混沌运动, 之后进入单周期运动状态。对比图4和图5可以看出, 无碰摩时, 系统临界转速为 500 rad/s , 碰摩时,

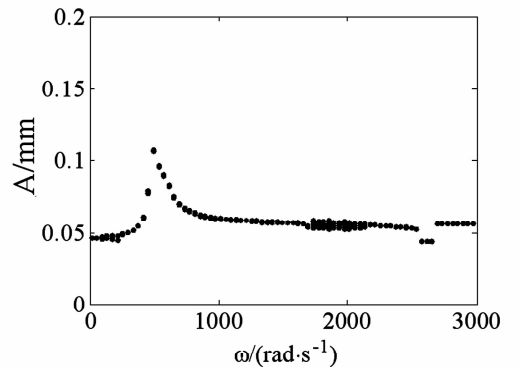


图4 无碰摩时系统随 ω 分岔图

Fig. 4 Bifurcation plots with ω (no rubbing)

由于碰摩刚度的存在,转子系统临界转速和共振幅值均有所提高,且碰摩转子运动更为复杂,无论碰摩或者未碰摩时,在 $\omega = 2530\text{ rad/s}$ 和 2690 rad/s 左右系统振幅均出现了跳跃现象.图6为 $\omega = 20\text{ rad/s}$ 时碰摩转子圆盘形心 x 方向时域波形和频谱图,图7为 $\omega = 850\text{ rad/s}$ 时系统响应图,图8为 $\omega = 2800\text{ rad/s}$ 时系统响应图.

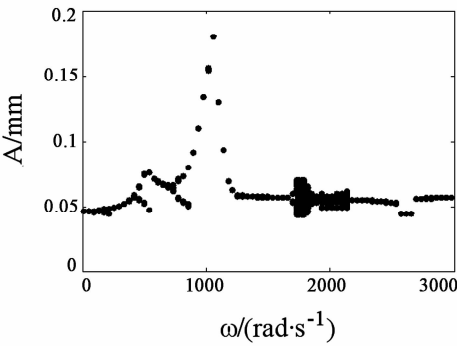


图5 碰摩转子系统随 ω 分岔图
Fig. 5 Bifurcation plots with ω (rubbing)

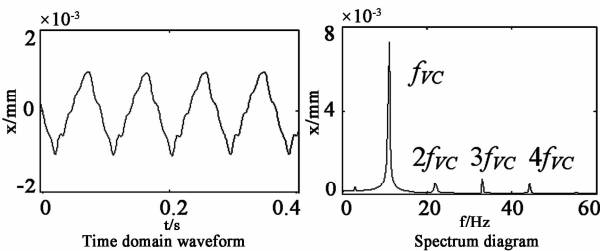


图6 $\omega = 20\text{ rad/s}$ 时系统响应图
Fig. 6 Rotor system response when $\omega = 20\text{ rad/s}$

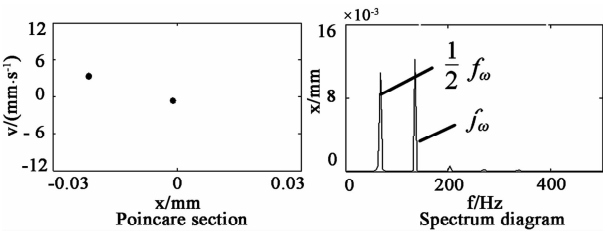


图7 $\omega = 850\text{ rad/s}$ 时系统响应图
Fig. 7 Rotor system response when $\omega = 850\text{ rad/s}$

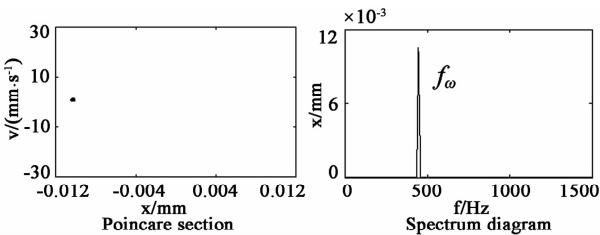


图8 $\omega = 2800\text{ rad/s}$ 时系统响应图
Fig. 8 Rotor system response when $\omega = 2800\text{ rad/s}$

从图6中时域波形图可以看出,该转速下系统每个波形周期中有小幅振动,这主要是由于滚动体通过载荷区时轴承刚度变化引起的,在频谱图上表现为滚动体通过频率 f_{vc} 峰值及其谐波,文献[3]的研究也表明,低转速时系统响应为滚动体的通过频率及其谐波,从图5可以看出,该转速下圆盘形心振幅小于碰摩间隙,表明此时系统未发生碰摩.从图7可以看出,当 $\omega = 850\text{ rad/s}$ 时系统虽然发生碰摩但碰摩力较小,同时转子转速的增高使系统主要表现为不平衡激振频率 f_{ω} 峰值及其谐波.从图8可以看出, $\omega = 2800\text{ rad/s}$ 时由于不平衡激励远远大于轴承的变刚度激励和碰摩激励,此时系统做单周期运动.

2.2 轴承游隙对系统响应的影响

图9为 $\omega = 1500\text{ rad/s}$, $e = 20\text{ }\mu\text{m}$ 时转子圆盘形心幅值随轴承游隙 μ_0 的分岔图.可以看出当滚动轴承游隙 $\mu_0 = -20 \sim 14\text{ }\mu\text{m}$ 时系统为单周期运动,且系统振幅受轴承负游隙的影响较小,但随着正的轴承游隙的增加,系统振幅逐渐增大;当轴承游隙 $\mu_0 = 14\text{ }\mu\text{m}$ 时系统进入混沌运动.图10为 $\mu_0 = 18\text{ }\mu\text{m}$ 时,圆盘形心 x 方向响应图,可以看出此时系统处于混沌运动状态.

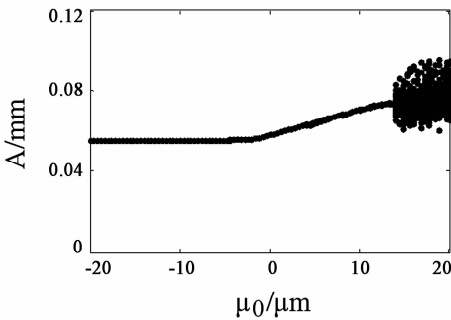


图9 系统随轴承游隙 μ_0 分岔图
Fig. 9 Bifurcation plots of the system with μ_0

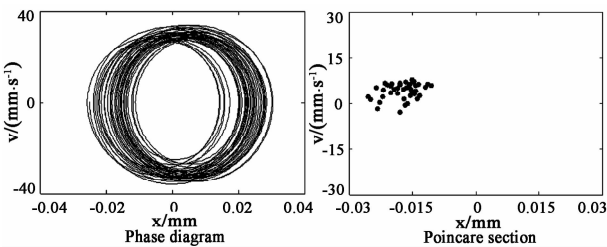


图10 $\mu_0 = 18\text{ }\mu\text{m}$ 转子系统响应图
Fig. 10 Rotor system response when $\mu_0 = 18\text{ }\mu\text{m}$

2.3 碰摩刚度对系统响应的影响

图 11 为 $\omega = 2800 \text{ rad/s}$ 时圆盘形心振幅随碰摩刚度 k_r 的分岔图,从图中可以看出当 $k_r = 1 \times 10^6 \sim 3.34 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时系统为单周期运动, $k_r = 3.34 \times 10^7 \sim 4.0 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时系统为拟周期/混沌运动, k_r 大于 $4 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时系统做单周期运动. 图 12 为碰摩刚度 $k_r = 3.8 \times 10^7 \text{ N/m}$ 时系统响应.

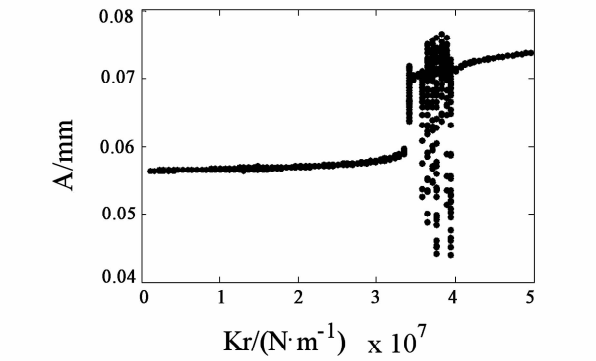


图 11 系统随碰摩刚度 k_r 的分岔图

Fig. 11 Bifurcation plots of the system with k_r

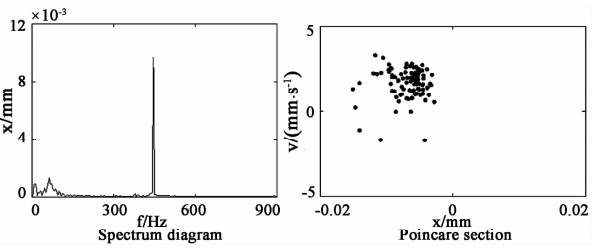


图 12 转子系统响应图

Fig. 12 Rotor system response

2.4 陀螺效应对系统响应的影响

图 13 为相同参数下考虑陀螺效应时滚动轴承-柔性对称碰摩转子系统随转速 ω 的分岔图.

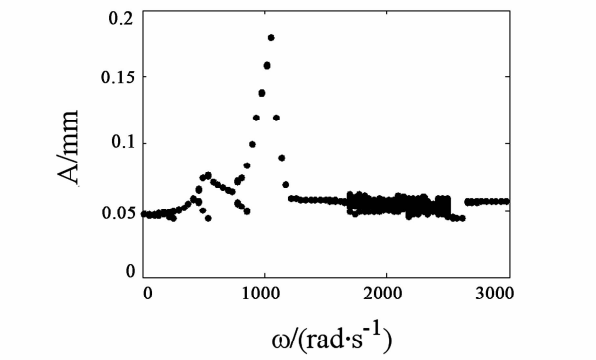


图 13 考虑陀螺效应时系统随 ω 分岔图

Fig. 13 Bifurcation plots considering gyroscopic effect

对比图 13 和图 5 可以看出,当 $\omega < 1690 \text{ rad/s}$

时陀螺效应对系统的响应几乎没有影响;当不考虑陀螺效应时, $\omega = 1690 \sim 2090 \text{ rad/s}$ 系统处于混沌运动, $\omega = 2090 \sim 2490 \text{ rad/s}$ 系统为单周期运动,而考虑陀螺效应时 $\omega = 1690 \sim 2490 \text{ rad/s}$ 系统处于混沌运动状态,这主要是由于当转子转速较高时,转子轴产生高阶非对称弯曲振动,陀螺力矩使对称转子系统圆盘发生偏摆,使系统在 $\omega = 2090 \sim 2490 \text{ rad/s}$ 转速范围内依然处于混沌/多周期运动状态. 图 14 为考虑陀螺效应时转子系统在 $\omega = 2200 \text{ rad/s}$ 的响应图.

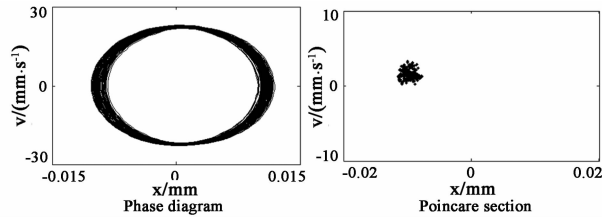


图 14 $\omega = 2200 \text{ rad/s}$ 系统响应图

Fig. 14 Rotor system response when $\omega = 2200 \text{ rad/s}$

3 结论

- 1) 建立了含接触角的滚动轴承-柔性碰摩转子系统动力学模型,在模型中考虑了非线性滚动轴承力、不平衡量及碰摩故障,采用数值方法分析了系统参数变化对转子动力响应的影响.
- 2) 结果表明,低转速时系统响应主要为轴承滚动体的通过频率及其谐波,转速较高时转子不平衡和碰摩故障对系统的影响逐渐占据主导地位,滚动轴承变刚度振动的影响则相对减弱;当转子转速较低时,陀螺效应对柔性对称转子系统影响非常小,可以忽略不计,但转子转速较高时陀螺效应对转子的非线性动力响应的影响不可忽略.

参 考 文 献

1 Sunnersjo C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 1978, 58(3): 363 ~ 373

2 Childs W. Fractional frequency rotor motion due to clearance effects. *Journal of Engineering Power*, 1982, 104(3): 533 ~ 536

3 Fukata S, Gad E H, Tamura H. On the radial vibration of ball bearings: computer simulation. *Bulletin of JSME*, 1985, 28(239): 899 ~ 904

4 Tiwari M, Gupta K. Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 238(5): 757 ~ 779

5 Harsha S P, Sandeep K, Prakash R. The effect of speed of balanced rotor on nonlinear vibrations associated with ball bearings. *Mechanical Sciences*. 2003, 45: 725 ~ 740

6 Sinou J J. Non-linear dynamics and contacts of an unbalanced flexible rotor supported on ball bearings. *Mechanism and Machine Theory*, 2009, 44, 1713 ~ 1732

7 袁惠群, 闻邦椿, 王德友, 等. 滚动轴承转子-定子系统的碰摩故障分析. 东北大学学报: 自然科学版, 2003, 24(3): 244 ~ 247 (Yuan H Q, Wen B C, Wang D Y, et al. Nonlinear dynamic properties of rolling bear-rotor-stator box with local rubbing. *Journal of Northeastern University: Natural Science*, 2003, 24(3): 244 ~ 247 (in Chinese))

8 袁茹, 赵凌燕, 王三民. 滚动轴承-转子系统的非线性动力学特性分析. 机械科学与技术, 2004, 23(10): 1175 ~ 1177 (Yuan R, Zhao L Y, Wang S M. Analysis of the nonlinear dynamic behaviors of a rolling bearing-rotor system. *Mechanical Science and Technology*, 2004, 23(10): 1175 ~ 1177 (in Chinese))

9 王美令, 韩清凯. 转盘偏置对转子系统动力学特性的影响研究. 动力学与控制学报, 2011, 9(3): 238 ~ 242 (Wang M L, Han Q K. Research on the effect of offset disc on dynamic characteristics of rotor system. *Journal of Dynamics and Control*, 2011, 9(3): 238 ~ 242 (in Chinese))

NONLINEAR DYNAMIC RESPONSE ON ROTOR SYSTEM

OF BALL BEARING-FLEXIBLE RUB *

Liang Mingxuan¹ Yuan Huiqun^{2†}

(1. School of Mechanical Engineer & Automation, Northeastern University, Shenyang 110819, China)
(2. School of Science, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract For overcoming the deficiencies of the existing bearing-rotor system dynamic model, a nonlinear lumped mass model of ball bearing-flexible rub rotor system is established, in which the nonlinear ball bearing force, unbalance, rubbing fault and gyroscopic effect are considered. Based on the numerical calculation and comparison, some conclusions can be obtained. The rotor system response is variable stiffness vibration of the ball bearing under low speed. Comparing with that of high speed the variable stiffness vibration of the ball bearing weaken. The influence of the rotor unbalance and rubbing fault on rotor system is strengthened gradually. The gyroscopic effect on high speed symmetric rotor response is important.

Key words ball bearing, rubbing fault, nonlinear response, gyroscopic effect

Received 22 February 2013, revised 2 April 2013.
* This Project supported by the National High Technology Research and Development Program (2012AA040104)
† Corresponding author E-mail: yuan-hq@163.com