

粘弹性板的非线性动力稳定性分析方法*

彭凡 傅衣铭

(湖南大学工程力学系,长沙 410082)

摘要 将微分-积分型参数振动方程组转化成微分型,且基于增量谐波平衡法的一般应用途径,分析了受面内周期激励的粘弹性板的非线性动力稳定特性,揭示了主要动力不稳定区域的整体下移以及缩小和标准线性固体材料的粘性参数、板的振动频率之间的关系.同时给出了增量谐波平衡法直接应用于非线性微分-积分型参数振动方程的简化途径,并通过两种应用途径所得结果的对比,检验了这种简化途径的有效性.

关键词 粘弹性板,非线性,动力稳定性,增量谐波平衡法

引言

当材料服从 Boltzmann 积分型本构关系,粘弹性结构的参数振动方程呈积分-微分形式.针对线性系统,其稳定性分析方法包括:谐波平衡法^[1],含多种时间尺度的多尺度法^[2,3],近似得到幅值随时间变化的平均法^[4],表征系统动力稳定的 Lyapunov 指数法^[5,6],基于 Floquet 理论的特征乘法^[7].本文作者在文献^[8]中应用增量谐波平衡法分析了粘弹性板非线性动力稳定区域.本文结合标准线性固体材料的动态粘弹性力学性质,针对粘弹性板非线性动力稳定区域特征作进一步分析,提出增量谐波平衡法应用的简化途径,并验证其有效性.

1 积分-微分型非线性参数振动方程

设材料为标准线性固体,其松弛模量表示为

$$E(t) = E_0 = E_1 e^{-ct} \quad (1)$$

考虑四边简支粘弹性矩形薄板,其长度、宽度和厚度分别为 a 、 b 和 h ,质量密度为 ρ .沿矩形薄板长度方向的对边作用面内周期激励 $p_0 \cos(2\theta t)$,其中 2θ 为激励频率, p_a 为激励的幅值.设材料为各向同性线粘弹性,泊松比 ν_0 为常数,且服从 Boltzmann 积分型本构关系,基于 Von Kármán 非线性板理论,导出矩形板的动力学方程.取相应于线性振动的一阶振型,并作一阶 Galerkin 截断,得到矩形板无量纲化后的积分-微分型参数振动方程为^[8]

$$\ddot{W} + \bar{\omega}^2 [1 + 2\mu \cos(2\theta t)] W + \kappa_0 \bar{\omega}^2 f W =$$

$$\bar{\omega}^2 \bar{E}_1 \hat{c} e^{-c\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} e^{\hat{c}\xi} W(\xi) d\xi$$

$$f = W^2 - \bar{E}_1 \hat{c} e^{-c\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} e^{\hat{c}\xi} W^2(\xi) d\xi \quad (2)$$

式中, W 是与线性振动振型相关的无量纲挠度, f 是与无量纲应力函数相关的时间函数, $\bar{\omega}$ 为对应线性薄板线性振动的无量纲固有频率, 2θ 为面内周期激励的无量纲频率, κ_0 为表征几何非线性的无量纲参数, μ 为激励系数,有

$$(\bar{\theta}, \hat{c}) = (\theta, c) a^2 \sqrt{12\rho(1-\nu_0^2)/E(0)}/h$$

$$\bar{\omega}^2 = \pi^4 [m^4 + 2(\lambda n m)^2 + (\lambda n)^4],$$

$$\bar{E}_1 = E_1/E(0)$$

$$\kappa_0 = [3(\lambda^4 n^4 + m^4)(1-\nu_0^2)]/[4(m^4 + 2m^2 n^2 \lambda^2 + \lambda^4 n^4)]$$

$$\mu = P_a/(2P_{cr}^*), P_a = p_a(1-\nu_0^2)b^2/[E(0)h^3]$$

$$P_{cr}^* = (m\pi)^2 [1 + 2(\lambda n/m)^2 + (\lambda n/m^4)/(12\lambda^2)]$$

其中, $\lambda = a/b$, m 与 n 分别为线性振动的振型沿矩形板长度和宽度方向的波数. P_a 与 P_{cr}^* 分别为无量纲激励幅值和无量纲线性屈曲临界荷载.

本文着重分析粘弹性矩形板的主要动力不稳定区域,进一步引入时间变换 $\tau = \bar{\theta} t$,式(2)化为

$$\Omega^2 \ddot{W} + [1 + 2\mu \cos(2\tau)] W + \kappa_0 f W =$$

$$\bar{E}_1 \bar{c} e^{-c\tau} \int_0^{\tau} e^{\hat{c}\xi} W(\xi) d\xi$$

$$f = W^2 - \bar{E}_1 \bar{c} e^{-c\tau} \int_0^{\tau} e^{\hat{c}\xi} W^2(\xi) d\xi \quad (3)$$

2005-08-18 收到第1稿.

* 湖南省自然科学基金资助项目(05JJ30008)

式中, $\bar{c} = \hat{c}/\theta$.

2 确定动力稳定边界的增量谐波平衡法

若直接将式(3)中的第二式代入第一式,虽然可以直接消去未知函数 f ,但在最终得到的参数振动方程中,不能消去积分运算.为此,本文采用下述处理方法,将式(3)中的两个方程分别转化成微分型方程,然后,应用增量谐波平衡法进行分析.在式(3)的两个方程中,两端分别对 τ 求导,结合原式,消去各自的积分项,得

$$\begin{aligned} \Omega^2 \ddot{W} + \bar{c}\Omega^2 \dot{W}(\tau) + [1 + 2\mu\cos(2\tau)] \dot{W}(\tau) + \\ + \kappa_0 f(\tau) W(\tau) + \kappa_0 f(\tau) \dot{W}(\tau) + \\ + [\bar{c}\bar{E}_0 + 2\bar{c}\mu\cos(2\tau) - 4\mu\sin(2\tau) + \\ + \bar{c}\kappa_0 f(\tau)] W(\tau) = 0 \\ f(\tau) + \bar{c}f(\tau) - \bar{E}_0 \bar{c} W^2(\tau) - 2W(\tau) \dot{W}(\tau) = 0 \end{aligned} \quad (4)$$

由增量谐波平衡法^[9,10]求解式(4).首先列出系统的增量方程,假设动力不稳定边界上当前点的振动状态为 $(\Omega_0, \mu_0, W_0, f_0)$,相邻状态用它们的对应增量表示为

$$\begin{aligned} \Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega, \mu = \mu_0 + \Delta\mu \\ W = W_0 + \Delta W, f = f_0 + \Delta f \end{aligned} \quad (5)$$

为求下一点的振动状态,将式(4)在当前状态 $(\Omega_0, \mu_0, W_0, f_0)$ 分别作一阶 Taylor 展开,并忽略所有增量的非线性项,得线性化增量方程组为

$$\begin{aligned} \Omega_0^2 \Delta \ddot{W} + \bar{c}\Omega_0^2 \Delta \dot{W} + [1 + 2\mu_0\cos(2\tau)] \Delta \dot{W} + \\ + [\bar{c}\bar{E}_0 + 2\bar{c}\mu_0\cos 2\tau - 4\mu_0\sin(2\tau)] \Delta W + \\ + \kappa_0 \Delta f W_0 + \kappa_0 f_0 \Delta W + \kappa_0 \Delta f \dot{W}_0 + \\ + \kappa_0 f_0 \Delta \dot{W} + \kappa_0 \bar{c} \Delta f W_0 + \kappa_0 \bar{c} f_0 \Delta W = \\ R_w - 2\Omega_0 \Delta\Omega (\dot{W}_0 + \bar{c}\dot{W}_0) - 2\Delta\mu [\dot{W}_0 \cos 2\tau + \\ + \bar{c}\dot{W}_0 \cos 2\tau + 2W_0 \sin(2\tau)] \\ \Delta f + \bar{c} \Delta f - 2\bar{E}_0 \bar{c} W_0 \Delta W - 2\dot{W}_0 \Delta W - \\ 2W_0 \Delta \dot{W} = R_f \end{aligned} \quad (6)$$

式中

$$\begin{aligned} R_w = -\Omega_0^2 \dot{W}_0 - \bar{c}\Omega_0^2 \dot{W}_0 - [1 + 2\mu_0\cos(2\tau)] \dot{W}_0 - \\ - [\bar{c}\bar{E}_0 + 2\bar{c}\mu_0\cos(2\tau) - 4\mu_0\sin(2\tau)] \dot{W}_0 - \\ - (\kappa_0 f_0 W_0 + \kappa_0 f_0 \dot{W}_0 + \bar{c}\kappa_0 f_0 W_0 \end{aligned}$$

$$R_f = -(f_0 + \bar{c}f_0 - \bar{E}_0 \bar{c} W_0^2 - 2W_0 \dot{W}_0) \quad (7)$$

为确定主要动力不稳定区域,取无量纲挠度及其增量的时间函数为

$$\begin{aligned} W_0(\tau) = \sum_{k=1,3,5,\dots} (a_k \sin k\tau + b_k \cos k\tau) \\ \Delta W(\tau) = \sum_{k=1,3,5,\dots} (\Delta a_k \sin k\tau + \Delta b_k \cos k\tau) \end{aligned} \quad (8)$$

注意到式(3)与式(4)中, $f(\tau)$ 是 $W(\tau)$ 的平方,故对应式(8),取 $f(\tau)$ 及其增量的时间函数为

$$\begin{aligned} f_0(\tau) = b_0 + \sum_{k=2,4,6,\dots} (a_k \sin k\tau + b_k \cos k\tau) \\ \Delta f_0(\tau) = \Delta b_0 + \sum_{k=2,4,6,\dots} (\Delta a_k \sin k\tau + \\ + \Delta b_k \cos k\tau) \end{aligned} \quad (9)$$

将式(8)、(9)代入式(6)和式(7),比较同次谐波项前的系数,得到增量型线性代数方程组,有

$$[\beta] \{ \Delta X \} = \{ R \} + \Delta\mu \{ Z \} + \Delta\Omega \{ Y \} \quad (10)$$

式中, $[\beta]$ 为系数矩阵, $\{ \Delta X \}$ 为式(8)与式(9)中增量时间函数的相应系数组成的列向量, $\{ R \}$ 是由式(7)中的 R_w 与 R_f 推导出的列矢量, $\{ Z \}$ 与 $\{ Y \}$ 是分别由式(6)中右边含 $\Delta\mu$ 与 $\Delta\Omega$ 的项推导得出的列矢量.在本文的计算中,在式(8)与式(9)中取两次谐波.主要数值求解步骤概括如下:

(1) 迭代从较大 μ 值开始,首先由线性系统的解给出 $a_1, b_1, a_3, b_3, \dots$ 作为试探值,令 $b_0, a_2, b_2, a_4, b_4, \dots$ 分别为零,得到边界上第一个计算点的迭代初值.

(2) 令 $a_1 = 1$ 或 $b_1 = 1$,用 Newton-Raphson 方法解非线性代数方程组 $\{ R \} = 0$,得到当前迭代点的振动状态.

(3) 由式(10)求得增量值,其中,根据 μ 与 Ω 的变化趋势,选择 $\Delta\mu$ 或 $\Delta\Omega$ 为主动增量,即令其等于预先给定的小量.本文中,若 μ 较 Ω 变化快,则选 $\Delta\mu$ 为主动增量,否则,置 $\Delta\Omega$ 为主动增量.

(4) 将上步求得的相关增量叠加到当前解,作为下一点的迭代初值.然后返回第二步.

算例中的材料参数取为 $E(0) = 1837 \text{ MPa}$,泊松比 $\nu_0 = 0.41$,质量密度 $\rho = 1600 \text{ kg/m}^3$,取板的几何参数为 $a/b = 4/3, b/h = 150, h = 2 \text{ mm}$.图1给出了 $c = 0.673 \times 10^{-4}, \bar{E}_1$ 分别取 0.1、0.4 和 0.8 时粘弹性板的非线性主要动力不稳定区.从图中可见,随着 \bar{E}_1 的增加,不稳定区域出现一定程度的整体下移.但因 c 很小,不稳定区域几乎没有缩

小,表明不稳定区域的整体下移对 \bar{E}_1 的取值较敏感.取与图 1 相同的几何参数,图 2 中给出了 $\bar{E}_1 = 0.74$, c 分别取 0.673 与 6.73 时粘弹性板的线性与非线性主要动力不稳定区.从图中可观察到,由于几何非线性效应的影响,非线性动力不稳定区位于相应的线性动力不稳定区的上方; c 增大,动力不稳定区收缩,且 c 的大小对线性与非线性动力不稳定区的缩小具有几乎相同的影响效果.结合图 1 与图 2 可知,粘弹性板非线性动力不稳定区的缩小取决于材料粘性参数 c 的值,当 c 很小时,动力不稳定区的缩小可以不计.取材料参数 $\bar{E}_1 = 0.74$, $c = 0.673$, 几何参数 $a/b = 1, h = 2 \text{ mm}$, 其中跨厚比 b/h 分别为 60, 300 和 500, 则相应的无量纲参数 $\kappa_0 = 0.312$ 保持相同, 此时,粘弹性板的非线性主要动力不稳定区示于图 3.从图中可见,在 $\Omega = 1.05$ 附近,不稳定区域随跨厚比的增加而逐渐缩小,这是因为跨厚比增加后,相应弹性板线性振动的固有频率减小,也就是板的非线性振动频率下降,导致材料的阻尼效应加强.这表明,粘弹性材料的内阻尼对板的非线性动力稳定性的提高效果与板的固有频率有关,这一结论是与线性系统的相同^[1].图 4 给出了 $\bar{E}_1 = 0.74, c = 0.673$ 时粘弹性板与弹性板在两组几何参数下的非线性主要动力不稳定区,第一组与第二组几何参数分别为 $a/b = 1, b/h = 100$ 和 $a/b = 5/3, b/h = 300$.从图中可见,对应同一组几何参数,粘弹性板的非线性主要动力不稳定区相对于弹性板的非线性主要动力不稳定区下移,因为弹性条件相当于 $\bar{E}_1 = 0$.由图 1 可知,当 \bar{E}_1 的值从弹性情形的 0 增加到粘弹性情形的 0.74 时,动力不稳定区域将会出现整体下移.从图 4 中还可观察到,无论是弹性板还是粘弹性板,第二组几何参数对应的非线性动力不稳定区分别位于第一组几何参数条件下的非线性动力不稳定区之上方,这是由于表征几何非线性的无量纲参数 κ_0 相应于第二组几何参数为 0.381, 高于第一组几何参数条件下的 0.312, 引起动力不稳定区上移更多一些.从图 4 中还可进一步观察到,粘弹性板的非线性动力不稳定区在第二组几何参数条件下有明显的缩小,因为此时的 $\omega = 24 \text{ rad/s}$, 远低于第一组几何参数条件下的 315 rad/s , 由前面的分析,可知第二组的阻尼效应强于第一组.

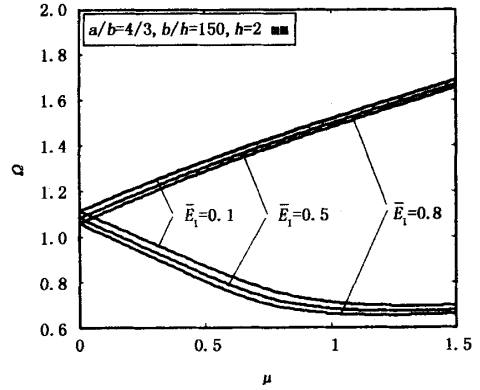


图 1 不同 \bar{E}_1 时板的非线性主要动力不稳定区 ($c = 0.673 \times 10^{-4}$)

Fig. 1 Nonlinear principal dynamic unstable regions with different values of \bar{E}_1

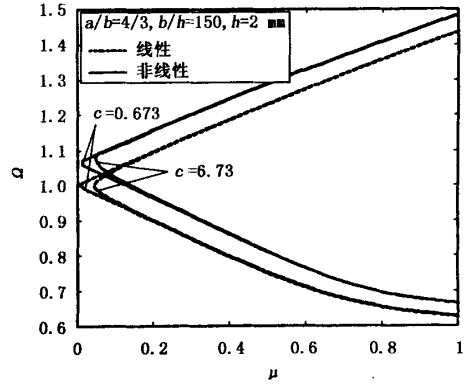


图 2 不同 c 时板的线性与非线性主要动力不稳定区 ($\bar{E}_1 = 0.74$)

Fig. 2 Linear and nonlinear principal dynamic unstable regions with different values of c

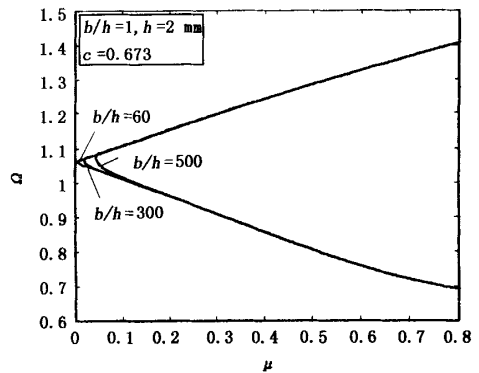


图 3 不同跨厚比时板的非线性主要动力不稳定区 ($\bar{E}_1 = 0.74$)

Fig. 3 Nonlinear principal dynamic unstable regions with different ratios of width to thickness ($\bar{E}_1 = 0.74$)

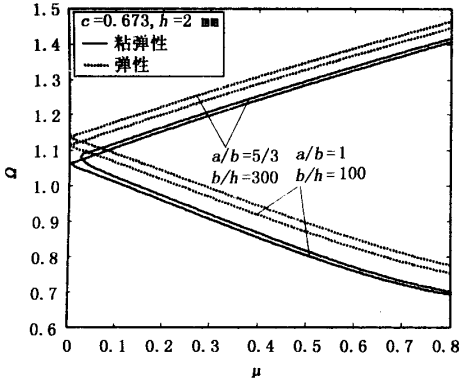


图4 不同 κ_0 时板的非线性主要动力不稳定性 ($\bar{E}_1 = 0.74$)
 Fig. 4 Nonlinear principal dynamic instable regions with different values of κ_0 ($\bar{E}_1 = 0.74$)

3 增量谐波平衡法应用的简化途径

对于真实材料, 其松弛模量需要用 Prony-Dirichlet 级数来描述, 此时, 若将微分-积分型控制方程转化成高阶常微分方程后, 再应用谐波平衡法求解, 其过程将会非常繁琐. 本节提出一种简化的谐波平衡法应用途径, 即将谐波平衡法直接应用于微分-积分型控制方程. 首先将式(3)的第一式代入第二式, 得

$$\Omega^2 W(\tau) + [1 + 2\mu_0 \cos(2\tau)] W(\tau) + \kappa_0 W^3(\tau) = \bar{E}_1 \bar{c} e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} \bar{W}(\xi) d\xi + \bar{E}_1 \bar{c} \kappa_0 W(\tau) e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} \bar{W}^2(\xi) d\xi \quad (11)$$

假设动力不稳定边界上当前点的振动状态为 (Ω_0, μ_0, W_0) , 边界上相邻点的振动状态表示为

$$\Omega = \Omega_0 + \Delta\Omega, \mu = \mu_0 + \Delta\mu, W = W_1 + \Delta W \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)中, 忽略包括积分项中的所有增量的非线性项, 得到线性化增量方程为

$$\begin{aligned} &\Omega^2 \Delta W(\tau) + [1 + 2\mu_0 \cos(2\tau) + 3\kappa_0 W_0^2(\tau)] \times \\ &\Delta W(\tau) - \bar{E}_1 \bar{c} e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} W(\xi) d\xi - \\ &\bar{E}_1 \bar{c} \kappa_0 \Delta W(\tau) e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} W_0^2(\xi) d\xi \quad (13) \\ &- 2\bar{E}_1 \bar{c} \kappa_0 W_0(\tau) e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} W_0(\xi) \Delta W(\xi) d\xi = \\ &\hat{R}_w - [2W_0(\tau) \cos(2\tau)] \Delta\mu - 2\Omega_0 W_0(\tau) \Delta\Omega \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \hat{R}_w = &-\Omega_0^2 W_0(\tau) - [1 + 2\mu_0 \cos(2\tau)] W_0(\tau) - \\ &\kappa_0 W_0^3(\tau) + \bar{E}_1 \bar{c} e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} W_0(\xi) d\xi + \\ &\bar{E}_1 \bar{c} \kappa_0 W_0(\tau) e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} W_0^2(\xi) d\xi \quad (14) \end{aligned}$$

为分析粘弹性板的非线性主要动力不稳定区域, 取无量纲挠度及其增量的时间函数如式(8)所示形式, 将其代入式(13)和式(14), 并注意到积分运算后的结果为

$$\begin{aligned} e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} \sin k\xi d\xi &= \frac{\bar{c}}{\bar{c}^2 + k^2} \sin k\tau - \\ &\frac{k}{\bar{c}^2 + k^2} \cos k\tau + \frac{k}{\bar{c}^2 + k^2} e^{-\bar{c}\tau} \\ e^{-\bar{c}\tau} \int_0^\tau e^{\bar{c}\xi} \cos k\xi d\xi &= \frac{\bar{c}}{\bar{c}^2 + k^2} \cos k\tau + \\ &\frac{k}{\bar{c}^2 + k^2} \sin k\tau - \frac{k}{\bar{c}^2 + k^2} e^{-\bar{c}\tau} \quad (15) \end{aligned}$$

可见, 上式右边的第三项随时间 τ 增长趋于零, 在考虑结构的长期动力稳定特性时, 可忽略该衰减项. 基于此思路, 略去积分运算后的衰减项, 得到增量型线性代数方程组为

$$[\hat{\beta}] \{\Delta \hat{X}\} = \{\hat{R}\} + \Delta\mu \{\hat{Z}\} + \Delta\Omega \{\hat{Y}\} \quad (16)$$

式中, $\{\Delta \hat{X}\}$ 为(8)式中增量时间函数的相应系数, $\{\hat{R}\}$ 是由式(14)中的 \hat{R}_w 推导出的列矢量, $\{\hat{Z}\}$ 与 $\{\hat{Y}\}$ 分别是由式(13)右边含 $\Delta\mu$ 与 $\Delta\Omega$ 的项所推导得出的列矢量. 数值求解过程与上节给出的相同.

材料参数 ν_0, ρ 与上节的相同, 分别取 $a/b = 4/3, b/h = 150, h = 2 \text{ mm}, c = 0.673 \times 10^{-4}$ 和 $a/b = 1, b/h = 250, h = 2 \text{ mm}, c = 0.673$. 图5与图6给出了粘弹性板的非线性主要动力不稳定

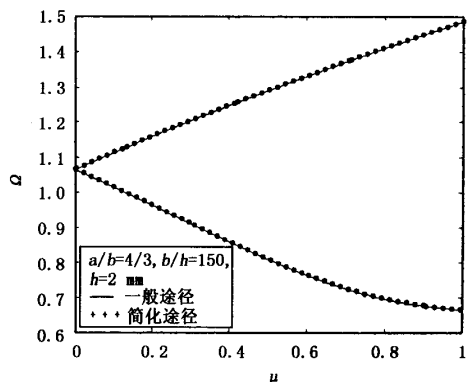


图5 两种增量谐波平衡法应用途径的比较 ($a/b = 4/3, b/h = 150$)
 Fig. 5. The comparison of results by two approaches of incremental harmonic balance method

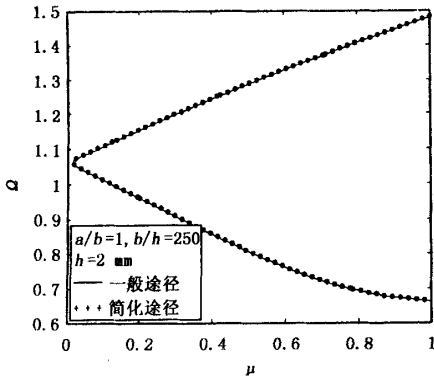


图6 两种增量谐波平衡法应用途径的比较
($a/b = 1, b/h = 250$)

Fig. 6 The comparison of results by two approaches
of incremental harmonic balance method

区边界,图中符号“+”表示本节简化途径所得结果,实线表示依上节给出的一般途径所得结果,从这两图中可以看出,两种应用途径所给出的不稳定区边界基本上是一致的。

4 结语

设材料为标准线性固体,且服从 Boltzmann 积分型本构关系,本文基于 Von Kármán 非线性板理论,应用增量谐波平衡法,分析了粘弹性板的非线性主要动力不稳定区域的边界.结果表明,粘弹性板的非线性主要动力不稳定区域的整体下移主要与粘性参数 E_1 增大有关,而 c 增加将使不稳定区域缩小,提高板的动力稳定性.当板的固有频率增加时,参数振动频率也相应增大,材料的粘性阻尼效应减弱;反之,阻尼效应加强.同时,文中提出了增量谐波平衡法应用于确定粘弹性板非线性动力不稳定区域的简化途径.算例结果表明,简化途径是有效的.它将有效地简化分析过程,可望应用于松弛模量由 Prony-Dirichlet 级数描述的真实材料和各向异性粘弹性材料的结构非线性动力稳定性分析中。

参 考 文 献

1 彭凡,傅依铭.粘弹性结构动力稳定性分析的谐波平衡

- 法.力学季刊,2003,24(4):541~545(Peng Fan, Fu Yiming. Analysis of dynamic stability for viscoelastic structures with harmonic balance method. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2003, 24(4): 541~545 (in Chinese))
- 2 Cederbaum G, Mond M. Stability properties of viscoelastic column under a periodic force. *Journal of Applied Mechanics ASME*, 1992, 59: 16~19
- 3 Tae-Woo Kim, Ji-Hwan Kim. Parametric instability of a cross-ply laminated beam with viscoelastic properties under a periodic force. *Composite Structures*, 2001, 51: 205~209
- 4 Matyash V L. Dynamic stability of a hinged viscoelastic bar. *Mechanics of Polymers*, 1967, 2: 293~300
- 5 Aboudi J, Cederbaum G. Dynamic stability analysis of viscoelastic plates by Lyapunov exponents. *Journal of Sound and Vibration*, 1990, 139(3): 459~467
- 6 Cederbaum G, Aboudi J, Elishakoff I. Dynamic instability of shear-deformable viscoelastic laminated plates by Lyapunov exponents. *International Journal of Solids and Structures*, 1991, 28(3): 317~327
- 7 程昌钧,范晓军.黏弹性环形板的临界荷载及动力稳定性.力学学报,2001,33(3):365~375(Cheng Changjun, Fan Xiaojun. Critic loads and dynamic stability of viscoelastic annular plates. *Acta Mechanica Sinica*, 2001, 33(3): 366~375(in Chinese))
- 8 彭凡,傅依铭.粘弹性板的非线性动力稳定特性分析.固体力学学报,2004,25(1):115~118(Peng Fan, Fu Yiming. Features of the nonlinear dynamic stability for viscoelastic plates. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2004, 25(1): 115~118(in Chinese))
- 9 Lau S L, Cheung Y K, Wu S Y. A variable parameter incrementation method for dynamic instability of linear and nonlinear elastic system. *Journal of Applied Mechanics ASME*, 1982, 49: 849~853
- 10 夏品奇, Dominic Pun. 纵横向耦合梁的谐波响应分析. 振动工程学报, 1995, 8(1): 67~72 (Xia Pinqi, Dominic Pun. Harmonic responses of beams with longitudinal and transversal coupling. *Journal of vibration Engineering*, 1995, 8(1): 67~72(in Chinese))

ANALYSIS METHOD OF NONLINEAR DYNAMIC STABILITY FOR VISCOELASTIC PLATES*

Peng Fan, Fu Yiming

(*Department of Engineering Mechanics, Hunan University, Changsha 410082, China*)

Abstract Based on the general approach of Incremental Harmonic Balance method (IHBM), the behavior of non-linear dynamic stability for viscoelastic plates subjected to in-plane periodic excitation was investigated by converting the integro-differential governing equations to differential ones. The dependence of the downward shift and contraction of principal instable regions on the viscose parameters of standard linear solid and vibration frequency of plates was examined. A simplified approach of direct application of Incremental Harmonic Balance method to integro-differential equation of motion was given, and this approximate method was validated through the comparison of results obtained respectively by two kinds of application of IHBM.

Key words viscoelastic plate, non-linearity, dynamic stability, incremental harmonic balance method