

# 基于曲率模态振型的刚架结构损伤检测\*

王山山 任青文

(河海大学工程力学系,南京 210098)

**摘要** 结构损伤前后动力特性的变化来快速、直接、方便地判定损伤的存在、程度及位置。本文采用曲率模态对刚架结构的损伤检测进行了研究。首先用有限元法计算出结构的位移模态振型,然后用差分法计算出曲率模态振型。数值模拟结果表明:曲率模态振型对结构的损伤敏感,可同时确定结构损伤的存在、程度和位置,并且可以用于结构多位置损伤的检测。实验结果证实了数值模拟结论。

**关键词** 损伤检测,刚架结构,曲率模态振型,动力特性参数

## 引言

结构在使用过程中由于各种原因会产生不同程度的损伤。这些结构中存在的损伤可能导致结构失稳或强度破坏,影响结构的正常运行和效益的发挥。为此,有必要对结构的健康状况作出判断,对其运行的可靠性进行评估。其中的关键问题是寻找有效的检测手段,以快速、准确地发现结构中存在的损伤,为结构的安全评价提供可靠的方法,并为处理病险工程提供科学依据。

结构损伤会导致结构的动力特性,如固有频率、固有振型和模态阻尼发生变化。通过研究结构动力特性的改变来进行结构损伤的检测是目前研究的一个重要方面<sup>[1]</sup>。传统的基于结构动力特性的损伤检测有许多比较成熟的方法<sup>[2,3]</sup>。但在结构局部受损且程度较低时,结构模态参数的改变并不明显,这时无论是结构固有频率或模态阻尼的改变还是模态置信度判据(MAC)值,都不能有效地显示出结构是否产生了损伤<sup>[4]</sup>。文献[4]说明用实验和有限元模拟方法得到一个工字梁发生不同程度损伤时,比较固有频率、模态阻尼和模态置信度判据(MAC)值,结果表明只有当工字梁横截面断裂一半时,上述参数才与完好结构有明显的差异,而且对于在某些振型节线处采集到的数据,当结构损伤严重时也没有发生明显的变化。传统的基于结构动力特性的损伤检测对损伤的定位则是更加困难。A. K. Pandey等<sup>[5]</sup>采用曲率模态分析的方法对简

支梁和悬臂梁的损伤进行了研究,研究结果表明曲率模态对局部参数变化较传统的模态分析方法更为敏感,在结构的损伤检测及损伤定位中具有优越性。M. M. Abdel Wahab等<sup>[6]</sup>采用曲率模态分析的方法对实桥的损伤进行了检测。邓焱等<sup>[7]</sup>也采用曲率模态分析的方法对梁及桥梁的损伤进行了研究。Q. Lu等<sup>[8]</sup>采用曲率模态对梁结构的多位置损伤进行了研究。目前,曲率模态的研究都是针对梁结构而进行的,而针对工程中常用的刚架结构的研究未见报道<sup>[5~10]</sup>。本文将采用数值模拟和实验验证相结合的方法研究曲率模态在刚架结构损伤检测中的应用。

## 1 理论依据

对于一个具有阻尼的多自由度系统,系统的运动方程可表示为<sup>[11]</sup>

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

记 $\{x\} = \{\phi|e^{j\omega t}\}$ ,对应于以上系统的无阻尼自由振动规律可表示为

$$-\omega^2[M]\{\phi\} + [K]\{\phi\} = \{0\} \quad (2)$$

即

$$[A]\{\phi\} = \omega^2\{\phi\} \quad (3)$$

式中

$$[A] = [M]^{-1}[K] \quad (4)$$

由式(3)知式(4)的特征方程为

$$\det([A] - \omega^2[I]) = 0 \quad (5)$$

2005-03-23 收到第1稿。

\* 国家自然科学基金资助项目(50379005)、河海大学科技创新基金重点资助项目(2002404543)

上式可以展开为

$$\det([A] - \omega^2[I]) = \prod_{r=1}^N (\Omega_r^2 - \omega^2) = 0 \quad (6)$$

由上式可得  $\Omega_r$ , 将  $\Omega_r$  代入式(3)便能得到相应的特征向量  $|\phi|$ .

对于结构曲率模态振型的计算,一般首先根据以上原理计算结构的位移模态,在得到结构的位移模态振型后,通过差分法近似计算曲率模态振型<sup>[5]</sup>

$$\tilde{\phi}_i = (\phi_{i-1} - 2\phi_i + \phi_{i+1})/h^2 \quad (7)$$

式中下标  $i$  代表第  $i$  个节点,  $h$  是两个相继节点之间的距离.

设  $z(x)$  是弯曲变形中面到某一点的距离,则该点在  $x$  方向的应变为<sup>[11]</sup>

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} z(x) = \tilde{v}(x) z(x) \quad (8)$$

此处  $u$  为  $x$  方向的变形位移,  $v$  为弯曲振动的曲率响应. 上式给出了弯曲振动系统曲率模态和应变模态之间的关系. 由此, 在实验时可通过结构的应变测量来测试结构的曲率模态振型.

## 2 数值模拟研究

计算模型采用常用的刚架结构. 刚架取为两端固结的超静定平面刚架, 组成刚架的各杆件均为等截面直杆, 各部分的长度都是 500 mm, 截面尺寸为 12 mm × 12 mm. 材料为钢材 Q235, 弹模  $E = 2 \times 10^{11}$  N/m<sup>2</sup>, 密度  $\rho = 7800$  kg/m<sup>3</sup>, 泊松比  $\mu = 0.3$ .

刚架的尺寸及单元划分见图 1. 组成刚架的每个杆件均等分为 20 个单元.

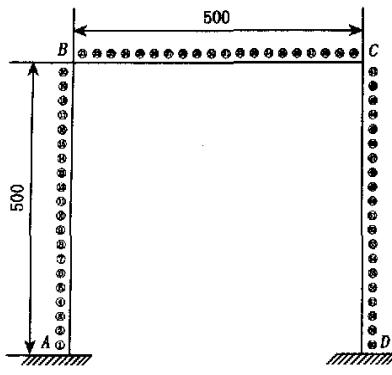


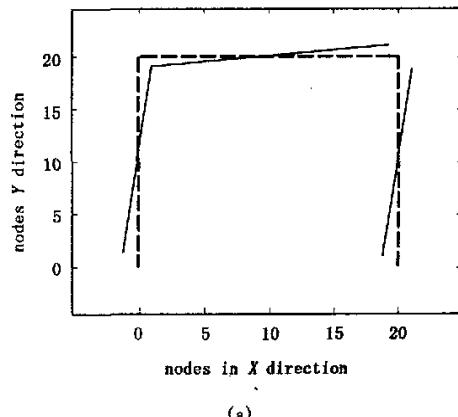
图 1 刚架的尺寸及单元划分

Fig. 1 The model of frame structure

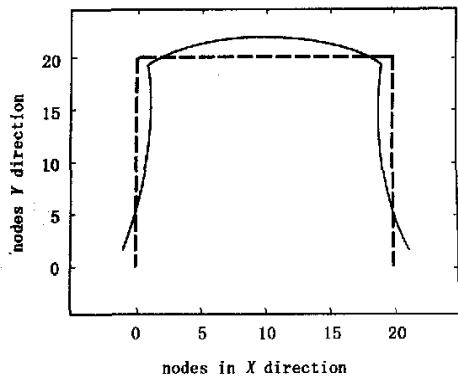
分别对上述完好刚架及  $AB$  杆中间处的 10 号单元截面高度损伤 10% 和 30% 的情况进行前四阶

位移模态振型进行数值计算. 损伤单元采用减小杆件横截面面积来模拟, 损伤单元的弹性模量、泊松比等参数与未受损单元相同.

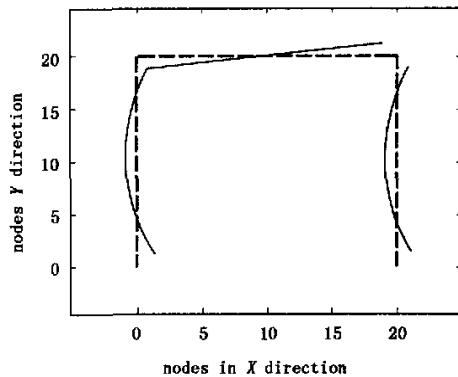
在得到位移模态后, 根据式(7)通过差分法可计算得到相应的曲率模态振型. 图 2 给出了完好刚架的前四阶曲率模态的振型图. 图 3 给出了刚架中  $AB$  杆中间处的 10 号单元截面高度损伤 30% 状况下前四阶曲率模态的振型图.



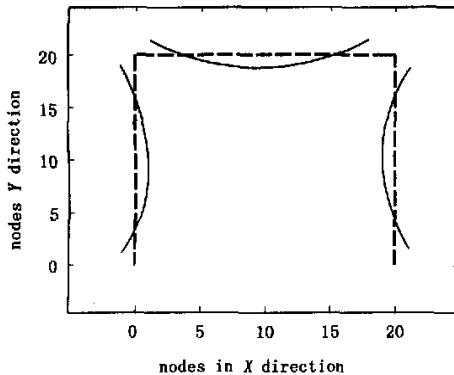
(a)



(b)



(c)

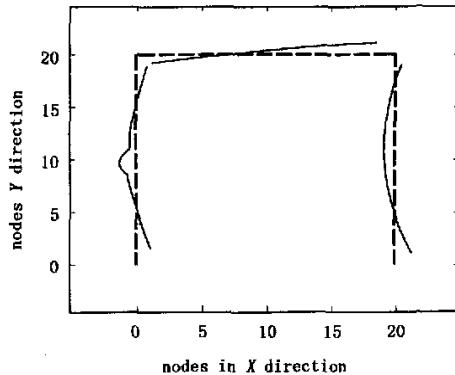


(d)

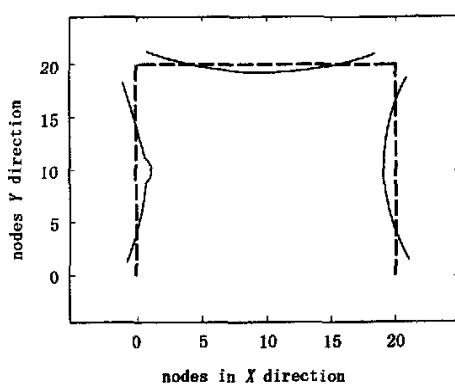
图2 完好刚架的前四阶曲率模态振型图

Fig. 2 The first fourth curvature mode shapes  
of intact frame structure

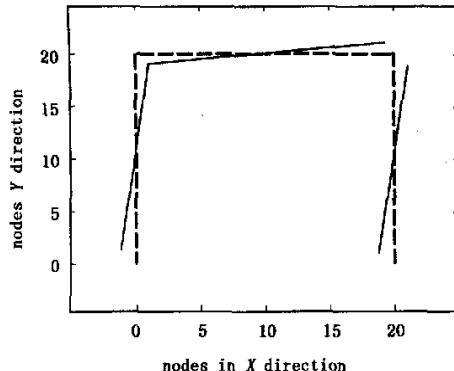
在图2及图3中(a)表示第1节曲率模态振型,(b)表示第2节曲率模态振型,(c)表示第3节曲率模态振型,(d)表示第4节曲率模态振型。比较图2及图3可以看出,各阶曲率模态的振型图在结构损伤前后都发生了变化,其中第2、第3、第4阶振型图发生明显的变化,很容易判定结构损伤的存在。另



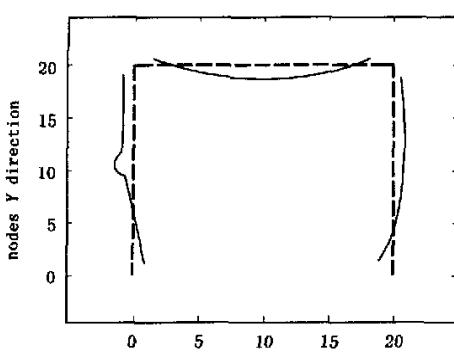
(c)



(d)



(a)



(b)

图3 损伤刚架的前四阶曲率模态振型图

Fig. 3 The first fourth curvature mode shapes  
of damage frame structure

外,从曲率模态的振型图上还可以清楚地看出,结构损伤处曲率模态的振型曲线会出现一个明显的“尖峰”,由此可以很方便地确定结构损伤的位置。

进一步减小结构的损伤,设定刚架中AB杆中间处的10号单元截面高度损伤10%,文中设定这种损伤程度属于结构的轻度损伤。图4给出了曲率模态的振型图中变化比较明显的第三阶曲率模态振型图。从图中仍能判断结构损伤的存在及位置。比较图3和图4的第三阶曲率模态的振型图还可说明曲率模态振型的变化随损伤程度的增大而增大。由此可见曲率模态振型可用来检测结构损伤的程度。

现设定刚架中AB杆发生多处损伤,如10,15号单元同时发生两处损伤,5,10,15号单元同时发生3处损伤,并设定单元截面高度损伤为30%。用单位置损伤同样的方法计算刚架的前四阶位移模态。在得到位移模态后,根据式(7)通过差分法可计算得到相应的曲率模态振型。

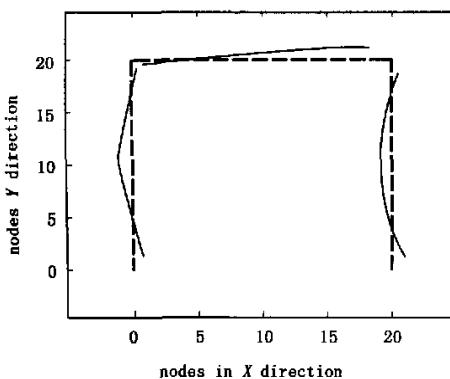
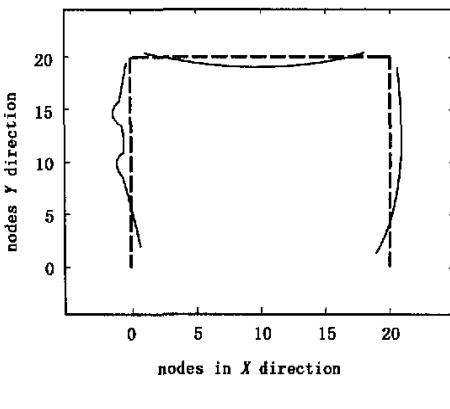


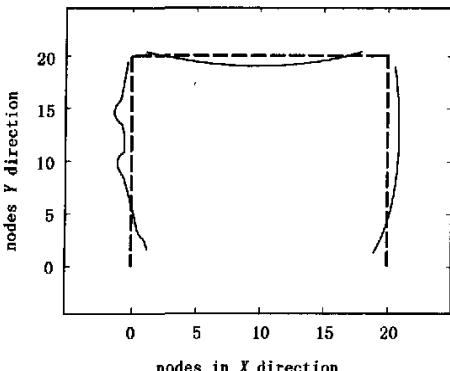
图4 轻度损伤刚架的第二阶曲率模态振型图

Fig. 4 The third curvature mode shape of slight damage frame structure

图5给出了多处损伤情况下第二阶曲率模态的振型图. 其中, 图5(a)给出了2处损伤情况下第二阶曲率模态的振型图, 图5(b)给出了3处损伤情况下第二阶曲率模态的振型图. 由图5(a)和图



(a)



(b)

图5 多处损伤刚架的第二阶曲率模态振型图

Fig. 5 The second curvature mode shape of the frame structure with multi-position damage

5(b)可以看出, 在对应的损伤单元处都出现了比较明显的“尖峰”. 因此可以说明曲率模态振型可用于结构多位置损伤的检测.

### 3 实验研究

对于以承弯为主的刚架结构来说, 应变模态与曲率模态对结构的损伤应具有相同的敏感性. 根据式(3)确定的曲率和应变的关系, 可用测量应变响应来换算曲率响应. 为提高测试精度, 本文采用共振法测试曲率模态振型<sup>[11]</sup>. 测试系统的照片见图6.

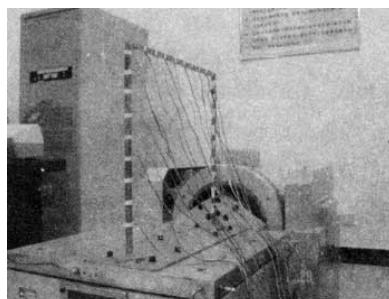


图6 测试系统照片

Fig. 6 Photo of testing system

实验模型与数值分析中的模型相同. 实验激振由DYS-300-2-60电动振动系统完成. 应变测量采用电阻应变片, 数据采集及分析采用DH5937多通道并行动态数据采集与分析系统.

分别对完好刚架及AB杆距固定端150 mm处设置深1.2 mm和深3.6 mm, 宽1 mm的裂缝, 即截面高度损伤10%和30%进行曲率模态实验. 由数值计算结果可知, 当所研究的刚架结构发生损伤时曲率模态主要在AB杆处发生比较明显的变化, 故实验主要针对AB杆进行. 在AB杆上每隔5 mm布置一个应变片, 共布置9个应变片, 即在AB杆上有9个测点, 从下到上依此编号为1, 2, …, 9号测点. 为产生足够大的激振位移, 实验中仅对结构的第一阶振型进行激振. 为确保确实得到结构共振时的应变值, 实验时采用正弦扫频的方法. 如根据传统的实验模态分析可知完好结构的第一阶共振频率为36.62 Hz, 30%截面损伤结构的第一阶共振频率为36.13 Hz. 实验中采用在35~38 Hz频带内进行正弦扫频, 可完全包含结构在不同状况下的第一阶共振频率. 在实验中记录扫频过程中所有的应变响应值, 从中可以确定在结构发生共振时结构的

应变响应。为便于比较,在所有不同状况下的实验,扫频加速度值均取等加速度值,大小为 $3\text{ m/s}^2$ 。

图7为典型测点(3号测点)实验结果时程曲线,其中(a)为完好结构的第一阶共振应变响应,(b)为10%截面高度损伤结构的第一阶共振应变响应,(c)为30%截面高度损伤结构的第一阶共振应变响应。

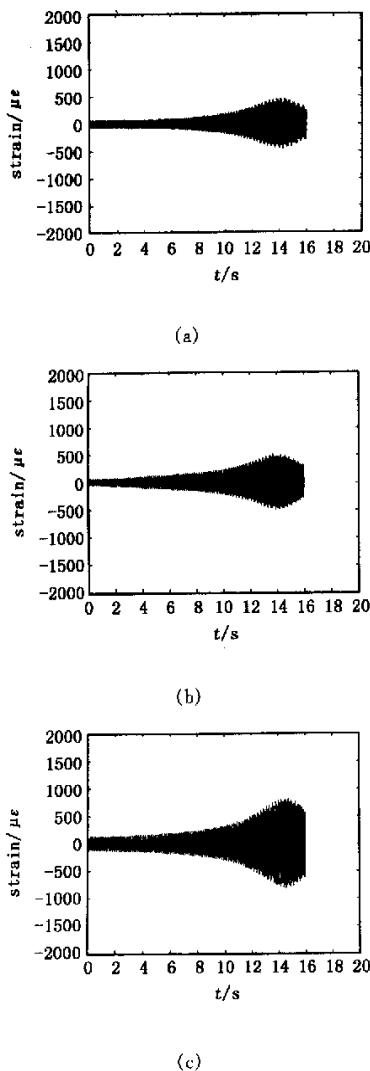


图7 典型测点实验结果

Fig. 7 The experimental results of classic testing point

根据表1作出AB杆在完好状态、10%截面高度损伤、30%截面高度损伤时结构的第一阶应变或曲率模态。根据式(8),本文所研究的刚架结构应变模态与曲率模态相差一个常数,在形态上一致,现直接用应变值来表示,具体图形见图8。

表1 为结构在不同状况下各个测点的应变值

的大小。

表1 各测点的应变值/ $\mu\epsilon$

Table 1 Strain of testing points/ $\mu\epsilon$

testing points	Strain/ $\mu\epsilon$		
	intact structure	structure with 10 % height damage	structure with 30 % height damage
1	855	846	827
2	658	655	637
3	457	516	819
4	255	249	242
5	66	56	59
6	-111	-127	-120
7	-282	-295	-281
8	-386	-391	-380
9	-390	-398	-385

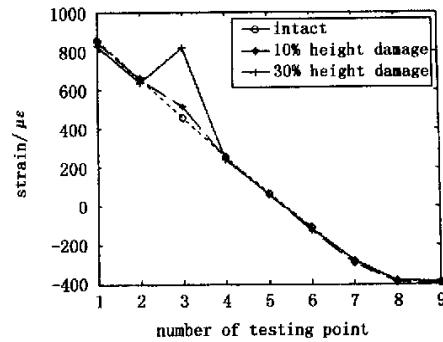


图8 第一阶曲率模态实验结果

Fig. 8 The experimental results of the first curvature mode shape

从上图可见,完好结构和有损伤结构在不存在损伤的测点处,应变值基本相同,看不出有明显的变化。但在有损伤截面的测点3号测点处,曲线有明显的变化,会出现明显的“尖峰”。由此可知,曲率模态对损伤的位置非常敏感,用曲率模态可方便地判断结构损伤发生的位置。由图中还可见,当杆件截面发生10%损伤时,在应变模态或曲率模态中已有别于比较明显的“尖峰”存在,由此说明曲率模态可用来检测结构的轻度损伤。当杆件截面发生30%损伤时,“尖峰”更加明显,即表示曲率模态还可以用来判定结构损伤的程度。

#### 4 结论

针对工程中常用的刚架结构,采用数值计算的方法研究曲率模态应用于结构损伤检测的规律和特点。首先用有限元法计算结构的位移模态,在此

基础上用有限差分法进一步计算结构的曲率模态。计算结果表明曲率模态对结构损伤敏感,曲率模态振型不仅可以用来检测结构的损伤的存在,而且可以很方便地确定损伤发生的位置,同时还可以确定结构损伤的程度。曲率模态不仅对结构单位位置损伤检测有很好的效果,而且对结构多个位置同时发生损伤的检测依然有很好的效果。实验结果进一步证明了曲率模态在结构的损伤检测中的优越性。

## 参考文献

- 谢峻,韩大建.一种改进的基于频率测量的结构损伤识别方法.工程力学,2004,21(1):21~25(Xie Jun, Han Dajian. An improved method for structure damage detection based on frequency measurement. *Journal of Engineering Mechanics*, 2004, 21(1):21~25(in Chinese))
- Palacz M, Krawczuk M. Vibration parameters for damage detection in structures. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 249(5):999~1010
- 宗周红,任伟新,阮毅.土木工程结构损伤诊断研究进展.土木工程学报,2003,36(5):105~110(Zong Zhouhong, Ren Weixin, Ruan Yi. Recent advances in research on damage diagnosis for civil engineering structures. *Civil Engineering Journal*, 2003, 36(5):105~110(in Chinese))
- 杨智春,于哲峰.结构健康监测中的损伤检测技术研究进展.力学进展,2004,34(2):215~223(Yang Zhichun, Yu Zhefeng. Progress of damage detection for structural health monitoring. *Advances in Mechanics*, 2004, 34(2): 215~223(in Chinese))
- Pandey M Biswas, Samman MM. Damage detection from changes in curvature mode shapes. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, 145(2):321~332
- Abdel Wahab MM, De Roeck G. Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario. *Journal of Sound and Vibration*, 1999, 226(2):217~235
- 邓焱,严普强.梁及桥梁应变模态与损伤测量的新方法.清华大学学报(自然科学版),2000,40(11):123~127(Deng Yan, Yan Pujiang. New approach for strain modal measurement and damage detection of bridges. *J Tsinghua Univ (Sci and Tech)*, 2000, 40(11):123~127(in Chinese))
- Lu Q, Ren G, Zhao Y. Multiple damage location with flexibility curvature and relative frequency change for beam structures. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, 253(2):1101~1114
- 赵媛,陆秋海.简支桥梁多位置损伤的检测方法.清华大学学报(自然科学版),2002,42(4):434~438(Zhao Yuan, Lu Qiupei. Multiple damage detection of simply supported beam bridges. *J Tsinghua Univ (Sci and Tech)*, 2002, 42(4):434~438(in Chinese))
- Peter Carden E, Paul Fanning. Vibration based condition monitoring: a review. *Structural Health Monitoring*, 2004, 3(4):355~377
- 李德葆,陆秋海,秦权.承弯结构的曲率模态分析.清华大学学报(自然科学版),2002,42(2):224~227(Li Debao, Li Qiupei, Qin Quan. Curvature modal analysis for bending structures. *J Tsinghua Univ (Sci and Tech)*, 2002, 42(2):224~227(in Chinese))

## DAMAGE DETECTION FOR FRAME STRUCTURE USING CURVATURE MODE SHAPES \*

Wang Shanshan Ren Qingwen

(Department of Engineering Mechanics, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract** The structure damage detection method uses the changes in dynamic parameters between the intact and damage states to evaluate and localize damage directly, fast and inexpensively. This paper adopted the curvature mode shape to investigate the damage in frame structure. The Finite element analysis was used to obtain the displacement. By using the central difference approximation, the curvature mode shapes were then calculated from the displacement mode shapes. Numerical simulation results show that the changes of curvature mode shapes are sensitive to the damage in the frame structure. Thus, the curvature mode shapes can indicate the presence of damage and its severity, and locate damage at the same time. Curvature mode shape is also suitable for detection of multiple damages. The experimental result further verifies its sensitivity to structural damage.

**Key words** damage detection, frame structure, curvature mode shape, dynamic parameter

Received 23 March 2005.

\* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(50379005) and Science and Technology Foundation of Hohai University(2002404543).