

# 模糊 B 样条基神经网络及其在机器人 轨迹跟踪中的应用\*

孙 炜 王耀南

(湖南大学电气与信息工程学院,长沙 410082)

**摘要** 提出一种模糊神经网络控制器并用于机器人轨迹跟踪控制. 这种模糊神经网络利用 B 样条基函数作为隶属函数, 可在线根据误差调整隶属函数的形状, 使模糊神经网络具有更强的学习和适应能力. 仿真与实验结果表明这种网络能很好的用于机器人的轨迹跟踪控制, 具有很好的性能.

**关键词** 模糊神经网络, B 样条基函数, 机器人轨迹跟踪.

## 引言

机器人是一种具有高度非线性、强耦合的对象, 且具有诸如摩擦、负载变化等不确定因素. 传统的基于对象的控制方法很难精确地控制机器人的跟踪轨迹. 为了获得精确的机器人跟踪轨迹, 许多学者进行了大量的研究工作, 也研究出了许多的方法<sup>[1-3]</sup>. 在这些方法中, 模糊控制具有较强的优势, 因为它可以利用人类的专家控制经验来弥补机器人动态特性中的非线性和不确定因素, 不依赖对象的数学模型, 具有较强的鲁棒性. 然而, 模糊控制也有其本身具有的缺点, 其综合定量知识的能力差, 控制规则和隶属函数一经确定便无法修改, 从而限制了其自适应能力. 近年来, 人们开始将人工神经网络与模糊控制结合起来, 利用神经网络的学习能力来达到调整模糊控制的目的, 使模糊控制具有一定的自适应能力. 本文利用神经网络来实现模糊推理, 构成模糊神经网络控制器来对机器人的轨迹跟踪进行控制. 该网络利用了专家的控制经验来弥补非线性和不确定因素的影响, 同时充分考虑了各关节之间的耦合作用. B 样条基函数被用作模糊隶属函数使得隶属函数的形状可以得到实时在线地调整. 对二关节机械手的仿真和实验结果表明, 所提模糊神经网络能很好地用于机器人的轨迹跟踪控制, 能取得精确的跟踪轨迹, 是一种行之有效的模糊神经网络控制器.

## 1 机器人的动态控制问题

对于具有多个自由度的多关节机器人来说, 每个关节的驱动力矩都由伺服控制器根据各个关节的期望轨迹给定. 在本文中伺服控制器采用模糊 B 样条基神经网络控制器. 由于机器人本身具有固有的动态特性, 所以为了使各个关节能够以理想的动态性能无静差地跟踪期望轨迹, 伺服控制系统必须采用反馈结构. 而反馈伺服系统的参考输入信号, 就是由监控系统根据上位计算机的操作指令而生成的期望轨迹.

下面以二关节机械手为例, 给出控制系统的框图和机械手的数学模型.

图 1 是二关节机械手的示意图, 图中  $m_1, m_2$  是杆 1 和杆 2 的质量. 假设质量集中于杆的末梢.  $l_1, l_2$  分别为杆 1 和杆 2 的长度.  $t_1, t_2$  分别为作用

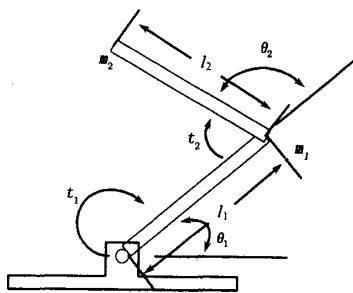


图 1 二关节机械手

Fig. 1 Robotic manipulator with two joints

2004-04-14 收到第 1 稿, 2004-12-10 收到修改稿.

\* 国家自然科学基金资助项目(60075008)

在杆1和杆2上的驱动力矩.  $\theta_1, \theta_2$  为杆1和杆2在  $t_1, t_2$  作用下转过的角度.

图2给出了机械手控制系统的框图, 图中  $\theta_{d1}$  和  $\theta_{d2}$  分别是杆1和杆2的期望转角.

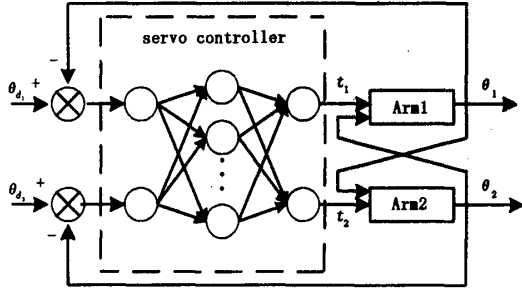


图2 机械手控制系统框图

Fig.2 Structure of robotic control system

图1所示的机械手的数学模型可描述为

$$M(\theta)\ddot{\theta} + V(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + G(\theta) + F(\dot{\theta}) + T_d(\theta, \dot{\theta}) = T \quad (1)$$

式中  $\theta = [\theta_1 \ \theta_2]^T, \dot{\theta} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\theta}_2]^T, \ddot{\theta} = [\ddot{\theta}_1 \ \ddot{\theta}_2]^T, T = [t_1 \ t_2]^T$ .

$M(\theta)$  是惯性矩阵,  $V(\theta, \dot{\theta})$  是离心力和哥氏力矩阵,  $G(\theta)$  是重力矩阵,  $F(\dot{\theta})$  是静态和动态摩擦矩阵,  $T_d(\theta, \dot{\theta})$  代表所有由负载变化或建模误差所引起的扰动.

令  $c_i$  代表  $\cos\theta_i, s_i$  表  $\sin\theta_i, c_{ij}$  代表  $\cos(\theta_i + \theta_j)$ . 则

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} m_1 l_1^2 + m_2 l_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 c_2) & m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 c_2 \\ m_2 l_2^2 + m_2 l_1 l_2 c_2 & m_2 l_2^2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$V(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -m_1 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_2^2 - 2m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ m_2 l_1 l_2 s_2 \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} m_2 l_2 g c_{12} + (m_1 + m_2) l_1 g c_1 \\ m_2 l_2 g c_{12} \end{bmatrix} \quad (4)$$

## 2 B样条基函数

在模糊理论的实际应用中, 隶属函数的结构十分重要, 许多文章对此进行了研究<sup>[4-7]</sup>. B样条基函数由于拥有较好的局部控制性能而被证明是一种优异的隶属函数. 采用B样条基函数的隶属函数可以描述为

$$\mu_{A_j^i}(x_j) = \sum_{p=0}^{z-1} c_p N_{p,2}(x_j) \quad (5)$$

式(5)描述了第  $j$  个语言变量  $x_j$  在其第  $i$  个语言词集  $A_j^i$  中的隶属度. 式中  $z$  是控制点的数量, 控制点为  $\{c_p, p = 0, 1, 2, \dots, z-1\}, N_{p,2}$  是2阶B样条函数, 其形式为

$$N_{p,2}(x_j) = \frac{x_j - \lambda_{p-2}}{\lambda_{p-2} - \lambda_{p-1}} N_{p-1,1}(x_j) - \frac{x_j - x_p}{\lambda_p - \lambda_{p-1}} N_{p,1}(x_j) \quad (6)$$

$$N_{p,1}(x_j) = \begin{cases} 1 & x \in [\lambda_{p-1}, \lambda_p] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

$$N_{p-1,1}(x_j) = \begin{cases} 1 & x \in [\lambda_{p-2}, \lambda_{p-1}] \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

式(6)中  $\{\lambda_i, i = p-2, p-1, p\}$  为定义在  $x_j$  上的节点. 将式(6), (7), (8) 代入式(5) 得出

$$\mu_{A_j^i}(x_j) = \begin{cases} c_0 \frac{x - \lambda_{-2}}{\lambda_{-1} - \lambda_{-2}} & x \in [\lambda_{-2}, \lambda_{-1}] \\ c_0 \frac{\lambda_0 - x}{\lambda_0 - \lambda_{-1}} + c_1 \frac{x - \lambda_{-1}}{\lambda_0 - \lambda_{-1}} & x \in [\lambda_{-1}, \lambda_0] \\ \vdots \\ c_p \frac{\lambda_p - x}{\lambda_p - \lambda_{p-1}} + c_{p+1} \frac{x - \lambda_{p-1}}{\lambda_p - \lambda_{p-1}} & x \in [\lambda_{p-1}, \lambda_p] \\ \vdots \\ c_{z-2} \frac{\lambda_{z-2} - x}{\lambda_{z-2} - \lambda_{z-3}} + c_{z-1} \frac{x - \lambda_{z-3}}{\lambda_{z-2} - \lambda_{z-3}} & x \in [\lambda_{z-3}, \lambda_{z-2}] \\ c_{z-1} \frac{\lambda_{z-1} - x}{\lambda_{z-1} - \lambda_{z-2}} & x \in [\lambda_{z-2}, \lambda_{z-1}] \end{cases} \quad (9)$$

图3给出了  $z = 9$ , 区间在  $[-1, 1]$  的B样条函数.

我们可以通过调整控制点  $c_p$  的方法来达到调整隶属函数形状的目的<sup>[8]</sup>.

假设  $(\alpha_{jk}, d(\alpha_{jk}))$  是第  $k$  对经验数据,  $\alpha_{jk}$  在  $x$  轴上连续分布, 且控制点  $c_p$  是均匀分布的. 则可通过式(10), (11) 对  $c_p$  进行调整.

$$N_{p,2}(\alpha_{jk}) = \begin{cases} 1 & \text{if round}(\alpha_{jk}) = p \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

假设控制点  $c_m$  距离经验数据  $(\alpha_{jk}, d(\alpha_{jk}))$  最近, 则式(10)中  $\text{round}(\alpha_{jk})$  的值等于  $m$ .

将式(10)代入式(5)中则有

$$c_m = \mu_{A'_j}(\alpha_{jk}) = d(\alpha_{jk}) \quad (11)$$

这样根据每一对经验数据,找到与之距离最近的控制点就可以对控制点进行调整,进而达到调整隶属函数形状的目的.

如图4所示.假如我们选定控制点的数量为9,一对经验数据为 $(\alpha_{jk} = 0.4, d(\alpha_{jk}) = 0.4)$ .离该经验数据最近的控制点为 $c_6, \text{round}(\alpha_{jk}) = 6$ ,则根据式(11)可得出 $c_6 = d(\alpha_{jk}) = 0.4$ .

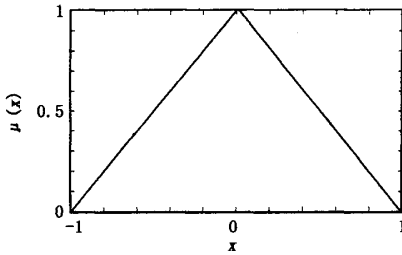


图3 B样条函数

Fig.3 B-spline function

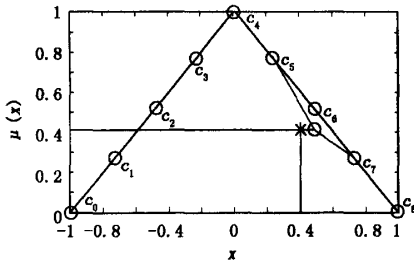


图4 B样条函数控制点的调整

Fig.4 Adaptation of the control points in B-spline function

### 3 模糊 B 样条神经网络

#### 3.1 网络结构

本文提出的用于二关节机械手轨迹跟踪控制的模糊 B 样条神经网络如图5所示.整个网络分为两个子网,每个子网代表一个关节的伺服控制器,考虑到关节之间的耦合作用,两子网的输出  $u_1$  和  $u_2$  分别乘以相应的影响因子得到整个网络的输出  $y_1$  和  $y_2$ .下面给出网络各层的输入输出关系,在下列各式中 in 代表各层的输入,out 代表各层的输出,下标 o 代表子网 1,下标 t 代表子网 2.

第1层将输入(误差、误差变化率)引入网络.每个输入的论域均为 $[-1, 1]$ .

$$\text{out}_{oi}^{(1)} = \text{in}_{oi}^{(1)} = x_{oi}^{(1)}, i = 1, 2 \quad (12)$$

$$\text{out}_{ti}^{(1)} = \text{in}_{ti}^{(1)} = x_{ti}^{(1)}, i = 1, 2 \quad (13)$$

第2层对输入根据式(9)进行模糊化.对应于每个输入有3个模糊语言词集(N,Z,P)如图6所示.

$$\text{out}_{oj}^{(2)} = \text{in}_{oj}^{(2)} = \mu_{A'_i}(\text{out}_{oi}^{(1)}), \quad i = 1, 2, j = 1, 2, 3 \quad (14)$$

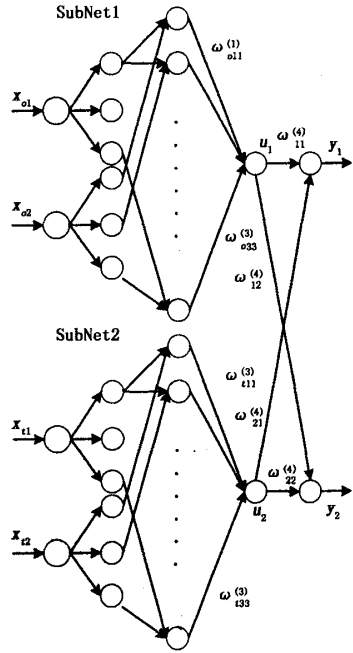


图5 模糊 B 样条神经网络

Fig.5 Fuzzy B-spline basis neural network

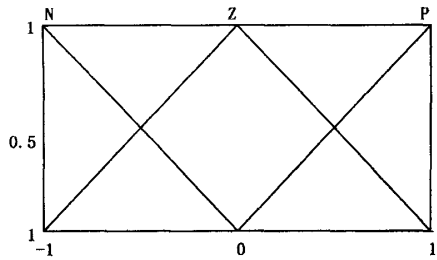


图6 B 样条基模糊隶属函数

Fig.6 B-spline basis fuzzy membership function

$$\text{out}_{ij}^{(2)} = \text{in}_{ij}^{(2)} = \mu_{A'_i}(\text{out}_{oi}^{(1)}),$$

$$i = 1, 2, j = 1, 2, 3 \quad (15)$$

第3层代表“and”操作,在此网络中用乘法代替取小运算.

$$\text{out}_{oj}^{(3)} = \text{in}_{oj}^{(3)} = \text{out}_{oi}^{(2)} * \text{out}_{tj}^{(2)},$$

$$i = j = 1, 2, 3 \quad (16)$$

$$\text{out}_{ij}^{(3)} = \text{in}_{ij}^{(3)} = \text{out}_{i1}^{(2)} * \text{out}_{2j}^{(2)},$$

$$i = j = 1, 2, 3 \quad (17)$$

第4层代表去模糊化过程.

$$\text{in}_o^{(4)} = \sum_{i,j=1}^3 (\text{out}_{ij}^{(3)} * \omega_{ij}^{(3)}) \quad (18)$$

$$u_1 = \text{out}_o^{(4)} = \text{in}_o^{(4)} / \sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)} \quad (19)$$

$$\text{in}_t^{(4)} = \sum_{i,j=1}^3 (\text{out}_{ij}^{(3)} * \omega_{ij}^{(3)}) \quad (20)$$

$$u_2 = \text{out}_t^{(4)} = \text{in}_t^{(4)} / \sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)} \quad (21)$$

第5层代表关节之间的耦合作用.

$$y_j = \sum_{i=1}^2 (u_i * \omega_{ij}^{(4)}), j = 1, 2 \quad (22)$$

### 3.2 网络学习算法

网络采用梯度法来进行学习,对  $\omega_{ij}^{(4)}$ ,  $\omega_{ij}^{(3)}$ ,  $\omega_{ij}^{(3)}$  和 B 样条基函数的控制点  $c_{pij}$  进行调整.

定义目标函数为

$$J = \sum_k \|y_{id}(k) - y_i(k)\|^2, i = 1, 2 \quad (23)$$

式中  $y_{id}$  为网络期望输出,  $y_i$  为网络实际输出.

则有

$$\frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(4)}(k)} = -2(y_{id}(k) - y_j(k))u_i(k),$$

$$i = 1, 2; j = 1, 2 \quad (24)$$

$$\omega_{ij}^{(4)}(k+1) = \omega_{ij}^{(4)}(k) - \eta_1 \frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(4)}(k)},$$

$$i = 1, 2; j = 1, 2 \quad (25)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(3)}(k)} = -2 \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{i1}^{(4)}(k)] \times$$

$$\frac{\text{out}_{ij}^{(3)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)}, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3 \quad (26)$$

$$\omega_{ij}^{(3)}(k+1) = \omega_{ij}^{(3)}(k) - \eta_2 \frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(3)}(k)},$$

$$i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3 \quad (27)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(3)}(k)} = -2 \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{i1}^{(4)}(k)] \times$$

$$\frac{\text{out}_{ij}^{(3)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)}, i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3 \quad (28)$$

$$\omega_{ij}^{(3)}(k+1) = \omega_{ij}^{(3)}(k) - \eta_3 \frac{\partial J}{\partial \omega_{ij}^{(3)}(k)},$$

$$i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3 \quad (29)$$

根据式(25)可调整  $\omega_{ij}^{(4)}$ , 根据式(27), (29)可调整

$\omega_{ij}^{(3)}$ ,  $\omega_{ij}^{(3)}$ . 式中  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  为学习率.

$$\frac{\partial J}{\partial \text{out}_{oj}^{(2)}(k)} = -2 \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{i1}^{(4)}(k)] \times \right.$$

$$\left. \frac{(\omega_{ij}^{(3)}(k) - u_1(k))\text{out}_{oj}^{(3)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)} \right\}, i = 1, 2, 3 \quad (30)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \text{out}_{oj}^{(2)}(k)} = -2 \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{i1}^{(4)}(k)] \times \right.$$

$$\left. \frac{(\omega_{ij}^{(3)}(k) - u_1(k))\text{out}_{oj}^{(3)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)} \right\}, i = 1, 2, 3 \quad (31)$$

$$\text{out}_{oj}^{(2)}(k+1) = \text{out}_{oj}^{(2)}(k) - \eta_4 \frac{\partial J}{\partial \text{out}_{oj}^{(2)}(k)},$$

$$i = 1, 2; j = 1, 2, 3 \quad (32)$$

同理得

$$\frac{\partial J}{\partial \text{out}_{it}^{(2)}(k)} = -2 \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{2i}^{(4)}(k)] \times \right.$$

$$\left. \frac{(\omega_{ij}^{(3)}(k) - u_2(k))\text{out}_{it}^{(2)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)} \right\}, i = 1, 2, 3 \quad (33)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \text{out}_{it}^{(2)}(k)} = -2 \sum_{j=1}^3 \left\{ \sum_{i=1}^2 [(y_{id}(k) - y_i(k))\omega_{2i}^{(4)}(k)] \times \right.$$

$$\left. \frac{(\omega_{ij}^{(3)}(k) - u_2(k))\text{out}_{it}^{(2)}(k)}{\sum_{i,j=1}^3 \text{out}_{ij}^{(3)}(k)} \right\}, i = 1, 2, 3 \quad (34)$$

$$\text{out}_{it}^{(2)}(k+1) = \text{out}_{it}^{(2)}(k) - \eta_5 \frac{\partial J}{\partial \text{out}_{it}^{(2)}(k)},$$

$$i = 1, 2; j = 1, 2, 3 \quad (35)$$

式(32), (35)中  $\text{out}_{oj}^{(2)}(k+1)$  和  $\text{out}_{it}^{(2)}(k+1)$  为对应于输入  $x_{oi}$  和  $x_{ti}$  在下一时刻的隶属度期望值.

根据期望数据值  $(x_{oi}, \text{out}_{oj}^{(2)}(k+1))$ ,  $(x_{ti}, \text{out}_{it}^{(2)}(k+1))$  和式(10)与(11)即可调整 B 样条基隶属函数的控制点, 进而调整隶属函数的形状.

### 4 仿真实验

本文对一个两关节机械手(如图1)进行仿真以验证所提方法的正确性. 用于仿真的机械手的参数为  $m_1 = 10 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$  和  $l_1 = 1.1 \text{ m}$ ,  $l_2 =$

0.8 m. 初始条件为  $\theta_1(0) = \theta_2(0) = 0 \text{ rad}$ ,  $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0 \text{ rad/s}$ . 期望轨迹为  $\theta_1^d(t) = \theta_2^d(t) = \sin(2\pi t)$ , 采样周期为 0.0005 s. 摩擦项和扰动项分

别为  $F(\Theta) = 0.5 \text{ sign}(\Theta)$ ,  $T_d(\Theta, \dot{\Theta}) = \begin{bmatrix} 5 \cos(5t) \\ 5 \cos(5t) \end{bmatrix} \text{ N} \cdot \text{m}$ .

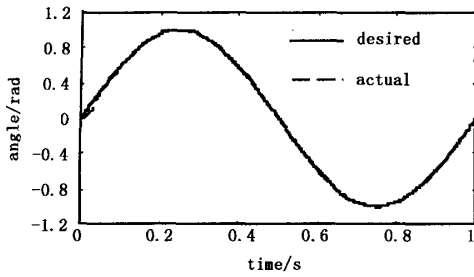


图7 杆1的跟踪轨迹  
Fig.7 Trajectory of link 1

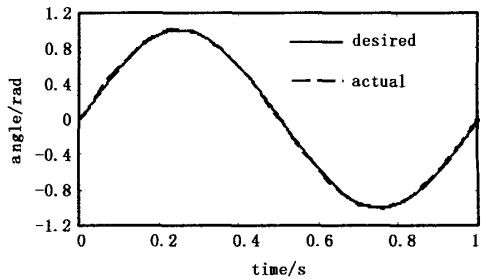


图8 杆2的跟踪轨迹  
Fig.8 Trajectory of link 2

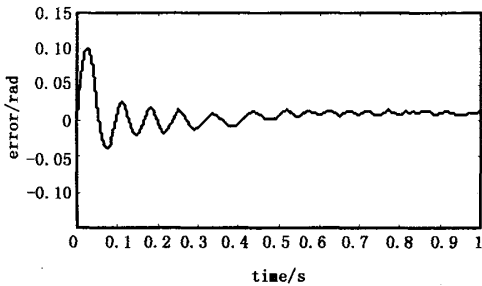


图9 杆1的跟踪误差  
Fig.9 Tracking error of link 1

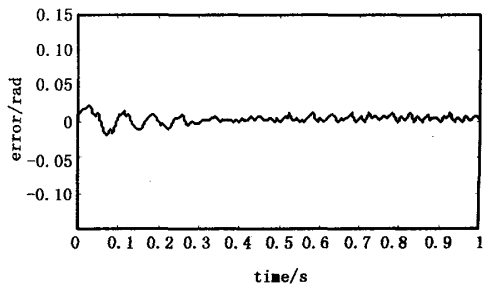


图10 杆2的跟踪误差  
Fig.10 Tracking error of link 2

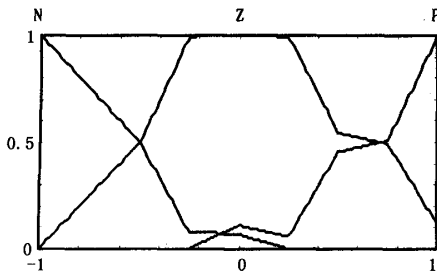


图11 调整后的对应于  $x_{o1}$  的隶属函数  
Fig.11 Adapted membership function corresponding to  $x_{o1}$

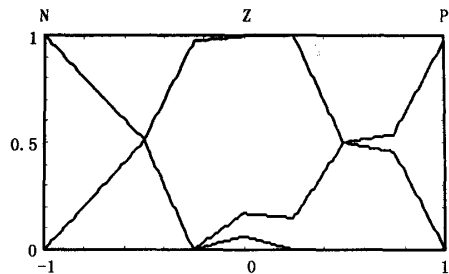


图12 调整后的对应于  $x_{o2}$  的隶属函数  
Fig.12 Adapted membership function corresponding to  $x_{o2}$

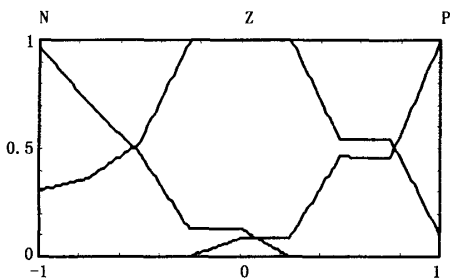


图13 调整后的对应于  $x_{r1}$  的隶属函数  
Fig.13 Adapted membership function corresponding to  $x_{r1}$

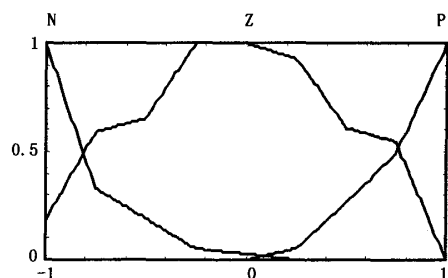


图14 调整后的对应于  $x_{r2}$  的隶属函数  
Fig.14 Adapted membership function corresponding to  $x_{r2}$

图 7 和图 8 分别给出了杆 1 和杆 2 的跟踪轨迹曲线;图 9 和图 10 给出了杆 1 和杆 2 的跟踪误差曲线.图 11~14 给出了调整后的 B 样条基函数形状.从图 7~10 可看出机械手的各关节能很好地跟踪期望轨迹,且具有很好的抗干扰性能.

## 5 小结

本文将模糊控制的定性知识表达能力、神经网络的定量学习能力和 B 样条基函数优异的局部控制性能相结合,利用 B 样条基函数构成模糊隶属函数,提出了一种模糊 B 样条神经网络控制器并将其用于机器人的轨迹跟踪控制.对两关节机械手的仿真结果表明所提控制方法具有很好的动、静态性能和抗干扰性能,是一种行之有效的控制方法.

## 参 考 文 献

- 1 Ge S. Advanced control techniques of robotics manipulators. Proceedings of American Control Conference, New York: IEEE Press, 1998
- 2 Ham C, Qu Z. A new nonlinear learning control for robotic manipulators. *Advanced Robotics*, 1996, 10: 1~15
- 3 Qu Z, Dawson D. Robust tracking control of robot manipulators. New York: IEEE Press, 1996
- 4 Wang CH, Wang WY, Lee TT. Fuzzy B-spline membership function and its applications in fuzzy-neural control. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1995, 25: 841~851
- 5 Leu YG, Lee TT, Wang WY. On-line tuning of fuzzy-neural network for adaptive control of nonlinear dynamic systems. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1997, 27: 1034~1043
- 6 Kim TY, Han JH. Edge representation with fuzzy sets in blurred images. *Fuzzy Sets Syst*, 1998, 100: 77~87
- 7 Abe S. Dynamic cluster generation for a fuzzy classifier with ellipsoidal regions. *IEEE Trans Syst Man Cybern*, 1998, 28: 869~876
- 8 Leu YG, Wang WY, Lee TT. Robust adaptive fuzzy-neural controllers for uncertain nonlinear systems. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1999, 15: 805~817
- 9 王耀南. 计算智能信息处理技术及其应用. 长沙: 湖南大学出版社, 1999 (Wang Yaonan. Computational intelligent information processing: technology and applications. Changsha: Hunan University Press, 1999 (in Chinese))

# A FUZZY B-SPLINE BASIS NEURAL NETWORK AND ITS APPLICATION TO ROBOTIC TRACKING CONTROL \*

Sun Wei Wang Yaonan

(College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

**Abstract** A fuzzy neural network was proposed for robotic tracking control. This fuzzy neural network used the B-spline basis function as membership function whose shape can be adjusted on line. The proposed network has better learning and adaptive ability. The simulation results showed that the proposed network can be applied to robotic tracking very well with good performance.

**Key words** fuzzy neural network, B-spline basis function, robotic tracking control