

# 仿鱼柔性长鳍波动运动分析与建模\*

王光明 胡天江 沈林成

(国防科技大学机电工程与自动化学院,长沙 410073)

**摘要** 研究了弓鳍目鱼“尼罗河魔鬼”的柔性波动长背鳍。针对波动长背鳍大的柔性变形特征,提出了由N根刚性鳍条依靠柔性薄膜连接组成的柔性波动长背鳍简化模型;在分析长背鳍运动和流固耦合的基础上,建立了柔性波动长背鳍的运动学模型;进而,从弹性薄壳理论出发,考虑柔性长背鳍结构的几何非线性,并引入无矩薄壳理论的假定,建立了柔性长背鳍波动的平衡方程。依据所建立的运动学模型和柔性长背鳍波动的平衡方程,可以进一步解析柔性长背鳍波动运动的动力学性能。

**关键词** 柔性长背鳍,水下航行器,建模,薄壳理论

## 引言

由于仿生操纵与推进技术在未来海洋开发和军事发展中有广阔的应用前景,从上世纪90年代以来,鱼类推进机理和仿鱼推进技术已成为生物力学和工程科学领域所关注与研究的热点问题。在鱼类游动推进模式中,大约15%的鱼类利用奇鳍和对鳍(MPF)摆动或波动进行推进。MPF推进模式中诸如刀鱼、蝴蝶鱼等鱼类,游动采用柔性长背鳍波动推进,其游动模式集较高的推进效率、优良的机动性、稳定性于一体,不仅适用于远洋航行,还具有低速下灵活机动、抗扰动能力强的特点,适应于近海等复杂环境<sup>[1,2]</sup>。因此,研究柔性长背鳍波动推进模式对于研制集自主水下航行器(AUV)性能和遥控操纵航行器(ROV)性能于一体的未来新型水下航行器来说,具有重要的理论指导意义。

采用柔性长背鳍波动推进鱼类中,一种典型代表是弓鳍目鱼类,此类鱼躯体细长,游动时许多情况下身体轴保持直线,游动靠轻质柔软的长背鳍波动实现,它们通过改变长背鳍上推进波的传播方向,能像前行一样逆向游动。柔性长背鳍由数根鳍条通过薄膜(Membrane)连接而成,长背鳍波动推进具有优良的机动性来自于这样的事实:波动鳍是一个具有大数量主动控制输入端的推进器,通过适当地调整这些输入信号,推力矢量的灵敏控制是可能的<sup>[3,4]</sup>。

为了研究长背鳍波动推进和它在未来水下航行器设计中可提供的潜在技术,作为我们研究计划的一部分,本文的目的是以弓鳍目鱼“尼罗河魔鬼”柔性波动长背鳍为仿生对象(图1),建立柔性长背鳍波动运动的物理模型和数学模型,为进一步进行动力学分析和流体力学数值计算与仿真提供准备。

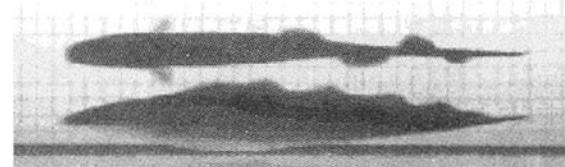


图1 “尼罗河魔鬼”游动姿态图

Fig. 1 Silhouette of *G. niloticus* during steadily swimming

## 1 柔性长背鳍的物理简化模型

“尼罗河魔鬼”是一种极为稀少的淡水鱼,生活在热带非洲河流湖泊中,以小鱼为食,在寻找猎物时能够经济地巡航游动。此鱼身体具有很好的流线型,臀鳍和尾鳍已经消失,柔性长背鳍附连于鱼体脊背,从鱼体头部后端延伸至鱼体尾部,由大量鳍条(多达200多条)通过薄膜连接而成,背鳍深度沿身体纵向只有少量变化,转弯和制动时推进波可以延背鳍正反向传波,可以大幅变换幅度。

鱼类长背鳍推进系统是由肌肉、鳍条和薄膜组成,其可分为由鳍条底部与肌肉组成的驱动部分和由鳍条顶部与薄膜组成的随动部分<sup>[5]</sup>。鱼在鳍肌肉

运动方式上具有广泛的控制,通过控制鳍面变形,从而减小外流场动力学和内弹性压力的影响<sup>[6,7]</sup>。为了便于分析长背鳍波动运动的主要力学特性,把柔性长鳍简化为由N根等高鳍条通过矩形弹性薄膜连接组成的系统,如图2所示:两相邻鳍条与其间的薄膜构成鳍面单元,薄膜两侧与鳍条简支联结,底部固联于脊柱,鳍条沿脊柱等间距排列,底部与脊柱简支联结,在驱动作用下可围绕脊柱侧向摆动。图中 $L_{fin}$ 表示鳍面长度, $L_{ray}$ 表示鳍条高度, $S_{ray}$ 表示鳍条间距。

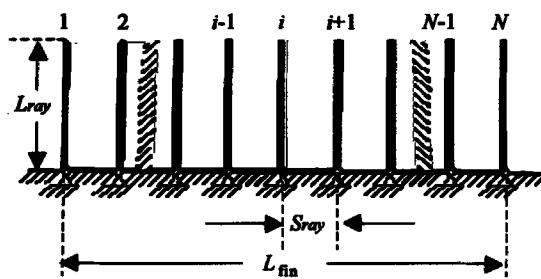


图2 柔性长鳍物理简化模型

Fig. 2 The structure of the simplified physical model of the long based fin.

## 2 柔性长鳍波动运动分析与建模

### 2.1 长背鳍波动运动分析<sup>[8]</sup>

“尼罗河魔鬼”长背鳍波动时,鳍条周期性侧向摆动,带动鳍面薄膜侧向运动,由于相邻鳍条侧向摆动存在相位差,鳍面薄膜在鳍条驱动力和流体载荷力作用下产生扭转和弦向变形,其扭转角和弦向变形情况沿展向处处不同,在鳍面底部处为0,沿展向增大,到鳍面外缘处达到最大,并且随时间而周期性不断变化。鳍面展向形状也是随时间不断变化。鳍面单元向鱼体一侧下摆时,薄膜外端相对内端开始向下折叠,沿展向呈一拱形,下摆至最低点时,拱形曲率达到最大。鳍面单元上摆时,薄膜保持拱形基本不变,拱形曲率逐渐减小,摆至最高点时减至最小。

### 2.2 鳍条运动建模

巡航游动时,鳍条围绕根部向身体两侧作周期性摆动,鳍面呈现类似正弦波波形<sup>[8]</sup>,所以模拟鳍条运动的一种简单模型是匀角速度简谐摆动模型。假设所有鳍条以固定相位差按相同规律运动,则鳍条的匀角速度简谐摆动模型为:

$$\phi^i = A_0^i \sin(2\pi ft + (i-1)\phi_{lag}) - \psi \quad i=1, \dots, N \quad (1)$$

式中 $\phi^i$ —第*i*根鳍条的偏转角;

$A_0^i$ —第*i*根鳍条的最大偏转角;

$f$ —鳍条摆动频率;

$\phi_{lag}$ —相邻鳍条间相位差;

$\psi$ —柔性长鳍游动路径的角偏移量,直线游动时 $\psi=0$ ;

鳍条摆动使长鳍产生推进波,波传递方向取决于鳍条相位滞后参数的符号, $\phi_{lag} > 0$ 表示波向长鳍前端传播, $\phi_{lag} < 0$ 表示波向长鳍尾端传播。长鳍波动若形成n个等波长波形,则 $\phi_{lag} = \pm 2\pi \cdot n/N$ .

### 2.3 鳍面单元薄膜运动建模

取随体笛卡尔坐标系 $0-xyz$ ,以鱼体尾部末端为坐标原点0,长背鳍基线为x轴,方向指向鱼头部,y轴平行于静止鳍面,方向指向鳍面外缘。鳍条在平行于yz的平面内围绕根部向x轴两侧作周期性摆动,带动其间薄膜围绕x轴摆动。任取相邻两根鳍条*i*与*i+1*及其间薄膜组成部分作为第*i*个鳍面分析单元,鳍条沿x轴的位置分别为 $x^i, x^{i+1}$ 。长鳍波动运动时,设t时刻鳍面单元在外力作用下形成的空间曲面为直纹面,位形如图3所示,则鳍面单元曲面方程可表示为

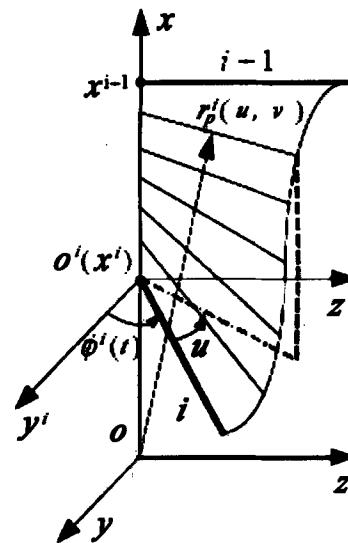


图3 长鳍波动运动时鳍面单元曲面示意图

Fig. 3 Sketch of the caved surface of the fin

cell at time t during the long-based fin swimming

$$r^i = r^i(u, v) = a(u) + v\kappa(u)(u, v) \in D^i$$

$$a(u) = \{b^i u + x^i \theta \theta\} \quad b^i = S_{ray}/\Delta\phi^{i,i+1}$$

$$\Delta\phi^{i,i} = \phi^j - \phi^i \quad \kappa(u) = \{0, \cos\theta(u), \sin\theta(u)\}$$

$$D^i : \begin{cases} u = \frac{x - x^i}{S_{ray}} \Delta \phi^{i+1} & x^i \leq x \leq x^{i+1} \\ 0 \leq v \leq L_{ray} & \end{cases} \quad (2)$$

式中  $u, v$  为曲面参变量,  $r^i$  表示曲面上一点的位置向量,  $\alpha(u)$  为曲面的准线,  $\beta(u)$  为过准线上  $u$  点所引母线的方向单位向量, 母线平行于  $oyz$  平面且和  $oxy$  平面的夹角为  $\theta(u)$ ,  $\alpha(u) = \phi^i + u$ .

$t$  时刻鳍面单元受外力作用后的任一点  $p$  位形为  $r_p^i$ , 鳍面不变形时点  $p$  位形为  $\tilde{r}_p^i$ , 点  $p$  的变形位移为  $\Delta r_p^i$ , 则:

$$\begin{aligned} r_p^i &= r_p^i(u, v) = \\ &\{ b^i u + c^i v \cos(\phi^i + u), v \sin(\phi^i + u) \} \\ \tilde{r}_p^i &= \tilde{r}_p^i(u, v) = \{ b^i u + c^i v \cos \phi^i, v \sin \phi^i \} \\ \Delta r_p^i &= r_p^i - \tilde{r}_p^i = \\ &\{ 0, v \cos(\phi^i + u) - v \cos \phi^i, v \sin(\phi^i + u) - v \sin \phi^i \} \end{aligned}$$

在鳍面单元的曲面坐标系中, 点  $p$  运动沿  $u$  线切向、 $v$  线切向和曲面法向的位形分量 ( $u_0^i, v_0^i, w_0^i$ ) 和变形位移分量 ( $u_1^i, v_1^i, w_1^i$ ) 分别为

$$\begin{aligned} (u_0^i, v_0^i, w_0^i)^T &= r_e^i \cdot (r_p^i)^T \\ (u_1^i, v_1^i, w_1^i)^T &= r_e^i \cdot (\Delta r_p^i)^T \end{aligned}$$

其中  $r_e^i = \begin{pmatrix} r_{eu}^i \\ r_{ev}^i \\ r_{en}^i \end{pmatrix}$ ,  $r_{eu}^i, r_{ev}^i, r_{en}^i$  分别为曲面点  $P$  沿坐标线的单位切向量和单位法向量.

### 3 柔性长鳍波动力学分析

#### 3.1 薄膜微元受力分析

鳍面单元薄膜体的厚度远远小于它的长度和高度, 因此鳍面单元薄膜体厚度方向的受力变形可以忽略, 其受力变形可以近似为中面的变形. 在薄膜的受力分析中, 应用柔性薄壳理论, 采用如下计算假定<sup>[9]</sup>:

1) 垂直于中面方向的正应变极其微小, 可以忽略不计;

2) 中面的法线保持为直线, 而且中面法线及其垂直线段之间的直角保持不变;

3) 与中面平行的截面上的正应力远小于其垂直面上的正应力, 因而它对变形的影响可以忽略不计;

4) 体力及面力均可以化为作用于中面的载荷.

由于薄膜是柔软的, 不能承受弯矩和扭矩, 因此进一步假定整个薄膜的所有横截面上都没有弯

矩和扭矩. 根据以上假设,  $t$  时刻鳍面单元受外力作用后的点  $p$  切向应变分量:

$$\varepsilon_1^i = \frac{1}{A^i} \frac{\partial u_1^i}{\partial u} + \frac{1}{A^i B^i} \frac{\partial A^i}{\partial v} v_1^i - \frac{w_1^i}{R_1^i} \quad (3a)$$

$$\varepsilon_2^i = \frac{1}{B^i} \frac{\partial v_1^i}{\partial v} + \frac{1}{A^i B^i} \frac{\partial B^i}{\partial u} u_1^i - \frac{w_1^i}{R_2^i} \quad (3b)$$

$$\omega^i = \frac{A^i}{B^i} \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{u_1^i}{A^i} \right) + \frac{B^i}{A^i} \frac{\partial}{\partial u} \left( \frac{v_1^i}{B^i} \right) + \frac{2w_1^i}{R_{12}^i} \quad (3c)$$

式中  $\varepsilon_1^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面在  $u$  线方向的相对拉伸;

$\varepsilon_2^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面在  $v$  线方向的相对拉伸;

$\omega^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面内与坐标线夹角变化相等的剪切;

$A^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面沿  $u$  方向的拉密系数;

$B^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面沿  $v$  方向的拉密系数;

$R_1^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面沿坐标线  $u$  的曲面法截面的曲率半径;

$R_2^i$  —— 第  $i$  鳍面单元曲面沿坐标线  $v$  的曲面法截面的曲率半径;

$R_{12}^i$  —— 表征第  $i$  鳍面曲面坐标线与曲率线间的关系;

#### 3.2 鳍面曲面与 $u, v$ 相关的弹性关系

薄膜材质选为各向同性的线性弹性物质, 根据虎克定律, 鳍面曲面与  $u, v$  相关的弹性关系为

$$N_1^i = \frac{2Eh}{1-\mu^2} (\varepsilon_1^i + \mu \varepsilon_2^i) \quad (4a)$$

$$N_2^i = \frac{2Eh}{1-\mu^2} (\varepsilon_2^i + \mu \varepsilon_1^i) \quad (4b)$$

$$S^i = S_1^i = -S_2^i = \frac{Eh}{1+\mu} \varepsilon^i \quad (4c)$$

式中  $N_1^i, N_2^i, S^i$  分别表示  $u$  方向的拉力、 $v$  方向的拉力和薄膜中面的剪力;  $E$  薄膜弹性模量;  $\mu$  泊松比;  $h$  鳍面厚度.

#### 3.3 薄膜的平衡微分方程

第  $i$  鳍面单元薄膜内任取一点  $p$ , 用垂直于鳍面的平面切割所得微分体  $pp_1p_2p_3$ , 鳍面运动过程中, 作用在该微分单元上的力有薄膜内力  $N_1^i, N_2^i$ 、

$S^i$  外载荷力  $q^i$  及转动惯性力  $\rho_m h A^i B^i dudv \frac{\partial^2 r_p^i}{\partial t^2} \rho_m$  为鳍面薄膜密度. 薄膜微分单元受力如图 4 所示. 应用柔性薄壳无矩理论, 薄膜运动的微分方程为:

$$\frac{\partial}{\partial u}(B^i N_1^i) + \frac{\partial A^i}{\partial v} S_1^i - \frac{\partial}{\partial v}(A^i S_2^i) - \frac{\partial B^i}{\partial u} N_2^i + A^i B^i q^u = A^i B^i \rho_m h \frac{\partial^2 u_0^i}{\partial t^2} \quad (5a)$$

$$\frac{\partial}{\partial u}(B^i S_1^i) - \frac{\partial A^i}{\partial v} N_1^i + \frac{\partial}{\partial v}(A^i N_2^i) - \frac{\partial B^i}{\partial u} S_2^i + A^i B^i q^v = A^i B^i \nu \rho_m h \frac{\partial^2 v_0^i}{\partial t^2} \quad (5b)$$

$$\frac{N_1^i}{R_1^i} + \frac{N_2^i}{R_2^i} + \frac{S_2^i - S_1^i}{R_{12}^i} + q_w = \rho_m h \frac{\partial^2 w_0^i}{\partial t^2} \quad (5c)$$

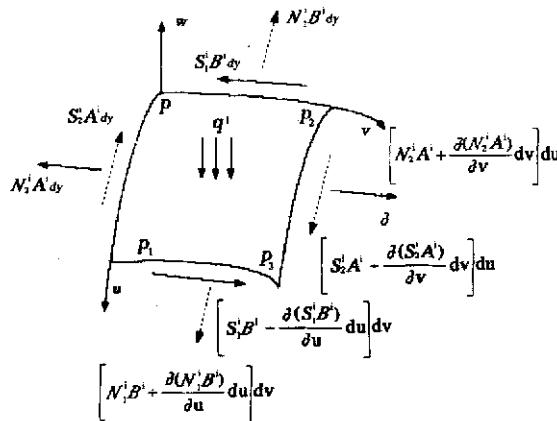


图4 薄膜微分单元受力示意图

Fig. 4 Diagram of the forces acting on a differential element of the membrane

在鱼体随体笛卡尔坐标系中,薄膜内点  $p$  所受载荷力  $q^i$  沿坐标方向的三个分力  $q_{ox}^i$ 、 $q_{oy}^i$  和  $q_{oz}^i$  为  $q^i = (q_{ox}^i \ q_{oy}^i \ q_{oz}^i) = (q_u \ q_v \ q_w) \cdot (r_e^i)^T$  (6)

鳍面单元薄膜受载荷力  $Q_x^i$ 、 $Q_y^i$ 、 $Q_z^i$  为

$$Q^i = (Q_x^i \ Q_y^i \ Q_z^i) = \iint_{D^i} q^i dudv \quad (7)$$

### 3.4 边界条件

1) 固定边(脊柱)  $v=0$  应满足

$$(u^i)_{v=0} = 0, \quad (v^i)_{v=0} = 0 \quad (8)$$

2) 简支边(鳍条)  $u=0$  和  $u = \Delta \phi^{i,i+1}(t)$  应满足

$$(N_1^i)_{u=0} = 0, \quad (v_1^i)_{u=0} = 0$$

$$(N_1^i)_{u=\Delta \phi^{i,i+1}} = 0, \quad (v_1^i)_{u=\Delta \phi^{i,i+1}} = 0 \quad (9)$$

3) 自由边(鳍面外缘)  $v=L_{ray}$  应满足

$$(N_2^i)_{v=L_{ray}} = 0, \quad (S^i)_{v=L_{ray}} = 0 \quad (10)$$

### 3.5 鳍条受力分析

第  $i$  根鳍条运动过程中,受到第  $i$  鳍面单元薄膜的作用力  $T^i$ 、第  $i-1$  鳍面单元薄膜的作用力  $\bar{T}^i$ 、

外载荷力  $q_0^i$  及转动惯性力  $\pi \rho_{0m} d^2 B^i \frac{\partial^2 r_p^i}{\partial t^2}$ ,  $\rho_{0m}$  为鳍

条密度  $d$  为鳍条横截面半径,则鳍条运动的微分方程为:

$$T_1^i + \bar{T}_1^i + B^i q_{0u} = B^i \pi \rho_{0m} d^2 \frac{\partial^2 u_p^i}{\partial t^2}, \mu = 0 \quad (11a)$$

$$T_2^i + \bar{T}_2^i + B^i q_{0v} = B^i \pi \rho_{0m} d^2 \frac{\partial^2 v_p^i}{\partial t^2}, \mu = 0 \quad (11b)$$

$$T_3^i + \bar{T}_3^i + q_{0w} = \pi \rho_{0m} d^2 \frac{\partial^2 w_p^i}{\partial t^2}, \mu = 0 \quad (11c)$$

式中  $\bar{T}^i = \bar{T}_1^i r_{eu}^i + \bar{T}_2^i r_{ev}^i + \bar{T}_3^i r_{en}^i$

$$T^i = T_1^i r_{eu}^i + T_2^i r_{ev}^i + T_3^i r_{en}^i,$$

且  $i=1$  时  $\bar{T}^1 = (\bar{T}_1^1 \ \bar{T}_2^1 \ \bar{T}_3^1) = 0$ ,

$$i=N$$
 时  $T^N = (T_1^N \ T_2^N \ T_3^N) = 0$

在随体笛卡尔坐标系中,鳍条上点所受载荷力  $q_0^i$  沿坐标方向的三个分力  $q_{ox}^i$ 、 $q_{oy}^i$  和  $q_{oz}^i$  为  $q_0^i = (q_{ox}^i \ q_{oy}^i \ q_{oz}^i) = (q_{ou} \ q_{ov} \ q_{ow}) \cdot (r_e^i)^T$

第  $i$  鳍条受载荷力  $Q_0^i$  为

$$Q_0^i = (Q_{0x}^i \ Q_{0y}^i \ Q_{0z}^i) = \int_{0 \leq v \leq L_{ray}} q_0^i dv \quad (12)$$

整个鳍面受外力  $Q$  为:

$$Q = (Q_x \ Q_y \ Q_z) = \sum_{i=1}^{N-1} Q^i + \sum_{i=1}^N Q_0^i \quad (13)$$

### 4 总结

依靠长鳍波动推进鱼类游动中,在外加水动力和鱼鳍自身摆动力作用下,波动鳍的柔性变形相当大,所以分析长鳍波动运动应考虑鳍面的非线性形变。在分析“尼罗河魔鬼”长背鳍波动运动特征的基础上,提出了刚性鳍条简谐摆动+鳍面薄膜柔性变形的柔性长鳍波动物理模型。由于薄膜结构自重轻、刚度小、自振频率低,对流体的作用非常敏感,在流体荷载作用下会产生较大的位移和加速度反应,并可能引起局部流场的变化,所以应在考虑流体与结构的耦合作用基础上分析柔性长鳍波动。本文建立了柔性波动长鳍的简化运动学模型,推导了考虑柔性长鳍结构几何非线性的无矩理论平衡方程,为进一步分析长鳍波动运动的动力学性能提供了解析模型。

### 参 考 文 献

- Sfakiotakis M, Lane D M, Davies J B C. Review of fish swimming modes for aquatic locomotion. IEEE Journal of

- Oceanic Engineering*, 1999, 24(2) 237~252
- 2 沈林成,王光明.仿鱼长鳍波动推进器研究的进展与分析.国防科技大学学报,2005,27(4):96~100(Shen Lincheng, Wang Guangming. Research Progress and Analysis of Underwater Biomimetic Propulsor Employing Long-fin Undulations. *Journal of National University of Defense Technology* 2005, 27(4) 96~100(in Chinese))
- 3 Standen E M and Lauder G V. Dorsal and anal fin function in bluegill sunfish Lepomis macrochirus: three-dimensional kinematics during propulsion and maneuvering. *The Journal of Experimental Biology* 2005, 208 2753~2763
- 4 Lighthill M J. Biofluidynamics of balistiform and gymnotiform locomotion. *Journal of Fluid Mechanics*, 1990, 213:1~20.
- 5 Consi T R, Seifert P A, Triantafyllou M S, et al. The Dorsal Fin Engine of the Seahorse (Hippocampus sp.). *Journal of Morphology* 2001, 248 80~97
- 6 Daniel T L and Combes S A. Flexible Wings and Fins: Bending by Inertial or Fluid-Dynamic Forces. *Integrative and Comparative Biology*, 2002, 42:1044~1049
- 7 王光明,胡天江,李非等.长背鳍波动推进游动研究.机械工程学报 2006, 42(3) 88~92(Wang Guangming, Hu Tianjiang, LI Fei, et al. Research on Swimming by Undulatory Long Dorsal Fin Propulsion. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2006, 42(3) :88~92(in Chinese))
- 8 王光明,沈林成,胡天江,李非.柔性长鳍波动推进试验及分析.国防科技大学学报,2006,28(1):98~102(Wang Guangming, Shen Lincheng, Hu Tianjiang, et al. Examination and analysis of undulatory dorsal fin propulsion of Gymnarchus niloticus. *Journal of National University of Defense Technology* 2006, 28(1) 98~102(in Chinese))
- 9 杨庆山,姜忆南著.张拉索-膜结构分析与设计.北京:科学出版社,2004(Yang Qingshan, Jiang Yinan. Analysis and design of tensioned cable-membrane structures. Beijing Science Press, 2004(in Chinese))

## ANALYSIS AND MODELING ON FISH LONG-BASED FIN UNDULATING<sup>\*</sup>

Wang Guangming Hu Tianjiang Shen Lincheng

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The long-based undulatory fin of an Amiiform fish *G. niloticus* was investigated. A simplified physical model was brought forward, which was composed of N equal thin rods and a rectangular elastic membrane connecting them together. We established a kinematic model of the long-based undulatory fin on the basis of analyzing the long-based dorsal fin locomotion and considering the fluid-structure interaction. Further, the equilibrium equations of the undulatory fin were obtained by applying the membrane theory of thin shells, which took into account the geometrical non-linearity of the structure. The thrust and propulsive efficiency of the long-based fin undulating can be analyzed by applying the derived kinematic model and the equilibrium equations of the undulatory fin.

**Key words** long-based undulatory fin, AUV, modeling, membrane theory of thin shell

Received 5 March 2006, revised 6 April 2006.

\* This project is supported by the national basic defense science foundation of China