

动态结构计算模型局部参数确定方法研究

蔡东升 李建康 解幸幸 王宇峰

(江苏大学工程力学系, 镇江 212013)

摘要 将振型向量与向量空间余弦因子的概念相结合, 提出了度量模型整体相关度的定量指标. 即计算模型和试验模型的整体相关度指标 \overline{VM} , 以此来修改计算模型局部参数的方法. 算例表明, 相对于传统的方法而言, 该方法能更好的表达出计算模型和试验模型之间的相关关系, 并且能有效的用于工程实际.

关键词 计算模型, 试验模型, 局部参数, 整体相关度指标

引言

在复杂结构的动力分析过程中, 建立的计算模型是否准确, 决定了分析结果的可信度. 对于那些在动态问题中对结构动态特性有影响的局部区域. 如焊接结构的焊缝, 车门不同材料的联结处等. 由于存在着两种以上不同力学性能的材料, 在动力学建模时难于确定计算模型的这些局部参数. 研究者大都根据经验或相关规范手册输入相应的参数, 但对输入的参数是否是合理却无法定量判断, 为后续的动态分析带来了不确定因素. 对此问题, Benhaim等^[1]首先提出了一种未知但有界的非完整模型; Zhang等^[2]用一般随机有限元法分析了静态和动态非线性随机结构系统的特征值和响应问题; Shi等^[3]利用具有不确定性参数未知但有界的模型来确定控制系统的鲁棒性, 曹宗杰等^[4]讨论了不确定参数对结构系统的影响. 笔者从计算模型和试验模型的相关性出发, 在确定比较的前提和方法下, 在传统相关性分析的基础上, 提出了计算模型和试验模型的整体相关度指标 \overline{VM} , 并用该指标来度量计算模型与试验模型相关联的程度, 从而确定计算模型的局部参数, 最后通过一个工程实例验证了该方法的有效性.

1 计算模型和试验模型的整体相关度指标

传统的衡量计算模型和试验模型之间相关联程度的指标包括模态比例因子、置信因子以及模态

保证因子矩阵^[5]. 其中模态比例因子和置信因子主要是对同阶模态的相关性进行分析, 但一般情况下计算模态和试验模态的对应关系是不知道的, 因而需要用模态保证因子矩阵来度量计算模态和试验模态的相关性, 用 $\sum b_{ij}$ 来度量计算模型和解析模型的整体相关性. 公式如下

$$B = [b_{ij}] \tag{1}$$

$$b_{ij} = \frac{[\boldsymbol{\varphi}_{iA}^T \boldsymbol{\varphi}_{iT}]^2}{[\boldsymbol{\varphi}_{iA}^T \boldsymbol{\varphi}_{jA} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{iT}^T \boldsymbol{\varphi}_{iT}]} \quad (i = 1, 2, \dots, n), \tag{2}$$
$$(j = 1, 2, \dots, n)$$

式(1)和(2)中, $\boldsymbol{\varphi}_{iA}$ 和 $\boldsymbol{\varphi}_{iT}$ 分别表示经过节点自由度匹配后的计算模态第 i 阶模态向量和试验模态第 j 阶模态向量, b_{ij} 为模态保证因子.

在计算模态和试验模态个数相同的前提下, 如果计算模型和解析模型相关性很好, B 矩阵的主对角线元素为 1, 则 $\sum_{i=1}^n b_{ii} = n$; 非主对角线元素小于 1, 接近于 0, 则 $\sum_{i=1}^n b_{ii} = 0$.

上述的模态保证因子矩阵在应用上存在的不足之处, 一是物理意义不明确, 二是缩小了相关性指标的计算数值. 为解决这两个问题, 笔者定义计算模型和试验模型向量余弦因子矩阵为 \overline{VM} , 及计算模型和试验模型的整体相关度指标 \overline{VM} 为相关度分析指标, 公式如下

$$\overline{VM} = [VM_{ij}] = \left[\left| \frac{\boldsymbol{\varphi}_{iA}^T \boldsymbol{\varphi}_{iT}}{|\boldsymbol{\varphi}_{iA}^T \boldsymbol{\varphi}_{jA} \cdot \boldsymbol{\varphi}_{iT}^T \boldsymbol{\varphi}_{iT}|^{1/2}} \right| \right] \tag{3}$$
$$(i = 1, 2, \dots, n), (j = 1, 2, \dots, n)$$

$$\overline{VM} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n VM_{ii} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4)$$

式(3)(4)中, \overline{VM} 为前 n 阶模态相关度的平均值, VM_{ii} 为 VM 矩阵中第 i 阶计算振型向量和试验振型向量的相关度值。

上述定义表明, 由于模型各阶固有频率的振型是数学问题中特征值与特征向量之间的特征对关系, 而在数学中, 向量之间的关系可用向量空间夹角 α 来表示^[4], 如果两个向量线性无关, 那么向量夹角的余弦值域为 0; 如果两个向量线性相关, 那么向量夹角的余弦值域为 $[0, 1]$ 。如果计算模型和试验模型相关性很好, 根据振动分析的理论, 振型向量是线性无关的, 也即不同阶的计算模型和试验模型振型向量之间的向量空间余弦因子为 0, 即 $VM_{ij} = 0$; 同阶的计算模型和试验模型振型向量之间的向量空间夹角余弦因子为 1, 即 $VM_{ii} = 1$; 同时式(3) 定义使得 $VM_{ij} (i \neq j)$ 的数值降低, 而

$VM_{ij} (i = j)$ 的数值结果增大, 模态相关性关系更加清晰。

根据摄动原理, 计算模型局部参数的变化对结构的整体影响不大, 但会引起模态参数的改变, 从而使得计算模型与试验模型的整体相关度指标 \overline{VM} 产生变化, 且会在一个确定的参数上取得最大值, 据此可以利用该指标进行计算模型局部参数最优值的确定。

为验证上述定义的有效性, 通过以下的工程实例来说明。

2 利用整体相关度指标确定计算模型局部参数实例

某大型客车车门结构, 其有限元模型的整体及局部的结构构成如图 1、图 2 所示, 有限元模型采用 20 节点的 SOLID186 高次块单元。

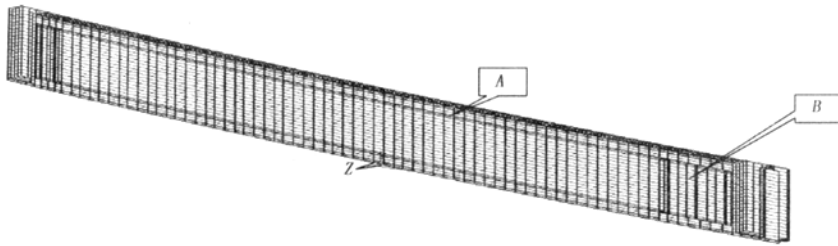


图 1 车门的有限元模型及网格划分

Fig. 1 Finite element model and mesh of vehicle door

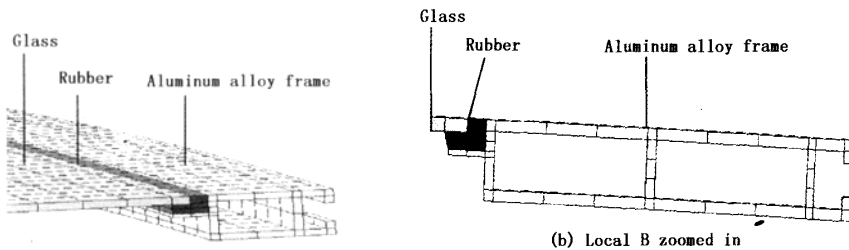


图 2 车门有限元模型局部放大图

Fig. 2 Local finite element model of vehicle door zoomed in

由于车门的局部是三种不同的材料通过粘结剂粘结而成, 局部不同材料之间的粘结刚度的确认影响着计算模型的分析结论。为了确定材料之间的粘结刚度, 我们通过计算模型和试验模型的整体相关度指标来进行确认。

由于车门材料密度变化范围比较小, 而材料刚

度变化范围相对密度变化比较大, 所以选取材料刚度作为模型修正的局部参量。在铝合金边框材料刚度取为 $7 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 时得到的计算模型和试验模型的模态向量夹角的余弦因子矩阵 VM 计算结果见表 1。模态保证因子矩阵中 b_{ii} 与余弦因子矩阵 VM 中 VM_{ii} 的关系计算结果见表 2。

表1 计算模型和试验模型的模态向量夹角余弦因子矩阵 VM

Table 1 Cosine gene matrix of computational and experimental model

	Freq 1	Freq 2	Freq 3	Freq 4	Freq 5	Freq 6	Freq 7	Freq 8
Freq 1	0.961	0.088	0.025	0.114	0.150	0.014	0.055	0.018
Freq 2	0.060	0.920	0.140	0.148	0.027	0.118	0.060	-0.042
Freq 3	0.078	0.162	0.879	0.032	0.029	0.228	0.028	0.058
Freq 4	0.027	0.092	0.212	0.803	0.004	0.061	0.077	0.198
Freq 5	0.074	0.028	0.049	0.001	0.868	0.190	0.056	0.028
Freq 6	0.009	0.241	0.103	0.052	0.131	0.829	0.028	0.131
Freq 7	0.033	0.037	0.000	0.021	0.091	0.084	0.890	0.113
Freq 8	0.050	0.126	0.031	0.132	0.065	0.074	0.032	0.884

表2 模态保证因子矩阵 B 中 b_{ii} 与余弦因子矩阵 VM 中 VM_{ii} 的关系Table 2 Relation of b_{ii} in mode guarantee gene matrix and VM_{ii} in Cosine gene matrix

Mode steps	1	2	3	4	5	6	7	8
b_{ii}	0.924	0.845	0.773	0.645	0.754	0.791	0.829	0.781
VM_{ii}	0.961	0.920	0.879	0.803	0.868	0.829	0.890	0.884
$\sum_{i=1}^n b_{ii}/n$					0.793			
$\sum_{i=1}^n VM_{ii}/n$					0.880			
Relativity index improved					11%			

从表1中可以非常明显的看到主对角线上的元素远远的大于非主对角线上的相关度值,这是由于模态振型的正交性决定的.同时也可以看到由于存在试验误差和计算模型建模误差,那些本来不相关的模态特征向量也有一定的相关性,但是这些值远远小于主对角线上的值.表1中的数据说明 VM 能正确有效的表达计算模态和试验模态振型向量之间的相关关系.表2中的数据说明,相对于模态

保证因子矩阵而言,余弦因子矩阵能更好的表达出计算模型和试验模型之间的相关度关系.

为获得铝合金边框材料刚度的最优参数,在有限元模态计算中,将铝合金边框材料的刚度在 $0.7 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$ 到 $1.4 \times 10^{11} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 的范围内变化,对前8阶计算模态与试验模态对应特征向量的整体相关度计算结果见表3.

表3 改变边框刚度计算模型和试验模型的整体相关度指标 \overline{VM} Table 3 Relativity index \overline{VM} according to the changing of door frame stiffness

steps	Changing of door frame stiffness $E / \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$								
	0.7	3.5	5.6	6.3	7.0	7.7	8.4	10.5	14
1	0.939	0.938	0.938	0.938	0.961	0.937	0.937	0.937	0.936
2	0.913	0.910	0.910	0.910	0.920	0.910	0.910	0.910	0.910
3	0.115	0.890	0.889	0.888	0.879	0.888	0.888	0.887	0.886
4	0.111	0.881	0.877	0.875	0.803	0.872	0.870	0.864	0.850
5	0.224	0.373	0.898	0.894	0.868	0.880	0.861	0.376	0.044
6	0.445	0.643	0.812	0.820	0.822	0.836	0.843	0.643	0.325
7	0.165	0.379	0.877	0.878	0.910	0.877	0.874	0.841	0.065
8	0.003	0.358	0.751	0.788	0.884	0.828	0.834	0.831	0.823
\overline{VM}	0.364	0.672	0.870	0.874	0.880	0.879	0.877	0.786	0.605

为了判断边框刚度对车门模型整体相关度指标的影响,现在把前8阶模态振型向量整体相关度指标绘制成图.图3描述了边框刚度对车门模型模态振型整体相关度指标的影响.图中“*”表示表1

中计算的相关度数据,曲线为对这些数据进行插值以后得到的刚度对模态振型相关度的影响曲线.从图中可以得到,边框刚度在 $E = 7 \times 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$ 处取得最大值.

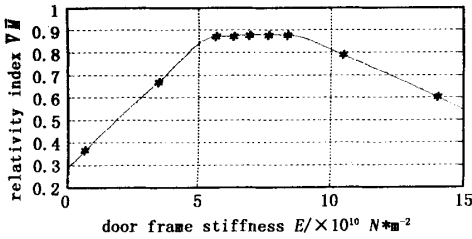


图3 改变边框刚度与模态振型整体相关度的关系

Fig.3 Relation of relativity index $\bar{V}\bar{M}$ and the changing of door frame stiffness

3 结语

本文讨论了如何利用计算模型和试验模型的相关度指标来进行计算模型局部参数确定的方法,即模态振型向量余弦因子方法,定义了一种便于工程应用的整体相关度指标,来进行计算模型局部参数的确定.通过实例证明了该指标在工程中应用的合理性.为建立最优计算模型,更准确的进行结构动力分析提供了一种快速有效的方法.

必须指出的是,上述方法得到的计算模型材料的刚度与实际材料的刚度有所区别,它仅仅是计算模型中最为合理的参数,在该参数基础上进行计算

模型的动力学分析结果较为可信.因而,在进行动态分析时,要确定计算模型的局部参数,应该在较大范围内选取参数.

参 考 文 献

- 1 Ben-haim Y, Elishakoff I. Convex models of uncertainty in applied mechanics. Amsterdam, Netherland: Elsevier Science Publishers, 1990
- 2 Zhang Y M, Chen S H, Liu Q L, et al. Stochastic perturbation finite elements. *Computers & Structures*, 1996, 59 (3):425~429
- 3 Shi Z C, Gao W B, Stability of interval parameters matrices. *Int J Control*, 1987, 45:1093~1101
- 4 曹宗杰,许美娟,扬凤鹏等.不确定参数结构反馈控制及模态分析.上海交通大学学报, 2005, 39(2):306~308 (Cao Zongjie, Xu Meijuan, Yang Fengpeng, et al. Feedback Control and Modal Analysis of Structure with Uncertainties. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2005, 39(2):306~308(in Chinese))
- 5 张景绘.动力学系统建模.北京:国防工业出版社,2000:41~46;77~79(Zhang Jinghui. Modeling of Dynamical System. Beijing: National Defence Industry Publishing Company, 2000:41~46;77~79(in Chinese))

A METHOD TO CONFIRM PART PARAMETERS OF DYNAMIC STRUCTURE'S COMPUTATIONAL MODEL

Cai Dongsheng Li Jiankang Xie Xingxing Wang Yufeng

(Department of Engineering Mechanics, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract We integrated vibration mode vector with vector space cosine factor conception, and put forward a new quantitative index, which can judge the entire correlation degree of computational and experimental models. Based on the index's property, we gave a method to confirm dynamic computational model's part parameters. Finally, the example indicated the index could better express the correlation of two models, and the method could be applied in practical engineering.

Key words computational model, experimental model, part parameter, entire correlation degree index