

一个新混沌系统的自适应滑模变结构控制

孔昭毅

(重庆大学城市科技学院基础教研室)

摘要 研究了一个新混沌系统的控制问题. 基于自适应滑模变结构控制的方法, 用该控制律, 即使系统存在输入饱和及外界扰动, 也可以将混沌系统的状态渐进稳定到指定的平衡点. 该控制律对外界扰动俱有鲁棒性. 数字仿真表明, 其控制效果极好.

关键词 混沌, 混沌控制, 变结构

DOI: 10.6052/1672-6553-2013-033

引言

混沌是一种复杂的非线性动力学行为, 他的基本性质是其对于初值的极端敏感性. 一度被认为是不可控和不可预测的.

混沌系统在非线性电路、通信、信息科学中的巨大工程应用价值已经被人们所认识. 自从 20 世纪 60 年代 Lorenz^[1] 发现了第一个混沌吸引子以来, 很多混沌系统被发现, 如 Chen 系统^[2]、Rossler 系统^[3] Chua 系统^[4] 等系统, 并且其复杂的动力学行为已经得到广泛的研究.

自从 1990 年, 美国人 Ott、Grebogi 和 Yorke 提出了一种混沌控制到方法-OGY 方法^[5], 近年来, 人们已经提出邦-邦控制^[6]、神经网络控制^[7]、反馈控制^[8]、微分几何控制^[9]、模糊脉冲控制^[10]、自适应控制^[11] 等各种控制混沌的方法. 但是滑模控制以其具有对参数干扰的强鲁棒性及其算法简单等特点而被广泛应用于控制领域^[12-16]. 滑模变结构控制与常规控制的根本区别在于控制的不连续性, 即一种随系统结构随时变化的开关特性. 在实际工作中, 系统不可避免的的要受到外界干扰, 由于蝴蝶效应的影响, 小的误差可能导致同步性能的严重恶化. 而滑模控制正好能有效的抑制这些影响, 使系统对外界变化不灵敏, 即具有较强的鲁棒性.

本文研究了一个新的三维混沌系统^[17] 的控制问题, 我们用滑模变结构方法, 找到一簇滑模面, 设

计了一个控制器, 在系统具有不确定的外界扰动的情况下也可将系统控制到任意不稳定的平衡点.

1 问题的提出

蔡国梁等人于 2007 年提出如下混沌系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = a(x_2 - x_1) \\ \dot{x}_2 = bx_1 + cx_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1^2 - hx_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中 a, b, c, h 为系统参数, 当 $a = 20, b = 14, c = 10.6, h = 2.8$ 时, 系统的混沌吸引子如图 1 所示.

1.1 基本性质

1.1.1. 对称性和不变性

注意到系统(1)在变换 $(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, z)$ 下具有不变性, 即系统(1)关于 z 轴具有对称性, 并且这种对称性对所有的系统参数都成立.

1.1.2 耗散性和吸引子的存在性

对系统(1)有

$$\nabla V = \frac{\partial \dot{x}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{y}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = -a + c - h = -\frac{61}{5}$$

所以系统(1)是耗散的, 并以指数形式 $\frac{dv}{dt} = e^{-\frac{61}{5}t}$ 收敛. 此时所有系统的轨线最终全被限制在一个体积为的极限点集上, 并且它的渐进动力学行为全被固定在一个吸引子上, 这说明了吸引子的存在性.

1.2 平衡点及其稳定性

令 $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$. 此时系统有如下三个平衡点:

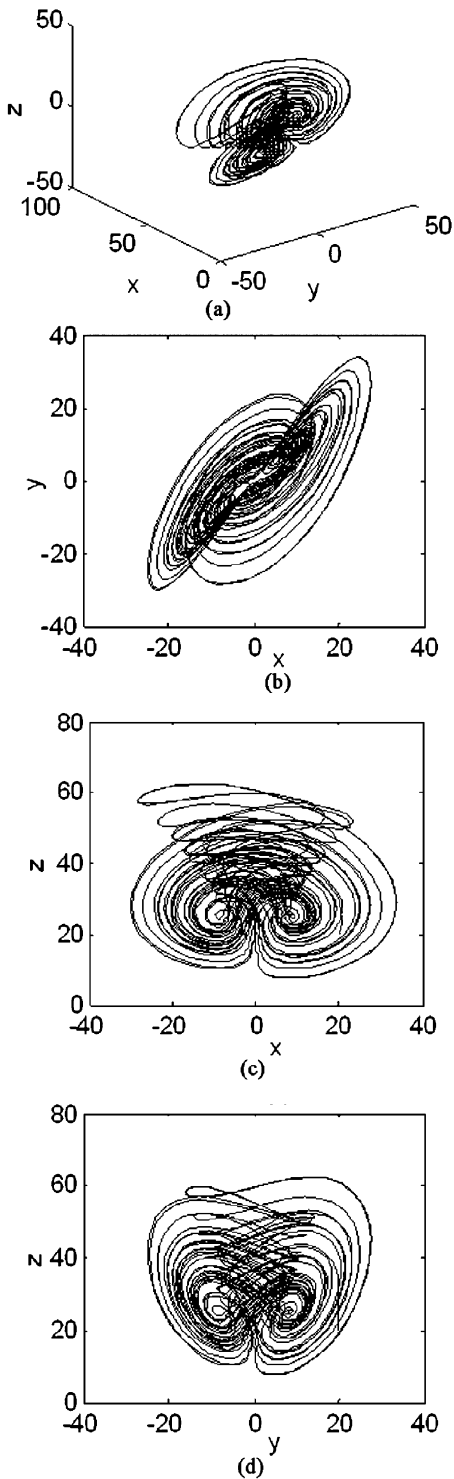


图1 系统(1)的混沌吸引子(a)xyz 三维空间相图;
(b)xy 平面相图;(c)xz 平面相图;
Fig.1 chaotic system (1) state space trajectory
(a)three dimensional view; (b)xy phase plane;
(c)yz phase plane; (d) yz phase plane

$s_0(0,0,0)$, $s_1(8.2994,8.2994,24.6)$,
 $s_2(-8.2994,-8.2994,24.6)$

在平衡点 $s_0 = (0,0,0)$ 处,系统(1)的 Jacobian 矩阵为:

$$J = \begin{bmatrix} -20 & 20 & 0 \\ 14 & 10.6 & 0 \\ 0 & 0 & -2.8 \end{bmatrix}$$

令 $\det(J - \lambda I) = 0$, 得到其特征值为 $\lambda_1 = -2.8$, $\lambda_2 = 17.9736, \lambda_3 = -27.3736$, 因为其有正的特征值, 所以 $s_0(0,0,0)$ 不稳定.

同理可得系统(1)在 $s_1(8.2994,8.2994,24.6)$, $s_2(-8.2994,-8.2994,24.6)$ 处也是不稳定的.

2 系统(1)的自适应滑模变结构控制

2.1 滑模面的选取

对系统(1)做变换, 令:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

则对其求导得到:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -(a-c)z_2 + a(b+c)z_1 - az_1z_3 \\ \dot{z}_3 = a^2z_1^2 - hz_3 \end{cases} \quad (2)$$

我们选取滑模面为:

$$S(t) = kz_1 + z_2 = 0 \quad (3)$$

其中 $k > 0, k \in R$.

对其求导得到:

$$\dot{S}(t) = k\dot{z}_1 + \dot{z}_2 = 0$$

则由(2)中第一式得到 $z_2 \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$, 由(3)得到 $z_1 \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$. 由(2)第三式得到 $z_3 \rightarrow 0, t \rightarrow \infty$.

由上述推理我们知道, 我们将 z_1, z_2 控制, 则 z_3 也就得到了控制.

2.2 稳定性分析

我们对系统(2)施加外界未知有界扰动 $d(t)$, $|d(t)| < \sigma$, 和控制器 $u(t)$, 则得到如下方程组:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 \\ \dot{z}_2 = -(a-c)z_2 + a(b+c)z_1 - az_1z_3 + d(t) + u(t) \\ \dot{z}_3 = a^2z_1^2 - hz_3 \end{cases} \quad (4)$$

令

$$u(t) = -a(b+c)z_1 + (a-c-k)z_2 + az_1z_3 + k_i \text{sign}(S) \quad (5)$$

其中 $k = -r|S|$ 为自适应率, $r \in R^+$.

定理1 当控制器为(5)时, 可将系统(2)的轨线运动控制到滑模面(3)上, 然后沿着滑模面运动到原

点,即在控制器(5)的作用下系统(2)的原点渐进稳定,也就是说系统(1)被控制到了平衡点 $s_0(0,0,0)$.

证明: 根据 Lyapunov 稳定性定理得,我们选取 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2}S^2 + \frac{1}{2r}(\hat{k} - k_s)^2$$

其中 $\sigma + \hat{k} = \eta < 0$.

对其求导的,得到:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= S(kz_2 + a(b+c)z_1 - (a-c)z_2 - az_1z_3 + \\ & d(t) + k_s \text{sign}(S)) + (\hat{k} - k_s) \left(-\frac{1}{r}\dot{k}_s\right) \leq \\ & \sigma|S| + k_s|S| + (\hat{k} - k_s) \left(-\frac{1}{r}k_s\right) = \sigma|S| + \\ & k_s|S| + \hat{k}|S| - \hat{k}|S| + (\hat{k} - k_s) \left(-\frac{1}{r}\dot{k}_s\right) = \\ & (\sigma + \hat{k})|S| + (\hat{k} - k_s) \left(-\frac{1}{r}\dot{k}_s - |S|\right) \end{aligned}$$

因为 $\dot{k}_s = -r|S|, \sigma + \hat{k} < 0$, 所以 $\dot{V} \leq \eta|S|, \eta < 0$, 则得到

$$S(t)\dot{S}(t) < 0$$

即可达条件满足. 系统(2)的轨线可由控制器和自适应率控制到滑模面.

定理得证.

3 数值仿真

取 $d(t) = 0.5\cos(2\pi t), k = 2, r = 1$ 时,我们用 MATLAB 做仿真,系统(2)在平衡点 $s_0(0,0,0)$ 处的控制图如图 2 所示,图 3 所示为控制器 $u(t)$ 的时间历程. 有图 2 所知,系统的状态逐渐被控制到期望的平衡点,而且控制信号也逐渐收敛到零. 仿真表明控制效果良好.

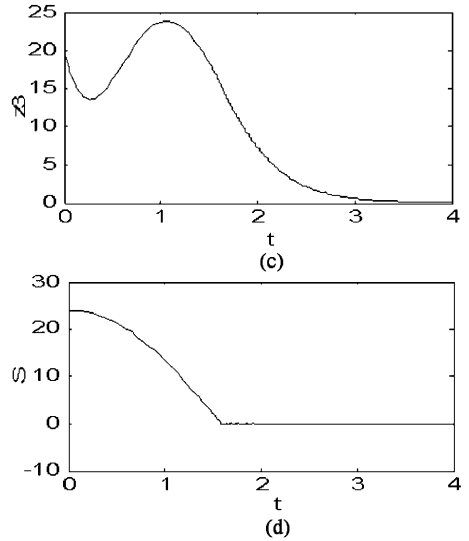


图 2 系统轨线在控制信号下随时间的变化趋势以及滑模面随时间的变化图(a) z_1 的稳定轨迹;(b) z_2 的稳定轨迹;(c) z_3 的稳定轨迹;(d) 控制信号 S

Fig. 2 State trajectories of stabilized system (1)

(a) z_1 state trajectories of stabilized;

(b) z_2 state trajectories of stabilized;

(c) z_3 state trajectories of stabilized; (d) control signal S

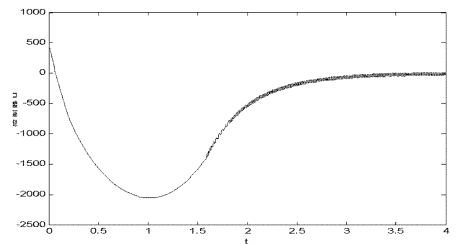
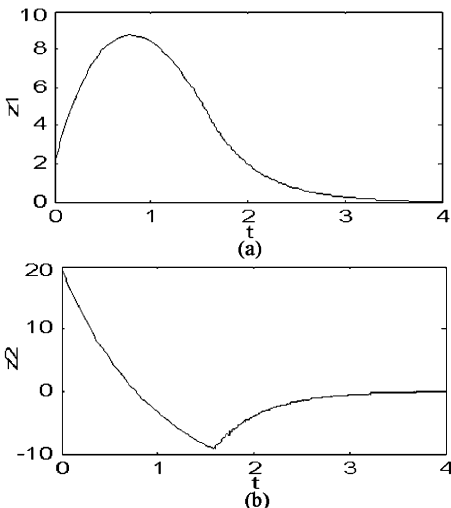


图 3 控制器随时间的变化趋势图

Fig. 3 State trajectories of Control signal

参 考 文 献

- Lorenz E N. Deterministic non - periods flows. *Atmospheric Science*, 1963, 20:130 ~ 141
- Ueta T. Chen G. Bifurcation analysis of Chen's attractor. *Bifurcation Chaos*, 2000, 10:1917 ~ 1931
- Rafikov M, Balthazar J M. On an optimal control design for Rossler system. *Physical Letter A*. 2004, 333:241 ~ 245
- Xu W G, Shen H Z, Hu D P, Lei A Z. Impulse tuning of Chua chaos. *International Journal of Engineering Science*, 2009, 43: 75 ~ 280
- Ott E, Grebogi C, Yorke J A. Controlling Chaos. *Physical Review Letter*, 1990, 64:1196 ~ 1199
- Starrett J. Control of chaos by occasional bang - bang. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter*



- Physics*, 2003, 036 ~ 203
- 7 Xiao M, Cao J D. Synchronization of a chaotic electronic circuit system with cubic term via adaptive feedback control. *Communications Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2009, 14:3379 ~ 3388
 - 8 Chen G, Dong X. On feedback control of chaotic continuous - time system. 1993, 591 ~ 601
 - 9 Wei D Q, Luo X S, Fang J Q, Wang B H. Controlling chaos in permanent magnet synchronous motor based on the differential geometry method. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55:54 ~ 59
 - 10 赵磊, 施云贵. 参数不确定离散混沌系统的模糊脉冲控制. *动力学与控制学报*. 2012, 10(1):27 ~ 30 (Zhao L, Shi Y G. Fuzzy impulsive control of discrete chaotic systems with parameter uncertainties. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(1):27 ~ 30 (in Chinese))
 - 11 Boccaletti S, Arecchi R T. Adaptive control of chaos. *Europhysics Letters*, 1995, 11:127 ~ 132
 - 12 Chen X. Adaptive sliding mode control for discrete - time multi - input multi - output systems. *Automatica*, 2006, 46:427 ~ 435
 - 13 Perruquetti W, Barbot J P. Sliding mode control in engineering. Marcel Dekker; New York, 2002
 - 14 刘壮壮, 宝音贺西. 基于非线性单元模型绳系卫星系统动力学. *动力学与控制学报*. 2012, 10(1):21 ~ 26 (Liu Z Z, Bao Yin H X. Dynamics of tethered satellite system based on nonlinear unit model. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(1):21 ~ 26 (in Chinese))
 - 15 张昭晗, 高金峰. 参数不确定异结构混沌系统的自适应同步控制. *郑州大学学报(工学版)*, 2011, (6):117 ~ 120 (Zhang Z H, Gao J F. Synchronization and control between different chaotic systems with uncertain parameters. *Journal of Zhengzhou University (Engineering Science)*, 2011, (6):117 ~ 120 (in Chinese))
 - 16 李清都, 杨晓松. 基于拓扑马蹄的混沌动力学研究进展. *动力学与控制学报*, 2012, 10(4):293 ~ 298 (Li Q D, Yang X S. Progresses on chaotic dynamics study with topological horseshoes. *Journal of Dynamics and Control*, 2012, 10(4):293 ~ 298 (in Chinese))
 - 17 蔡国梁, 谭振海, 周维怀, 涂文桃. 一个新混沌系统的动力学分析及混沌控制. *物理学报*. 2007, 56:6230 ~ 6237 (Cai G L, Tan Z H, Zhou W H. Dynamical analysis of a new chaotic system and its chaotic control. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56:6230 ~ 6273 (in Chinese))

ADAPTIVE SLIDING MODE VARIABLE STRUCTURE CONTROL OF A NEW CHAOTIC SYSTEM

Kongzhaoyi[†]

(Foundation Department of City College of Science and Technology, Chongqing University, China)

Abstract This paper concerned the issue of controlling a new chaotic system to its equilibriums. Based on adaptive sliding mode variable structure control method, this proposed control scheme, even if the presence of input saturation and external disturbance, can also be the state of the chaotic system asymptotically driven to a appointed equilibrium point. The control scheme is robust for outer perturbation. Numerical simulation illustrates the effectiveness of the proposed adaptive sliding mode variable structure controlscheme.

Key words chaos, chaotic control, variable structure