

# 超音速下热壁板的颤振分析\*

李丽丽 赵永辉

(南京航空航天大学机械结构动力学及控制国家重点实验室, 南京 210016)

**摘要** 首先研究了热效应对壁板结构动力学特性的影响. 将基于超音速活塞理论的非定常气动力模型与壁板的结构动力学方程相结合, 得到了热壁板的颤振方程. 利用  $p-k$  法进行了热壁板的颤振计算, 讨论了气流偏角对颤振速度的影响. 数值结果表明, 热效应对壁板的固有特性有较大影响, 进而影响壁板的颤振特性.

**关键词** 热模态, 壁板颤振, 活塞理论, 气流偏角

## 引言

随着新一代高超音速飞行器的发展, 在飞行实践中出现了一种危险的动态失稳现象—壁板颤振. 壁板颤振是飞行器壁板结构在高速气流中发生的一种自激振动现象. 壁板颤振的幅值一般受到结构非线性的限制, 因此, 在爆发迅速破坏的颤振以前, 结构已受到疲劳损伤的破坏. 因此, 对气动加热环境下壁板的颤振特性进行研究, 对高超音速飞行器的设计研制具有重要的现实意义.

目前考虑热效应的壁板颤振分析都是在定常温度场下进行, 因为相对于颤振响应, 温度的变化是一个缓慢的过程. 在壁板颤振分析中, 计算气动力时活塞理论应用的最为广泛. 研究表明, 当来流马赫数在  $\sqrt{2} < M_\infty < 5$  的范围内时, 应用一阶活塞理论能够为壁板颤振分析提供合理的气动力. 本文以由四个支撑杆支撑的壁板为研究对象, 介绍气动加热环境下的壁板的颤振特性.

## 1 热模态分析的基本公式

温度对结构的影响主要有两个方面: 一是使结构的材料特性发生变化; 二是使结构内部产生温度应力. 在弹性力学中应力和应变有一定的关系, 这一关系由广义胡克定律确定. 胡克定律是固体弹性材料在均匀常值温度下的本构方程. 如果考虑温度变化的影响, 则各向同性体的本构方程的矩阵形式可写为

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon_T) \quad (1)$$

式中, 应力  $\sigma$  是考虑变温影响的弹性应力, 称为热

应力.  $\varepsilon$  为总应变,  $\varepsilon_T$  是由于温度改变而引起的热应力.  $\alpha$  为热膨胀系数,  $\Delta T$  表示温升,  $D$  为弹性矩阵, 式(1)称为杜哈梅尔—纽曼 (Duhamel - Neumann) 关系式.

如果从式(1)求应变, 则有

$$\varepsilon = D^{-1}\sigma + \varepsilon_T = S\sigma + \varepsilon_T = \varepsilon_E + \varepsilon_T \quad (2)$$

式中,  $S$  为柔度系数矩阵. 式(2)表明, 总应变为两部分之和: 一部分是由应力引起的弹性应变  $\varepsilon_E = S\sigma$ , 另一部分是由温度变化引起的热应变.

振动理论表明, 结构内部的预拉应力或预压应力分别对结构产生“硬化”和“软化”作用, 从而影响结构的振动特性. 这种“硬化”和“软化”作用在梁、板、壳类结构中表现得尤为突出. 和一般形式的预应力一样, 温度预应力对结构振动特性得影响可以通过在刚度矩阵中附加初应力矩阵  $K_\sigma$  的形式来模拟. 因此, 在热环境中, 结构的实际总体刚度矩阵  $K$  可表示为

$$K = K_L + K_\sigma \quad (3)$$

由于我们主要涉及线性问题, 这里忽略了几何非线性刚度矩阵  $K_G$  的影响. 于是, 考虑温度影响的结构的热模态分析归结为求解如下的特征值问题

$$(K_L + K_\sigma - \omega^2 M)\varphi = 0 \quad (4)$$

## 2 热颤振方程

高超音速飞行器壁板一般只有外表面暴露于气流中, 而其内表面大多是处于静止空气的大气压条件下. 因此, 壁板颤振计算中只需考虑外表面所受的气动力. 气流偏角是影响壁板颤振边界和颤振形态的一个重要因素.

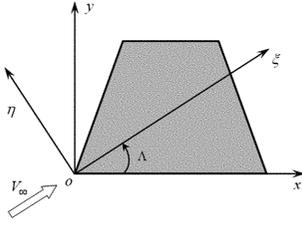


图1 气流偏角的定义

Fig. 1 Definition of flow angle

如图1所示,来流与板结构坐标系  $x$  轴有夹角  $\Lambda$ . 超音速流下壁板的线性颤振分析需采用一阶活塞理论. 根据一阶修正活塞理论<sup>[4,5]</sup>, 当来流马赫数在  $\sqrt{2} < M_\infty < 5$  范围内时,有压强差

$$\Delta p(x, y, t) = -\frac{2q_\infty}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left( \frac{\partial Z(x, y, z)}{\partial x} \cos\Lambda + \frac{\partial Z(x, y, z)}{\partial y} \sin\Lambda + \frac{M_\infty^2 - 2}{M_\infty^2 - 1} \frac{1}{V_\infty} \frac{\partial Z(x, y, z)}{\partial t} \right) \quad (5)$$

式中,  $q_\infty$  是动压. 颤振计算通常在模态空间内进行, 设只保留系统的前  $n$  阶固有模态, 于是结构的位移可表示为

$$Z(x, y, t) = \sum_{j=1}^n f_j(x, y) q_j(t) \quad (6)$$

式中,  $f_j(x, y)$  是第  $j$  阶固有振型函数,  $q_j(t)$  是模态坐标. 将模态坐标变换式(6)代入到式(5), 并与壁板的结构动力学方程结合, 得到如下热壁板的线性颤振方程

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + (K_L + K_\sigma)q(t) = q_\infty \left( \overline{\overline{D}}\dot{q}(t) + \frac{1}{V_\infty} \overline{\overline{E}}\dot{q}(t) \right) \quad (7)$$

式中,  $M, C$  和  $K$  为系统的模态质量、模态阻尼和模态刚度矩阵.  $K_L$  为系统的刚度矩阵,  $K_\sigma$  为热效应引起的附加刚度矩阵. 矩阵  $\overline{\overline{D}}$  和  $\overline{\overline{E}}$  中的元素为

$$\overline{\overline{D}}_{ij} = -\frac{2}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \iint f_i(x, y) \left( \frac{\partial f_j(x, y)}{\partial x} \cos\Lambda + \frac{\partial f_j(x, y)}{\partial y} \sin\Lambda \right) dx dy \quad (8)$$

$$\overline{\overline{E}}_{ij} = -\frac{2(M_\infty^2 - 2)}{(M_\infty^2 - 1)^{3/2}} \iint f_i(x, y) f_j(x, y) dx dy \quad (9)$$

式(7)就是考虑气流偏角影响在内的壁板的线性热颤振方程.

### 3 数值仿真结果

#### 3.1 热模态分析

如图2所示为壁板的有限元模型, 壁板由四个支

撑杆支撑, 这种支撑方案的优点是受热后板可以膨胀. 与固支或简支边界条件相比, 这种支撑方案的临界屈曲温度较高. 表1给出了壁板的几何参数和常温下(20°)的物理参数值. 四个支撑杆的高度是25mm, 其横截面形状和尺寸如图2所示. 支撑杆的材料是Haynes 230高温合金, 常温下的弹性模量为  $E = 210.0\text{GPa}$ , 泊松比  $\nu = 0.31$ , 密度  $\rho = 8.97 \times 10^3 \text{kg/m}^3$ . 假定支撑杆与壁板隔热良好, 即不考虑支撑杆的热效应. 所有计算结果均假定温度分布是均匀的.

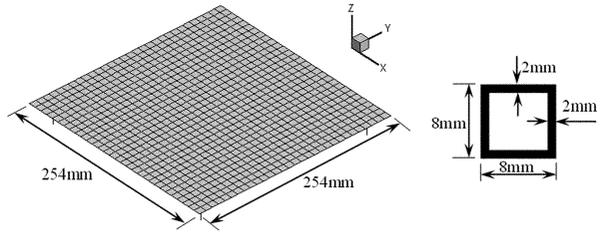


图2 壁板的几何尺寸及有限元模型

Fig. 2 Panel geometry and finite element model

表1 壁板的几何参数和常温下的物理参数

Table 1 Panel geometry and physical parameters at room temperature

Length and Width	$a = b = 0.254\text{m}$	Thickness	$h = 2.5 \times 10^{-3}\text{m}$
Elastic modulus	$E = 71.0\text{GPa}$	Poisson ration	$\nu = 0.32$
Density	$\rho = 2.768 \times 10^3 \text{kg/m}^3$	Coefficient of the thermal expansion	$\alpha = 2.14 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$

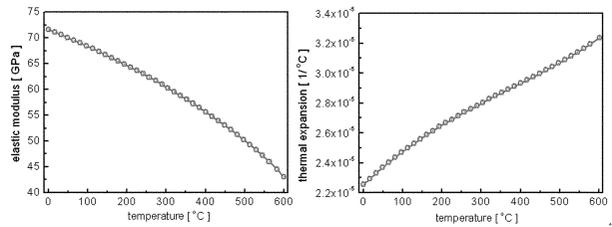


图3 弹性模量和热膨胀系数随温度的变化

Fig. 3 Elastic modulus and thermal expansion coefficient with temperature

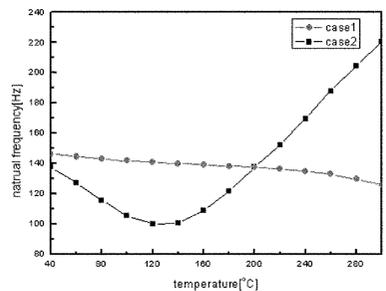


图4 第一固有频率随温度的变化

Fig. 4 The first-order natural frequency changes with temperature

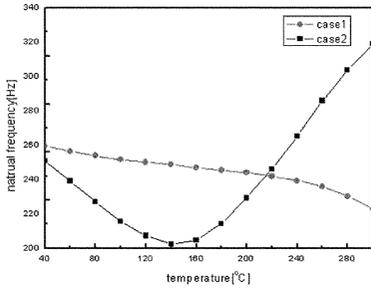


图 5 第二阶固有频率随温度的变化

Fig. 5 The second - order natural frequency changes with temperature

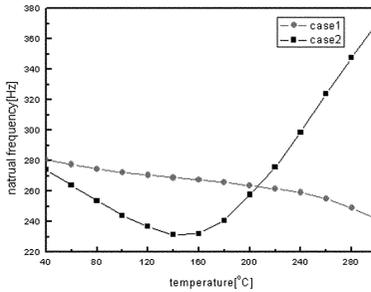


图 6 第四阶固有频率随温度的变化

Fig. 6 The forth - order natural frequency changes with temperature

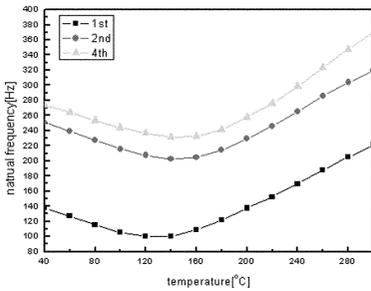


图 7 系统前四阶固有频率随温度的变化

Fig. 7 The first four natural frequencies change with temperature

为了研究热效应对壁板固有频率的影响,首先要了解壁板的材料特性随温度的变化情况. 对于图 2 给出的壁板,其弹性模量和热膨胀系数随温度的变化关系如图 3 所示. 可见,随着温度的升高,壁板的弹性模量逐渐减低. 将分两种情况分析热效应对结构固有模态的影响:第一种情况(case1),在模态计算中只考虑材料弹性模量的影响,不考虑温度引起的热应力的影响;第二中情况(case2),同时考虑材料弹性模量和温度引起的热应力的影响. 在这两种情况下,系统的第一、二和四阶(第三阶与第二阶固有频率相同)固有频率随温度的变化如图 4-6 所示. 可见热应力对结构的固有频率影响很大,只考虑温度对材料弹性模量的影响是不行的. 图 7 给出了第二种情况下壁板的前 4 阶固有频率随温度

的变化趋势.

### 3.2 颤振计算

图 8 表明,壁板在常温下和  $M_\infty = 4.0$  的颤振速度和颤振频率分别为  $V_F = 1426.5 \text{ m/s}$ , 颤振频率为  $f_F = 201.7 \text{ Hz}$ . 图 9 给出了壁板的颤振速度随温度的变化规律. 由图 9 可见,当温度较低时,壁板颤振是主要由壁板的第一阶和第二阶模态耦合产生的,当温度增大到一定程度,如当温度达到  $260^\circ$  时,壁板颤振模式发生了变化,主要由壁板的第五阶和第六阶模态耦合产生,可见,温度能够改变系统的颤振模式.

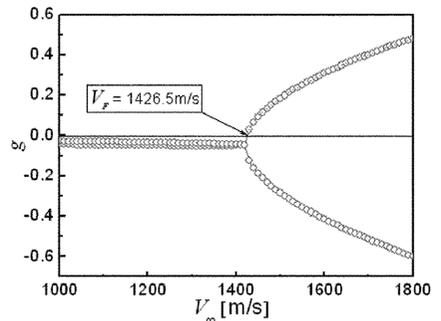


图 8 常温下壁板的颤振速度()

Fig. 8 The flutter speed of panel at room temperature()

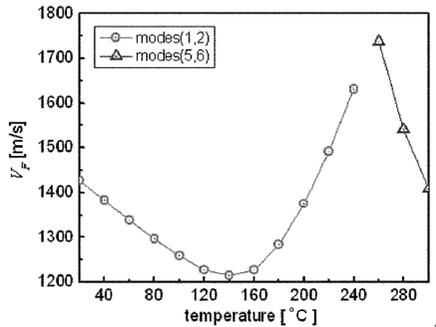


图 9 壁板颤振速度随温度的变化()

Fig. 9 Panel flutter speed changes with temperature()

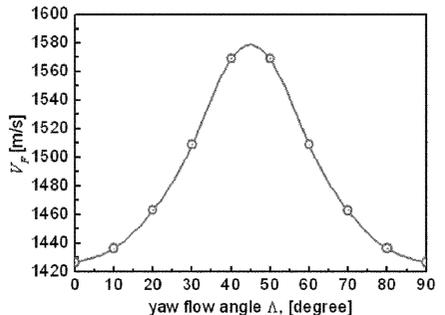


图 10 壁板颤振速度随气流偏角的变化规律()

Fig. 10 Panel Flutter speed changes with the flow angle()

不同的气流偏角导致各阶模态振型的顺气流

斜率的大小不同,进而影响颤振速度.图10给出了壁板的颤振速度随气流偏角的变化规律.图10给出的结果表明,气流偏角对系统的颤振速度影响达到了10%,因此,气流偏角是高超音速飞行器壁板设计中需要考虑的问题.

## 4 结论

基于热模态分析和活塞理论,建立了热壁板的颤振方程.研究了热效应对壁板结构动力学特性和颤振特性的影响.结果表明:热应力对结构固有振动特性有很大影响,进而影响系统的颤振特性.除热效应外,气流偏角也是高超音速飞行器壁板设计中需要考虑的重要参数.

## 参 考 文 献

- 伏欣 H W,沈克杨译,气动弹性力学原理.上海:上海科学技术文献出版社,1982(Fu Xin H W, Translate by Shen K Y, The Theory of Aeroelastic Mechanics. Shanghai: Science and Technology literature Publishing House of Shanghai, 1982(in Chinese))
- 赵永辉.气动弹性力学与控制.北京:科学出版社,2007(Zhao Y H. Mechanics and Control of Aeroelastic. Beijing: Science Press, 2007(in Chinese))
- 夏巍,杨智春.复合材料壁板热颤振的有限元分析.西北工业大学学报,2005,4(2):180-183(Xia W, Yang Z C. Finite Element Analysis of Composite Panels thermal flutter. *Journal of Northwestern Polytechnical University*, 2005, 4(2):180~183(in Chinese))
- Ashley H, Zartarian G. Piston theory - a new aerodynamic tool for the aeroelastician. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1956, 23(10):1109~1118
- Liu D D, Yao Z X. From Piston theory to a unified hypersonic - supersonic lifting surface method. *Journal of Aircraft*, 1997, 34(3):304~312
- William L K. Thermal buckling analysis of rectangular panels subject to humped temperature profile heating. NASA TP-2004-212041
- Bailey C D. Vibration of thermally stressed plates with various boundary conditions. *AIAA Journal*, 1973, 11(1):14~19
- Chen P C. Damping perturbation method for flutter solution; the g-method. *AIAA Journal*, 2000, 38(9):1519~1524
- Rodden W P. User's Guide of MSC/NASTRAN Aeroelastic Analysis, MSC/NASTRAN V68, 1994

# THE FLUTTER ANALYSIS OF THERMAL PANEL UNDER SUPERSONIC FLOW\*

Li Lili Zhao Yonghui

(State Key Laboratory of Mechanics and Control of Mechanical Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** The thermal effects on the kinetics of panel structure were studied. Combining the unsteady aerodynamic model based on supersonic piston theory with structural dynamics equation, the flutter equation of thermal panel was obtained. The flutter analysis on thermal panel was carried out by P-K method, and the trend of flow angle on the flutter velocity was discussed. The numerical results show that thermal effect has a great impact on the inherent characteristics of panel, thereby affecting the panel's flutter characteristic.

**Key words** thermal mode, panel flutter, Piston theory, flow angle