

高维网机系统失稳振荡的分岔研究*

邱家俊 段昊昱 邱宇

(天津大学机械工程学院, 天津 300072)

摘要 应用机电耦联动力学理论和电路理论, 建立了统一的发电机组并网发电的数学模型。该模型为 27 维非线性微分动力系统, 包括机械扭振方程、同步发电机瞬变过程基本方程、原动机力矩分配及调速控制方程、励磁调节控制方程和并网线路串补电容方程 5 大部分。本文选择线路串补电容的容抗、线路电阻作为分岔参数, 计算并得到了失稳参数区域图。对满足两对纯虚特征值的参数点, 利用中心流形定理对原系统方程做了降维。再利用多参数稳定性理论及归一化技术, 对约化方程进行求解, 得到了分岔方程。由此得到分岔参数图、4 个参数区的动力学特性, 并得到了数值验证。

关键词 机电耦联, 高维网机系统, 稳定性, 分岔

前言

发电机组系统是机电网耦合的高维非线性微分动力系统, 它的振动和稳定问题, 常引发振幅超标, 给电力设备的安全运行带来隐患, 有的甚至引发大事故。远距离输电时, 为改善功率因素, 采用串联补偿电容, 但引发一种次同步振荡, 这种振荡可能造成机组主轴系统严重损伤。

文[1]应用机电分析动力学的方法, 建立了交流电机的机电耦联数学模型, 采用数值模拟和实验研究的方法, 得到了各种电磁参数对失稳振荡的影响规律。文[2]对电力系统所发生的次同步振荡问题进行了系统的阐述。文[3]对动态电力系统的稳定问题进行了系统阐述, 给出了网机系统进行计算时常用的一些参数数据。文[4]用 Hopf 分岔理论研究了发电机组的机电耦联失稳振荡。文[5]系统地阐述了多参数稳定性理论。文[6]研究了一对纯虚根和一个零根的动态分岔问题。本文在以上研究工作基础上, 对所建立的 27 维网机系统的失稳振荡分岔问题进行了研究。

1 汽轮发电机组的模型建立

1.1 机械扭振方程的建立

本文采用汽轮发电机组 6 个质量块的等值质量 - 弹簧模型^[2], T 为转矩, D 为机械阻尼系数,

M 为转动惯量, K 为扭转刚度。每个质量块与同步旋转坐标参考轴的角度差是 δ_i , 利用振动理论就可以建立上述模型机械扭振方程, 将扭振方程转化成标准微分形式得如下形式

$$\begin{cases} \frac{d\omega_H}{dt} = -\frac{D_H}{M_H}\omega_H - \frac{K_{HI}}{M_H}(\delta_H - \delta_I) + \frac{1}{M_H}T_H \\ \frac{d\delta_H}{dt} = \omega_c(\omega_H - 1) \\ \frac{d\omega_I}{dt} = -\frac{D_I}{M_I}\omega_I + \frac{K_{HI}}{M_I}(\delta_H - \delta_I) + \frac{K_{IA}}{M_I}(\delta_I - \delta_A) + \frac{1}{M_I}T_I \\ \frac{d\delta_I}{dt} = \omega_c(\omega_I - 1) \\ \frac{d\omega_A}{dt} = -\frac{D_A}{M_A}\omega_A + \frac{K_{IA}}{M_A}(\delta_I - \delta_A) - \frac{K_{AB}}{M_A}(\delta_A - \delta_B) + \frac{1}{M_A}T_A \\ \frac{d\delta_A}{dt} = \omega_c(\omega_A - 1) \\ \frac{d\omega_B}{dt} = -\frac{D_B}{M_B}\omega_B + \frac{K_{AB}}{M_B}(\delta_A - \delta_B) - \frac{K_{BG}}{M_B}(\delta_B - \delta) + \frac{1}{M_B}T_A \\ \frac{d\delta_B}{dt} = \omega_c(\omega_B - 1) \end{cases}$$

2004-06-10 收到第 1 稿, 2004-12-12 收到修改稿。

* 国家自然科学基金(10202017)和教育部留学回国人员科研启动基金资助项目

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\omega}{dt} = -\frac{D_G}{M_G}\omega + \frac{K_{BG}}{M_G}(\delta_B - \delta) - \frac{K_{GX}}{M_G}(\delta - \delta_X) - \frac{1}{M_G}T_e \\ \frac{d\delta}{dt} = \omega_c(\omega - 1) \\ \frac{d\omega_X}{dt} = -\frac{D_X}{M_X}\omega_X + \frac{K_{GX}}{M_X}(\delta - \delta_X) - \frac{1}{M_X}T_{ex} \\ \frac{d\delta_X}{dt} = \omega_c(\omega_X - 1) \end{array} \right. \quad (1)$$

其中电磁转矩 T_e 表达式为

$$T_e = [i_q(-X_d i_d + X_{md} i_F + X_{md} i_D) - i_d(-X_q i_q + X_{mq} i_Q + X_{mq} i_g)]$$

因为励磁机转矩 T_{ex} 影响很小,因此将其略去.

1.2 机械部分调速控制系统基本方程的建立

根据参考文献[3]中给出的汽轮机原动机调速简化数学模型(两个时间常数)的传递函数框图和汽轮机透平转矩的传递函数框图,可以得到汽轮机原动机及调速控制系统的方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dT_H}{dt} = \frac{F_H}{T_{CH}}g - \frac{1}{T_{CH}}T_H \\ \frac{dT_I}{dt} = \frac{F_I}{F_H T_{RH}}T_H - \frac{1}{T_{RH}}T_I \\ \frac{dT_A}{dt} = \frac{F_A}{F_I T_{CO}}T_I - \frac{1}{T_{CO}}T_A \\ \frac{da}{dt} = \frac{K_G}{T_{SR}}(\omega_{ref} - \omega) - \frac{1}{T_{SR}}a \\ \frac{dg}{dt} = \frac{1}{T_{SM}}a - \frac{1}{T_{SM}}g \end{array} \right. \quad (2)$$

其中 ω 为发电机转子的转速, ω_{ref} 为参考转速, g 是汽轮机的汽门开度, T_H 为高压缸机械转矩, T_I 为中压缸机械转矩, T_A 和 T_B 为低压缸机械转矩. F_H, F_I, F_A, F_B 为各个汽缸机械转矩的比例系数.

1.3 同步发电机瞬变过程的基本方程的建立

本文采用 X_{ad} 基值系统^[3]进行标么化,可以得到汽轮发电机的 Park 方程^[3]

$$\left\{ \begin{array}{l} V_d = -R_d i_d - \frac{1}{\omega_c}(X_d \frac{di_d}{dt} + X_{md} \frac{di_F}{dt} + X_{md} \frac{di_D}{dt}) - \omega(-X_q i_q + X_{mq} i_g + X_{mq} i_Q) \\ V_q = -R_q i_q - \frac{1}{\omega_c}(X_q \frac{di_q}{dt} + X_{mq} \frac{di_Q}{dt} + X_{mq} \frac{di_g}{dt}) + \omega(-X_d i_d + X_{md} i_F + X_{md} i_D) \\ V_F = R_F i_F - \frac{1}{\omega_c}(X_{md} \frac{di_d}{dt} + X_F \frac{di_F}{dt} + X_{md} \frac{di_D}{dt}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 = R_D i_D - \frac{1}{\omega_c}(X_{md} \frac{di_d}{dt} + X_{md} \frac{di_F}{dt} + X_D \frac{di_D}{dt}) \\ 0 = R_Q i_Q - \frac{1}{\omega_c}(X_{mq} \frac{di_q}{dt} + X_Q \frac{di_Q}{dt} + X_{mq} \frac{di_g}{dt}) \\ 0 = R_g i_g - \frac{1}{\omega_c}(X_{mq} \frac{di_g}{dt} + X_{mq} \frac{di_Q}{dt} + X_g \frac{di_g}{dt}) \end{array} \right. \quad (3)$$

此时发电机的瞬变方程还没有化为标准微分形式,其中 V_d 和 V_q 要利用后面并网输电线路中的关系式(5)进行替代,最后再统一处理.

1.4 励磁调节系统方程

本文中的励磁系统模型是采用 IEEE 委员会报告^[3]给出的最常用的 I-型连续动作的励磁系统并加以简化成两个时间常数的传递函数框图,于是可以列出励磁控制部分的微分方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dV_R}{dt} = \frac{K_A}{T_A}(V_{ref} - \sqrt{V_d^2 + V_q^2}) - \frac{V_R}{T_A} \\ \frac{dV_F}{dt} = \frac{r_F V_R}{T_E X_{md}} - \frac{V_F}{T_E} \end{array} \right. \quad (4)$$

1.5 与无穷大电网并网后整体模型建立

发电机组加串补电容所构成的与无穷大电网相联接的模型如图 1 所示.

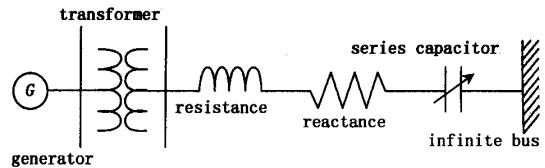


图 1 具有串补电容补偿的输电线路示意图

Fig. 1 The transmit electricity circuit with series capacitor

设串补电容上的电压为 E_c , 发电机机端电压为 V_t , 无穷大电网处电压为 V_0 , 线路电流为 i , 根据电路理论得到下面 dqo 坐标系统上的方程

$$\left\{ \begin{array}{l} V_d = R_i_d - (X_T + X_L)i_q + \frac{(X_T + X_L)}{\omega_c} \frac{di_d}{dt} + E_{cd} + V_0 \sin \delta \\ V_q = (X_T + X_L)i_d + R_i_q + \frac{(X_T + X_L)}{\omega_c} \frac{di_q}{dt} + E_{cq} + V_0 \cos \delta \end{array} \right. \quad (5)$$

同理可得到串补电容电压转化到 dqo 坐标系统上并标么化后得方程

$$\begin{cases} \frac{dE_{cd}}{dt} = \omega_c \omega E_{cq} + \omega_c X_C i_d \\ \frac{dE_{cq}}{dt} = -\omega_c \omega E_{cd} + \omega_c X_C i_q \end{cases} \quad (6)$$

最后,将上面各式联立求解并标么化,得到如下网机系统 27 维非线性标准微分方程

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_j, \eta_k), \quad (i = 1, \dots, 27, j = 1, \dots, 27, k = 1, 2) \quad (7)$$

2 稳定与失稳参数区域的计算及研究

本文主要研究平衡点(或不动点)的局部稳定性问题,因此可以只在该平衡点的邻域内进行,无需涉及整个流形。不失一般性,我们可以在局部拓扑等价的意义下在原点 O 的邻域 V 中研究平衡点(或不动点)问题。考虑连续系统

$$X = F(X), X \in V \subset \epsilon \quad (8)$$

设 x_0 是系统(8)的平衡点,如果算子 $DF(X)$ 的谱的实部为负,则 x_0 是渐进稳定的;如果 $DF(X_0)$ 有正的谱点,则 x_0 是不稳定的。

本文以上面的理论作为系统稳定性判定依据,同时改变系统的线路串补容抗 X_C 和线路阻抗 R ,每改变一组 X_C 和 R ,就计算一次系统方程(7)的 Jacobian 矩阵的特征值,若出现了实部为零的特征值,就将此时的 X_C 和 R 的值输出到坐标,于是得到了下面的稳定与失稳参数区域图(图 2)。

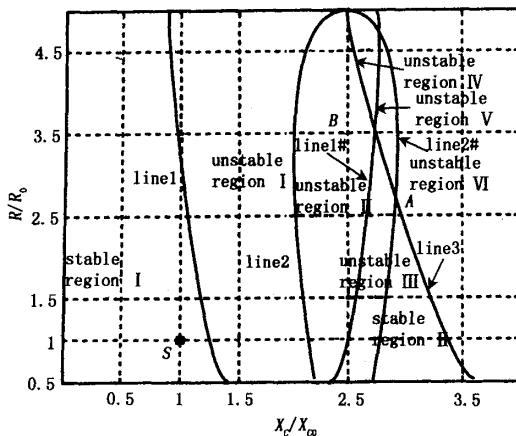


图 2 R 和 X_C 作为分岔参数的系统稳定空间

Fig. 2 The stability region of determined by
 R and X_C changed

在图 2 中,横坐标是额定串补电容容抗 X_C 的

倍数,即 X_C/X_{CN} (X_{CN} 为额定值 0.12),纵坐标是额定线路电阻 R 的倍数,即 R/R_N (R_N 为额定值 0.03)。图中各曲线是系统 Jacobian 矩阵的某特征值实部发生正负改变时的临界曲线,通过计算在曲线两侧的正负变化规律,可以确定系统参数稳定空间。稳定区域 I 中 $S(1,1)$ 点是额定参数的情况,该图说明了额定参数下系统是稳定运行的。在曲线 line1 和 line1# 上,圆频率为 $\beta_1 = 203$ 的模态特征值为纯虚根,同理 line2 和 line2# 对应圆频率为 $\beta_2 = 160$ 的模态, line3 对应于圆频率为 $\beta_3 = 100$ 的模态,因此在各个边界线上系统均发生不同模态的 Hopf 分岔。在边界线 line2 上,系统的 Jacobian 矩阵的特征值呈现如下形式:其中一对共轭特征值为 $\alpha_1 \pm \beta_1 i$ ($\alpha_1 > 0$, $\beta_1 = 203$),另一对则是纯虚根 $\pm \beta_2 i$ ($\beta_2 = 160$),其他特征值均具有负实部,因此在失稳区域 II 中系统会出现两个模态 $\beta_1 = 203, \beta_2 = 160$ 的失稳现象,此时系统出现双频振荡失稳。同理,随着串补电容 X_C 的增加,我们可以判断出在失稳区域 III 中只有 $\beta_2 = 160$ 的模态发生失稳,系统此时出现单频振荡失稳,而失稳区域 VI,只出现 $\beta_3 = 100$ 的单频振荡失稳现象。

此外,失稳区域 V 也出现双频振荡失稳,分别是 $\beta_2 = 160$ 和 $\beta_3 = 100$ 两个模态失稳。失稳区域 IV 是所有区域当中最为复杂的一个区域,在此区域内,系统的 Jacobian 矩阵有 3 对特征值出现了正实部,分别是 β_1, β_2 和 β_3 这 3 个模态发生失稳振荡。

图中, A 点和 B 点是值得研究和重视的分岔临界点,在这两个点的邻域内,系统的分岔及动力学特性非常丰富,下一节首先以 A 点为基础对原系统进行降维及分岔分析。

3 汽轮发电机组并网模型的降维及分岔研究

3.1 利用中心流形方法进行降维

图 2 中 A 点 ($R_0 = 0.0814, X_{C0} = 0.336$) 系统出现两对纯虚特征根。

3.1.1 非奇异线性变换

设 $X = (x_1, \dots, x_{27})^T$, 系统方程写成如下形式

$$\frac{dx_i}{dt} = X_i(x_j, X_C, R), \quad (i = 1, \dots, 27, j = 1, \dots, 27) \quad (9)$$

首先先作变量替换,设

$$\begin{aligned} X &= X_0 + Y, X_C = X_{C0} + \eta_1, \\ R &= R_0 + \eta_2 \end{aligned} \quad (10)$$

其中 X_0 是系统在 R_0, X_{C0} 处的平衡解, Y 是新的 27 个变量, 它是在原系统变量 x 上的增量.

将式(10)的设解形式代入式(9), 这样, 方程(9)就变成关于 Y, η_1, η_2 的方程, 如下

$$\frac{dy_i}{dt} = Y_i(y_j, \eta_1, \eta_2), \quad (i = 1, \dots, 27, j = 1, \dots, 27) \quad (11)$$

此时方程(11)的平衡解 Y_0 为零解 ($\eta_1 = 0, \eta_2 = 0$), 至此方程(9)已经被转移到零点.

我们再求出系统方程(11)在 $\eta_1 = 0, \eta_2 = 0$ 处的 Jacobian 矩阵的特征向量矩阵 T , 作如下非奇异线性变换

$$Y = TZ \quad (12)$$

其中 Z 是变换以后的新变量, $Z = (z_1, \dots, z_{27})^T$, 将上式代入系统方程(11)中, 可得标准型方程

$$\frac{dz_i}{dt} = Z_i(z_j, \eta_1, \eta_2), \quad (i = 1, \dots, 27, j = 1, \dots, 27) \quad (13)$$

3.1.2 利用中心流形方法降维

对系统(13)运用中心流形方法进行降维, 假设 (z_5, \dots, z_{27}) 关于 $z_i (i = 1, \dots, 4)$ 与 η_1, η_2 的二型型形式如下

$$\begin{aligned} [z_i] &= [z_1, z_2, z_3, z_4, \eta_1, \eta_2] \times \\ &\left[\begin{array}{cccccc} t_{i11} & & & & & \\ t_{i12} & t_{i22} & & & & 0 \\ t_{i13} & t_{i23} & t_{i33} & & & \\ t_{i14} & t_{i24} & t_{i34} & t_{i44} & & \\ t_{i15} & t_{i25} & t_{i35} & t_{i45} & t_{i55} & \\ t_{i16} & t_{i26} & t_{i36} & t_{i46} & t_{i56} & t_{i66} \end{array} \right] \times \\ &[z_1, z_2, z_3, z_4, \eta_1, \eta_2]^T \end{aligned}$$

其中 $i = 5, \dots, 27$.

经过变换后, 我们可以得到 z_5 到 z_{27} 共 23 个关于 z_1, z_2, z_3, z_4 与 η_1, η_2 的表达式: $z_i = q_i(z_j, \eta_1, \eta_2, t_{imm})$, ($i = 5, \dots, 27, j = 1, \dots, 4, m = 1, \dots, 6, n = 1, \dots, 6$ 且 $m < n$) 将这些表达式代入式(13), 然后比较等式两边的同类项的系数, 从而可以确定 t_{imm} 的值, 这样 z_5 至 z_{27} 关于 z_1, z_2, z_3, z_4 与 η_1, η_2 的表达式也可以完全确定下来, 最终我们可以将系统 27 维方程(13)

降维到如下形式的 4 维中心流形子空间上

$$\frac{dz_i}{dt} = Z_i(z_j, \eta_1, \eta_2), \quad (i = 1, \dots, 4, j = 1, \dots, 4) \quad (14)$$

当 $\eta_1 = 0, \eta_2 = 0$ 时可以求出系统在零平衡解处的 Jacobian 矩阵

$$J = \begin{bmatrix} 0 & \omega_{1c} & 0 & 0 \\ -\omega_{1c} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{2c} \\ 0 & 0 & -\omega_{2c} & 0 \end{bmatrix}$$

其中 $\omega_{1c} = 99.68, \omega_{2c} = 160.44$, 下面我们将对系统(14)存在两对纯虚特征根及双分岔参数的情况进行分岔分析.

3.2 系统分岔方程的推导和分岔解稳定性分析

3.2.1 系统分岔方程的推导

为了叙述方便, 我们将推导过程作一个简单介绍, 首先设解形式如下

$$\begin{aligned} z_i(\tau_1, \tau_2, \sigma^\alpha) &= \sum_{m=0}^M [p_{i,m_1 m_2}(\sigma^\alpha) \times \\ &\cos(m_1 \tau_1 + m_2 \tau_2) + r_{i,m_1 m_2}(\sigma^\alpha) \times \\ &\sin(m_1 \tau_1 + m_2 \tau_2)] \end{aligned} \quad (15)$$

$i = 1, \dots, 4, \alpha = 1, 2, \tau_1 = \omega_1(\sigma^\alpha)t, \tau_2 = \omega_2(\sigma^\alpha)t, m_1$ 与 m_2 可以是任意整数, M 是非负整数, 设 $\eta_j = \eta_j(\sigma^\alpha), j = 1, 2, \sigma^\alpha$ 是摄动参数. 因为系统的平衡解为零解, 所以 $p_{i,m_1 m_2}(0) = r_{i,m_1 m_2}(0) = 0$.

把 $z_i(\tau_1 \tau_2, \sigma^\alpha)$ 和 $\eta_j = \eta_j(\sigma^\alpha)$ 代入系统方程(14)中可得

$$\begin{aligned} \omega_1(\sigma^\alpha) \frac{\partial z_i}{\partial \tau_1} + \omega_2(\sigma^\alpha) \frac{\partial z_i}{\partial \tau_2} &= \\ Z_i(z_j(\tau_1, \tau_2, \sigma^\alpha), \eta_1(\sigma^\alpha), \eta_2(\sigma^\alpha)), \quad (i, j = 1, \dots, 4) \end{aligned} \quad (16)$$

将式(16)对摄动参数 σ^α 求导并化简, 可得到系统的第一阶摄动方程为

$$\begin{aligned} \omega_1(\sigma^\alpha) \frac{\partial^2 z_i}{\partial \tau_1 \partial \sigma^\alpha} + \frac{d\omega_1}{d\sigma^\alpha} \frac{\partial z_i}{\partial \tau_1} + \omega_2(\sigma^\alpha) \frac{\partial^2 z_i}{\partial \tau_2 \partial \sigma^\alpha} + \\ \frac{d\omega_2}{d\sigma^\alpha} \frac{\partial z_i}{\partial \tau_2} = \frac{\partial Z_i}{\partial z_j} \frac{\partial z_j}{\partial \sigma^\alpha} + \frac{\partial Z_i}{\partial \eta_\beta} \frac{d\eta_\beta}{d\sigma^\alpha} \end{aligned}$$

其中 $i, j = 1, \dots, 4, \beta = 1, 2$.

因为只有三阶摄动才能基本上表示原始系统的分岔特性, 所以按照上面的方法可以对方程(16)

作二阶和三阶摄动.在零平衡解处,把式(15)代入各阶摄动方程,根据多尺度内共振谐波平衡法,比较方程左右两边同级次项的系数,由此得到各阶摄动形式下的设解系数的关系式,再利用文[5]的多参数稳定性理论和文[6]的归一化方法进行整合处理,消去一部分设解变量,只留下4个关键变量 $\rho_{1,10}, \rho_{3,01}$ 和 τ_1, τ_2 ,于是得到了一组能够保持原始系统动力学特性的方程.

为了书写的方便,用 ρ_1, ρ_2 分别代表 $\rho_{1,10}, \rho_{3,01}$,最终我们得到了以下形式的分岔方程

$$\begin{cases} \frac{d\rho_1}{dt} = \rho_1 [\alpha_1^\beta \eta_\beta + \frac{1}{12}(\Gamma_{11} - \Gamma_{12})(\rho_1)^2 + \\ \quad \frac{1}{6}(\Gamma_{13} - \Gamma_{24})(\rho_2)^2] \\ \frac{d\rho_2}{dt} = \rho_2 [\alpha_2^\beta \eta_\beta + \frac{1}{6}(\Gamma_{31} - \Gamma_{42})(\rho_1)^2 + \\ \quad \frac{1}{12}(\Gamma_{33} - \Gamma_{44})(\rho_2)^2] \\ \frac{d\tau_1}{dt} = \omega_{1c} + \omega_1^\beta \eta_\beta - \frac{1}{12}(\Gamma_{12} - \Gamma_{21})(\rho_1)^2 - \\ \quad \frac{1}{6}(\Gamma_{23} - \Gamma_{14})(\rho_2)^2] \\ \frac{d\tau_2}{dt} = \omega_{2c} + \omega_2^\beta \eta_\beta - \frac{1}{6}(\Gamma_{32} - \Gamma_{41})(\rho_1)^2 - \\ \quad \frac{1}{12}(\Gamma_{34} - \Gamma_{43})(\rho_2)^2 \end{cases} \quad (17)$$

上面方程中的系数 $\alpha_i^\beta, \omega_i^\beta, \Gamma_{ij}$ ($\beta = 1, 2, ; i, j = 1, \dots, 4$)可由给定的公式求出.

3.2.2 系统分岔方程平衡解的分岔分析

由式(17)可求得失稳振荡幅值 ρ_1, ρ_2 随参数 η_1, η_2 的变化规律;由式(18)可求得失稳振荡频率 ω_1, ω_2 随参数 η_1, η_2 的变化规律.系数求出后的方程(17)如下所示

$$\begin{cases} \frac{d\rho_1}{dt} = \rho_1 (8.0067\eta_1 + 3.2016\eta_2 - 0.3176\rho_1^2 - \\ \quad 0.0212\rho_2^2) \\ \frac{d\rho_2}{dt} = \rho_2 (-9.6386\eta_1 + 0.1205\eta_2 - 0.0327\rho_1^2 - \\ \quad 0.1322\rho_2^2) \end{cases} \quad (19)$$

由式(19)右端等于0可以求出方程(19)如下形式的4组平衡解:

- 1) $\rho_1 = 0, \rho_2 = 0;$
- 2) $\rho_1 \neq 0, \rho_2 = 0;$
- 3) $\rho_1 = 0, \rho_2 \neq 0;$

$$4) \quad \rho_1 \neq 0, \rho_2 \neq 0.$$

其中1)对应原系统的初始平衡解,2)和3)对应原系统的周期解,4)对应原系统的概周期解.由微分方程(19)的雅可比矩阵及Hurwitz判据,可得到各解稳定性区域的4条边界线:

$$L_1: 8.0067\eta_1 + 3.2016\eta_2 = 0 (\text{当 } -9.6386\eta_1 + 0.1205\eta_2 < 0);$$

$$L_2: -9.6386\eta_1 + 0.1205\eta_2 = 0 (\text{当 } 8.0067\eta_1 + 3.2016\eta_2 < 0);$$

$$L_3: -10.4632\eta_1 - 0.2093\eta_2 = 0 (\text{当 } -16.0134\eta_1 - 6.4032\eta_2 < 0);$$

$$L_4: 9.5496\eta_1 + 3.1823\eta_2 = 0 (\text{当 } 19.2772\eta_1 - 0.241\eta_2 < 0).$$

最后可以得到如下的分岔图(图3).

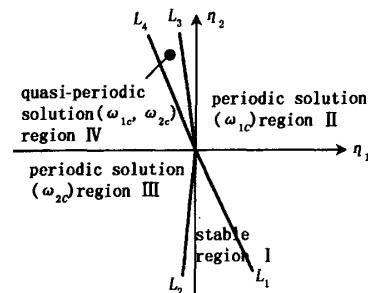


图3 两对纯虚根情况下的分岔图

Fig. 3 The region of bifurcation parameters
with two pairs pure imaginaries

图中 L_1 和 L_2 之间的区域是稳定区域;在 L_1 和 L_3 之间,系统频率为 ω_{1c} 的模态失稳,此时系统发生 ω_{1c} 的Hopf分岔;在 L_2 与 L_4 之间,系统频率为 ω_{2c} 的模态失稳,此时系统发生 ω_{2c} 的Hopf分岔;在 L_3 和 L_4 之间,系统发生2维环面分岔.

4 数值计算及分析

为了验证上面得到的结果,下面进行数值计算及分析.首先在区域I中选取一点 $\eta_1 = 0.005, \eta_2 = -0.01$,代入系统方程(9)中,计算结果如下图4所示.

从图4可以看出在区域I中功角振幅迅速衰减到一个恒定的值,说明区域I系统是稳定的.在区域II中选取一点 $\eta_1 = 0.005, \eta_2 = 0.005$,代入系统(9)中计算结果如图5所示.

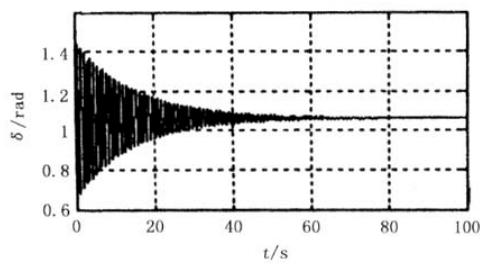


图4 区域I中功角的时间响应图

Fig. 4 The time response charts of power angle in region I

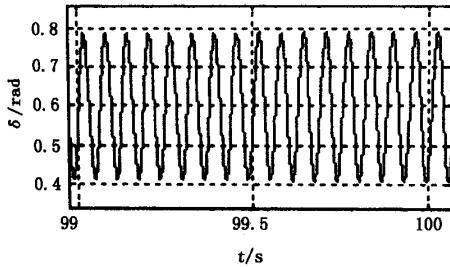


图5 失稳区域II中功角的时间响应图

Fig. 5 The time response charts of power angle in region II

下图为频谱分析,可以看出在区域II中确实是圆频率为 $\omega_{1c} = 100$ 的模态发生了Hopf分岔.见图6.

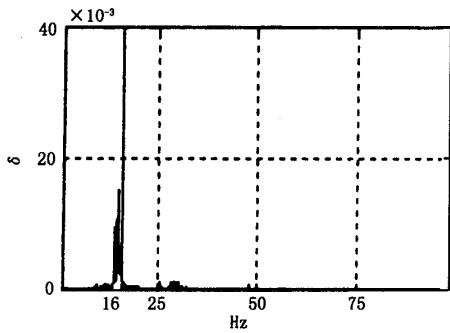


图6 失稳区间II中功角的频谱分析图

Fig. 6 Spectrum analysis of power angle in region II

在区域III中选取一点 $\eta_1 = -0.01, \eta_2 = -0.01$,代入系统(9)中,计算结果如图7所示.

同样对功角作频谱分析,可以看出在区域III中确实是圆频率是 $\omega_{2c} = 160$ 的模态发生了Hopf分岔,如图8所示.

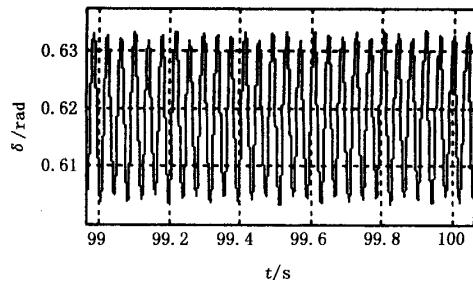


图7 区域III中功角的时间响应图

Fig. 7 The time response charts of power angle in region III

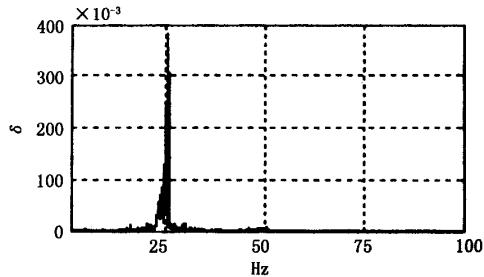


图8 区域III中功角的频谱分析图

Fig. 8 Spectrum analysis of power angle in region III

在区域IV中选取一点 $\eta_1 = -0.005, \eta_2 = 0.018$,代入系统(9)中,计算结果如图9所示.

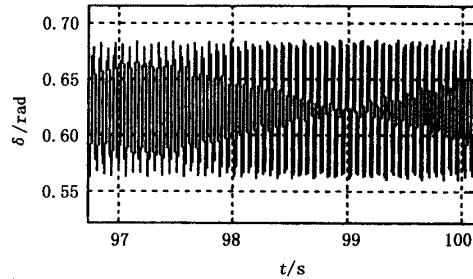


图9 区域IV中功角的时间响应图

Fig. 9 The time response charts of power angle in region IV

同样我们从功角时间响应图和频谱图上可以看出系统在区域IV中是圆频率为 $\omega_{1c} = 100, \omega_{2c} = 160$ 的两个模态失去了稳定性,此时系统发生二维环面分岔,如图10所示.

为了更形象的描述系统在分岔参数点A处的邻域附近的振荡幅值变化情形,通过计算不同 η_1 和 η_2 情况下式(19)的稳态解 $\frac{d\rho_1}{dt} = \frac{d\rho_2}{dt} = 0$,可得

到在 A 点邻域内的振荡幅值曲面图.

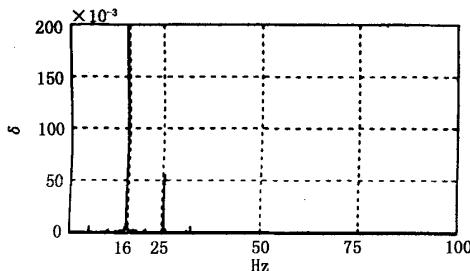


图 10 区域 IV 中功角的频谱分析图

Fig. 10 Spectrum analysis of power angle
in region IV

5 结论

1) 网机系统的串补电容器的容抗值 X_c 由小变大, 只可能出现两个稳定区, 其他都是失稳区, 故为保证系统的稳定运行, 需对串补电容器进行严格、细致的设计.

2) 本文利用中心流形定理将 27 维方程约化到 4 维中心子空间上来, 再利用参数摄动理论、多内谐波平衡法及归一化技术, 得到了系统的分岔方程, 从而由此得到两对纯虚特征根情况下的分岔图及 4 个不同性质的拓扑空间, 并得到了在这些区间振荡幅值随两个分岔参数变化的空间曲面图.

3) 本文编写了与之对应的 MATLAB 仿真程序, 对原 27 维系统进行了大量计算, 得到了各状态变量时间响应曲线及相应的频谱分析, 验证了分岔理论分析结果的正确性.

4) 方程组(7)或(9)是属于强非线性方程组, 是机电耦联的, 通过多参数稳定性理论和归一方法, 所得到的分岔方程形式, 和弱非线性振动理论中所具有的解的形式相同, 故在理论上有一定的意义.

研究成果对工程实际有重要的价值, 对理论研究也有一定的价值.

参 考 文 献

- 1 邱家俊. 机电耦联动力系统的非线性振动. 北京: 科学出版社, 1996 (Qiu Jiajun. Nonlinear Vibrations of Coupled Mechanical and Electric Dynamic Systems. Beijing: Science Press, 1996 (in Chinese))
- 2 IEEE Subsynchronous Resonance Working group. First Benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance. *IEEE Transaction on Power Apparatus and System*, 1977, 96(5): 1565~1572
- 3 余耀南. 动态电力系统. 北京: 水利电力出版社, 1985 (Yu Yaonan. Dynamical Power System. Beijing: Hydrotechnic Power Press, 1985 (in Chinese))
- 4 Niu Xize, Qiu Jiajun. Investigation of torsional instability, bifurcation, and chaos of a generator set. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, 2002, 17(2): 164~168
- 5 Huseyin K. Multiple Parameter Stability Theory and Its Applications. Oxford: Oxford University Press, 1986
- 6 Yu P, Huseyin K. A perturbation analysis of interaction static and dynamic bifurcations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(1): 28~40

STUDY ON BIFURCATION OF UNSTABLE OSCILLATION OF HIGH-DIMENSIONS POWER SYSTEM^{*}

Qiu Jiajun Duan Haoyu Qiu Yu

(School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract On the basis of electro-mechanical dynamics and electrical theory, we established a uniform mathematical model for a generator set power network. This model was a nonlinear differential dynamic system that had 27 dimensions. It consisted of the following 5 parts: the mechanical torsional equations, the synchro generator transient process equations, the prime motor torsion allocating and speed modulation control equations, and the field excitation modulation control equations. We used the series capacitor X_c and the resistance R of the transportation line as the bifurcation parameters and derived the area figure of destabilizing parameters from computing. At the point where two pairs of pure imaginary eigenvalues occurred, we reduced the dimensions of the system through central manifold theory. Then, using the multi-parameter stability theory and unification technique, we solved the reduced equation and obtained the bifurcation equations and their solution. Finally, we obtained the diagram of bifurcation parameters, dynamic characters in four parametric areas, and the result was verified by numerical calculation.

Key words mechanical and electric interaction, power system of high dimensions, stability, bifurcation

Received 10 June 2004, revised 12 December 2004.

* The project supported by the National Natural Science Foundation of China(10202017) and the Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, State Education Ministry of China