

基于主动滑模控制实现一类含有非匹配 不确定混沌系统的同步*

胡冯仪 郑永爱 马明

(扬州大学信息工程学院,扬州 225009)

摘要 讨论了一类非匹配不确定混沌系统的同步问题. 基于主动控制思想,提出了一种主动滑模控制策略,使得从任意初始条件出发的不确定混沌系统在有限时间内到达滑模面. 利用线性矩阵不等式(LMI)技术设计了一个鲁棒稳定的滑模面,以降低非匹配不确定对系统的影响. 给出了线性矩阵不等式形式的稳定滑模面存在的充分条件. 通过对 Rössler 系统的同步仿真,验证了该方法的可行性.

关键词 主动滑模控制, 非匹配不确定性, 线性矩阵不等式, 同步

引言

自 20 世纪 90 年代初, Pecora 和 Carroll^[1,2] 的驱动-响应同步方法被提出以后,混沌控制与混沌同步及其应用已成为研究的热点. 相继提出了多种混沌同步方法,如基于状态观测器的混沌同步法^[3]、反馈控制法^[4,5]、自适应同步法^[6]、基于神经网络的同步法^[7]、基于 T-S 模糊模型的同步法^[8]、主动控制同步法^[9,10]等. 以上各种方法大多以参数和结构确定的混沌系统作为研究对象设计同步方法,当系统中存在参数不确定性和外部扰动时,混沌系统的敏感性将造成系统状态极大的差异. 滑模控制作为一种特殊的非线性控制策略,对系统参数变化和噪声干扰具有良好的鲁棒性能,为此,文献[11]将主动控制和滑模控制策略相结合,研究了一类不确定参数满足匹配条件的混沌系统的同步问题,文献[12]设计了一个主动滑模控制器,实现参数完全已知情况下,不同混沌系统之间的同步. 在上述研究的基础上,本文研究了一类非匹配不确定混沌系统的同步问题,将主动控制与滑模控制相结合,采用非奇异变换,将不确定系统分解成两个子系统,第一个子系统与控制变量无直接关系,第二个子系统的维数与控制输入的维数一致,利用 LMI 方法,给出了误差系统滑动模态稳定的充分条件,并在此基础上,设计了滑模控制器,通过对 Rössler 系统的仿真研究,验证了所给控制器的有效性.

1 混沌同步问题的描述

设存在驱动系统

$$\dot{x} = (A + \Delta A(t))x + f(x) \quad (1)$$

其中: $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in R^n$ 是状态向量, $A \in R^{n \times n}$ 是常数矩阵, $\Delta A(t)$ 表示参数摄动矩阵, $f(x): R^n \rightarrow R^n$ 是驱动系统的非线性部分

假设响应系统

$$\dot{y} = (A + \Delta A(t))y + f(y) + u \quad (2)$$

其中: $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T \in R^n$ 是状态向量, $A \in R^{n \times n}$ 是常数矩阵, $f(y): R^n \rightarrow R^n$ 是响应系统的非线性部分, $u(t) = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t))^T \in R^n$ 是控制输入

若令误差向量 $e = y - x$, 则误差系统可表示为

$$\dot{e} = (A + \Delta A(t))e + f(y) - f(x) + u(t) \quad (3)$$

其混沌同步控制问题就是寻找一个合适的控制输入 $u(t)$, 使得响应系统输出跟踪上驱动系统输出, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = \|y - x\| = 0 \quad (4)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示向量的 Euclid 范数.

2 主动控制器的设计

把式(3)写成以下形式

$$\dot{e} = (A + \Delta A(t))e + f(x, y) + u(t) \quad (5)$$

其中: $F(x, y) = f(y) - f(x)$

根据主动控制思想,控制输入 $u(t)$ 消除误差系统中的非线性部分,可设计如下控制输入

$$u(t) = Bw(t) - F(x, y) \tag{6}$$

式(5)可重新写成

$$\dot{e} = (A + \Delta A(t))e + Bw(t) \tag{7}$$

式中, $B \in R^{n \times m}$ 是控制增益, 且满足 (A, B) 可控, $\text{rank}[B, \Delta A(t)] \neq \text{rank}[B]$, B 为列满秩, 即 $\text{rank}(B) = m, w(t) \in R^m$ 为重新设定的控制输入且满足

$$w(t) = \begin{cases} w^+(t), s(e) > 0 \\ w^-(t), s(e) < 0 \end{cases} \tag{8}$$

设 $B = [B_1 \ B_2]^T$, 且 $\det(B_2) \neq 0$, 则存在非奇异变换

$$z = Te = \begin{bmatrix} I_{n-m} & -B_1 B_2^{-1} \\ 0 & I_m \end{bmatrix} e \tag{9}$$

使得误差系统式(7)变为

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11(n-m) \times (n-m)} & A_{12(n-m) \times m} \\ A_{21m \times (n-m)} & A_{22m \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta A_{11}(t)_{(n-m) \times (n-m)} & \Delta A_{12}(t)_{(n-m) \times m} \\ \Delta A_{21}(t)_{m \times (n-m)} & \Delta A_{22}(t)_{m \times m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} w(t) \tag{10}$$

即

$$\dot{z}_1 = (A_{11} + \Delta A_{11}(t))z_1 + (A_{12} + \Delta A_{12}(t))z_2 \tag{11}$$

$$\dot{z}_2 = (A_{21} + \Delta A_{21}(t))z_1 + (A_{22} + \Delta A_{22}(t))z_2 + B_2 w(t) \tag{12}$$

假设 1 非匹配不确定矩阵满足

$$\begin{aligned} \Delta A_{11}(t) &= D_1 F_1(t) E_1, \Delta A_{12}(t) = D_2 F_2(t) E_2, \\ \|\Delta A_{21}(t)\| &\leq k_1, \|\Delta A_{22}(t)\| \leq k_2 \end{aligned} \tag{13}$$

式中, $k_1, k_2 > 0, D_1, D_2, E_1, E_2$ 为相应维数的常数矩阵, 且 $F_1(t), F_2(t)$ 满足

$$F_1(t)^T F_1(t) \leq I, F_2(t)^T F_2(t) \leq I \tag{14}$$

3 滑模控制设计

3.1 基于 LMI 设计滑模面

选取滑模面函数

$$s = [-C \ I_m]z = -Cz_1 + z_2 \tag{15}$$

式中, $C \in R^{m \times (n-m)}$ 为待确定常系数矩阵, I_m 是 $m \times m$ 单位矩阵, 当误差系统到达滑模面时, $s = 0$, 可得

$$z_2 = Cz_1 \tag{16}$$

由式(11)和式(16)可得滑动模态方程为

$$\dot{z}_1 = [A_{11} + \Delta A_{11}(t) + A_{12}C + \Delta A_{12}(t)C]z_1 \tag{17}$$

引理 1 x, y 为适当维数的实向量, 对于任意 $r > 0$, 有

$$2x^T y \leq rx^T x + \frac{1}{r}y^T y \tag{18}$$

引理 2 对于任意满足 $F(t)^T F(t) \leq I$ 的适当维数的矩阵 $F(t)$, 有

$$2x^T D F(t) E y \leq \varepsilon x^T D D^T x + \frac{1}{\varepsilon} y^T E^T E y \tag{19}$$

对任意向量 x, y 和常数 $\varepsilon > 0$ 成立, 其中 D 和 E 是适当维数常矩阵

引理 3 (Schur 补定理)

矩阵 $M = M^T = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \in R^{n \times n}$ 正定的充要条件为

$$M_{11} > 0, M_{22} - M_{12}^T M_{11}^{-1} M_{12} > 0$$

或

$$M_{22} > 0, M_{11} - M_{12} M_{22}^{-1} M_{12}^T > 0 \tag{20}$$

定理 1 假设存在对称正定矩阵 Q , 和一般矩阵 Y , 满足 LMI

$$\begin{bmatrix} (A_{11}Q + A_{12}Y)^T + A_{11}Q + A_{12}Y + \varepsilon_1 \mu I & Q & D_2 & (E_2 Y)^T \\ Q & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ D_2^T & 0 & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 \\ E_2 Y & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

可使得滑动模态方程(17)是稳定的, 即滑模面是稳定的.

证明: 选取如下 Lyapunov 函数

$$V_1(z_1) = z_1^T P z_1 \tag{22}$$

式中, P 为对称正定矩阵

对 V_1 关于时间 t 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= z_1^T P \dot{z}_1 + \dot{z}_1^T P z_1 = z_1^T [P(A_{11} + A_{12}C) + (A_{11} + \\ &A_{12}C)^T P] z_1 + 2z_1^T P \Delta A_{11}(t) z_1 + \\ &2z_1^T P \Delta A_{12}(t) C z_1 \end{aligned} \tag{23}$$

使用引理 1 和引理 2, 和 $F_1(t)^T F_1(t) \leq I, F_2(t)^T F_2(t) \leq I$

$$\begin{aligned} 2z_1^T P \Delta A_{11}(t) z_1 &\leq \varepsilon_1 z_1^T P \Delta A_{11}(t) \Delta A_{11}^T(t) P z_1 + \\ \varepsilon_1^{-1} z_1^T z_1 &= \varepsilon_1 z_1^T P (D_1 F_1(t) E_1) (D_1 F_1(t) E_1)^T P z_1 + \\ \varepsilon_1^{-1} z_1^T z_1 &\leq \varepsilon_1 z_1^T P \|D_1\|^2 \cdot \|E_1\|^2 P z_1 + \varepsilon_1^{-1} z_1^T z_1 = \\ \varepsilon \mu z_1^T P^2 z_1 &+ \varepsilon_1^{-1} z_1^T z_1 \end{aligned} \tag{24}$$

式中, $\mu = \|D_1\|^2 \cdot \|E_1\|^2$

$$\begin{aligned} 2z_1^T P \Delta A_{12}(t) C z_1 &= 2z_1^T P D_2 F_2(t) E_2 C z_1 \leq \\ \varepsilon_2 z_1^T P (D_2 F_2(t)) (D_2 F_2(t))^T P z_1 &+ \\ \varepsilon_2^{-1} z_1^T (E_2 C)^T E_2 C z_1 &\leq \varepsilon_2 z_1^T P D_2 D_2^T P z_1 + \\ \varepsilon_2^{-1} z_1^T (E_2 C)^T E_2 C z_1 & \end{aligned} \tag{25}$$

把(24)式和(25)式代入(23)式,可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & z_1^T [P(A_{11} + A_{12}C) + (A_{11} + A_{12}C)^T P + \\ & \varepsilon_1 \mu P^2 + \varepsilon_1^{-1} I + \varepsilon_2 PD_2 D_2^T P z_1 + \\ & \varepsilon_2^{-1} z_1^T (E_2 C)^T E_2 C] z_1 \end{aligned} \quad (26)$$

若

$$\begin{aligned} & P(A_{11} + A_{12}C) + (A_{11} + A_{12}C)^T P + \varepsilon_1 \mu P^2 + \varepsilon_1^{-1} I + \varepsilon_2 PD_2 D_2^T P + \varepsilon_2^{-1} (E_2 C)^T E_2 C < 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} (A_{11} + A_{12}C)^T P + P(A_{11} + A_{12}C) + \varepsilon_1 \mu P^2 + \varepsilon_2 PD_2 D_2^T P + \varepsilon_2^{-1} (E_2 C)^T E_2 C & I \\ I & -\varepsilon_1 I \end{bmatrix} < 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} (A_{11} + A_{12}C)^T P + P(A_{11} + A_{12}C) + \varepsilon_1 \mu P^2 + \varepsilon_2^{-1} (E_2 C)^T E_2 C & I & PD_2 \\ I & -\varepsilon_1 I & 0 \\ (PD_2)^T & 0 & -\varepsilon_2^{-1} I \end{bmatrix} < 0 \\ \Leftrightarrow & \begin{bmatrix} (A_{11} + A_{12}C)^T P + P(A_{11} + A_{12}C) + \varepsilon_1 \mu P^2 & I & PD_2 & (E_2 C)^T \\ I & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ (PD_2)^T & 0 & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 \\ E_2 C & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

对上式左端分别左乘、右乘 $\text{diag}(P^{-1}, I, I, I)$, 记 $A = A_{11} + A_{12}C$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} P^{-1} A^T + AP^{-1} + \varepsilon_1 \mu I & P^{-1} & D_2 & (E_2 CP^{-1})^T \\ P^{-1} & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ D_2^T & 0 & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 \\ E_2 CP^{-1} & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0$$

令 $P^{-1} = Q, CQ = Y$, 并将 $A = A_{11} + A_{12}C$ 代入上式得到

$$\begin{bmatrix} (A_{11}Q + A_{12}Y)^T + A_{11}Q + A_{12}Y + \varepsilon_1 \mu I & Q & D_2 & (E_2 Y)^T \\ Q & -\varepsilon_1 I & 0 & 0 \\ D_2^T & 0 & -\varepsilon_2^{-1} I & 0 \\ E_2 Y & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (29)$$

用 MATLAB 中 LMI 工具箱求解上述关于 Q 和 Y 的不等式, 若解存在, 则

$$C = YQ^{-1}$$

下面进一步寻求合适的控制器, 使得从任意状态出发的误差系统在有限时间内趋近滑模面.

3.2 滑模控制器的设计

定理 2 假设定理中的 Q 和 Y 有解, 则对于(10)式, 总可以找到一滑模控制器 $w = w_{eq} + w_N$, 使得从任意状态出发的系统, 满足滑模到达条件 $ss^T < 0$, 即同步误差系统渐近趋近于滑模面, 其中等效控制

$$P(A_{11} + A_{12}C) + (A_{11} + A_{12}C)^T P + \varepsilon_1 \mu P^2 + \varepsilon_1^{-1} I + \varepsilon_2 PD_2 D_2^T P + \varepsilon_2^{-1} (E_2 C)^T E_2 C < 0 \quad (27)$$

则有

$$\dot{V}_1(z_1) < 0 \quad (28)$$

由 Schur 补定理可知

为

$$w_{eq} = -B_2^{-1} [A_{21}z_1 + A_{22}z_2 - C(A_{11}z_1 + A_{12}z_2) - \rho s], \text{ 其中 } \rho > 0 \quad (30)$$

校正控制为

$$w_N = -B_2^{-1} \{ (\|CD_1\| \cdot \|F_1(t)\| \cdot \|E_1\| + \|CD_2\| \cdot \|F_2(t)\| \cdot \|E_2\| + k_1 + k_2) \cdot \|z\| \cdot \text{sgn}(s) \} \quad (31)$$

证明: 选取如下 Lyapunov 函数

$$V_2 = \frac{1}{2} s^T s \quad (32)$$

对 V_2 关于时间 t 求导得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 = s^T \dot{s} = s^T (-C\dot{z}_1 + \dot{z}_2) = s^T [-C(\Delta A_{11}(t)z_1 + \Delta A_{12}(t)z_2) + \Delta A_{21}(t)z_1 + \Delta A_{22}(t)z_2 + B_2 w_N + \rho s] = s^T [-CD_1 F_1(t) E_1 z_1 - CD_2 F_2(t) E_2 z_2 + \Delta A_{21}(t)z_1 + \Delta A_{22}(t)z_2 + B_2 w_N + \rho s] \leq -\{ (\|s\| \cdot \|CD_1\| \cdot \|F_1(t)\| \cdot \|E_1\| + k_1) \cdot (\|z\| - \|z_1\|) + (\|s\| \cdot \|CD_2\| \cdot \|F_2(t)\| \cdot \|E_2\| + k_2) \cdot (\|z\| - \|z_2\|) + \rho \|s\|^2 \} \end{aligned}$$

由于 $\|z\| \geq \|z_1\|, \|z\| \geq \|z_2\|$

$$\dot{V}_2 = s^T \dot{s} < 0 \quad (33)$$

由此可知, 采用控制器 w 的同步误差系统满足到达条件. 又因为滑模面是稳定的, 故同步误差系统渐近稳定, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$

4 仿真实例

考虑 Rössler 混沌系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -(x_2 + x_3) \\ \dot{x}_2 = x_1 + ax_2 \\ \dot{x}_3 = b - cx_3 + x_1x_3 \end{cases} \quad (34)$$

其中,参数值取为 $a = 0.2, b = 0.2, c = 5.7$. 图 1 给出的是初始值为 $x(0) = (1, 1, 1)^T, t = 400s$ 时, Rössler 混沌系统相轨迹图

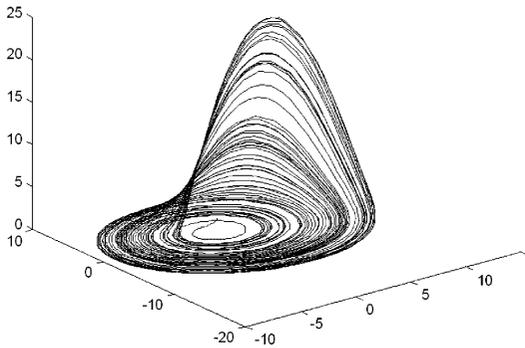


图 1 混沌系统的吸引子
Fig. 1 The attractor of chaotic system

进一步考察不确定 Rössler 混沌系统

驱动系统: $\dot{x} = (A + \Delta A(t))x + f(x)$ (35)

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & -5.7 \end{bmatrix}, f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b + x_1x_3 \end{pmatrix}, \Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0.04\cos\pi t & 0.02\sin\pi t \\ 0.05\sin t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03\cos t \end{bmatrix}$$

响应系统:

$$\dot{y} = (A + \Delta A(t))y + f(y) + u \quad (36)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & -5.7 \end{bmatrix}, f(y) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b + y_1y_3 \end{pmatrix}, \Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0.04\cos\pi t & 0.02\sin\pi t \\ 0.05\sin t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03\cos t \end{bmatrix}$$

让 $e = y - x$, 由式(36)减去式(35), 得

$$\dot{e} = (A + \Delta A(t))e + F(x, y) + u(t) \quad (37)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0.2 & 0 \\ 0 & 0 & 5.7 \end{bmatrix}, F(x, y) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ y_1y_3 - x_1x_3 \end{pmatrix},$$

$$\Delta A(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0.04\cos\pi t & 0.02\sin\pi t \\ 0.05\sin t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.03\cos t \end{bmatrix}$$

选择 $u(t) = Bw(t) - F(x, y)$, 误差系统方程变为 $\dot{e} = (A + \Delta A(t))e + Bw(t)$ (38)

式中: 选取 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, 显然 $\Delta A(t)$ 不满足匹配条件,

选择非奇异变换矩阵 $T = \begin{bmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_1 \end{bmatrix}$

则可以得到

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = (A_{11} + \Delta A_{11}(t))z_1 + (A_{12} + \Delta A_{12}(t))z_2 \\ \dot{z}_2 = (A_{21} + \Delta A_{21}(t))z_1 + (A_{22} + \Delta A_{22}(t))z_2 + B_2w(t) \end{cases} \quad (39)$$

式中

$$z_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, A_{11} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0.2 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{21} = [0 \ 0], A_{22} = -5.7$$

$$\Delta A_{11}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0.04\cos\pi t \\ 0.05\sin t & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_{12}(t) = \begin{bmatrix} 0.02\sin\pi t \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Delta A_{21}(t) = [0 \ 0], \Delta A_{22}(t) = [0.03\cos t]$$

$$\Delta A_{11}(t) \text{ 经分解有 } \Delta A_{11}(t) = D_1F_1(t)E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0.04 \\ 0.05 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin t & 0 \\ 0 & \cos\pi t \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{可得 } D_1 = \begin{bmatrix} 0.04 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}, F_1(t)^T F_1(t) \leq I, E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Delta A_{12}(t) \text{ 经分解有 } \Delta A_{12}(t) = D_2F_2(t)E_2 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sin\pi t & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{可得 } D_2 = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, F_2(t)^T F_2(t) \leq I, E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

通过 Matlab 的 LMI 工具箱, 可求解出符合定理 1 的 Q 和 Y

$$Q = \begin{bmatrix} 1.0468 & -0.7197 \\ -7197 & 0.6978 \end{bmatrix}, Y = [1.3012 \ 0.2910],$$

进一步可求得

$$C = [5.2573 \quad 5.8392]$$

则滑模面函数 $s = -5.2573z_1 - 5.8392z_2 + z_3$, 取控制常数 $\rho = 1, k_1 = 0, k_2 = 0.03$, 仿真时取驱动系统(35)的初始点为 $(x_1(0), x_2(0), x_3(0)) = [-5 \quad -5 \quad 0]$, 响应系统(36)的初始点为 $(y_1(0), y_2(0), y_3(0)) = [5 \quad 5 \quad 5]$, 因此误差系统(37)的初始值为 $(e_1(0), e_2(0), e_3(0)) = [10 \quad 10 \quad 5]$, 得到同步过程模拟结果, 如图2所示, 由图可见, 当 t 接近 $5s$ 时, 驱动系统(35)与响应系统(36)的 $x_1(t)$ 和 $y_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 和 $y_2(t)$ 、 $x_3(t)$ 和 $y_3(t)$ 达到了同步, 误差效果图3, 可看到当 t 接近 $5s$ 时, 误差 $e_1(t)$ 、 $e_2(t)$ 、 $e_3(t)$ 均收敛于零, 即实现了两个混沌系统的同步。

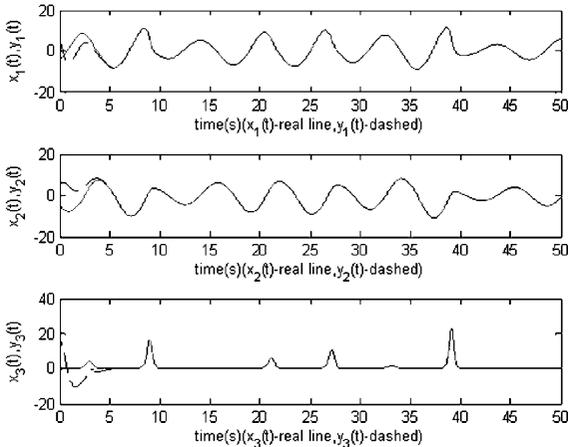


图2 驱动系统和响应系统随时间的响应曲线

Fig. 2 The time response curve of drive system and response system

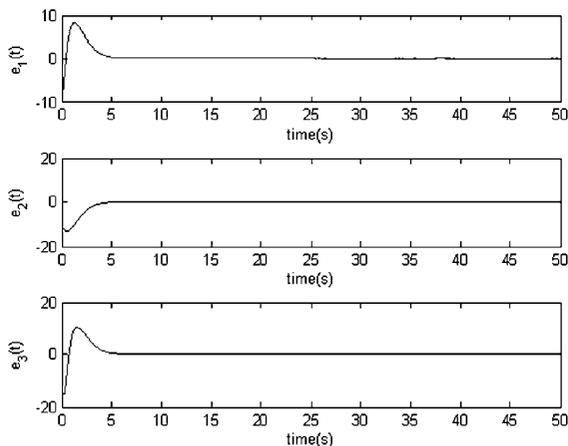


图3 同步误差随时间的响应曲线

Fig. 3 The time response curve of synchronization error

从上述仿真结果还可以看出, 本文提出的滑模控制器对混沌系统不确定性具有很强的鲁棒性和抗干

扰性。

5 结论

本文将主动滑模控制应用一类不确定混沌系统中, 这样复杂的混沌系统的稳定问题就转化为线性不确定系统的鲁棒控制问题. 基于 LMI 技术, 给出了滑动模态稳定的充分条件, 降低了非匹配不确定性对混沌系统的影响, 根据滑模控制的到达条件, 设计了混沌系统的滑模控制器。

参考文献

- 1 Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic system. *Phys Rev Lett.*, 1990, 64(8): 821 ~ 825
- 2 Pecora L M, Carroll T L. Driving system with chaotic signals. *Phys Rev A*, 1991, 44(4): 2374 ~ 2383
- 3 Solak E, Morgul O, Ersoy U. Observer - based control of a class of chaotic systems. *Phys Lett A*, 2001, 279: 47 ~ 55
- 4 陈百颖. 线性反馈实现 Liu 系统的混沌同步. 动力学与控制学报, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (Chen Baoying. Linear feedback control for synchronization of Liu chaotic system. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(1): 1 ~ 4 (in Chinese))
- 5 Liao X X, Yu P. Chaos control for the family of Rössler systems using feedback controllers. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 29(1): 91 ~ 107
- 6 单梁, 李军, 王执铨. 参数不确定 Liu 混沌系统的自适应同步. 动力学与控制学报, 2006, 4(4): 338 ~ 343 (Shan Liang, Li Jun, Wang Zhiquan. Adaptive synchronization of Liu chaotic system with uncertain parameters. *Journal of Dynamics and Control*, 2006, 4(4): 338 ~ 343 (in Chinese))
- 7 Ma W, Wang Z O. A new chaotic parameters annealing neural network for solving global optimization problems. *Communication in Theoretical Physics*, 2003, 39(4): 385 ~ 392
- 8 Vastaran N, Vahid J M. Adaptive fuzzy synchronization of discrete - time chaotic systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2006, 28(4): 1029 ~ 1036
- 9 Agiza H N, Yassen M T. Synchronization of Rossler and Chen chaotic dynamical systems using active control. *Phys Lett. A*, 2001, 278(4): 191 ~ 197
- 10 Yassen M T. Chaos synchronization between two different chaotic systems using active control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2005, 23(1): 131 ~ 140
- 11 Zhang H, Ma X K, Liu W Z. Synchronization of chaotic

systems with parametric uncertainty using active sliding mode control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2004, 21 (5): 1249 ~ 1257

12 Haeri M, Emadzadeh A A. Synchronizing different chaotic systems using active sliding mode control. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2007, 31 (1): 119 ~ 129

SYNCHRONIZATION OF CHAOTIC SYSTEM WITH MISMATCH UNCERTAINTIES BASED ON THE ACTIVE SLIDING MODE CONTROL *

Hu Fengyi Zheng Yongai Ma Ming

(College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225009, China)

Abstract The problem of synchronization for chaotic system with mismatch uncertainties was discussed. Based on active control method, an active sliding mode control strategy was proposed, which enables uncertain chaotic systems to reach sliding mode plane within finite time. The stable sliding surface was designed by using linear matrix inequality (LMI) technique to reduce the influence of mismatched uncertainties. The sufficient condition for the existence of stable sliding surface was derived in terms of LMI. The simulation of the synchronization of the systems was presented to show the effectiveness of the proposed method.

Key words active sliding mode control, mismatched uncertainties, linear matrix inequality, synchronization