

# 基于电子模拟计算机的动力学等效实验

刘明治 付林佳 孙宏伟

(西安电子科技大学机电学院,西安 710071)

**摘要** 电子模拟计算机 动力学 等效实验 仿真 非线性时变系统基于电学和动力学的广泛相似性,针对动力学实验复杂、可观测性差的实际,用电子模拟计算机实现动力系统的传递函数和基本算子,将动力学实验问题转化为电问题,从而可以利用成熟的电测量技术完成动力系统的仿真和实验,给出了基于电子模拟计算机的动力系统的基本元件的等效模型、典型动力系统的等效模拟和等效实验系统构架,模拟及仿真结果表明,文中方法简单、正确,应用范围广。

**关键词** 电子模拟计算机 动力学 仿真 等效实验

## 引言

电子数字计算机在动力系统分析实验方面取得巨大成功,但是对于某些复杂的动力系统,有些很难用数学和计算机语言描述,所以在求解和分析上比较困难,直观性较差,造成在一些领域,动力学实验很难开展,因为电学系统和力学系统具有广泛的相似性,从数学上讲,它们的模型是相同的,因此将电路理论、网络理论、控制理论以及场论等用于力学系统的动力分析和实验上显得十分必要和迫切。

模拟计算机<sup>[1]</sup>是由加法器、比例放大器、积分器、微分器、乘法、除法器以及函数器等基本元件组成,历史上出现的模型很多,如机械系统、电化学系统等,由于集成电路的出现,使电子模拟计算机(特别是数字计算机)得到了长足进展,但有一段时间,它只应用到某些专用的领域,所以没有得到与现代需要相适应的发展。

最近混合集成电路以及混合计算机的蓬勃发展,使它又有了极大的生命力,它特别适合求解复杂微分方程,所以很适合对动力学系统等效分析求解和实验,再加上当前EDA技术的高速发展,也对动力学系统分析、实验提供了广阔的前景。

历史上用模拟计算机做动力学系统等效分析和等效实验模型比较陈旧,不便于大规模集成电路(is-pLSI)和在系统可编程电路(In-System Programmability Programmable Analog Circuits)混合仿真,且可以仿真的模型也很有限,本文系统地陈述了动力学系统最基本的等效模型,同时给出了运算图,从这出发,可以组建任何动力学系统包括动力场,模型具有极强的通用性、灵活性和简单性,极便于集成和与数字接口,同时,如果配备传感器和作动器,由此构架的等效模型甚至可以替代真实的系统。

1 基本元件等效模型及其相似性、广泛性

## 1 基本元件等效模型及其相似性、广泛性

在机械系统中,弹簧、阻尼器和质量块是三种基本元件,任何动力学系统都可以用这三种基本元件组合等效,反过来,任何动力学系统都可以用三种对应的模拟计算机模型去模拟,它们在模拟计算机中实际硬件很简单,也很容易用通用的电子设备观测响应。

### 1.1 弹簧

从数学和力学上看,弹簧的力学模型: $F_{作用} = F_{反作用} = K(X, t)x = K(X, t) \int V dt$ ,其中, $K(X, t)$ 对应刚度系数, $X$ 为某些控制参变量, $t$ 为时间, $x$ 为形变量, $V$ 为相对速度,最基本的力学模型为: $F = Kx$ , $K$ 为常量,它在模拟计算机中的模型如图1,由加法、积分和比例器组成。

### 1.2 阻尼器

从数学和力学上看,阻尼器的力学模型: $F_{作用} = F_{反作用} = C(X, t)V$ ,其中, $C(X, t)$ 对应阻尼系

数.最基本的力学模型为  $F = CV$ ,  $C$  为常量.它在模拟计算机中的模型如图 2.由加法和比例器组成.

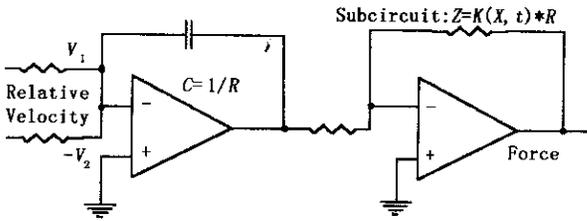


图1 弹簧等效模型

Fig.1 Equivalent model of spring

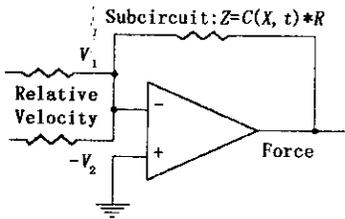


图2 阻尼器等效模型

Fig.2 Equivalent model of damper

### 1.3 质量块

从数学上看,质量块的力学模型:  $\sum F = M(X,t) \frac{dv}{dt} = M(X,t) a$  其中  $M(X,t)$  对应为质量,  $a$  为绝对加速度,  $v$  为绝对速度.最基本的弹簧力学模型为  $F = Ma$ ,  $M$  为常量.它在模拟计算机中的模型如图 3,其中,输入量为电压(等效于合力)输出为加速度.由加法和两级比例器组成.

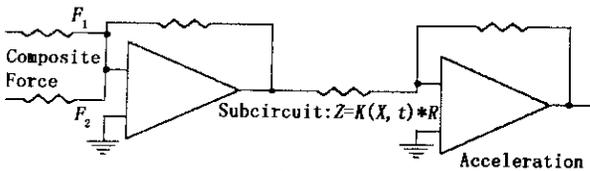


图3 质量块等效模型

Fig.3 Equivalent model of mass

### 1.4 非线性元件模拟

对于一些非线性元件,可以通过非线性电子元件或子电路代替以上  $K$ 、 $C$ 、 $M$  来模拟.如一般二极管可模拟硬、软弹簧或粘弹性材料或肌肉,隧道二极管可模拟可塑性材料,噪声二极管可模拟随机参数结构,热敏电阻来模拟材料的热特性等.

### 1.5 模拟模型和实际模型的相似性分析

如果将电子器件理想化,对于研究的对象,它们的传递函数是一样的,所以响应的过程和现象是

一致的.从实际上讲,电子元件的工艺不断提高,性能接近理想状态,而且除非实际的力学系统有极特殊要求,一般由于电子元件的性能导致的误差对于研究对象而言,是很小的.所以用模拟模型仿真的结果具有很强代表性.

### 1.6 模拟的广泛性

对于同一课题而言,广泛性的含义是:三个基本模型可组合任何复杂的模型,模型对任何激励信号的响应同真实研究对象高度一致,也就是说,假设系统是二阶的,如果在静态、冲击响应二者一致,那么二者在随机、噪声、小波等方面都是一致的.

## 2 典型动力学系统分析和等效

对于任何一个动力学系统,都可以等效为以上三个最基本元件的依某种拓扑结构组合.

从作用力和反作用力的拓扑图看,等效模型的机构和实际动力系统结构是一致的,而且具有可加性.一般动力学系统可以分解为以下几种结构.

### 2.1 单自由度系统

单自由度系统原理如图 4 所示.它的受力拓扑图如图 5 所示.对该模型模拟方框图如图 6 所示.

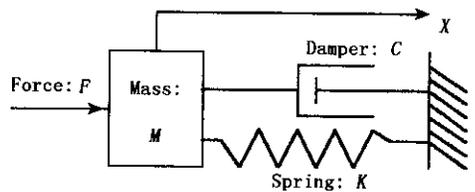


图4 单自由度系统原理

Fig.4 Block diagram of single motion freedom

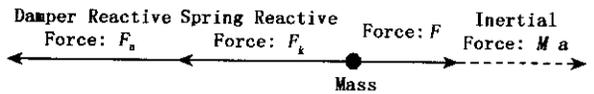


图5 单自由度系统受力图

Fig.5 Load diagram of single motion freedom

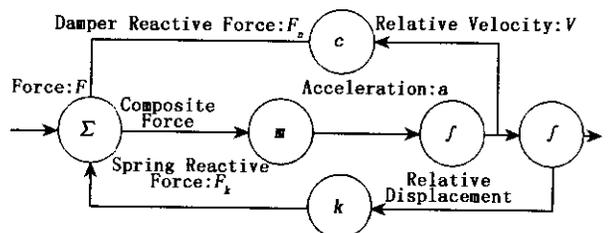


图6 单自由度系统模拟方框图

Fig.6 Analogue operation diagram of single motion freedom

它的动力学方程为： $M\ddot{a} = F - F_n - F_k, F_n =$

## 2.2 多自由度系统

$$C\dot{v}, F_k = K \int v dt, X = \int v dt.$$

2.2.1 一维多自由度系统如图 7 所示.

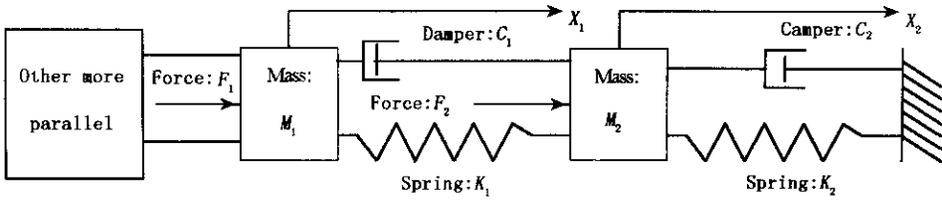


图 7 一维多自由度系统原理

Fig. 7 Block diagram of one-dimensional multiple motion freedom

它的动力学方程为

$M_1$  动力方程：

$$M_1 a_1 = F_1 - F_{n1} - F_{k1}$$

$$F_{n1} = C_1(v_1 - v_2)$$

$$F_{k1} = K_1 \int (v_1 - v_2) dt$$

$$X_1 = \int (v_1 - v_2) dt$$

$M_2$  动力方程：

$$M_2 a_2 = F_2 + F_{n1} + F_{k1} - F_{n2} - F_{k2}$$

$$F_{n2} = C_2 v_2$$

$$F_{k2} = K_2 \int v_2 dt$$

$$X_2 = \int v_2 dt$$

它的各部分受力拓扑图如图 8 所示, 模拟方框图如图 9 所示. 实际是两个单自由度通过加法器耦合而成.

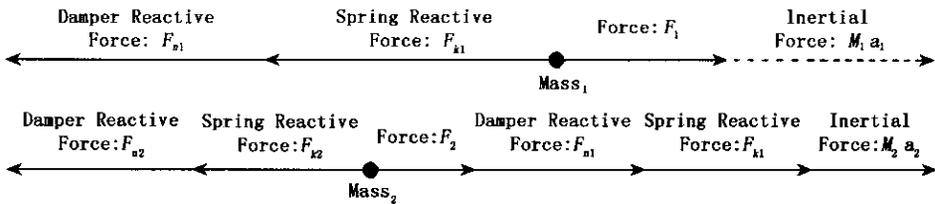


图 8 一维多自由度系统受力图

Fig. 8 Load diagram of one-dimensional multiple motion

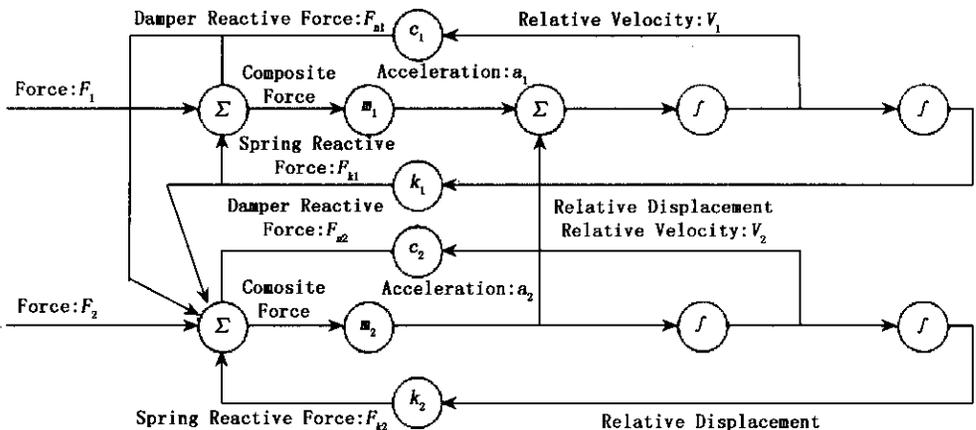


图 9 一维多自由度系统模拟方框图 1

Fig. 9 Analogue operation diagram of one-dimensional multiple motion

2.2.2 二维多自由度系统的原理如图 10 所示,它的各部分受力如图 11 所示.它的动力学方程为

$$M\vec{a} = \vec{F} - \vec{F}_{k1} - \vec{F}_{n1} - \vec{F}_{k2} - \vec{F}_{n2}$$

$$\vec{F}_{n1} = c_1 \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}) \cdot \vec{v} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r})}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}\|^2}$$

$$\vec{F}_{n2} = c_2 \frac{(\vec{r}_1 - \vec{r}) \cdot \vec{v} \cdot (\vec{r}_1 - \vec{r})}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}\|^2}$$

$$\vec{v} = \int \vec{a} dt \quad \vec{r} = \int \vec{v} dt$$

$$\vec{F}_{k1} = k_1 \frac{\|\vec{r}_1 - \vec{r}\| - \|\vec{r}_1\|}{\|\vec{r}_1 - \vec{r}\|} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r})$$

$$\vec{F}_{k2} = k_1 \frac{\|\vec{r}_1 - \vec{r}\| - \|\vec{r}_2\|}{\|\vec{r}_2 - \vec{r}\|} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r})$$

可以证明,方程对空间多自由度系统同样适用.此时,只要将矢量和投影改为三维即可.对该模型模拟方框图如图 12 所示.矢量投影由方程知由乘法器、法器 and 比例器组合完成.

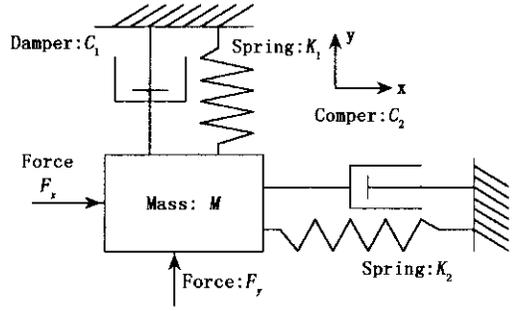


图 10 二维多自由度系统原理

Fig. 10 Block diagram of two-dimensional multiple motion

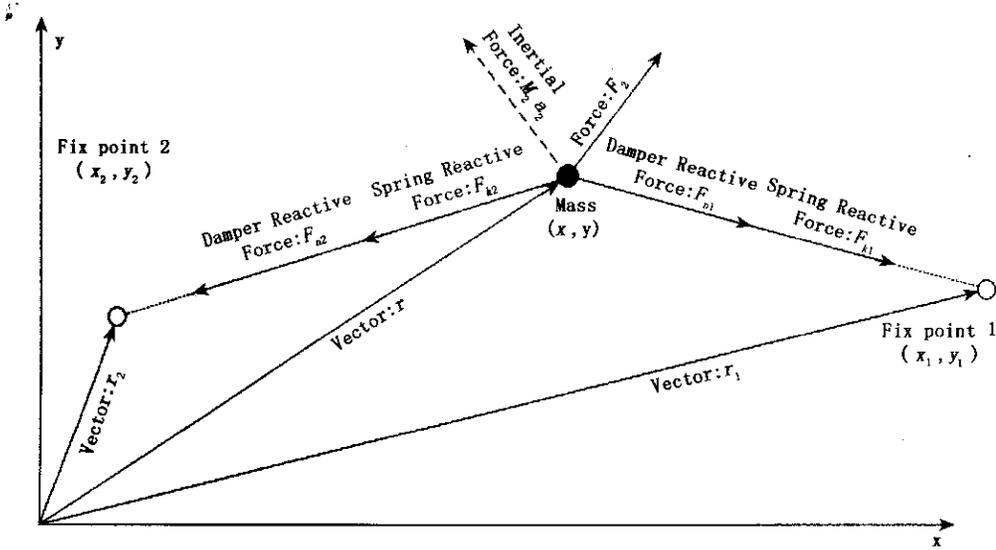


图 11 二维多自由度系统受力图

Fig. 11 Load diagram of two-dimensional multiple motion freedom

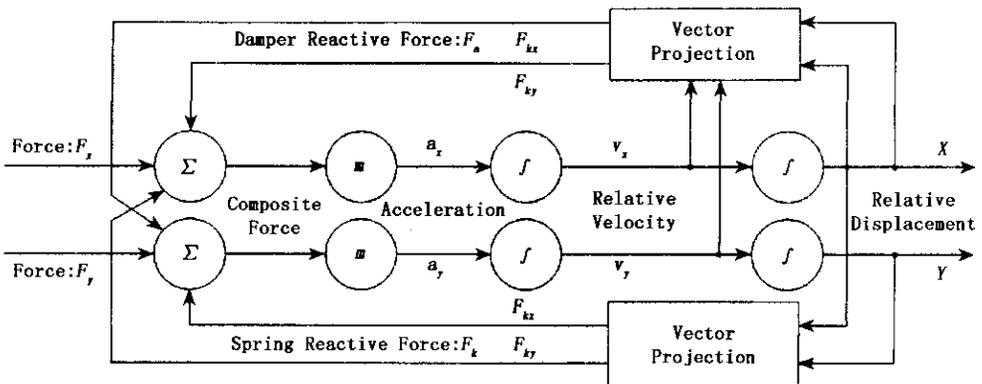


图 12 二维多自由度系统模拟方框图

Fig. 12 Analogue operation diagram of two-dimensional multiple motion

### 2.3 约束的处理

如果某些自由度被约束,那么可以将该自由度对其它的反馈信号断开或等效为刚度、阻尼系数、质量都很大单自由度系统;几何约束如变形幅度限制、轨迹限制如碰撞处理,可以在电路中加入比较器等,通过反馈来实现。

### 2.4 初始条件处理

将相应的信号如速度、力、位移等等效为同一尺度下的电压,通过加法器和开关网络,按照一定的逻辑时序在相应的单元上馈入。

## 3 等效实验系统构架

主要由以上基本元件加上开关网络、控制器等组成。其构架图如图 13 所示。其中,控制器和开关网络完成对动力学系统拓扑结构、动力学参数和工作时序的描述,描述的方法可以用控制器语言或硬

件描述语言。典型动力学系统完成运算和求解。这三部分可以很容易集成到芯片里面。特殊元件部分用于一些特殊的用途参数调整、非线性模拟、初始条件等。对于一些高精度要求的场合,可以将输出反馈到控制器,做进一步调整。这样,由模拟部分完成高速求解和预报,由数字部分做精确的运算处理,从而达到数值、模拟优势互补的混合仿真目的。1999 年美国 Lattice 公司发明了系统可编程技术(In-System Programmability Programmable Analog Circuits),彻底改变了模拟电路的设计和实现方法。该公司 ispPAC10、ispPAC20 集成有可编程电路,放大器电路原理图可以用图形方式交互写入芯片。它的出现代表了一种发展方向,同时也翻开了动力学系统仿真设计的新篇章。如果集成了更多的模拟元件,以上动力学模型就更容易实现,可能会出现机电界限模糊,从真正意义上实现机电一体化。

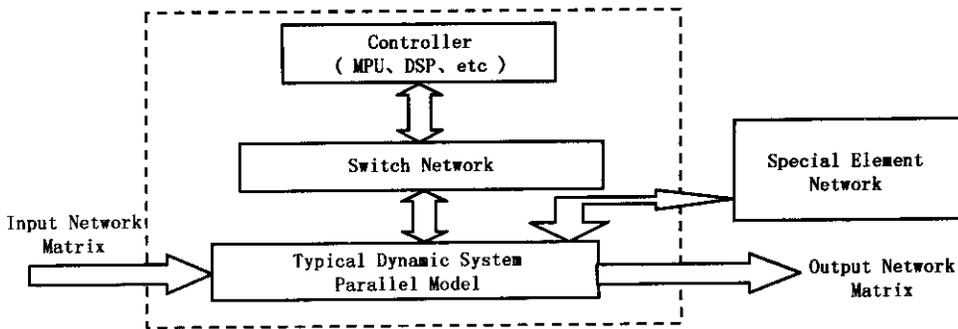


图 13 等效分析和等效实验的构架图

Fig. 13 Equivalent analysis and experimentation framework

## 4 EDA 软件仿真

以单自由度作为一个例子,设激励为阶跃  $F = 5u(t)$ ,质量  $M(X, t) = 10$ ,  $C(X, t) = 2X^2 + 0.1t^2$ ,  $K(X, t) = 1 - 0.2X$ ,初始速度  $\dot{x}(0) = 1$ ,初始位移  $x(0) = 2$ 。这是一个线性时变系统。其等效电路为图 14, Pspice 响应分析结果如图 15。由于等效模型的仿真电路参数都认为是理想的,所以结果和实际模型的随机激励、随机结构参数、噪声响应、小波分析等分析结果是一致的。因为二者数学模型是一致的,相似具有广泛的意义。在精确度允许的范围内,如果将以上电路模型配备传感器和作动器,那么就可以模拟真实的单元,如模拟的梁、杆等,甚至可以模拟或构造出结构和参数复杂的材料、系统、结构等。

## 5 结论

给出的基于模拟电子计算机的等效模型,它具有极强的通用性、灵活性和简单性,便于集成;对于任何动力学机构,只需要建立动力学拓扑结构和局部参数,不需要建立方程,就可以用硬件或用 EDA 软件分析其力响应;它可以用于一般的力学系统,更适用于流体动力学系<sup>[2,3]</sup>、化学反应动力学系统<sup>[4]</sup>、特种材料<sup>[5]</sup>、地质<sup>[6]</sup>等结构相对简单、数学模型复杂系统分析和实验。EDA 软件仿真结果表明,结果具有等效模型和实际具有广泛的相似性;如果将以上电路模型配备传感器和作动器,那么就可以模拟真实的单元,因此在工程上具有广阔的应用前景。EDA 软、硬件的现状,已经使仿真的设计复杂度很低,可以使一些代价高、结构复杂的动力

学问题转化为一般的电等效问题,用语言描述代替实际加工来制造某些机械的时代不遥远.

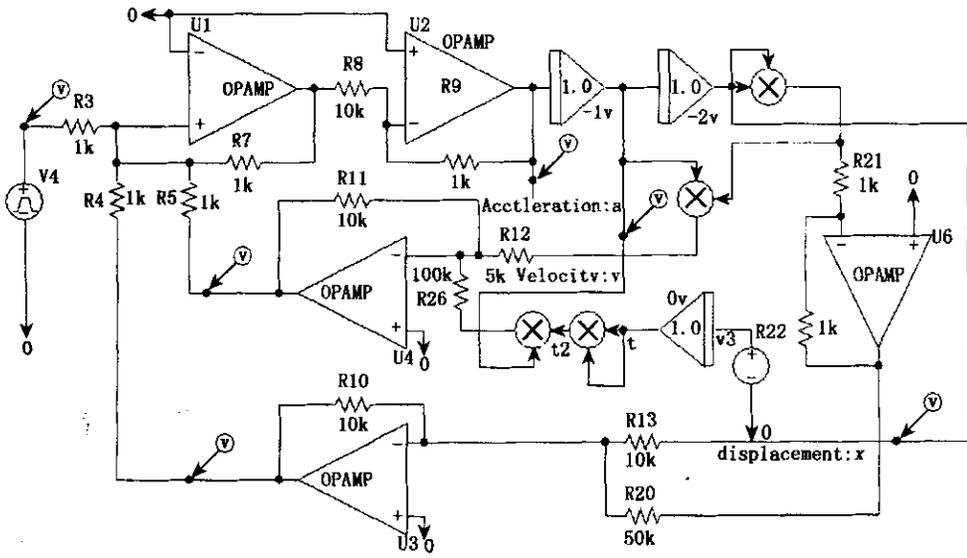


图 14 例子的等效电路

Fig. 14 Equivalent circuit of sample

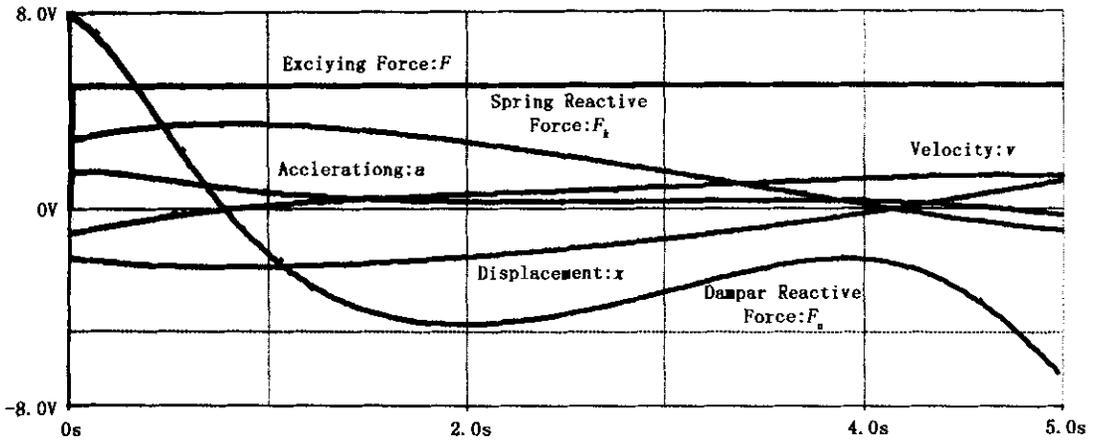


图 15 例子的响应

Fig. 15 Response of sample

### 参 考 文 献

1 徐光弘. 机电系统动力学. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1989: 78~91( Xu Guanghong. Mechanical & Electronic System Dynamics. Xi 'an: Xidian University Publish House, 1989: 78~91( in Chinese ))

2 戈嗣诚, 陈斐. 缓冲特性可控的智能气囊装置实验研究. 振动工程学报, 2004, 4: 377~381( Ge Sichen, Chen Fei. Experimental Study on Intelligenst Airbag Device with Controllable Cushioning Characteristics. *Journal of Vibration Engineering* 2004, 4: 377~381( in Chinese ))

3 陈孝彦, 何小社. 天然气水合物生成动力学机理研究. 西安交通大学学报, 2004, 38( 1 ): 85~88( Chen Xiaoyan, He Xiaoshe. Study on Kinetics of Natural Gas Hydrate Formation. *Journal of Xi 'an Jiaotong University* 2004, 38( 1 ): 85~88( in Chinese ))

4 曾元峰, 王树众. 污泥的超临界水氧化动力学研究. 西安交通大学学报, 2005, 39( 1 ): 104~107( Zan Yuanfeng, Wang Shuzhong. Study on Kinetics of Supercritical Water Oxidation of Municipal Sludge. *Journal of Xi 'an Jiaotong University* 2005, 39( 1 ): 104~107( in Chinese ))

5 弗罗斯特 BRT. 材料科学与技术丛书( 10A 卷) 核材料. 北京: 科学出版社, 1999: 387~467( Frost BRT. Nuclear

Materials. Beijing Science Press, 1999: 387~467 (in Chinese))

6 许卫疆, 车得福. 沙粒松弛过程. 西安交通大学学报,

2005, 39(5): 536~539. Xu Weijing, Che Defu. Relaxation Process of Sand Particles. *Journal of Xi'an Jiaotong University*

2005, 39(5): 536~539 (in Chinese))

## DYNAMIC SYSTEM EQUIVALENT EXPERIMENT BASED ON ELECTRONIC ANALOGUE COMPUTER

Liu Mingzhi Fu Linjia Sun Hongwei

(*School of Mechanical & Electronic Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

**Abstract** Aimed at hardness of special and complexity of technology in the experiment of dynamic systems, the electronic analog computer is employed to implement the transfer function and primitive operator of dynamic systems from viewpoint of control theory for the general equality between electricity and dynamics, in this way the dynamic experiment changes into electricity experiment and the ripe technology of electricity measure can be used in the simulation and experiment of dynamic systems. Based on the electronic analog computer, the electronic equivalent models of essential elements of dynamical systems are given, and the electronic equivalent analogue operation and electronic experimentation framework of typical dynamical systems are given too. The results of simulation and analog show that the method is simple and correct, and the scope of its application is wide.

**Key words** electronic analog computer, dynamic system, simulation, equivalent experiment