第 10 卷第 2 期 2012 年 6 月
1672-6553/2012/10(2)/142-5
动力学与控制学报
JOURNAL OF DYNAMICS AND CONTROL
Vol. 10 No. 2
Jun. 2012

基于线性控制器的时滞混沌系统同步与数字电路实现*

王刈　沈先海　张旭亮　王小华
（上海大学机电工程与自动化学院，上海市电站自动化技术重点实验室，上海　200072）

摘要　以 Lorenz 时滞混沌系统为研究对象，基于 Lyapunov－Krasovskii 泛函理论，设计了一组线性控制器实现混沌同步. 所设计的控制律简单，鲁棒性强并且易于实现. 为验证所提出的控制算法的有效性，基于 DSP builder 设计了时滞混沌系统的数字电路，并在数字电路上完成了混沌系统的同步仿真. 仿真结果表明所设计的控制器取得了很好的控制效果.

关键词　DSP builder，　混沌同步，　时滞混沌，　Lyapunov－Krasovskii，　Lorenz 系统

引言

混沌是一种非常普遍的非线性现象，在大量的动力系统中都发现存在混沌. 混沌系统对初始条件以及系统参数极其敏感的特性，决定了混沌同步的重要性. 许多学者对混沌同步进行了研究，提出了许多不同的控制方法，如线性反馈控制法[1]、控制 Lyapunov 函数法[2]、自适应控制法[3]和滑模控制方法[4]等.

时滞混沌系统由于时间延迟的存在，使得时滞混沌系统能够具有多个正的 Lyapunov 指数和高维吸引子，产生更加复杂的混沌信号，能满足保密通信、雷达同步控制等方面的现实需要. 因此研究时滞混沌系统具有重要的现实意义[5]. 近年来时滞混沌得到了极大的关注，文献[6]讨论了一类时滞混沌系统，并基于 Lyapunov－Krasovskii 泛函稳定理论提出了一种新的实现时滞混沌同步的方法. 文献[7]基于两类不同的时滞混沌系统，在对误差系统分析的基础上，设计了一类带有时滞项的控制器实现了系统的同步. 文献[8]基于自适应控制策略，设计了反馈控制器使时滞 Lur´e 系统最终达到同步. 受以上研究的启发，本文基于 Lyapunov－Krasovskii 泛函理论，采用线性反馈的方法，提出线性控制器实现时滞混沌系统同步. 所设计的控制律相对比较简单，鲁棒性强，易于实现并且可以方便地推广到其它系统当中.

近年来，如何通过电路实现混沌系统得到了研究者们格外的关注. 在国内外的许多文献中报道了混沌吸引子的模拟电路和数字电路的设计与实现. 文献[9－12]基于各类混沌系统的动力学特性分析，分别设计了混沌系统的模拟电路. 作为 Matlab/Simulink 中一款帮助设计者完成基于 FPGA 器件的 DSP 系统设计工具，DSP Builder 可以用来设计数字电路，模拟混沌电路在实际中的应用. 文献[13－15]基于 DSP Builder 设计了各种不同的混沌系统的数字电路. 然而迄今为止，在数字电路上完成时滞混沌同步，并进行仿真还鲜有报道. 因此，本文以 Lorenz 时滞混沌系统作为研究对象，在 DSP Builder 开发环境中设计数字电路并仿真，验证了所提控制算法的可靠性.

本文第二节给出了研究对象和一些预备知识；第三节设计线性控制器实现系统的同步；第四节采用一阶数字差分算法使系统离散化，并在 DSP builder 开发环境下设计数字电路；第五节利用数字电路对系统进行仿真，用来说明文章所提方法的有效性.

1　系统的同步研究

文献[7]在混沌系统中引入时滞项，提出了如下的 Lorenz 时滞混沌系统：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = mx_2(t-\tau) - mx_1 \\ \dot{x}_2 = rx_1 - x_2 - x_1x_3 \\ \dot{x}_3 = x_1x_2 - bx_3(t-\tau) \end{cases} \tag{1}$$

式中，常数 m,r,b 为系统参量，τ 表示滞后时间. 当

2011-09-14 收到第 1 稿，2011-12-12 收到修改稿.
＊国家自然科学基金(61104006)，上海市自然科学基金(11ZR1412400)，上海高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金，上海大学" 十一五"211 建设项目，上海大学创新基金资助项目

$m=10, r=28, b=\dfrac{8}{3}, \tau=0.002$ 时,该时滞系统处于混沌状态,如图 1 所示.

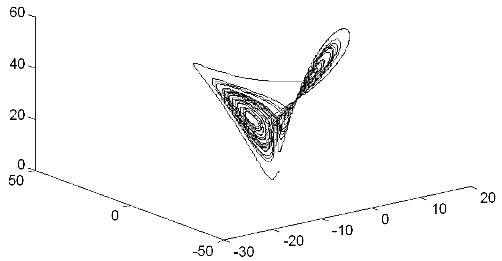

图 1　时滞系统(1)的混沌吸引子

Fig. 1　Chaotic attractor of delayed system(1)

以系统(1)作为驱动系统,响应系统为

$$\begin{cases}\dot{y}_1=my_2(t-\tau)-my_1+u_1\\ \dot{y}_2=ry_1-y_2-y_1y_3+u_2\\ \dot{y}_3=y_1y_2-by_3(t-\tau)+u_3\end{cases}\tag{2}$$

其中的 u_1,u_2,u_3 为待设计的控制器. 我们的目的是设计线性反馈控制使响应系统(1)与驱动系统(2)同步.

记 $e_1=y_1-x_1, e_2=y_2-x_2, e_3=y_3-x_3$ 由式(1)和式(2)得到误差系统为

$$\begin{cases}\dot{e}_1=me_2(t-\tau)-me_1+u_1\\ \dot{e}_2=re_1-e_2-y_1y_3+x_1x_3+u_2\\ \dot{e}_3=y_1y_2-x_1x_2-be_3(t-\tau)+u_3\end{cases}\tag{3}$$

因为

$$\begin{cases}x_1x_3-y_1y_3=-e_1e_3-e_1x_3-e_3x_1\\ y_1y_2-x_1x_2=e_1e_2+e_1x_2+e_2x_1\end{cases}\tag{4}$$

因此,误差系统(3)可以重新写成以下形式

$$\begin{cases}\dot{e}_1=me_2(t-\tau)-me_1+u_1\\ \dot{e}_2=re_1-e_2-e_1e_3+e_1x_3-e_3x_1+u_2\\ \dot{e}_3=e_1e_2+e_1x_2+e_2x_1-be_3(t-\tau)+u_3\end{cases}\tag{5}$$

考虑如下形式的线性控制器:

$$u_1=-l_1e_1, u_2=-l_2e_2, u_3=-l_3e_3$$

其中,l_1,l_2,l_3 为待定控制器参数.

对于受上述线性控制其驱动的误差系统(5),考虑如下 Lyapunov - Krasovskii 泛函

$$V(e_1,e_2,e_3)=\frac{1}{2}e_1^2+\frac{1}{2}e_2^2+\frac{1}{2}e_3^2+\int_{-\tau}^{0}(e_1^2(t+\theta)+e_2^2(t+\theta)+e_3^2(t+\theta))\mathrm{d}\theta\tag{6}$$

因为系统(1)是混沌系统,其状态是有界的,所以存在常数 $M>0, N>0$ 使得 $|x_2|\leqslant M, |x_3|\leqslant N$ 成立.

对于 Lyapunov - Krasovskii 泛函(6),沿着受控误差系统(5)对其进行求导可得

$$\begin{aligned}\dot{V}(e_1,e_2,e_3)&=e_1\dot{e}_1+e_2\dot{e}_2+e_3\dot{e}_3+[(e_1^2+e_2^2+e_3^2)-(e_1^2(t-\tau)+(e_2^2(t-\tau)+(e_3^2(t-\tau))]=\\ &me_1e_2(t-\tau)-me_1^2+e_1u_1+re_1e_2-e_2^2-e_1e_2e_3-e_1e_2x_3-e_2e_3x_1+e_2u_2+e_1e_2e_3+e_1e_3x_2+e_2e_3x_1-\\ &be_3e_3(t-\tau)+e_3u_3+[(e_1^2+e_2^2+e_3^2)-(e_1^2(t-\tau)+(e_2^2(t-\tau)+(e_3^2(t-\tau))]=me_1e_2(t-\tau)-me_1^2+e_1u_1+re_1e_2-e_2^2-e_1e_2x_3+e_2u_2+\\ &e_1e_3x_2-be_3e_3(t-\tau)+e_3u_3+[(e_1^2+e_2^2+e_3^2)-(e_1^2(t-\tau)+(e_2^2(t-\tau)+(e_3^2(t-\tau))]\leqslant\\ &me_1e_2(t-\tau)-me_1^2+e_1u_1+re_1e_2-e_2^2+N|e_1||e_2|+e_2u_2+M|e_1||e_3|-be_3e_3(t-\tau)+\\ &e_3u_3+[(e_1^2+e_2^2+e_3^2)-(e_1^2(t-\tau)+(e_2^2(t-\tau)+(e_3^2(t-\tau))]\leqslant me_1e_2(t-\tau)-me_1^2+\\ &e_1u_1+re_1e_2-e_2^2+\frac{N}{2}e_1^2+\frac{N}{2}e_2^2+e_2u_2+\frac{M}{2}e_1^2+\frac{M}{2}e_3^2+\\ &e_3u_3-be_3e_3(t-\tau)+[(e_1^2+e_2^2+e_3^2)-(e_1^2(t-\tau)+(e_2^2(t-\tau)+(e_3^2(t-\tau))]=(1-m+\\ &\frac{M}{2}+\frac{N}{2}-l_1)e_1^2+(\frac{N}{2}-l_2)e_2^2+(1+\frac{M}{2}-l_3)e_3^2+me_1e_2(t-\tau)+re_1e_2-be_3e_3(t-\tau)-\\ &e_1^2(t-\tau)-e_2^2(t-\tau)-e_3^2(t-\tau)\end{aligned}\tag{7}$$

令 $e^T=(e_1\quad e_2\quad e_3\quad e_1(t-\tau)\quad e_2(t-\tau)\quad e_3(t-\tau))$,记

$$P=\begin{pmatrix}1\text{-}m+\frac{M}{2}+\frac{N}{2}\text{-}l_1 & \frac{r}{2} & 0 & 0 & \frac{m}{2} & 0\\ \frac{r}{2} & \frac{N}{2}\text{-}l_2 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1+\frac{M}{2}\text{-}l_3 & 0 & 0 & -\frac{b}{2}\\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0\\ \frac{m}{2} & 0 & 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -\frac{b}{2} & 0 & 0 & -1\end{pmatrix}$$

则有

$$\dot{V}\leqslant e^TPe\tag{8}$$

可以看出,$P<0$ 为一个线性矩阵不等式(LMI),可以通过 Matlab 的 LMI 工具箱来求解控制器的增益参数 l_1,l_2,l_3. 由 Lyapunov - Krasovskii 稳定性理论可知,如此选择的控制器的增益参数 l_1,l_2,l_3 可以使得误差系统(5)渐近稳定,从而使得使系统(1)

和系统(2)达到同步.

2 系统的电路设计

采用一阶离散化公式,有

$$\dot{x}=\frac{x(k+1)-x(k)}{dt} \tag{9}$$

采样周期取为 $dt=0.001,\tau=0.002=2dt$

将 Lorenz 时滞混沌系统(1)离散化,得到驱动系统的离散化方程

$$\begin{cases}x_1(k+1)=dt(mx_2(k-1)-mx_1(k))+x_1(k)\\x_2(k+1)=dt(rx_1(k)-x_2(k)-x_1(k)x_3(k))+x_2(k)\\x_3(k+1)=dt(x_1(k)x_2(k)-bx_3(k-2)+x_3(k))\end{cases} \tag{10}$$

考虑线性反馈

$u_1=-l_1(y_1-x_1),u_2=-l_2(y_2-x_2),$
$u_3=-l_3(y_3-x_3)$

得到响应系统的离散化方程

$$\begin{cases}y_1(k+1)=dt(my_2(k-2)-my_1(k)-\\\quad l_1(y_1(k)-x_1(k)))+y_1(k)\\y_2(k+1)=dt(ry_1(k)-y_2(k)-y_1(k)y_3(k)-\\\quad l_2(y_2(k)-x_2(k)))+y_2(k)\\y_3(k+1)=dt(y_1(k)y_2(k)-by_3(k-2)-\\\quad l_3(y_3(k)-x_3(k)))+y_3(k))\end{cases} \tag{11}$$

DSP builder 是一个数字信号处理器的开发工具,它提供了 Quartus II 和 Matlab /Simulink 之间的接口模块,利用该模块可方便地把 Matlab /Simulink 系统级设计工具的算法开发,仿真和验证功能与 VHDL 综合,仿真和 Altera 开发工具整合在一起,实现了这些工具的集成. 在 DSP builder 开发环境中搭建驱动系统和响应系统的数字电路,如下图 2 所示,其中的采样时间为 $dt=0.001s$.

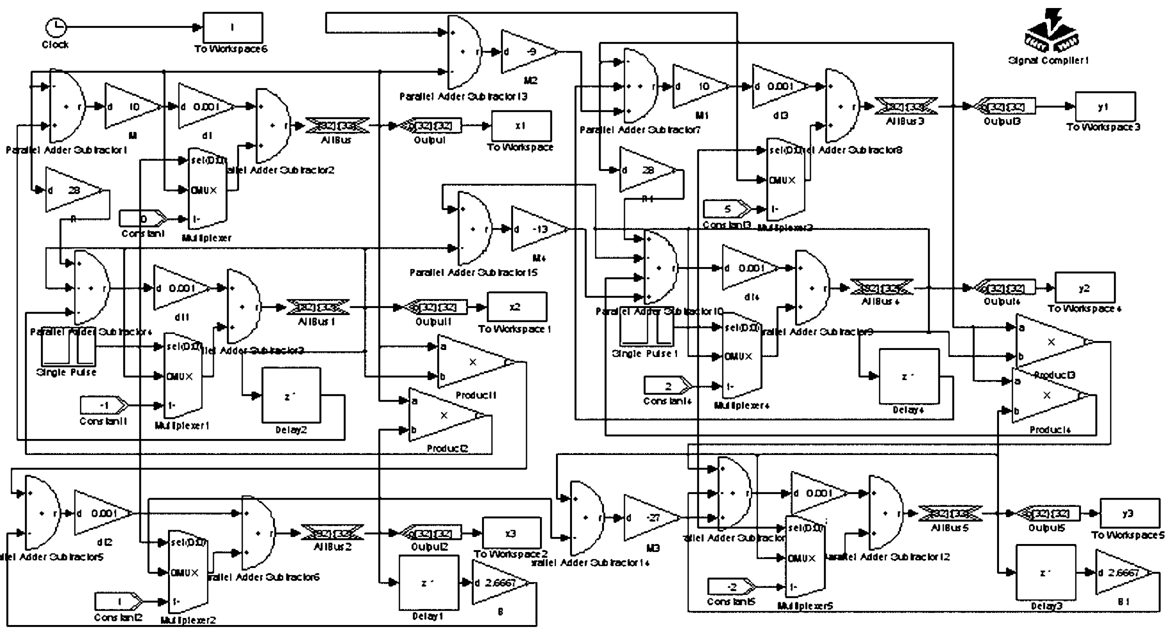

图 2 在 DSP builder 中搭建的驱动系统和响应系统

Fig. 2 Drive system and response system constructed in DSP Builder

3 仿真结果

考虑驱动系统为 Lorenz 时滞混沌系统如(1)所示,响应系统方程如(2)所示. 在 DSP builder 开发环境下,设计数字电路并对系统的同步进行仿真,系统初始状态设为$(x_1,x_2,x_3)=(0,-1,1)$,$(y_1,y_2,y_3)=(5,2,-2)$. 图 1 显示了驱动系统(1)

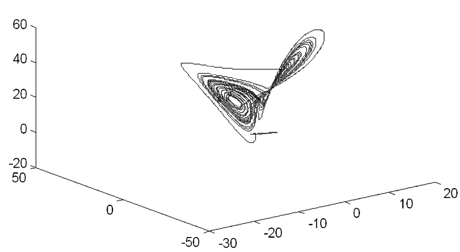

图 3 响应系统(2)的混沌吸引子

Fig. 3 Chaotic attractor of response system(2)

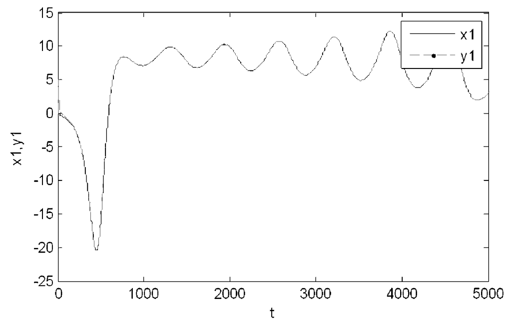

图 4　系统状态(x_1,y_1)的响应

Fig. 4　the response diagram of system states (x_1,y_1)

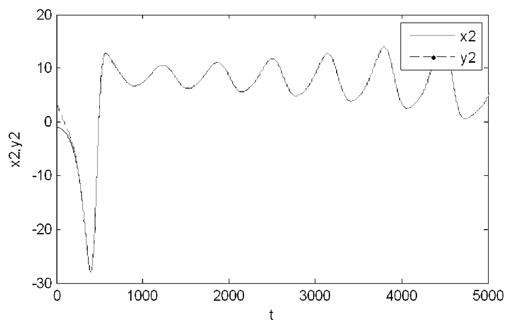

图 5　系统状态(x_2,y_2)的响应

Fig. 5　the response diagram of system states (x_2,y_2)

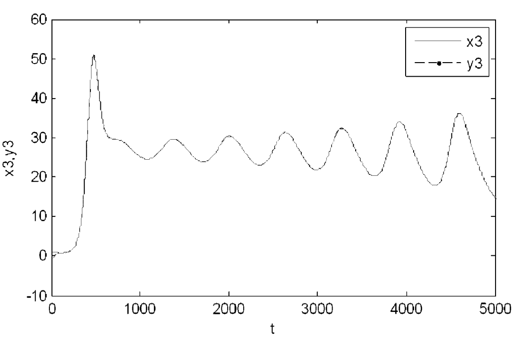

图 6　系统状态(x_3,y_3)的响应

Fig. 6　the response diagram of system states (x_3,y_3)

的混沌吸引子,图 3 显示了响应系统(2)的混沌吸引子. 图 4,图 5 和图 6 分别给出了驱动系统与响应系统各状态随时间的演化图. 可以看出,在本文所提的线性反馈控制器的作用之下,驱动系统和响应系统在一定的时间内实现了同步.

4　结论

本文基于 Lyapunov – Krasovskii 泛函理论,采用线性反馈的方法,实现了时滞混沌系统的同步,反馈器的参数可以通过求解线性矩阵不等式来设计. 通过分析时滞混沌系统的动力学特性,在 DSP builder 的开发环境下,搭建了时滞混沌系统的数字电路对混沌同步进行仿真,最终的仿真结果表明所设计的线性控制器具有很好的控制效果.

参　考　文　献

1　杨正兵,王怀磊. 蔡氏电路混沌系统的单状态延时反馈控制. 动力学与控制学报, 2010, 8(4):330 ~ 333 (Yang Z B, Wang H L. Single state time-delayed feedback control of chaos in Chua′s circuit system. *Journal of Dynamics and control*, 2010,8(4):330 ~ 333 (in Chinese))

2　王划,韩正之,章伟,谢七月. 具有不确定参数的 Liu 混沌系统的同步. 物理学报, 2008, 57(5):2779 ~ 2785 (Wang H, Han Z Z, Zhang W, Xie Q Y. Synchronization of chaotic Liu system with uncertain parameters. *Acta Physica Sinica*, 2008,57(5):2779 ~ 2785 (in Chinese))

3　Yassen M T. Adaptive control and synchronization of a modified Chua′s circuit system. *Appl Math Comp*, 2003, 135:113 ~ 128

4　李华清,廖晓锋,黄宏宇. 基于神经网络和滑模控制的不确定混沌系统同步. 物理学报, 2011,60(2):141 ~ 145 (Li H Q, Liao X F, Huang H Y. Synchronization of uncertain chaotic systems based on neural network and sliding mode control. *Acta Physica Sinica*, 2011,60(2):141 ~ 145(in Chinese))

5　Sun J T. Global synchronization criteria with channel time-delay for chaotic time-delay systems. *Chaos*, *Solitons & Fractals*, 2004, 21:967 ~ 975

6　Zhang X H, Cui Z Y, Zhu Y Y. Synchronization and circuit experiment simulation of chaotic time-delay systems. *IEEE Pacific-Asia Conference on Circuits*, *Communications and System*, 2009,781 ~ 784

7　Li L X, Peng H P, Yang Y X, Wang X D. On the chaotic synchronization of Lorenz systems with time-varying lags. *Chaos*, *Solitons and Fractals*, 2009,41:783 ~ 794

8　Lu J Q, Cao J D. Adaptive stabilization and synchronization for chaotic Luré systems with time-varying delay. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I*: *Regular Paper*, 2008, 55(5):1347 ~ 1357

9　许喆,刘崇新,杨韬. 一种新型混沌系统的分析及电路实现. 物理学报, 2010,59(1): 131 ~ 139 (Xu Z, Liu C X, Yang T. Study on a new chaotic system with analysis and circuit experiment. *Acta Physica Sinica*, 2010,59(1): 131 ~ 139(in Chinese))

10　孙克辉,杨静利,丁家峰,盛利元. 单参数 Lorenz 混沌系统的电路设计与实现. 物理学报, 2010,59(12):8385 ~

8392 (Sun K H, Yang J L, Ding J F, Sheng L Y. Circuit design and implementation of Lorenz chaotic system with one parameter. *Acta Physica Sinica*, 2010,59(12):8385 ~8392(in Chinese))

11 陈仕必,曾以成,徐茂林,陈家胜.用多项式和阶跃函数构造网格多涡卷混沌吸引子及其电路实现.物理学报,2010,60(2):105 ~ 111 (Chen S B, Zeng Y C, Xu M L, Chen J S. Construction of grid multi-scroll chaotic attractors and its circuit implementation with polynomial and step function. *Acta Physica Sinica*, 2010,60(2):105 ~ 111(in Chinese))

12 黄丽莲,辛方,王霖郁.新分数阶超混沌系统的研究与控制及其电路实现.物理学报, 2011,60(1):67 ~ 75 (Huang L L, Xin F, Wang L Y. Circuit implementation and control of a new fractional-order hyperchaotic system. *Acta Physica Sinica*, 2011,60(1):67 ~75(in Chinese))

13 刘扬正.超混沌 Lu 系统的电路实现.物理学报, 2008, 57(3):1439 ~ 1445 (Liu Z Y. A new hyperchaotic Lü system and its circuit realization. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(3):1439 ~ 1445(in Chinese))

14 李国辉,李亚安,杨宏.混沌吸引子的 DSP Builder 设计方法.探测与控制学报, 2009, 31(6):60 ~ 63 (Li G H, Li Y A, Yang H. Design method for chaotic attractor based on DSP Builder. *Joural of Detection and Control*, 2009, 31 (6):60 ~ 63 (in Chinese))

15 吴蕾,蒋式勤.基于 DSP Builder 的 Lorenz 系统时滞混沌实验方法.系统仿真技术,2007, 3(1):20 ~ 24 (Wu L, Jiang S Q. The experiment methods for time-delay Lorenz system based on DSP Builder. *System Simulation Techonlogy*, 2007, 3(1):20 ~ 24(in Chinese))

16 Wang G Y, Bao X L, Wang Z L. Design and FPGA implementation of a new hyperchaotic system. *Chinese Physics B*, 2008, 17(10):3596 ~ 3607

17 Elbeyli O, Sun J Q. On the semi-discretization method for feedback control design of linear systems with time delay. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 273:429 ~ 440

18 陶洪峰,胡寿松.参数未知分段混沌系统的时滞广义投影同步.物理学报, 2011, 60(1):131 ~ 136 (Tao H F, Hu S S. Time-delayed generalized projective synchronization of piecewise chaotic system with unknown parameters. *Acta Physica Sinica*, 2011, 60(1):131 ~ 136 (in Chinese))

SYNCHRONIZATION OF DELAYED CHAOS SYSTEM AND DIGITAL CIRCUIT REALIZATION VIA LINEAR CONTROLLER *

Wang Hua Shen Xianhai Zhang Xuliang Wang Xiaohua

(*School of Mechatronics Engineering and Automation*, *Shanghai Key Laboratory of Power Station Automation Technology*, *Shanghai University*, *Shanghai* 200072, *China*)

Abstract Based on the Lyapunov-Krasovskii stability theory, a linear controller was proposed to achieve synchronization of a delayed Lorenz chaotic system. The presented control law is simple and easy to be implemented. To illustrate the effectiveness of the proposed control algorithm and complete the synchronous simulation, the digital circuit of the delayed Lorenz chaotic system was designed via DSP builder. Finally, simulation results were given to show the effectiveness of the proposed method.

Key words DSP builder, chaos synchronization, delayed chaos, Lyapunov-Krasovskii, Lorenz system

Received 14 September 2011, revised 12 December 2011.

* The project supported by National Natural Science Foundation of China(61104006), Natural Science Foundation of Shanghai(11ZR1412400), The Scientific Special Research Fund for Training Excellent Young Teachers in Higher Education Institutions of Shanghai, The "11th Five-Year" 211 Construction Project of Shanghai University and Innovation Fund of Shanghai University