

超声速流中二元机翼的颤振与极限环*

陈科文¹ 赵海¹ 周立杰² 赵娜¹ 曹登庆¹

(1. 哈尔滨工业大学航天学院 137 信箱, 哈尔滨 150001) (2. 哈尔滨综合开发有限公司, 哈尔滨 150090)

摘要 以沉浮和俯仰自由度上具有间隙立方结构非线性的二元机翼模型为例, 考虑系统的结构阻尼, 建立了系统的非线性动力学方程. 通过修正的三阶活塞理论模拟了超声速流中机翼的非定常气动力和气动力矩. 引入无量纲参数将系统动力学方程无量纲化, 通过数值模拟得到了二元机翼的时域响应和系统的相轨迹变化规律. 通过系统的分岔图得到了无量纲参数和系统周期运动振幅幅值的关系. 研究结果表明, 当无量纲流速增大至临界颤振速度时出现极限环振动, 系统由稳定运动过渡到周期振动, 继续增大无量纲流速会有更加复杂的动力学行为.

关键词 极限环颤振, 活塞理论, 间隙非线性, 分岔

引言

机翼的颤振主要是由机翼的结构非线性和气动力非线性相耦合而引起的. 结构非线性通常有三种近似表示: 即立方非线性、间隙非线性以及滞后非线性. 气动非线性, 是飞机的飞行过程中由流体分离和突变引起的. 目前主要存在以下几种模型: 一是二维准定常升力面理论, 该理论仅考虑翼面位移和速度产生的气动力, 忽略了加速度对气动力的影响, 主要用来解决二元薄翼的空气动力; 二是 Theodorsen 建立的计入加速度项影响的非定常气动力理论, 可以解决二元平板在不可压缩流动中作不同频率简谐振动时的非定常气动力; 三是以非线性梁为基础的 ONERA^[1,2,3] 气动模型, 目前已成为了一种比较公认的非线性气动力模型; 四是由 Holt Ashley 等提出的针对超音速流的拟定常活塞理论^[4].

极限环颤振是指气流速度增加导致系统中出现 Hopf 分岔而产生的周期振动. 自提出极限环颤振概念以来, 人们在理论与实验研究方面已经做了不少研究. Price、Lee 和 Alighanbari^[5] 研究了双线性和结构刚度立方非线性二元机翼的气动弹性响应, 用 Wagner 方程求出了不可压缩气流中作用于机翼翼面的气动力, 发现机翼是否存在极限环依赖于初始条件. Tang、Yamamoto 和 Dowell^[6] 研究了三维轴向气流中二元机翼的颤振和极限环, 对于极限环

幅值比较大的情况, 理论与实验相差挺大, 猜测是气动非线性导致了这一差别的发生. Kim^[7] 研究了高超声速流中沉浮和俯仰自由度具有中心型间隙非线性和气动非线性共同作用下的二元机翼, 发现即使在马赫数很低的情况下系统也会发生极限环颤振, 同时即使俯仰自由度上间隙很小, 系统的稳定性也会发生变化, 还会引起机翼出现疲劳问题. Tang et al^[8] 研究了二维超临界机翼的跨音速极限环颤振, 采用以 CFD 为基础的气动弹性计算方法分析了 NLR7301 翼型在跨音速时的极限环特征. 结果发现用 Navier - Stoke 方程解得的极限环比用 Euler 法解得的极限环与实验偏差小, 但是这一结果强烈依赖于紊流模型. 丁千和陈予恕^[9] 针对高超声速流中机翼的颤振方程进行了稳定性分析, 直接推导出了系统 Hopf 分岔的规范型, 证明了 Hopf 分岔导致系统失稳, 在分析 Hopf 分岔规范型系数时发现, 随着马赫数的提高, Hopf 分岔由超临界形式变成亚临界形式. 丁千^[10] 等应用正规型理论研究了具有立方结构非线性和气动非线性作用下二元机翼的颤振, 通过三阶活塞理论得到了机翼在超声速流中的气动力, 通过分析正规型的系数对系统参数进行了详细分析. 郑国勇^[11] 等研究了大气紊流作用结构非线性机翼的超声速和高超声速的脉动响应, 采用随机场的三角级数合成法得到了作用在机翼上的脉动压力, 运用随机理论对机翼均方根响

应进行了分析,结果表明在大气紊流作用下系统不再呈现简单的极限环响应,而是在大气紊流时系统极限环解的基础上叠加一个脉动量,系统的均方根响应随速度的增大而增大。

本文考虑具有双间隙结构立方非线性的二元机翼,以无量纲流速为分岔参数,用修正的三阶活塞理论模拟了系统的非定常气动力和气动力矩,通过数值分析得到了系统的极限环和分岔图,研究了系统的动力学行为与分叉参数的关系。

1 系统动力学模型

研究图1所示的二元机翼模型,图中 b 为机翼的半弦长, x_0 为机翼前端到弹性轴的无量纲距离; k_h 和 k_α 分别为沉浮和俯仰自由度上的刚度系数。

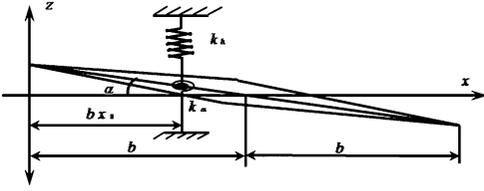


图1 二元机翼模型

Fig. 1 2-D airfoil Model

机翼表面上任意一点的位移可以表示为:

$$z(x, t) = -[h(x) + (x - bx_0)\alpha(t)] \quad (1)$$

机翼上下表面的下洗速度 v_{zu} 和 v_{zd} 分别为:

$$v_{zu} = \frac{\partial z(x, t)}{\partial t} - v_\infty \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \quad (2)$$

$$v_{zd} = -\frac{\partial z(x, t)}{\partial t} + v_\infty \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \quad (3)$$

采用修正的三阶活塞理论可得:

$$\frac{p}{p_\infty} = 1 + \gamma \frac{v_z \lambda}{c_\infty} + \frac{\gamma(\gamma+1)}{4} \left(\frac{v_z \lambda}{c_\infty}\right)^2 + \frac{\gamma(\gamma+1)}{12} \left(\frac{v_z \lambda}{c_\infty}\right)^3 \quad (4)$$

其中: p 为机翼表面压力, c_∞ 为无穷远处当地声速, γ 为空气绝热比, $\lambda = M_\infty / \sqrt{(M_\infty^2 - 1)}$,相对气流马赫数 $M_\infty = \frac{v_\infty}{c_\infty}$ 。

由(4)可得作用在机翼上下表面的空气动力学差为:

$$\Delta = p_l - p_u = \gamma p_\infty \left[\frac{\lambda(v_{zd} - v_{zu})}{c_\infty} + \frac{(\gamma+1)(v_{zd}^2 - v_{zu}^2)\lambda^2}{4c_\infty^2} + \frac{(\gamma+1)(v_{zd}^3 - v_{zu}^3)\lambda^3}{12c_\infty^3} \right] = \frac{4q_d \lambda}{M_\infty} \left[\frac{1}{v_\infty} \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\lambda^2 M_\infty^2 (\gamma+1)}{12} \left(\frac{1}{v_\infty} \frac{\partial z}{\partial t} + \right. \right.$$

$$\left. \frac{\partial z}{\partial x} \right)^3 \Big] = \frac{4q_d \lambda}{M_\infty v_\infty} \{ \dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha} + v_\infty \alpha +$$

$$\frac{\lambda^2 M_\infty^2 (\gamma+1)}{12v_\infty^2} [\dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha} + v_\infty \alpha]^3 \} \quad (5)$$

式中空气动压 $q_d = \frac{1}{2} \rho_\infty v_\infty^2$ 对整个翼面进行积分可得作用在机翼上的气动力和气动力矩:

$$Q_h = -C_1 \int_0^{2b} [\dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha} + v_\infty \alpha] dx - C_2 \int_0^{2b} [\dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha} + v_\infty \alpha]^3 dx = -2bC_1 (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha}) - 2b^2 C_1 \dot{\alpha} - 2bC_2 (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha})^3 - 6b^2 C_2 \dot{\alpha} (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha})^2 - 8b^3 C_2 \dot{\alpha}^2 (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha}) - 4b^2 C_2 \dot{\alpha}^3 \quad (6)$$

$$Q_\alpha = -C_1 \int_0^{2b} [\dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha}] (x - bx_0) dx - C_2 \int_0^{2b} [\dot{h} + (x - bx_0)\dot{\alpha}]^3 (x - bx_0) dx = 2b^2 C_1 x_0 (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha}) - 2b^2 C_1 (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha}) - \frac{8}{3} b^3 C_1 \dot{\alpha} - 2bC_2 (1 - x_0) (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha})^3 - 2b^3 C_2 (4 - 3x_0) (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha})^2 \dot{\alpha} - 4b^4 C_2 (3 - 2x_0) (\dot{h} + v_\infty \alpha - bx_0 \dot{\alpha}) \dot{\alpha}^2 - \frac{4}{5} b^4 C_2 (8 - 5x_0) \dot{\alpha}^3 \quad (7)$$

其中, $C_1 = \frac{4q_d \lambda}{M_\infty v_\infty}$, $C_2 = \frac{(\gamma+1)q_d M_\infty \lambda^3}{3v_\infty^3}$

在沉浮和俯仰自由度上计入中心间隙立方非线性刚度,如图2所示:

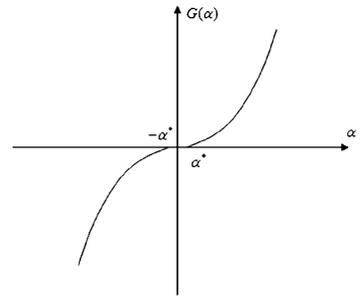


图2 中心间隙非线性刚度模型

Fig. 2 The nonlinear stiffness model with central clearance

则系统的运动微分方程可写为:

$$\begin{cases} m \ddot{h} + S_\alpha \ddot{\alpha} + c_h \dot{h} + F(h) = Q_h \\ S_\alpha \ddot{h} + I_\alpha \ddot{\alpha} + c_\alpha \dot{\alpha} + G(\alpha) = Q_\alpha \end{cases} \quad (8)$$

式中,

$$F(h) = \begin{cases} k_h(h-h^*) + E_h k_h(h-h^*)^3, & h \geq h^* \\ 0, & -h^* \leq h \leq h^* \\ k_h(h+h^*) + E_h k_h(h+h^*)^3, & h \leq -h^* \end{cases}$$

$$G(\alpha) = \begin{cases} k_\alpha(\alpha-\alpha^*) + E_\alpha k_\alpha(\alpha-\alpha^*)^3, & \alpha \geq \alpha^* \\ 0, & -\alpha^* \leq \alpha \leq \alpha^* \\ k_\alpha(\alpha+\alpha^*) + E_\alpha k_\alpha(\alpha+\alpha^*)^3, & \alpha \leq -\alpha^* \end{cases}$$

引入无量纲参数:

$$\xi = h/b, \omega_h = \sqrt{k_h/m}, \omega_\alpha = \sqrt{\omega_\alpha/I_\alpha}, \bar{\omega} = \omega_h/\omega_\alpha,$$

$$\mu = m/4\rho_\infty b^2, v = v_\infty/b\omega_\alpha, \chi_\alpha = S_\alpha/m_b,$$

$$\zeta_h = c_h/2m\omega_h, \zeta_\alpha = c_\alpha/2I_\alpha\omega_\alpha, \gamma_\alpha = \sqrt{I_\alpha/m_b^2}$$

将微分方程无量纲化可得:

$$\ddot{\xi} + \chi_\alpha \ddot{\alpha} + \frac{2\bar{\omega}\zeta_h}{V} \dot{\xi} + f\left(\frac{\bar{\omega}}{V}, \xi, \xi^*\right) = -\frac{\lambda}{\mu M_\infty} \left[\dot{\xi} + \alpha + (1-x_0)\dot{\alpha} + \frac{(\gamma+1)\lambda^2 M_\infty^2}{12} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha})^3 + \frac{(\gamma+1)\lambda^2 M_\infty^2}{4} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha})^2 \dot{\alpha} + \frac{(\gamma+1)\lambda^2 M_\infty^2}{3} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha})^2 \dot{\alpha}^2 + \frac{(\gamma+1)\lambda^2 M_\infty^2}{6} \dot{\alpha}^3 \right] \quad (9)$$

$$\frac{\chi_\alpha}{\gamma_\alpha^2} \ddot{\xi} + \ddot{\alpha} + \frac{2\zeta_\alpha}{V} \dot{\alpha} + g(V, \alpha, \alpha^*) = -\frac{\lambda}{\mu M_\infty \gamma_\alpha^2} \left[(1-x_0)(\dot{\xi} + \alpha) + \frac{(4-6x_0+3x_0^2)}{3} \dot{\alpha} + \frac{(\gamma+1)(1-x_0)\lambda^2 M_\infty^2}{12} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha})^3 + \frac{(\gamma+1)(4-3x_0)\lambda^2 M_\infty^2}{12} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha})^2 \dot{\alpha} + \frac{(\gamma+1)(3-2x_0)\lambda^2 M_\infty^2}{6} (\dot{\xi} + \alpha + x_0\dot{\alpha}) \dot{\alpha}^2 + \frac{(\gamma+1)(8-5x_0)\lambda^2 M_\infty^2}{30} \dot{\alpha}^3 \right] \quad (10)$$

式中:

$$f\left(\frac{\bar{\omega}}{V}, \xi, \xi^*\right) = \begin{cases} \left(\frac{\bar{\omega}}{V}\right)^2 [(\xi-\xi^*) + E_h(\xi-\xi^*)^3], & \xi \geq \xi^* \\ 0, & -\xi^* \leq \xi \leq \xi^* \\ \left(\frac{\bar{\omega}}{V}\right)^2 [(\xi+\xi^*) + E_h(\xi+\xi^*)^3], & \xi \leq -\xi^* \end{cases}$$

$$g(V, \alpha, \alpha^*) = \begin{cases} \frac{1}{V^2} [(\alpha-\alpha^*) + E_\alpha(\alpha-\alpha^*)^3], & \alpha \geq \alpha^* \\ 0, & -\alpha^* \leq \alpha \leq \alpha^* \\ \frac{1}{V^2} [(\alpha+\alpha^*) + E_\alpha(\alpha+\alpha^*)^3], & \alpha \leq -\alpha^* \end{cases}$$

2 系统动力学分析

选取系统参数列于表1,下面采用数值积分对系统的动态响应进行分析.

表1 系统参数表

Table 1 Parameters of the system

Parameter	Value	Parameter	Value	Parameter	Value
χ_α	0.25	ω_h	100	μ	125
γ_α	0.5	ω_α	100	b	1
γ	1.4	$\bar{\omega}$	1	x_0	0.8
ζ_h	0.05	ζ_α	0.03	λ	1
ρ_∞	1.25				

取非线性刚度系数 $E_h = E_\alpha = 50$, 则当初始条件为 $[0, 0, 0.002, 0]$ 时系统动态响应如图3所示:

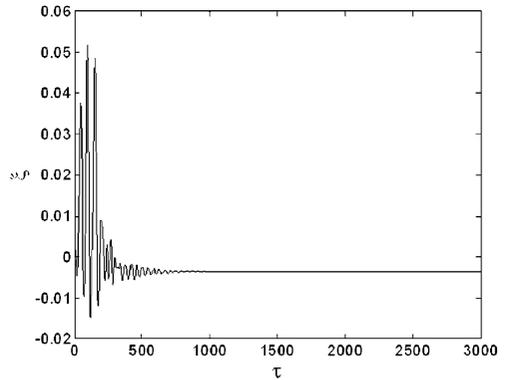


图3 $V=6$ 时沉浮方向的时域响应

Fig. 3 Time history in plunging direction for $V=6$

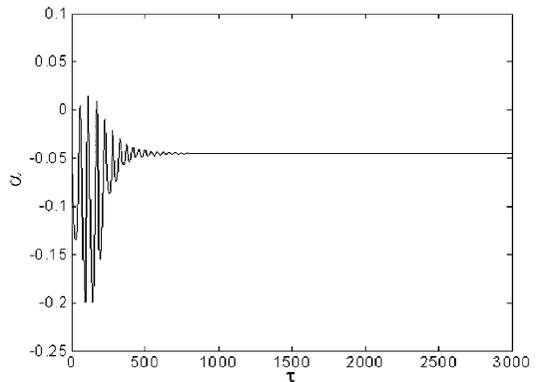


图4 $V=6$ 时俯仰方向的时域响应

Fig. 4 Time history in pitching direction for $V=6$

由图3和图4可知当无量纲速度 $V=6$, 即 $M_a=2$ 时系统稳定,但是稳定平衡点不是原点,而是稳定到 $\xi = -0.004, \alpha = -0.044$.

由图5可以看出,当 $V=7$, 即 $M_a=2.33$ 时系统出现稳定极限环.

比较图5和图6可知当无量纲速度增大时,极

限环幅值有明显的增加. 以无量纲流速 V 为参数, 通过数值计算得到分岔图如图 7 和图 8 所示.

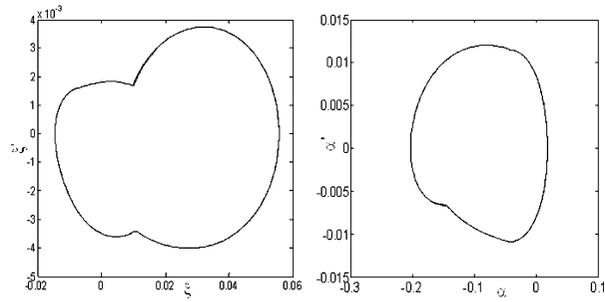


图 5 $V=7$ 时沉浮和俯仰方向的相图

Fig. 5 Phase diagrams in plunging and pitching for $V=7$

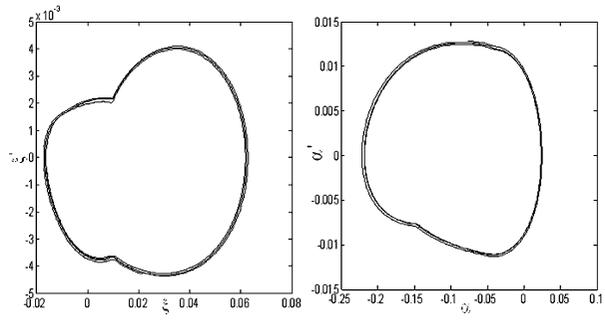


图 6 $V=7.5$ 时沉浮和俯仰方向的相图

Fig. 6 Phase diagrams in plunging and pitching for $V=7.5$

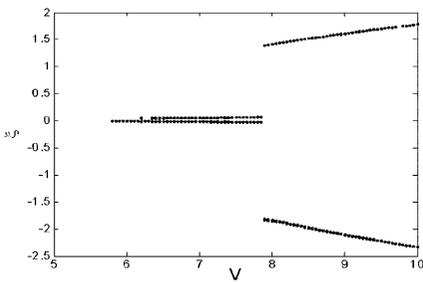


图 7 沉浮方向的全局分岔图

Fig. 7 Global bifurcation diagram in plunging direction

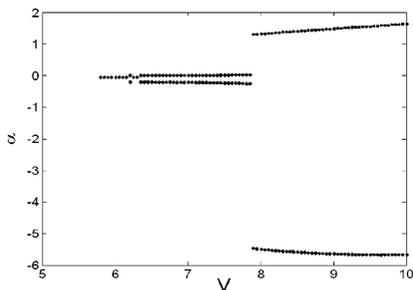


图 8 俯仰方向的全局分岔图

Fig. 8 Global bifurcation diagram in pitching direction

图 7 给出了, 即时系统的稳定极限环, 其幅值远大于 7.5 时极限环的幅值, 这一现象容易从分岔图 7 和图 8 看出.

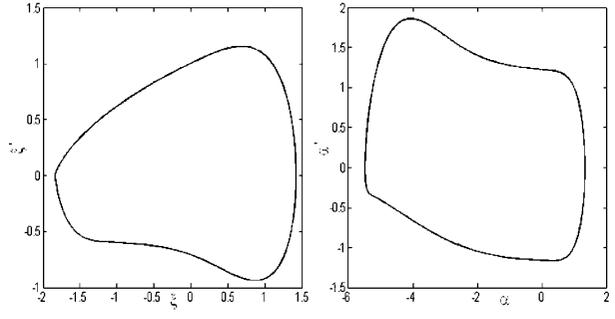


图 9 $V=8$ 时沉浮和俯仰方向的相图

Fig. 9 Phase diagrams in plunging and pitching for $V=8$

图 10 和图 11 给出了无量纲流速自 5.5 至 7.9 的局部分岔图. 容易看出, 在无量纲速度和时系统分别发生分岔, 极限环幅值发生跳跃.

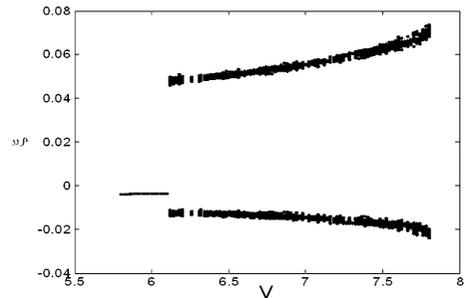


图 10 沉浮方向的局部分岔图

Fig. 10 Local bifurcation diagram in plunging direction

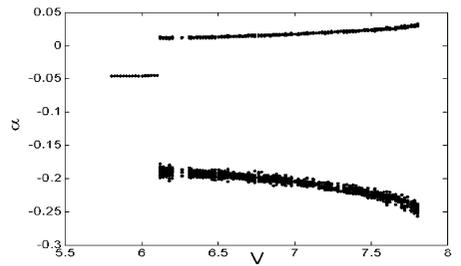


图 11 俯仰方向的局部分岔图

Fig. 11 Local bifurcation diagram in pitching direction

3 结论

本文引入双间隙结构非线性, 研究了二元机翼的颤振与极限环振动. 气动采用修正的三阶活塞理论导出, 以无量纲流速为分岔参数, 对系统的动力学行为进行了数值模拟, 得到了系统的时域响应和系统的相轨迹变化规律. 通过分岔图得到了无量纲参数和系统周期运动振幅幅值的关系, 其临界颤振速度为. 飞行速度大于临界颤振速度时, 系统呈现出极限环振动, 即系统由稳定运动过渡到周期运动. 进一步提高无量纲流速, 当时系统发生二次分岔, 周期运动的振幅突然增大.

参 考 文 献

- 1 Tran C T, Petot D. Semi-empirical model for the dynamic stall of airfoils in view of the application to the calculation of responses of a helicopter blade in forward flight. *Vertica*, 1981, 5:35 ~ 53
- 2 Dat D T. Investigation of the stall flutter of an airfoil with semi-empirical model of 2-D flow. *Vertica*, 1983, 7(2):73 ~ 86
- 3 Peters D A. Toward a unified lift model for use in rotor blade stability analysis. *Journal of American Helicopter Society*, 1985, 30(3):32 ~ 42
- 4 Ashely H, Zartarian G. Piston theory a new aerodynamic tool for the aeroelastician. *Journal of the Aeronautical Sciences*, 1956, 23(12): 1109 ~ 1118
- 5 Price S J, Alighanbari H, Lee B H K. The aeroelastic response of a two-dimensional airfoil with bilinear and cubic structural nonlinearities. *Journal of Fluids and Structures*, 1995, 9:175 ~ 193
- 6 Tang D M, Yamamoto H, Dowell E H. Flutter and limit cycle oscillations of two-dimensional panel in three-dimensional axial flow. *Journal of Fluids and Structures*, 2003, 17:225 ~ 242
- 7 Kim Dong-Hyun, Lee In. Transonic and Low- supersonic aeroelastic analysis of a two-degree- of-freedom airfoil with a freeplay non-linearity. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 234(5): 859 ~ 880
- 8 Tang L, Bartels R E, Chen P C, Liu D D. Numerical investigation of transonic limit cycle oscillation of a two-dimensional supercritical wing. *Journal of Fluids and Structures*, 2003, 17:29 ~ 41
- 9 丁千,陈予恕.用胞映射法分析双线性结构刚度的机翼颤振. *空气动力学报*, 2006, 20(2):123 ~ 131(Ding Q, Chen Y S. Analysis of an aeroelastic system with bilinear stiffness using the cell mapping method. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2006, 20(2):123 ~ 131(in Chinese))
- 10 丁千,王冬立.结构和气动非线性机翼颤振分析. *动力学与控制学报*, 2004, 2(2):18 ~ 22(Ding Q, Wang D L. Study on airfoil flutter with cubic structural and aerodynamical nonlinearity. *Journal of Dynamics and Control*, 2004, 2(2): 18 ~ 22(in Chinese))
- 11 郑国勇,杨翊仁.结构非线性机翼的超音速和高超音速颤振. *西南交通大学学报*, 2007, 42(5): 578 ~ 582 (Zheng G Y, Yang Y R. Flutter of airfoil with structural nonlinearity in supersonic and hypersonic flow. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2007, 42(5): 578 ~ 582(in Chinese))

AERODYNAMIC FLUTTER AND LIMITED CYCLE OF A 2 - D WING IN THE HYPERSONIC FLOW FIELD *

Chen Kewen¹ Zhao Hai¹ Zhou Lijie² Zhao Na¹ Cao Dengqing¹

(1. The School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, PO Box 137, Harbin 150001, China)

(2. Harbin comprehensive development Co., LTD, Harbin 150090, China)

Abstract A dynamical model of the airfoil with cubic and freeplay nonlinearity in both pitch and plunge was established. The nonlinear aerodynamic force and moment on the wing were evaluated by the third order piston theory. A bifurcation diagram, which presents the relevance between bifurcation parameter and amplitude of the periodic motion, was given numerically. When the dimensionless flight speed increases to the flutter critical speed, limited cycle can be observed in both pitch and plunge, and Hopf bifurcation appears, which means the stable point bifurcates to a periodic motion. And when further increasing the dimensionless flight speed, a more complex dynamic phenomenon will turn up.

Key words LCO, Piston theory, freeplay nonlinearity, bifurcation