

# 外激励参数未知系统的同步控制及其参数识别\*

马米花 蔡建平

(漳州师范学院数学与信息科学系, 漳州 363000)

**摘要** 考虑外激励的振幅和频率未知的混沌系统. 把系统未知参数扩张成系统的新的状态量, 构造新的驱动系统. 用参数自适应控制方法构造一个响应系统, 使之与驱动系统的结构相同. 基于级联系统的稳定性理论, 通过两个步骤来设计控制器和参数自适应律, 使得驱动—响应系统能够达到完全同步. 当驱动—响应系统达到完全同步时, 就可以识别出系统的未知参数振幅和频率. 最后以受迫 Duffing - Van der Pol 系统和扩音器系统为例验证了本文提出的方案是有效的.

**关键词** 参数未知系统, 自适应控制, 参数识别

## 引言

近 20 年来, 混沌同步问题以及其实际应用的广泛性受到了极大关注, 同时也提出了很多同步控制方法, 比如线性, 非线性状态误差反馈控制、替代变量控制、自适应控制、主动控制、基于观察器的控制等<sup>[1-5]</sup>. 这些混沌同步理论已应用于电机工程、保密通信等许多技术和科学领域<sup>[6,7]</sup>. 在实际应用中, 由于受到噪声等条件的干扰以及系统不稳定的影响, 混沌系统的参数常常是未知或不确定的, 因此考虑参数未知系统的同步控制问题更加重要. 尤其是, 进一步识别系统的参数非常有实际意义. 近年来, 参数未知系统的同步控制与参数识别已经成为了非线性科学领域的热点问题之一. 然而目前有关参数未知系统的同步控制与参数识别主要考虑的是自治系统<sup>[8-13]</sup>, 其中文<sup>[9-12]</sup>是用自适应控制方法实现系统同步和识别参数. 众所周知, 在工程中有很多系统是非自治的, 例如, 受迫 Duffing 系统, Van der pol 系统, 陀螺仪系统<sup>[14]</sup>, 扩音器系统<sup>[15]</sup>等. 显然, 非自治混沌系统的振幅、频率也容易受到波动, 所以外激励参数未知的混沌系统的同步控制与参数识别问题也很重要.

文<sup>[16]</sup>基于级联系统的稳定性理论研究参数确定系统的同步控制. 与文<sup>[16]</sup>不同, 本文考虑一类外激励的振幅和频率未知的混沌系统的同步控制. 首先把有待识别的未知参数扩张成系统的状态

量, 构造新的驱动系统, 并且用参数自适应控制方法构造响应系统. 在误差系统中把新增加的状态量当作是输入量, 从而误差系统可看成是级联系统, 然后基于级联系统的稳定性理论, 通过两个步骤来设计控制器和参数自适应律, 使得误差系统在原点全局渐近稳定, 从而使驱动—响应系统能够达到完全同步. 当驱动—响应系统达到完全同步时, 就可以识别出系统的未知参数振幅和频率. 最后以受迫 Duffing - Van der Pol 系统和扩音器系统为例验证了本文提出的方案是可行的, 而且控制器不含有未知参数, 方法具有普适性. 与其余关于参数不确定系统的同步控制文献<sup>[8-13]</sup>相比较, 本文优点在于能够用于识别频率和振幅, 尤其是对频率的识别似乎目前很少有相关文献.

## 1 系统类型与同步控制方法的描述

考虑非自治混沌系统

$$\dot{x} = F(x) + f(t) \quad (1)$$

其中“ $\cdot$ ”是关于  $t$  求导,  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$  是状态量,  $F(x) = (F_1(x_1, x_2, \dots, x_n), F_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, F_n(x_1, x_2, \dots, x_n))^T$  是连续的线性或者非线性向量函数,  $f(t) = [f_1(t), f_2(t), \dots, f_n(t)]^T$  是外激励,  $f_i(t) = A_i \cos \omega_i t$  或  $f_i(t) = A_i \sin \omega_i t, i = 1, 2, \dots, n$ , 其中振幅  $A_i$  和频率  $\omega_i$  是有待识别的未知参数. 很多非自治混沌系统都可以表示为系统(1)的形式, 如 Van der pol 系统, Duffing 系统, 扩音器系

统等.

为了识别出未知参数振幅  $A_i$  和  $\omega_i$  频率,再引入  $3n$  个状态量,其中令  $\omega_i t = x_{n+i}(t)$ ,并且把待识别的未知参数  $A_i$  和  $\omega_i$  也看成系统的状态量,系统(1)扩张为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + f_i(t) \\ \dot{x}_{n+i} = \omega_i \\ \dot{\omega}_i = 0 \\ \dot{A}_i = 0 \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

其中  $f_i(t) = A_i \cos x_{n+i}$  或  $f_i(t) = A_i \sin x_{n+i}$ ,称系统(2)为驱动系统,用自适应控制方法构造它的响应系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_i = F_i(y_1, y_2, \dots, y_n) + \hat{f}_i(t) + u_i(t) \\ \dot{y}_{n+i} = \hat{\omega}_i(t) + u_{n+i}(t) \\ \dot{\hat{\omega}}_i(t) = h_i(t), \\ \dot{\hat{A}}_i(t) = g_i(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

其中  $\hat{f}_i(t) = \hat{A}_i(t) \cos y_{n+i}$  或  $\hat{f}_i(t) = \hat{A}_i(t) \sin y_{n+i}$ ,  $u_i(t)$ ,  $u_{n+i}(t)$  为控制函数,  $h_i(t)$ ,  $g_i(t)$  为参数自适应律. 令  $e = [e_1, e_2, \dots, e_{4n}]^T$ , 其中  $e_i = y_i(t) - x_i(t)$ ,  $e_{n+i} = y_{n+i}(t) - x_{n+i}(t)$ ,  $e_{2n+i} = \hat{\omega}_i(t) - \omega_i$ ,  $e_{3n+i} = \hat{A}_i(t) - A_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则由系统(2)和(3)可以得到动态误差系统

$$\begin{cases} \dot{e}_i = F_i(y_1, y_2, \dots, y_n) - F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + \hat{f}_i(t) - f_i(t) + u_i(t) \\ \dot{e}_{n+i} = e_{2n+i} + u_{n+i}(t) \\ \dot{e}_{2n+i} = h_i(t), \\ \dot{e}_{3n+i} = g_i(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

其中  $\hat{f}_i(t) - f_i(t) = \hat{A}_i(t) \cos y_{n+i} - A_i \cos x_{n+i}$  或  $\hat{f}_i(t) - f_i(t) = \hat{A}_i(t) \sin y_{n+i} - A_i \sin x_{n+i}$ . 我们的目的是寻求适当的控制器函数  $u_i(t)$ ,  $u_{n+i}(t)$  和参数自适应律  $h_i(t)$ ,  $g_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 使误差系统(4)在零点全局渐近稳定,即  $e(t)$  在任意的初始条件下都有  $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e(t)\| = 0$  成立,那么系统(2)与(3)达到完全同步,其中  $\|e(t)\| = \sqrt{\sum_{k=1}^{4n} e_k^2}$ . 如果系统(2)与(3)达到完全同步,那么

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |e_{2n+i}| &= \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{\omega}_i(t) - \omega_i| = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} |e_{3n+i}| = \\ \lim_{t \rightarrow \infty} |\hat{A}_i(t) - A_i| &= 0, \end{aligned}$$

即,当  $t \rightarrow \infty$  时,有  $\hat{\omega}_i(t) \rightarrow \omega_i$ ,  $\hat{A}_i(t) \rightarrow A_i$ , 由此可以识别出系统(1)的未知参数  $A_i$  和  $\omega_i$ . 为了实现误差系统(4)在零点全局渐近稳定,根据文[16]的定理1,我们引入下面的引理.

引理<sup>[16]</sup>考虑级联系统

$$\begin{cases} \dot{y} = F_1(t, y, z) \\ \dot{z} = F_2(t, z) \end{cases} \quad (5)$$

其中  $F_1: [0, \infty) \times R^n \times R^m, F_2: [0, \infty) \times R^m \rightarrow R^m$ ,  $z$  为输入量,如果

1)  $F_2$  是连续且关于  $z$  满足局部 Lipschitz 条件,以及系统  $\dot{z} = F_2(t, z)$  在零点全局渐近稳定.

2)  $F_1$  是连续可微的,且关于  $y, z$  满足全局 Lipschitz 条件,以及系统  $\dot{y} = F_1(t, y, 0)$  是全局指数稳定的.

那么,级联系统(5)在零点全局渐近稳定.

在误差系统(4)中,把新增加的状态量  $e_{n+i}$ ,  $e_{2n+i}$ ,  $e_{3n+i}$  当作是输入量,且控制函数  $u_{n+i}(t)$  和参数自适应律  $h_i(t)$ ,  $g_i(t)$  与  $e_i$  无关,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 则误差系统(4)是级联系统,与系统(5)的形式相同. 根据引理的两个条件,下面分两个步骤实现误差系统(4)在零点全局渐近稳定.

第一步,考虑误差系统(4)的后面  $3n$  个方程组成的系统

$$\begin{cases} \dot{e}_{n+i} = e_{2n+i} + u_{n+i}(t) \\ \dot{e}_{2n+i} = h_i(t) \\ \dot{e}_{3n+i} = g_i(t) \end{cases}, i = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

取控制器函数和参数自适应律为

$$\begin{aligned} u_{n+i}(t) &= -e_{2n+i} - e_{n+i}, h_i(t) = -e_{2n+i}, g_i(t) \\ &= -e_{3n+i}, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (7)$$

则系统(6)为

$$\begin{cases} \dot{e}_{n+i} = -e_{n+i} \\ \dot{e}_{2n+i} = -e_{2n+i} \\ \dot{e}_{3n+i} = -e_{3n+i} \end{cases}$$

易见上式满足引理条件1).

第二步,考虑误差系统(4)的前  $n$  个方程组成的系统

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= F_i(y_1, y_2, \dots, y_n) - F_i(x_1, x_2, \dots, x_n) + \\ &u_i(t), i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (8)$$

只要进一步适当选取控制器函数  $u_i(t)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , 使得系统(8)满足引理条件2),那么误差系统(4)在零点全局渐近稳定,即系统(2)与(3)能

够达到完全同步.

## 2 数值算例

例1 考虑驱动系统为 Duffing - Van der pol 系统

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + ax + bx^3 = A\cos\omega t \quad (9)$$

其中  $A, \omega$  是系统的未知参数. 令  $x_1 = x, x_2 = \dot{x}, x_3 = \omega t$  得到系统(9)的扩张系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - ax_1 - bx_1^3 + A\cos x_3 \\ \dot{x}_3 = \omega \\ \dot{\omega} = 0 \\ \dot{A} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

用参数自适应控制方法构造系统(10)的响应系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + u_1(t) \\ \dot{y}_2 = \mu(1 - y_1^2)y_2 - ay_1 - by_1^3 + \hat{A}(t)\cos y_3 + u_2(t) \\ \dot{y}_3 = \hat{\omega}(t) + u_3(t) \\ \dot{\hat{\omega}} = h_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\hat{A}} = g_1(t) \end{cases} \quad (11)$$

令  $e_i = y_i(t) - x_i(t), i = 1, 2, 3, e_\omega = \hat{\omega}(t) - \omega, e_A = \hat{A}(t) - A$  由驱动—响应系统(10)和(11)得到误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + u_1(t) \\ \dot{e}_2 = -ae_1 - b(e_1^3 + 3x_1e_1^2 + 3x_1^2e_1) + \mu e_2 - \mu(e_1^2e_2 + x_2e_1^2 + 2e_1e_2x_1 + 2e_1x_1x_2 + x_1^2e_2) + \hat{A}\cos y_3 - A\cos x_3 + u_2(t) \\ \dot{e}_3(t) = e_\omega + u_3(t) \\ \dot{e}_\omega = h_1(t) \\ \dot{e}_A = g_1(t) \end{cases} \quad (12)$$

其中新增加的状态量  $e_3, e_\omega, e_A$  当作是输入量. 根据式(7), 首先取控制器函数  $u_3$  和参数自适应律  $h_1, g_1$  为

$$\begin{cases} u_3 = -e_\omega - e_3 \\ h_1 = -e_\omega \\ g_1 = -e_A \end{cases} \quad (13)$$

则误差系统(12)的第3,4,5个方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_3(t) = -e_3 \\ \dot{e}_\omega(t) = -e_\omega \\ \dot{e}_A(t) = -e_A \end{cases}$$

易见上式满足引理条件1).

为了使误差系统(12)的前2个方程满足引理条件2), 进一步取控制器函数  $u_1, u_2$  为

$$\begin{cases} u_1 = -e_1 - e_2 \\ u_2 = ae_1 + b(e_1^3 + 3x_1e_1^2 + 3x_1^2e_1) - (\mu + 1)e_2 + \mu(e_1^2e_2 + x_2e_1^2 + 2e_1e_2x_1 + 2e_1x_1x_2 + x_1^2e_2) \end{cases} \quad (14)$$

则误差系统(12)的第1,2个方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = -e_3 \\ \dot{e}_2(t) = -e_2 + \hat{A}\cos y_3 - A\cos x_3 \end{cases}$$

即

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = -e_3 \\ \dot{e}_2(t) = -e_2 + e_A\cos y_3 - Ae_3\sin r \end{cases} \quad (15)$$

其中  $r \in (x_3, y_3)$  或  $r \in (y_3, x_3)$ . 当  $e_A = 0, e_3 = 0$  时, 系统(15)为

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = -e_1 \\ \dot{e}_2(t) = -e_2 \end{cases}$$

上式是全局指数稳定的. 系统(15)右边函数是连续可微的, 下面证明系统(15)右边函数关于  $e_1, e_2, e_3, e_A, e_\omega$  满足全局 Lipschitz 条件.

证明: 令  $\zeta = (e_1, e_2, e_3, e_A, e_\omega)^T$ , 以及

$$g(\zeta, t) = \begin{pmatrix} g_1(\zeta, t) \\ g_2(\zeta, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e_1 \\ -e_2 + e_A\cos y_3 - Ae_3\sin r \end{pmatrix}.$$

则

$$\begin{aligned} |g_1(\zeta - \zeta', t)| &= |-e_1 - (-e_1')| = |e_1 - e_1'| \\ |g_2(\zeta - \zeta', t)| &= |-e_2 + e_A\cos y_3 - Ae_3\sin r - (-e_2' + e_A'\cos y_3 - Ae_3'\sin r)| \leq |e_2 - e_2'| + |e_A - e_A'| + A|e_3 - e_3'| \end{aligned}$$

为了方便讨论, 定义  $\|g(\zeta - \zeta', t)\| = |g_1(\zeta - \zeta', t)| + |g_2(\zeta - \zeta', t)|, \|\zeta - \zeta'\| = |e_1 - e_1'| + |e_2 - e_2'| + |e_3 - e_3'| + |e_A - e_A'| + |e_\omega - e_\omega'|$ , 于是

$$\begin{aligned} \|g(\zeta - \zeta', t)\| &= |g_1(\zeta - \zeta', t)| + |g_2(\zeta - \zeta', t)| \leq |e_1 - e_1'| + |e_2 - e_2'| + |e_A - e_A'| + A|e_3 - e_3'| \leq L \|\zeta - \zeta'\| \end{aligned}$$

其中  $L = \max\{1, A\}$ , 于是系统(15)右边函数关于  $e_1, e_2, e_3, e_A, e_\omega$  满足全局 Lipschitz 条件.

可见, 误差系统(12)的第1,2个方程组成的误差系统(15)满足引理条件2). 由引理得, 误差系统(12)在原点全局渐近稳定, 所以系统(10)和(11)在式(13)和(14)的控制下能达到完全同步, 从而可以识别参数  $A$  和  $\omega$ . 当系统参数为  $\mu = 0.1$ ,

$a = -0.5, b = 0.5, A = 0.19, \omega = 0.515$  时, 系统(9)存在混沌行为, 如图 1. 因为  $x_3 = \omega t$ , 所以数值模拟时  $x_3$  初始条件取为  $x_3(0) = 0$ . 其余初始条件任取为  $x_1(0) = 0.11, x_2(0) = 0.21, y_1(0) = 1.1, y_2(0) = 0.51, y_3(0) = 0.52, \hat{A}(0) = 0.53, \hat{\omega}(0) = 0.44$ , 在式(13)和(14)的控制下, 得到误差变量  $\|e\|$  的时间关系图, 如图 2, 以及  $\hat{\omega}(t), \hat{A}(t)$  的时间历程图, 如图 3, 4.

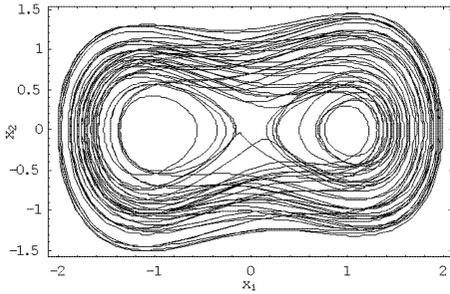


图 1 Duffing - Van der Pol 系统的混沌行为

Fig. 1 The chaotic attractor of the Duffing - Van der Pol system

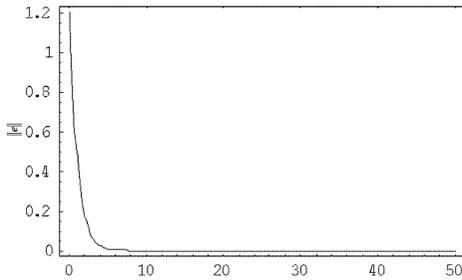


图 2 误差  $\|e\|$  与时间  $t$  的关系图

Fig. 2 Error  $\|e\|$  versus time  $t$

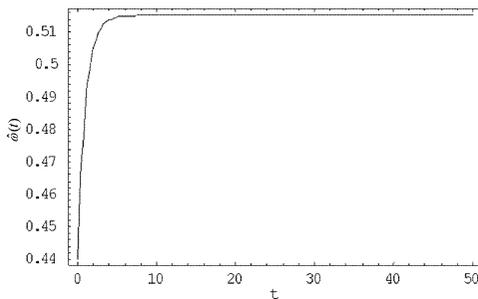


图 3  $\hat{\omega}(t)$  的时间历程图, 即参数  $\omega$  的辨识曲线图

Fig. 3  $\hat{\omega}(t)$  versus time  $t$ , namely, the plot of identifying parameter  $\omega$

图 2 表明了系统(10)和(11)在式(13)和(14)的控制下能达到完全同步. 从图 3, 图 4 可以看出存在  $t_0$ , 当  $t > t_0$  时, 有  $\hat{\omega} \rightarrow \omega, \hat{A} \rightarrow A$ , 这说明了当驱动 - 响应系统达到完全同步时便可识别出系统(9)的未知参数.

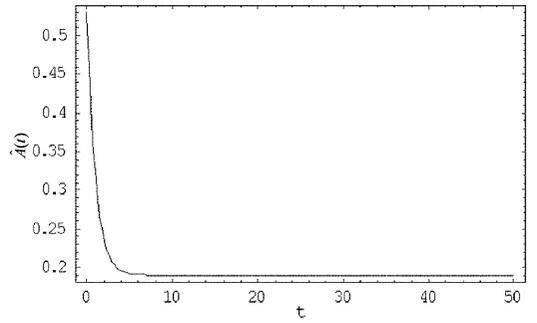


图 4  $\hat{A}(t)$  的时间历程图, 即参数  $A$  的辨识曲线图

Fig. 4  $\hat{A}(t)$  versus time  $t$ , namely, the plot of identifying parameter  $A$

### 例 2 考虑扩音器系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -e_1 \\ \dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_3^2 + A\sin\omega t \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{41}x_1 + a_{42}x_1x_3 - a_{43}x_3 - a_{44}x_4 \end{cases} \quad (16)$$

其中  $a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{41}, a_{42}, a_{43}, a_{44}$  均为大于 0,  $A, \omega$  是系统的未知参, 令  $x_5 = \omega t$ , 得到系统(16)的扩张系统为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_3^2 + A\sin x_5 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = a_{41}x_1 + a_{42}x_1x_3 - a_{43}x_3 - a_{44}x_4 \\ \dot{x}_5 = \omega \\ \dot{\omega}_0 = 0 \\ \dot{A} = 0 \end{cases} \quad (17)$$

用参数自适应控制方法构造系统(17)的响应系统为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 + u_1(t) \\ \dot{y}_2 = -a_{21}y_1 - a_{22}y_2 + a_{23}y_3 + a_{24}y_3^2 + \hat{A}\sin y_5 + u_2(t) \\ \dot{y}_3 = y_4 + u_3(t) \\ \dot{y}_4 = a_{41}y_1 + a_{42}y_1y_3 - a_{43}y_3 - a_{44}y_4 + u_4(t) \\ \dot{y}_5 = \hat{\omega}(t) + u_5(t) \\ \hat{\omega}(t) = h_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\hat{A}} = g_1(t) \end{cases} \quad (18)$$

令  $e_i = y_i(t) - x_i(t), i = 1, 2, \dots, 5, e_\omega = \hat{\omega}(t) - \omega, e_A = \hat{A}(t) - A$  由驱动 - 响应系统(17)和(18)得到误差系统为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = e_2 + u_1(t) \\ \dot{e}_2 = -a_{21}e_1 - a_{22}e_2 + a_{23}e_3 + a_{24}(e_3^2 + 2x_3e_3) + \hat{A}\sin y_5 - A\sin x_5 + u_2(t) \\ \dot{e}_3 = e_4 + u_3(t) \\ \dot{e}_4 = a_{41}e_1 + a_{42}(e_1e_3 + x_3e_1 + x_1e_3) - a_{43}e_3 - a_{44}e_4 + u_4(t) \\ \dot{e}_5(t) = e_\omega + u_5(t) \\ \dot{e}_\omega(t) = h_1(t) \\ \dot{e}_A(t) = g_1(t) \end{cases} \quad (19)$$

其中新增加的状态量  $e_5, e_\omega, e_A$  当作是输入量. 根据式(7), 首先取控制器函数  $u_5$  和参数自适应律  $h_1, g_1$  为

$$\begin{cases} u_5 = -e_\omega - e_5 \\ h_1 = -e_\omega \\ g_1 = -e_A \end{cases} \quad (20)$$

则误差系统(19)的第5,6,7个方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_5(t) = -e_5 \\ \dot{e}_\omega(t) = -e_\omega \\ \dot{e}_A(t) = -e_A \end{cases}$$

易见上式满足引理条件1).

为了使误差系统(19)的前4个方程满足引理条件2), 进一步取控制器函数  $u_1, u_2, u_3, u_4$  为

$$\begin{cases} u_1 = -e_1 - e_2 \\ u_2 = a_{21}e_1 - a_{23}e_3 - a_{24}(e_3^2 + 2x_3e_3) \\ u_3 = -e_3 - e_4 \\ u_4 = -a_{41}e_1 - a_{42}(e_1e_3 + x_3e_1 + x_1e_3) + a_{43}e_3 \end{cases} \quad (21)$$

则误差系统(19)的第1,2,3,4个方程为

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = -e_1 \\ \dot{e}_2(t) = -a_{22}e_2 + \hat{A}\sin y_5 - A\sin x_5 \\ \dot{e}_3(t) = -e_3 \\ \dot{e}_4(t) = -a_{44}e_4 \end{cases}$$

用与例1类似的方法, 同样可以证明上式也满足引理条件2).

由引理得, 误差系统(19)在原点全局渐近稳定, 所以系统(17)和(18)在式(20)和(21)的控制下能达到完全同步, 从而可以识别参数  $A$  和  $\omega$ . 当系统参数为  $a_{21} = 1, a_{22} = 0.05, a_{23} = 2, a_{24} = 0.0847, A = 5.5652, a_{41} = a_{42} = 0.0694, a_{43} = 1.27, a_{44}$

$= 0.5, \omega = 0.784$  时, 系统(16)存在混沌行为, 如图5. 因为  $x_5 = \omega t$ , 所以数值模拟时  $x_5$  初始条件取为  $x_5(0) = 0$ . 其余初始条件任取为  $x_1(0) = 1.1, x_2(0) = 2.15, x_3(0) = 1.25, x_4(0) = 3.2, y_1(0) = -1.35, y_2(0) = -4.3, y_3(0) = 2.2, y_4(0) = 3.1, y_5(0) = 4.24, \hat{A}(0) = 3.5542, \hat{\omega}(0) = 1.556$ , 在式(20)和(21)的控制下, 得到误差变量  $\|e\|$  的时间关系图, 如图6, 以及  $\hat{\omega}(t), \hat{A}(t)$  的时间历程图, 如图7,8.

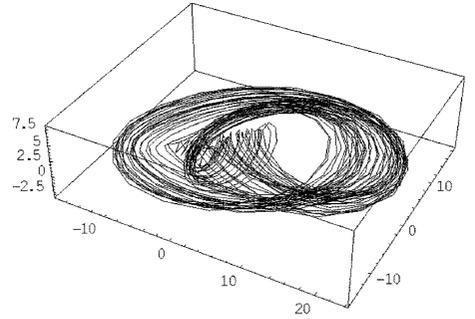


图5 扩音器系统存在混沌行为

Fig.5 The chaotic attractor of the loudspeaker system

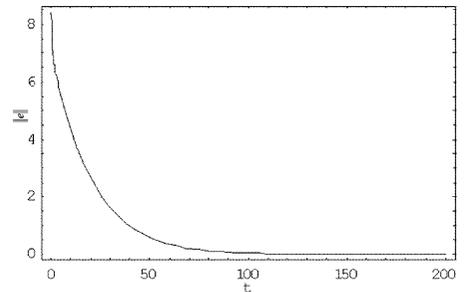


图6 误差  $\|e\|$  与时间  $t$  的关系图

Fig.6 Error  $\|e\|$  versus time  $t$

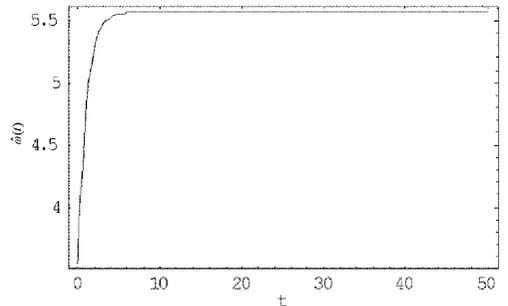


图7  $\hat{\omega}(t)$  的时间历程图, 即参数  $\omega$  的辨识曲线图

Fig.7  $\hat{\omega}(t)$  versus time, namely, the plot of identifying parameter  $\omega$

图6表明了系统(17)和(18)在式(19)和(20)的控制下能达到完全同步. 从图7, 图8可以

看出存在  $t_0$ , 当  $t > t_0$  时, 有  $\hat{\omega}(t) \rightarrow \omega, \hat{A}(t) \rightarrow A$  这也说明了当驱动-响应系统达到完全同步时便可识别出系统(16)的未知参数.

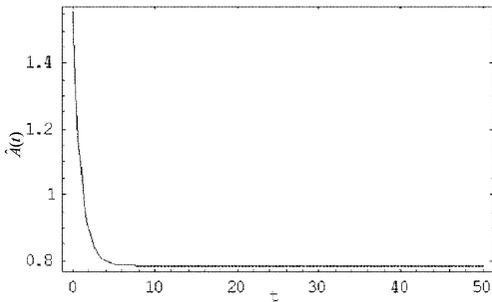


图8  $\hat{A}(t)$  的时间历程图, 即参数  $A$  的辨识曲线图

Fig. 8  $\hat{A}(t)$  versus time  $t$ , namely, the plot of identifying parameter  $A$

### 3 结论

本文引入新的状态量, 并把有待识别的系统未知参数也扩张成系统的新的状态量, 构造新的驱动系统, 然后用参数自适应控制方法构造一个与驱动系统有相同结构的响应系统. 基于级联系统的稳定性理论, 通过两个步骤来设计控制器和参数自适应律, 使得驱动-响应系统能够达到完全同步, 从而识别出系统的未知参数. 以受迫 Duffing-Van der Pol 系统和扩音器系统为例验证了本文提出的方案是可行的. 本文的控制器中不含有系统的未知参数, 而且可以用于识别系统的频率.

### 参 考 文 献

- 1 Wu X F, Cai J P, Wang M H. Master-slave chaos synchronization criteria for the horizontal platform systems via linear state error feedback control. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 295: 378 ~ 387
- 2 Park J H. Chaos synchronization of a chaotic system via nonlinear control. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 25: 579 ~ 584
- 3 Wu X F, Zhao Y, Zhou S. Lag synchronization of chaotic Lur'e systems via replacing variables control. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2005, 15: 617 ~ 635
- 4 陈保颖. 线性反馈实现 Liu 系统的混沌同步. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (Chen B Y. Linear feedback control for synchronization of Liu chaotic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (in Chinese))
- 5 Lei Y M, Xu W, Zheng H C. Synchronization of two chaotic

- ic nonlinear gyros using active control. *Physics Letters A*, 2005, 343: 153 ~ 158
- 6 王兴元, 古丽孜拉, 王明军. 单向耦合同步及其在保密通信中的应用. 动力学与控制学报, 2008, 6(1): 40 ~ 44 (Wang X Y, Gul Z L, Wang M J. Chaos synchronization via unidirectional coupling and its application to secure communication. *Journal of Dynamics and Control*, 2008, 6(1): 40 ~ 44 (in Chinese))
- 7 Bowong S, Kakmeni F M M, Koina R. A new synchronization principle for a class of Lur'e systems with applications in secure communication. *International Journal of Bifurcation Chaos*, 2004, 14: 2477 ~ 2491
- 8 Dedieu H, Kennedy M P, Hasler M. Chaos shift keying: modulation and demodulation of a chaotic carrier using self-synchronizing Chua's circuits. *IEEE Trans. Circuits systems-II*, 1993, 40: 634 ~ 642
- 9 Tao C H, Liu X F. Feedback and adaptive control and synchronization of a set of chaotic and hyperchaotic systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2007, 32: 1572 ~ 1581
- 10 单梁, 李军, 王执铨. 参数不确定 Liu 混沌系统的自适应同步. 动力学与控制学报, 2006, 4(4): 338 ~ 343 (Shan L, Li J, Wang Z Q. Adaptive synchronization of Liu chaotic system with uncertain parameters. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(4): 338 ~ 343 (in Chinese))
- 11 Feng J W, Chen S H, Wang C P. Adaptive synchronization of uncertain hyperchaotic systems based on parameter identification. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 26: 1163 ~ 1169
- 12 Ge Z M, Leu W Y. Chaos synchronization and parameter identification for loudspeaker systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 21: 1231 ~ 1247
- 13 Wu X Q, Lu J A. Parameter identification and backstepping control of uncertain Lü system. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, 18: 721 ~ 729
- 14 Ge Z M, Lin T N. Chaos, chaos control and synchronization of a gyrostat system. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 251: 519 ~ 542
- 15 Ge Z M, Leu W Y. Anti-control of chaos of two-degrees-of-freedom loudspeaker system and chaos synchronization of different order systems. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2004, 20: 503 ~ 521
- 16 Wang H, Han Z Z, Mo Z. Synchronization of hyperchaotic systems via linear control. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, 15: 1910 ~ 1920

# SYNCHRONIZATION CONTROL OF SYSTEMS WITH UNKNOWN PARAMETERS IN EXTERNAL EXCITING FORCE AND PARAMETERS IDENTIFICATION\*

Ma Mihua Cai Jianping

(Department of Mathematics, Zhangzhou Normal University, Zhangzhou, Fujian 363000, China)

**Abstract** For a chaotic system with unknown amplitude and frequency in external exciting force, the unknown parameters were expanded to be the new state vector and a new drive system was constructed. By a parametric adaptive control, a response system with the same structure as the drive system was constructed. Based on the stability theory in the cascade system, controllers and the parametric adaptive law were designed by two steps, which make the drive-response systems achieve complete synchronization. Then the unknown amplitude and frequency of the drive system can be identified. The forced Duffing-Van der Pol oscillator and loudspeaker system were taken as examples to illustrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words** system with unknown parameters, adaptive control, parameters identification