第 11 卷第 2 期 2013 年 6 月
1672-6553/2013/11(2)/102-7
动 力 学 与 控 制 学 报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol. 11 No. 2
Jun. 2013

非线性广义最小方差控制律综述*

庞岩[1†] 李维亮[2] 夏浩[2] 吴志刚[1]
(1. 大连理工大学工业装备结构分析国家重点实验室航空航天学院，大连 116024)
(2. 大连理工大学控制科学与工程学院，大连 116024)

摘要 如何设计简单的控制策略对复杂非线性系统进行控制是控制界还未解决的难题. 非线性广义最小方差控制律的提出使得非线性控制器的设计可以基于更为一般的非线性模型，并且控制器易于实现. 整个系统包含时滞环节，稳定的非线性输入子系统和一个可以用多项式或者状态空间描述的子系统. 通过最小化由误差加权项、状态加权项和输入加权项组成的信号的方差得到优化控制器. 在系统为开环稳定的情况下，可用史密斯预估器进行控制. 本文首先介绍了非线性广义最小方差控制的发展进程，然后综述了基于状态空间和多项式描述的系统的非线性广义最小方差控制器的设计以及其现状和今后的发展方向.

关键词 非线性， 时滞， 广义最小方差， 多项式系统， 状态空间描述系统

DOI： 10.6052/1672-6553-2013-024

引言

非线性控制问题[1-4]一直以来是人们关注的研究方向，很多领域都存在严重的非线性，例如飞机和宇宙飞船的控制，机器人控制，生物医学工程和电力系统等. 严格地说，非线性系统才是更为一般的系统，线性系统是其特例. 现实中存在的系统绝大部分都是非线性的. 非线性模型的提出主要基于以下原因：一是对于某些特定问题，非线性模型能够得到更为准确的定量分析；二是对于本质非线性系统而言，线性模型无法正确地定性判断. 控制系统中的非线性一般有两个来源[5-6]：一是系统自身的不完善，而这种不完善实际中是不可避免的，例如随动系统的齿轮传动具有的间隙和干摩擦；二是系统的固有特性，例如高速运动机械手各个关节之间作用力的非线性耦合作用. 非线性系统自身具有的以下特征使其更为复杂：

1）非线性系统稳定性与初值有关，可能有多个平衡点.

2）非线性系统可能产生自激振荡.

3）非线性系统可能产生混沌.

目前为止，非线性系统的控制问题还未得到有效的解决，因为非线性环节不仅严重影响系统稳定性，并且可能对系统造成一系列无法解释的行为，例如时滞现象[7-8]就普遍存在于阀门和磁力系统中，它不但会破坏系统稳定性，也限制了系统的跟踪性能. 随着现代工业对性能指标要求的提高，建立在线性系统基础上的传统设计已经无法满足要求，而大多数应用于工业的非线性技术都是以经验为主，其调节和分析都很困难. 这样，就需要研究一种从科学上将更加严密，并且实用的多变量非线性系统控制技术.

非线性广义最小方差(Nonlinear Generalized Minimum Variance，NGMV)控制是在广义最小方差(Generalized Minimum Variance，GMV)控制基础上的进一步扩展应用，对非线性控制问题提出了一种新的解决方案. NGMV 控制的系统模型组成为：输入通道或输出通道中的延时项；非线性输入子系统，含有非常一般的非线性项，可以看作为一个黑箱模型，所以必须是稳定的子系统；输出子系统，由状态依赖空间模型或者多项式矩阵描述，可以是不稳定的. 由于建模时，非线性系统的描述具有普遍性，故 NGMV 可以应用于更为广泛的非线性控制中. NGMV 控制的另一个优点是通过精

2012-05-21 收到第 1 稿，2012-05-30 收到修改稿.
* 国家自然科学基金资助项目(61004041)，辽宁省自然科学基金资助项目(201102036)，新世纪优秀人才计划资助(NCET-11-0054)
† 通讯作者 E-mail：ypang@ dlut. edu. cn

心建模以及选择控制性能指标，可以得到一个结构比较简单的控制器，并且其计算过程也简单易懂.

本文结构如下：第一部分简单介绍非线性广义最小方差控制的发展进程；第二部分介绍状态空间描述的系统的 NGMV 控制；第三部分介绍多项式矩阵描述的系统的 NGMV 控制；第四部分为结语.

1　非线性广义最小方差控制的发展进程

非线性广义最小方差控制是已经成熟的最小方差(Minimum Variance，MV)控制的拓展.

① 最小方差控制

最小方差控制最初是由 Aström[9] 提出，开始只能保证最小相位线性系统的稳定性，后来扩展应用到非最小相位系统.

② 广义最小方差控制

Hastings-James[10]，Clarke 和 Hastings-James[11] 通过增加控制价值函数，对最小方差控制律进行了修改，得到广义最小方差控制律，此控制律能保证非最小相位过程的稳定性. 当控制加权项趋于零时，广义最小方差控制就成为最小方差控制. GMV 的优点是拥有和线性二次高斯(Linear Quadratic Gaussian，LQG)算法类似的形式，但是比 LQG 更容易计算. GMV 自适应控制器[12] 阐述了这种简便的方法. Grimble[13] 在 GMV 的值索引上，应用了动态价值函数加权，使 GMV 控制器设计具有更大的灵活性，在此基础上，设计了广义 H∞ 控制器[14].

③ 非线性广义最小方差控制

近几年来，针对基于模型的非线性多变量系统，Grimble 及其团队设计出了一系列非线性广义最小方差控制器. 在这些设计中，通过选择系统结构以及控制准则可以简化控制器结构. 当系统为线性系统时，NGMV 控制问题就转化为 GMV 控制，参见文献[15].

NGMV 控制律对系统模型要求不高，一般假设系统可分解为：时滞项，一个稳定的非线性子系统和一个可以用多项式矩阵或者状态方程描述的线性子系统(可包含不稳定元素). 基于多项式描述的子系统的 NGMV 控制律由 Grimble 最先在文献[16－18]提出，随后又提出 NGMV 控制的基本型[19]，介绍了一个具有普遍性意义的模型，即非线性环节可以存在于系统的输入或者输出结构中并且可以包含不稳定环节. 在这些基础上结合预测理论[20－27]，近期还发展了非线性预测广义最小方差控制(Nonlinear Predictive GMV Control)[28] 以及非线性广义最小滤波器[29]. 特别需要指出的是状态依赖系统的 NGMV 控制律[30] 的提出，对于很多含有状态依赖子系统或者可以转化为状态依赖系统的复杂非线性模型提供了更为简便的控制方法.

本文将简单介绍两种最基本的非线性广义最小方差控制器：一种是基于状态空间描述的系统模型，一种是基于多项式矩阵描述的系统模型.

2　状态空间描述模型的非线性广义最小方差控制

本节中广义最小方差控制的系统为含有时滞和状态空间描述子系统的非线性连续时间系统[31].

2.1　系统描述

系统结构图[32－33] 如图 1 所示.

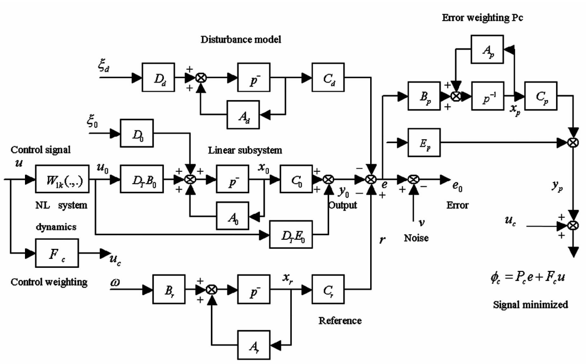

图 1　系统结构图

Fig. 1　Structure of system

$x(t)$:增广状态向量,包含线性子系统,干扰模型,参考输入和误差加权模型的状态向量.

$u_0(t)$:线性子系统的输入信号.

$u(t)$:作用于非线性子系统的控制信号,即受控系统的输入信号.

$y(t)$:$y(t) = y_0(t) + d(t)$,为受控系统的输出信号.

$z(t)$:观测信号,包含受控系统的输出信号和测量噪声.

$r(t)$:已知的设定点或参考输入信号.

$y_p(t)$:误差加权输出信号.

D_T:T时刻的延时.

$P(.)$:微分算子,$p(.)=d(.)/dt$.

整个系统的状态空间描述为[34-36]:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu_0(t-T)+D\xi(t) \tag{1}$$

其中:

$$x(t)=\begin{bmatrix}x_0\\x_d\\x_r\\x_p\end{bmatrix},A=\begin{bmatrix}A_0&0&0&0\\0&A_d&0&0\\0&0&A_r&0\\-B_pC_0&-B_pC_0&B_pC_r&A_p\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}B_0\\0\\0\\-B_pE_0\end{bmatrix},D=\begin{bmatrix}D_0&0&0&0\\0&D_d&0&0\\0&0&D_r&0\\0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$\xi(t)=\begin{bmatrix}\xi_0(t)\\\xi_d(t)\\w(t)\\0\end{bmatrix}.$$

输出信号:

$$y(t)=Cx(t)+Eu_0(t-T) \tag{2}$$

其中$C=[C_0\quad C_d\quad 0\quad 0]$,$E=E_0$.

观测信号:

$$z(t)=y(t)+v(t) \tag{3}$$

加权误差信号:

$$y_p(t)=C_\phi x(t)+Eu_0(t-T) \tag{4}$$

其中$C_\phi=[-E_pC_0\quad -E_pC_d\quad E_pC_r\quad C_p]$,$E_\phi=-E_pE_0$.

控制器输入信号:

$$e_0(t)=r(t)-z(t)=C_ex(t)+E_eu_0(t-T)-v(t) \tag{5}$$

其中$C_e=[-C_0\quad -C_d\quad C_r\quad 0]$,$E_e=-E_0$.

非线性系统模型:

$$(Wu)(t)=D_r(W_ku)(t)=D_TW_{0k}(W_{1k}u)(t) \tag{6}$$

其中W_{0k}是无延时的线性子系统的传递函数:$W_{0k}(p)=C_0(pI-A_0)^{-1}B_0+E_0$,$W_{1k}$是有限增益稳定的非线性输入子系统.

2.2 卡尔曼滤波状态估计方程

卡尔曼滤波[37]扩展应用到包含有时滞的系统中,但是这些改变并不影响卡尔曼增益矩阵的运算,可求得估计状态变量$\hat{x}(t|t)$.

状态变量预测方程[38-39]为:

$$\hat{x}(t+T|t)=\exp\{AT\}\hat{x}(t|t)+T_0(T,p)Bu_0(t) \tag{7}$$

其中

$$T_0(T,p)=(I-\exp\{AT\}D_T)\Phi(p),$$

$$\Phi(p)=(pI-A)^{-1}.$$

2.3 非线性广义最小方差控制

系统模型:

$$\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu_0(t-T)+D\xi(t) \tag{8}$$

干扰和参考输入为线性子系统,受控系统输入为非线性子系统.

假设1 非线性算子W_{1k}为开环有限增益稳定,并且通过选取P_c和F_c(P_c为低通,F_c为高通[40])能保证算子$((C_\phi T_0B+E_\phi)W_{1k}+F_{ck})$有稳定的逆.

控制加权信号:

$$(F_cu)(t)=(F_{ck}u)(t-T) \tag{9}$$

其中T为延时时间,F_{ck}满秩可逆[41].

性能指标[42-43]:

$$J=E\{\phi_0^T(t)\phi_0(t)\}=E\{trace\{\phi_0(t)\phi_0^T(t)\}\} \tag{10}$$

其中$\phi_0(t)=(P_ce)(t)+(F_cu)(t)$.

定理1 满足上述假设和描述的系统,其非线性广义最小方差控制律为[31]:

$$u(t)=-(F_{ck}+(C_\phi T_0(T,p)B+E_\phi)W_{1k})^{-1}C_\phi\exp\{AT\}\hat{x}(t|t) \tag{11}$$

或者

$$u(t)=-F_{ck}^{-1}(C_\phi\exp\{AT\}\hat{x}(t|t)+(C_\phi T_0(T,p)B+E_\phi)(W_{1k}u)(t)) \tag{12}$$

证明: 由图(1)和式(4),式(9)可得:

$$\phi_0(t)=(P_ce)(t)+(F_cu)(t)=y_p(t)+(F_cu)(t)=C_\phi x(t)+E_\phi u_0(t-T)+(F_{ck}u)(t-T)=C_\phi x(t)+E_\phi(W_{1k}u)(t-T)+(F_{ck}u)(t-T)=C_\phi x(t)+((E_\phi W_{1k}+F_{ck})u)(t-T) \tag{13}$$

由式(13)和式(7)可以得到t时刻ϕ_0的预测值为:

$$\hat{\phi}_0(t+T|t)=C_\phi\hat{x}(t+T|t)+((E_\phi W_{1k}+F_{ck})u)(t)=C_\phi\exp\{AT\}\hat{x}(t|t)+C_\phi T_0B(W_{1k}u)(t)+((E_\phi W_{1k}+F_{ck})u)(t)=C_\phi\exp\{AT\}\hat{x}(t|t)+(((C_\phi T_0(T,p)B+E_\phi)W_{1k}+F_{ck})u)(t) \tag{14}$$

控制目标是最小化方差形式的性能指标:

$$J = E\{\phi_0(t+T)^T\phi_0(t+T)\}. \tag{15}$$

引入一般的预测误差为:

$$\tilde{\phi}_0(t+T|t) = \phi_0(t+T) - \hat{\phi}_0(t+T|t)$$

则 $\phi_0(t+T) = \hat{\phi}_0(t+T|t) + \tilde{\phi}_0(t+T|t)$.

由于最优估计值和估计误差是正交的[27],可得:

$$\begin{cases} E\{\hat{\phi}_0(t+T|t)^T\tilde{\phi}_0(t+T|t)\} = 0 \\ E\{\tilde{\phi}_0(t+T|t)^T\hat{\phi}_0(t+T|t)\} = 0 \end{cases} \tag{16}$$

将上述 $\phi_0(t+T)$ 的表达式代入 J 中并整理可得:

$$J = E\{\hat{\phi}_0(t+T|t)^T\hat{\phi}_0(t+T|t)\} + E\{\tilde{\phi}_0(t+T|t)^T\tilde{\phi}_0(t+T|t)\} \tag{17}$$

由于预测误差 $\tilde{\phi}_0(t+T|t)$ 与控制过程无关,所以要最小化 J 只要最小化 $\hat{\phi}_0(t+T|t)$ 的方差即可. 也就是说将表达式 $\hat{\phi}_0(t+T|t)$ 置 0 就可以得到最优控制信号. 最优控制信号表达式为式(11)或式(12). 定理证毕.

式(11)描述的控制器结构如图 2 所示,式(12)描述的控制器结构如图 3 所示.

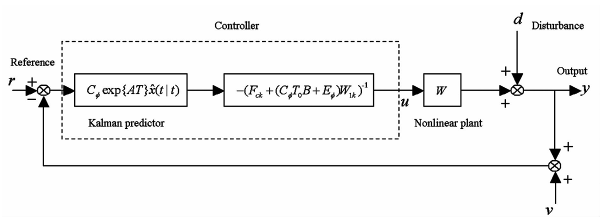

图 2 式(11)控制器的结构图

Fig. 2 Structure of controller equation (11)

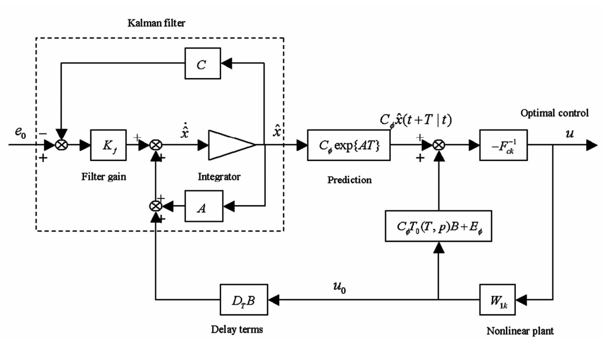

图 3 式(12)控制器的结构图

Fig. 3 Structure of controller equation (12)

2.4 系统稳定性分析

对其进行稳定性分析时,假定除了参考输入信号的其他外部输入信号都为零.

经过推导运算[31]可得控制信号和系统输出表达式为:

$$u(t) = (P_cW_k - F_{ck})^{-1}C_\phi\exp\{AT\}T_{f1}(p)r(t) \tag{18}$$

$$(Wu)(t) = D_TW_k(P_cW_k - F_{ck})^{-1} C_\phi\exp\{AT\}T_{f1}(p)r(t) \tag{19}$$

其中 $T_{f1}(p) = (pI-(A-K_fC_e))^{-1}K_f$, $C_e = [-C_0 \quad -C_d \quad C_r \quad 0]$, K_f 为卡尔曼增益矩阵.

要保证系统的稳定性,只需通过选择加权项使算子 $(P_cW_k - F_{ck})^{-1}$ 是 M_2(M_2 为 Marcinkiewicz 空间的扩展[44-45])有限增益稳定即可[31]. 当系统可以用 PID 控制时,参照 PID 的参数选取加权项能够保证上述算子的逆是稳定的,进而保证系统的稳定性.

2.5 基于史密斯预估器的控制器

当系统是开环稳定时,可以用史密斯预估器实现控制器设计,详尽设计参见文献[38,46].

3 多项式描述模型的非线性广义最小方差控制

多项式描述的系统的 NGMV 控制参见文献[19,47].

3.1 系统模型

受控系统输出:

$$y(t) = (Wu)(t) + d(t) \tag{20}$$

非线性系统[48]:

$$(Wu)(t) = z^{-k}(W_ku)(t) \tag{21}$$

其中 k 为系统延时.

定义信号:

$$f = r - d = W_r\zeta - W_d\xi \tag{22}$$

其中 r 为参考信号,d 为干扰信号,ζ 和 ξ 为协方差为单位阵的高斯白噪声.

f 信号的严格最小相位广义谱分解 Y_f 为:

$$Y_fY_f^* = \Phi_{ff} = \Phi_{rr} + \Phi_{dd} = W_rW_r^* + W_dW_d^* \tag{23}$$

3.2 非线性广义最小方差控制器

控制器设计目标是使以下性能指标最小:

$$J = E\{\phi_0^T(t)\phi_0(t)\} = E\{trace\{\phi_0(t)\phi_0^T(t)\}\} \tag{24}$$

其中 $\phi_0(t) = (P_ce)(t) + (F_cu)(t)$, $F_c = z^{-k}F_{ck}$.

假设 2 通过选取加权矩阵 P_c 和 F_{ck}, $(P_cW_k - F_{ck})$ 存在稳定的逆.

丢番图方程：由以下多项式矩阵方程可得到最小自由度解(G_0,F_0)：

$$A_{pf}P_{cd}F_0+z^{-k}G_0=P_{cf}D_f \tag{25}$$

左互质多项式矩阵A_{pf}和P_{cf}满足：

$$A_{pf}^{-1}P_{cf}=P_{cn}A_f^{-1}$$

其中谱分解因子Y_f为：$Y_f=A_f^{-1}D_f$.

最优控制：最优控制输入：

$$u(t)=(F_0Y_f^{-1}W_k-F_{ck})^{-1}((A_{pf}P_{cd})^{-1}G_0Y_f^{-1}e)(t) \tag{26}$$

3.3 稳定性分析

其稳定性分析主要思想与状态空间描述系统的稳定性分析类似[19].

3.4 多项式系统非线性广义最小方差控制的进展

多项式系统的NGMV控制现在已经推广到多项式描述系统的非线性预测广义最小方差(Nonlinear Predictive Generalized Minimum Variance，NPGMV)控制[38].

4 结语

非线性广义最小方差(NMGV)的提出，为解决复杂非线性系统的控制问题开辟了一种新的方法，NGMV控制的非线性系统一般组成为：参考和干扰子系统为线性系统(实际应用中，这个条件并不苛刻)；受控系统模型可以包含非常一般的非线性项，例如依赖状态的状态空间模型，传递函数，神经网络，甚至是非线性查找表.

综合考虑NGMV控制器设计过程，可得其具有以下的优点：

1) 结构简单.

2) 相对于系统的复杂性而言，其计算过程并不复杂.

3) 对非线性模型具有较普遍的适用性.

4) 既包含时滞环节又能同时考虑抗干扰和噪声.

故此方法为解决非线性的一系列难题提供了先进的优化控制方案，例如：跟踪问题，时滞问题和抗干扰问题等.

在特定情形下，即受控系统开环稳定时，此控制方法可以看作是史密斯预估的非线性版本，这增强了其在实际系统控制中的可用性.

最近一段时期，Pang和Grimble已经将NGMV控制律用来控制更为复杂的混杂系统[49-50]，并且提出了离散多通道系统的非线性广义最小方差预估器[51]，体现出了NGMV控制律适应的广泛性. 今后，除了增强NGMV控制律在实际工程项目中的应用之外，还会进一步完善控制器设计中存在的问题，比如系统的稳定性和鲁棒性.

参考文献

1 Atherton D P. Nonlinear control engineering. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982

2 Khalil H. Nonlinear systems. London: Prentice Hall, 2002

3 洪奕光，程代展. 非线性系统的分析和控制. 北京：科学出版社，2005 (Hong Y G, Cheng D Z. Analysis and control of nonlinear systems. Beijing: Science Press, 2005 (in Chinese))

4 苏宏业. 鲁棒控制基础理论. 北京：科学出版社，2010 (Su H Y. Basic theory of robust control. Beijing: Science Press, 2010 (in Chinese))

5 高文华. 非线性与时滞不确定随机系统的鲁棒稳定性与控制研究. 广州：华南理工大学，2010 (Gao W H. Research on robust stability and control for nonlinear and time-delay uncertain stochastic systems. Guangzhou: SouthChina University of Technology, 2010 (in Chinese))

6 孙中奎，徐伟，杨晓丽. 求解强非线性动力系统响应的一种新方法. 动力学与控制学报，2005，3(2)：29~35 (Sun Z K, Xu W, Yang X L. A new analytic approximate technique for strongly nonlinear dynamic systems. *Journal of Dynamics and Control*, 2005, 3(2): 29~35 (in Chinese))

7 翟世东，杨晓松. 离散分段线性时滞正系统的稳定性分析. 动力学与控制学报，2010，8(4)：346~349 (Zhai S D, Yang X S. Stability analysis of discrete-time piecewise linear positive systems with time delay. *Journal of Dynamics and Control*, 2010, 8(4): 346~349 (in Chinese))

8 李韶华，杨绍普. 滞后非线性模型的研究进展. 动力学与控制学报，2006，4(1)：8~15 (Li S H, Yang S P. Research status of hysteretic nonlinear models. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 8~15 (in Chinese))

9 Aström K J. Introduction to stochastic control theory. London: Academic Press, 1979

10 Hastings-James R. A linear stochastic controller for regulation of systems with pure time delay. Cambridge: Department of Engineering, University of Cambridge, 1970

11 Clark D W, Hasting-James R. Design of digital controllers for randomly disturbed systems. *Proceeding of the IEE*, 1971, 118(10): 1503 ~ 1506

12 Clark D W, Gawthrop P J. Self-tuning controller. *Proceeding of the IEE*, 1975, 122(9): 929 ~ 934

13 Grimble M J. A control weighted minimum variance controller for non-minimum phase systems. *International Journal of Control*, 1981, 33(4):751 ~ 762

14 Grimble M J. H∞ multivariable control law synthesis. *Proceeding of the IEE*, 1993, 140(5): 353 ~ 356

15 Grimble M J. Generalized minimum-variance control law revisited. *Optimal Control Applications and Methods*, 1988, 9(1): 63 ~ 77

16 Grimble M J. Generalized minimum variance control of nonlinear multivariable systems: polynomial systems approach. Research report 210, Industrial Control Centre. 2003

17 Grimble M J, Majecki P. Nonlinear generalized minimum variance control under actuator saturation. Proceeding of IFAC World Congress. Prague, 2005

18 Grimble M J, Majecki P. H∞ control of nonlinear systems with common multi-channel delays. Proceeding of American Control Conference. Minneapolis: IEEE Press, 2006: 5626 ~ 5631

19 Grimble M J. Non-linear generalized minimum variance feedback, feedforward and tracking control. *Automatic*, 2005, 41(6): 957 ~ 969

20 Culter C R, Ramaker B L. Dynamic matrix control-A computer control algorithm. AIChE National Meeting, 1979

21 Clarke D W, Montadi C. Properties of generalized predictive control. *Automatic*, 1989, 25(6): 859 ~ 975

22 Kwon W H, Pearson A E. A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(5): 838 ~ 842

23 Michalska H, Mayne D Q. Robust receding horizon control of constrained nonliear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(11): 1623 ~ 1633

24 Scokaert P Q M, Mayne D Q, Rawlings J B. Suboptimal model predictive control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(3): 648 ~ 654

25 Camacho E F. Constrained Generalized Predictive Control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1993, 38(2): 327 ~ 332

26 钱积新, 赵均, 徐祖华. 预测控制. 北京: 化学工业出版社, 2007(Qian J X, Zhao J, Xu Z H. Predictive control. Beijing: Chemical Industry Press, 2007 (in Chinese))

27 丁宝苍. 预测控制的理论与方法. 北京: 机械工业出版社, 2008 (Ding B C. Theory and approach of predictive control. Beijing: Machinery Industry Press, 2008 (in Chinese))

28 Grimble M J, Majecki P. Nonlinear predictive GMV control. Proceeding of American Control Conference. Seattle: IEEE Press, 2008: 1190 ~ 1195

29 Grimble M J, Naz S A. Nonlinear minimum variance estimation of discrete-time multi-channel systems. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2009, 57(7): 2437 ~ 2444

30 Grimble M J, Pang Y. NGMV control of state dependent multivariable systems. Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans: IEEE Press, 2007: 1628 ~ 1633

31 Grimble M J. GMV control of nonlinear continuous-time systems including common delays and state-space model. *International Journal of Control*, 2007, 80(1): 150 ~ 165

32 Atherton D P. Nonlinear control engineering. New York: Van Nostrand Reinhold, 1982

33 Genc A U. Linear parameter-varying modeling and robust control of variable cam timing engines. Cambridge: Wolfson College, University of Cambridge, 2002

34 韩曾晋. 现代控制理论和应用. 北京: 北京出版社, 1987 (Han Z J. Theory and applications of modern control. Beijing: Beijing Publishing House, 1987 (in Chinese))

35 Cloutier J R. State dependent Riccati equation techniques an overview. Proceeding of American Control Conference, 1997, 2: 932 ~ 936

36 Sznair M, Cloutier J, Jacques D, Mracek C. A receding horizon state dependent Riccati equation approach to sub optimal regulation of nonlinear systems. Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control. Tampa: IEEE Press, 1998: 1792 ~ 1797

37 Anderson B, Moore J. Optimal filtering. New Jersey: Prentice Hall, 1979

38 Grimble M J, Majecki P, Giovanini L. Polynomial approach to nonlinear predictive GMV control. Proceeding of European Control Conference. Koss, Greece, 2007: 4546 ~ 4553

39 Grimble M J, Johnson M A. Optimal multivariable control

and estimation theory: theory and application. London: John Wiley, 1988

40 Grimble M J. Robust industrial control. Hemel Hempstead: Prentice Hall, 1994

41 Isdori A. Nonlinear control systems. London: Springer Verlag, 1995

42 Alpbaz M, Hapoglu H, Güresinli C. Application of nonlinear generalized minimum variance control to a tubular reactor. *Computers & Chemical Engineering*, 1998, 22 (1): 839 ~ 842

43 Grimble M J. Industrial control systems design. Chichester: John Wiley, 2001

44 Grimble M J, Jukes K A, Goodall D P. Nonlinear filters and operators and the constant gain extended Kalman filter. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 1984, 1(4): 359 ~ 386

45 Jukes K A, Grimble M J. A note on a compatriot of the real Marcinkiewicz space. *International Journal of Control*, 1981, 33(1): 187 ~ 189

46 Grimble M J. Industrial control systems design. Chichester: John Wiley, 2001

47 Grimble M J. GMV control of nonlinear multivariable systems. UKACC Conference Control 2004. UK: IEEE, 2004: 109 ~ 114

48 Slotine J E, Li W. Applied nonlinear control. New Jersey: Prentice Hall, 1991

49 Pang Y, Grimble M J. NGMV control of delayed piecewise affine systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(12): 2817 ~ 2821

50 Pang Y, Grimble M J. State dependent NGMV control of delayed piecewise affine systems. Proceeding of IEEE Conference on Decision and Control. China: IEEE Press, 2009: 7192 ~ 7197

51 Grimble M J. Nonlinear minimum variance state-space-based estimation for discrete-time multi-channel systems. *IET Signal Processing*, 2011, 5(4): 365 ~ 378

NONLINEAR GENERALIZED MINIMUM VARIANCE CONTROL LAW: A REVIEW*

Pang Yan[1†] Li Weiliang[2] Xia Hao[2] Wu Zhigang[1]

(1. *State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, School of Aeronautics and Astronautics, Dalian University of Technology, Dalian* 116024, *China*)

(2. *School of Control Science and Engineering, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning* 116024, *China*)

Abstract The Nonlinear Generalized Minimum Variance (NGMV) controller is an optimal control strategy for a class of nonlinear plants. It is assumed that the plant model can be decomposed into a set of delay terms, a stable input nonlinear subsystem and a linear subsystem which can be represented in either polynomial or state space forms. The optimal controller is obtained by minimizing the variance of the generalized signal consisting of error weighting, state weighting and control signal weighting. The controller is easy to compute and the resulting nominal closed loop system is stable. The controller can be represented in the Smith predictor form while the system is open-loop stable. In this paper, the development of Nonlinear Generalized Minimum Variance control theory was reviewed in details. Next, NGMV controller design methods for the systems in both state-space form and polynomial form were introduced. Finally, future work directions as well as some challenging research problems in this area were addressed.

Key words nonlinear, time-delay, generalized minimum variance, polynomial systems, state-space systems

Received 21 May 2012, revised 30 May 2012.

* The project supported by National Natural Science Foundation of China (61004041), Natural Science Foundation of LiaoNing (201102036) and Program for New Century Excellent Talents in University (NCET-11-0054)

† Corresponding author E-mail: ypang@dlut.edu.cn