

# 含饱和作动器的主动 TMD 振动控制研究\*

周星德<sup>1</sup> 刘志军<sup>2</sup>

(1. 河海大学工程力学系, 南京 210098) (2. 南京航空航天大学振动工程研究所, 南京 210016)

**摘要** 以含主动调谐质量阻尼器(TMD)的建筑物为研究对象, 研究作用于 TMD 上的作动器输出力小于设计控制力时的控制方法. 为了确定系统控制率, 在满足线性矩阵不等式约束的前提下, 通过优化控制目标函数来达到. 同时, 为了保证控制效果, 采用了峰-能量控制器. 最后, 以一座六层建筑物为例来说明本文方法的可行性.

**关键词** 饱和作动器, LMIs, 峰-能量控制器, 建筑结构

## 引言

采用调谐质量阻尼器(TMD)对建筑物进行抗震<sup>[1]</sup>和抗风是一种较有效的手段, 出现了采用多重 TMD 控制方法<sup>[2]</sup>及双层 TMD 控制策略<sup>[3]</sup>, 并且已经应用于实际控制中. 对于大型建筑结构来讲, 所需控制力很大, 无论从经济角度, 还是实际材料等方面都还未达到. 为了减小控制力, 降低能量消耗, 采用附加阻尼器, 但阻尼器也不可能太大, 为使结构达到安全区域, 所需控制力仍然较大. 如果使用比所需控制力小的作动器, 则在控制过程中出现饱和现象, 造成作动器破坏. 近年来出现了一种新的控制策略, 它是根据作动器最大输出力来设计系统控制率, 这就是饱和控制策略. 与以往通过等式 Riccati 方程确定控制律不同, 它是采用线性矩阵不等式(LMIs), 通过极小化性能指标来确定控制律的一种方法.

目前对于饱和控制器的研究多着重饱和情况下的控制系统稳定性及过饱和控制器的研究, 其中稳定性研究着重于防止控制过程中控制力大于作动器最大输出力<sup>[4]</sup>, 而过饱和控制器<sup>[5]</sup>的研究目的是最大限度地发挥作动器潜能, 甚至出现了连续过饱和控制<sup>[6]</sup>. 对于建筑物来讲, 它们是开环稳定的, 所以应该研究如何降低系统的性能指标, 目前把饱和控制策略引入 TMD 的研究较少, 文献[7, 8]是以加速度为控制矢量, 以图减少惯性力, 建立在文献[7, 8]的基础上, 本文以结构的水平位移为控制

矢量, 其线性矩阵不等式与文献[7, 8]是不同的. 此外, 参考文献<sup>[9]</sup>, 本文采用其峰-能量控制器, 提出了含饱和作动器的主动 TMD 振动控制方法, 并以六层建筑物为研究对象, 以第三代基准建筑物<sup>[9]</sup>所建议的地震波为输入进行了仿真分析.

## 1 运动方程

对于剪切型建筑结构, 通常把 TMD 放置在楼层的顶部(见图 1), 则含主动 TMD 的系统振动方程可表示为

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -M[1] \ddot{x}_g + Bu \quad (1)$$

式中:  $M$ 、 $C$ 、 $K$  分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵, 均为  $(n+1) \times (n+1)$  阶矩阵, 其中, 阻尼为粘性阻尼  $[1]$  为由 1 组成的  $n+1$  维列向量,  $\ddot{x}_g$  为地震波的加速度,  $X = [x_1 \dots x_n \ x_T]^T$ ,  $B$  为作动器位置矩阵,  $B = [0 \dots -1 \ 1]^T$ .

## 2 状态方程及控制器设计

把式(1)变为如下状态方程, 为

$$\dot{Z}(t) = AZ(t) + Du(t) + E\ddot{x}_g \quad (2)$$

式中

$$Z = \begin{bmatrix} X \\ \dot{X} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix},$$
$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}B \end{bmatrix}, E = \begin{bmatrix} 0 \\ -[1] \end{bmatrix}$$

本文以各楼层的相对位移为控制输出矢量, 设  $m$

2005-09-18 收到第 1 稿, 2005-10-30 收到修改稿.

\* 江苏省自然科学基金资助项目(BK2003083)

维控制输出矢量  $Y$  为

$$Y = HZ(t) \quad (3)$$

式中:  $H$  为  $m \times (n+1)$  维矩阵.

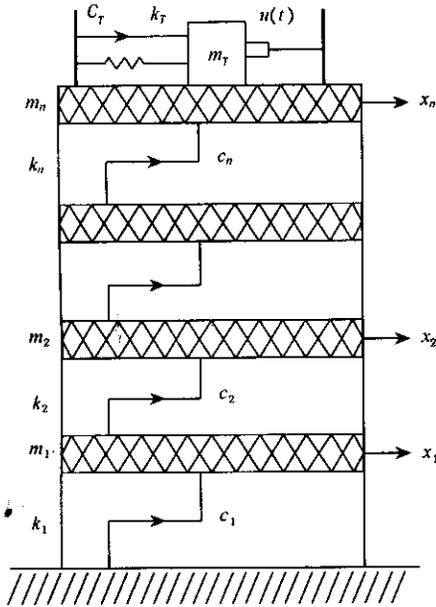


图1 含 TMD 的建筑物结构

Fig. 1 Building structure with TMD

首先,按通常所采用的最优控制方法来确定结构响应达到安全区域时所需控制力.可定义代价函数为

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (Y^T Q Y + u^T R u) dt \quad (4)$$

式中:  $t_f$  为控制最终时间,取为无穷大;  $Q$  为  $m \times m$  阶正定权矩阵,  $R$  为正的常数.

$$u = GZ \quad (5)$$

$$G = -R^{-1} D^T P \quad (6)$$

式中:  $G$  为增益矩阵,  $P$  为下列 Raccati 方程的解

$$A^T P + PA - PDR^{-1} D^T P + H^T QH = 0 \quad (7)$$

把式(5)代入到式(2),输入地震波时程即可得到结构响应,然后由式(5)可确定设计所需控制力.

其次,当作动器输出力小于设计控制力时,采用线性矩阵不等式(LMIs)进行控制器设计,由于本文采用位移作为输出控制矢量,故与文献[7,8]有所不同,此外本文还揉和了文献[9]的峰-能量控制策略,故有必要推导如下.

设实际作动器最大控制力和地震波能量限为

$$u_{\max} \leq \epsilon \quad (8)$$

$$\|\ddot{x}_g\|_2 \leq \delta \quad (9)$$

式中:  $\|\cdot\|$  表示范数,  $\epsilon$  为 TMD 上作动器输出的

最大控制力,其值小于设计所需控制力;  $\delta$  为地震波的能量限.

设状态反馈控制器为

$$u = \bar{G}Z(t) \quad (10)$$

则地震波与控制输出矢量存在下列关系<sup>[9]</sup>

$$\int Y^T(t)Y(t)dt \leq \gamma^2 \int \dot{x}_g^T(t)\dot{x}_g(t)dt \quad (11)$$

式中:  $\gamma$  为参变量.

为达到降低结构响应的目的,以参变量  $\gamma^2$  为优化目标函数来极小化,定义增益矩阵  $\bar{G}$  为

$$\bar{G} = F\bar{Q}^{-1} \quad (12)$$

式中:  $F$  为  $n+1$  维行向量,  $\bar{Q}$  为  $n+1$  维正定权矩阵.

考虑到作动器的工作性态,实际控制中往往希望控制力小于其最大输出力,以延长作动器使用寿命,为此,令

$$u_{\max} \leq r\epsilon \quad (13)$$

式中:  $0 < r < 1$  为一个选取的常数.

为了确定  $F$ 、 $\bar{Q}$ ,参阅文献[7~9],并结合本文实际,以参变量  $\gamma^2$  为优化目标函数,但须满足下列 LMIs,为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & E \\ a_{12}^T & -I_1 & 0 \\ E^T & 0 & -\gamma^2 I_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$a_{11} + \alpha \bar{Q} + \frac{\beta}{\alpha} EE^T > 0 \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{Q} & F^T \\ F & \frac{\beta}{\delta} \left( \frac{\epsilon}{r\delta} \right)^2 \end{bmatrix} > 0 \quad (16)$$

式中:  $I_1$ 、 $I_2$  为相应维数的单位矩阵,

$$a_{11} = A\bar{Q} + \bar{Q}A^T + DrF + F^T rD^T,$$

$$a_{12} = \bar{Q}H^T, \alpha > 1, \beta > 1 \text{ 均为可调参数.}$$

注意,式(15)不等式应大于零,文献[9]中此式有误.此 LMIs 问题的极小化解可通过 Matlab 软件中的 Mincx 命令来求解.

### 3 实例分析

本文采用模型为六层剪切型建筑物(见图1),各楼层及 TMD 的质量、刚度及阻尼分别为

$$m_i = 520000 \text{ kg}; k_i = 6.1 \times 10^7 \text{ N/m};$$

$$c_i = 134 \times 10^2 \text{ Nsec/m}; i = 1, 2, \dots, 6$$

$$m_T = 5000 \text{ kg}; k_T = 5.4 \times 10^5 \text{ N/m};$$

$$c_T = 30.4 \times 10^2 \text{ Nsec/m};$$

经过计算得系统的前 5 阶固有频率 (Hz) 分别为: 1.27, 1.71, 3.88, 6.20, 8.16.

系统输出为各楼层的水平位移, 故控制输出矩阵  $H$  为  $6 \times 14$  阶矩阵.

首先根据最优控制理论设计系统控制率, 地震波为 elcentro 波, 控制时间为 20 秒, 式(4)中的权矩阵  $Q$  为六阶对角阵, 对角元素均为  $6 \times 10^{13}$ ,  $R = 2$ . 采用式(6)可很容易求出控制增益  $G$  为

$$G = [ -0.1490, -0.3146, -0.5136, -0.8933, -1.9424, -3.9372, -0.0000, 0.0540, 0.1029, 0.1405, 0.1513, 0.1005, -0.0216, 0.0560 ] \times 10^6$$

顶楼的控制结果见图 2 (图中: 实线为控制后的位移, 虚线为未控制时的位移, 下同), 设计最大控制力为  $3.0910 \times 10^5 \text{ N}$ .

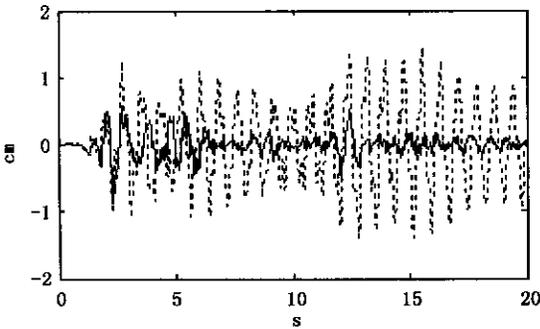


图 2 采用最优控制时顶楼控制效果图

Fig. 2 Control effect of top storey under optimal control

采用饱和控制策略, 须计算地震波的峰限和能量限, 第三代基准建筑物中建议了四种地震波 [10], 分别为 Elcentro, Kobe, Northridge 和 Hachinohe 波, 为便于其它研究者, 笔者计算了时程为 50 秒的能量限 (单位  $\text{m/s}^2$ ), 分别为 23.83, 51.17, 39.55, 22.27. 此时式(12)中的  $F$  为  $1 \times 14$  阶行向量,  $\bar{Q}$  为  $14 \times 14$  阶矩阵. 若作动器最大输出力为  $2.5 \times 10^5 \text{ N}$ , 为保护作动器, 选取  $r = 0.9$ , 即所设计的允许控制力为  $2.25 \times 10^5 \text{ N}$ , 参数  $\alpha, \beta$  分别为  $6.2 \times 10^6$  和  $2.0 \times 10^5$ . 由于  $\bar{Q}$  矩阵太大, 这里仅列出所求出的  $F$  及增益矩阵  $\bar{G}$ , 分别为

$$F = [ -0.0005, -0.0006, -0.0002, 0.0003, 0.0009, 0.0015, 0.3515, -0.0432, -0.0830,$$

$$-0.1194, -0.1435, -0.1398, -0.0953, -1.3891 ] \times 10^8;$$

$$\bar{G} = [ 0.2575, 0.5076, 0.7502, 0.9868, 1.2012, 1.3604, 0.0007, -0.0464, -0.0894, -0.1250, -0.1494, -0.1614, -0.1652, -0.0494 ] \times 10^6$$

此时, 优化目标函数  $\gamma^2$  的极小值为 0.0095. 为了与最优控制一致起见, 控制时程为 50 秒, 但仅显示 20 秒时程 (见图 3).

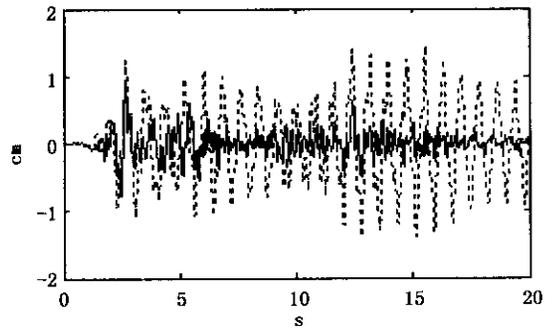


图 3 采用饱和控制时顶楼控制效果图

Fig. 3 Control effect of top storey using saturation control

对于 Hachinohe 波, 在所有设计参数均不变的前提下, 控制结果见图 4. 限于篇幅, 另外两个地震波仿真结果未列. 由图 3~4 可见, 采用饱和控制策略可以在作动器最大输出力小于设计控制力时仍然可以达到很好的控制效果.

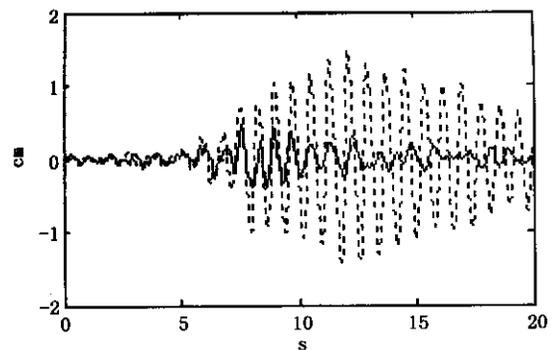


图 4 Hachinohe 波作用时的顶楼控制效果

Fig. 4 Control effect of top storey under the action of Hachinohe wave

### 4 结论

采用主动 TMD 控制策略是建筑结构常用的抗震方法, 针对大型建筑结构振动控制, 往往需要较大的控制力, 而实际作动器提供控制力往往小于

设计控制力,导致作动器出现饱和现象.建立在文献7~9]的基础上,本文提出了一种适合于主动TMD控制的饱和控制策略.通过参数选取,可以延长作动器使用寿命和提高工作性能.实例计算表明本文所提出的方法是可行的.

## 参 考 文 献

- 1 李忠献,张伟,姜忻良.高层建筑地震反应全反馈主动TMD控制理论研究.地震工程与工程振动,1997,17(3):60~65(Li Zhongxian,Zhang Wei,Jiang Xingliang.Theoretical Research on Complete-Feedback Active TMD Control for Seismic Responses of Multistory Buildings. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 1997, 17(3):60~65(in Chinese))
- 2 李春祥.土木工程结构的双层多重调谐质量阻尼器控制策略.地震工程与工程振动,2005,25(1):113~119(Li Chunxiang.Dual-layer Multiple Tuned Mass Damper Control Strategy of Civil Engineering Structures. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration* 2005, 25(1):113~119(in Chinese))
- 3 Cao H,Li QS. New Control Strategies for Active Tuned Mass Damper Systems. *Computer & Structures*, 2004, 82:2341~2350
- 4 Johnson EA,Voulgaris PG. Multiobjective Optimal Structural Control of the Notre Dame Building Model Benchmark. *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, 1998, 27:1165~1187
- 5 Scherer C,Gahinet P. Multi-objective Output Feedback Control via LMI optimization. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1997, 42(7):896~910
- 6 Yang JN,Lin S,Jabbari F. Linear Multiobjective Control Strategies for Wind-Excited Buildings. *J. Engineering Mechanics* 2004, 130(4):471~477
- 7 Kim JH,Jabbari F. Actuator Saturation and Control Design for Buildings under Seismic Excitation. *J. Engineering Mechanics* 2002, 128(4):403~412
- 8 Takikao S,Takao F. Multiobjective Control via Successive Over-Bounding of Quadratic Terms. *International Journal of Robust and Nonlinear Control* 2005, 15(8):363~381
- 9 Kim JH,Jabbari F. Scheduled Controlled for Buildings under Seismic Excitation with Limited Actuator Capacity. *J. Engineering Mechanics* 2004, 130(4):800~808
- 10 Ohtori Y,Christenson RE,Spencer BF,Dyke SJ. Benchmark Control Problems for Seismically Excited Nonlinear Buildings. *J. Engineering Mechanics* 2004, 130(4):366~384

## RESEARCH ON ACTIVE TMD VIBRATION CONTROL WITH SATURATION ACTUATOR\*

Zhou Xingde<sup>1</sup> Liu Zhijun<sup>2</sup>

(1. Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 210098, China)

(2. Institute of Vibration Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** The building structures with tuned mass damper(TMD) were used as research object, and a control strategy was proposed when the output force of the TMD actuator was less than the designed control force. The optimization method was used to search for the system control-law under the condition that the premium of the linear matrix inequalities(LMIs) was satisfied, and the peak-energy controller was adopted for assuring the control effect. Finally, an example of 6-storey building was used to illustrate the feasibility of the presented method.

**Key words** saturation actuator, LMIs, peak-energy controller, building structures