

滚动轴承-转子系统支承松动时的复杂运动研究

陈恩利¹ 何田² 郑猛¹ 刘献栋³

(1. 石家庄铁道学院机械工程院, 石家庄 050043) (2. 北京航空航天大学能源与动力工程学院, 北京 100083)
(3. 北京航空航天大学汽车工程系, 北京 100083)

摘要 基于转子动力学、Hertz 理论和非线性动力学理论, 针对一端支座松动的滚动轴承-转子系统的运动特征, 考虑了松动间隙的非线性情况, 建立了系统的动力学方程. 在对转子系统动力学方程进行数值积分之后, 通过分叉图、庞加莱图、相图和关联维数等显示了转子系统随转速变化和松动间隙的扩展会出现复杂动力学现象, 并且研究了滚动轴承-转子系统在支承松动时的分岔和混沌运动及其变化规律, 得出了有工程价值的结论, 这些结论可为该类故障的诊断提供参考.

关键词 转子系统, 支座松动, 滚动轴承, 混沌运动, 故障诊断

滚动轴承是旋转机械中应用最为广泛的机械零部件之一, 轴承支座松动故障是旋转机械故障中比较常见且危害较大的故障. 该故障通常是由安装质量不高以及长期的振动造成的. 故障发生时, 转子系统在不平衡力的作用下, 将引起支座的周期性跳跃, 导致系统的刚度变化并伴有冲击效应. 因而其运动呈现非常复杂的现象, 且较难于诊断.

对该类故障下的转子系统的复杂运动已引起了人们的广泛关注^[1]. 但目前人们研究的重点侧重于滑动轴承-转子系统^[2,3], 对支座松动的滚动轴承-转子系统的动力学复杂现象的研究较少. 由于滚动轴承与滑动轴承的动力学行为有本质的区别, 因此对支座松动的滚动轴承-转子系统的动力学进行分析, 可对该类故障的诊断提供一定的基础. 本文建立了带有滚动支座松动故障的滚动轴承-转子系统动力学模型, 通过数值仿真研究了系统随转速和松动间隙的分岔和混沌运动, 所得结果可为该类故障的诊断提供参考.

动的支座质量为 M_1 . k_f 和 c_f 为右端支承对轴承的刚度系数和阻尼系数, k_{f_r} 和 c_{f_r} (r 为 x 表示水平方向, r 为 y 表示竖直方向) 为左端静止件对松动支座和轴承的总的刚度系数和阻尼系数(为分段函数). a_0 是轴承的非线性刚度系数. 转子系统的理论上的刚支第一阶临界转速为 $n_1 = 7017 \text{ r/min}$, 即一阶临界频率为 $\omega_1 = \sqrt{k/m} = 734.9 \text{ s}^{-1}$. 滚动轴承模型可假设为无阻尼无耦合的弹簧-质量系统^[4]. 按照 Hertz 理论, 滚动球轴承的弹性作用为 $F = a_0 \delta^b$ 的形式^[5].

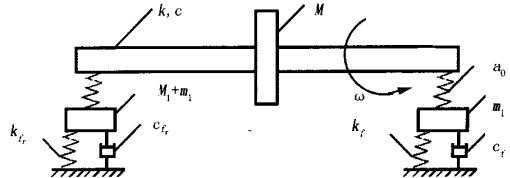


图1 系统的力学模型
Fig. 1 The dynamic model of the system

1 滚动轴承-转子系统动力学方程

1.1 滚动轴承-转子系统力学模型

图1为带有支座松动的滚动轴承-转子系统的力学模型. 在该模型中, 在转盘处有等效质量 M , 两端由滚动轴承支承, 转子与支承之间为无质量弹性轴段, 阻尼系数为 c , 刚度系数为 k . 轴承质量为 m_1 , 偏心距为 e . 忽略轴的轴向位移, 只考虑轴承径向振动. 假定左端支座出现松动, 水平松动最大间隙为 δ_1 , 竖直松动最大间隙为 δ_2 ($\delta_1 < \delta_2$). 发生松

1.2 动力学方程

如图1所示, 设 x_1, y_1 分别为右端轴承形心的径向水平和径向垂直方向绝对坐标; x_2, y_2 为轴右端轴心的径向水平和径向垂直方向绝对坐标; x_3, y_3 为转盘形心的径向水平和径向垂直方向绝对坐标; x_4, y_4 为轴左端轴心的径向水平和径向垂直方向绝对坐标; x_5, y_5 为左端轴承与支座视为一体时的共同的形心的径向水平和径向垂直方向绝对坐标.

则转子系统的动力学微分方程可以表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{x}_1 + c_f \dot{x}_1 + k_f x_1 + F_{x_1} = 0 \\ m_1 \ddot{y}_1 + c_f \dot{y}_1 + k_f y_1 + F_{y_1} = -m_1 g \\ c(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) + k(x_2 - x_3) = F_{x_1} \\ c(\dot{y}_2 - \dot{y}_3) + k(y_2 - y_3) = F_{y_1} \\ M \ddot{x}_3 + c(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) + k(x_3 - x_2) + c(\dot{x}_3 - \dot{x}_4) + k(x_3 - x_4) = m\omega^2 \cos(\omega t) \\ M \ddot{y}_3 + c(\dot{y}_3 - \dot{y}_2) + k(y_3 - y_2) + c(\dot{y}_3 - \dot{y}_4) + k(y_3 - y_4) = m\omega^2 \sin(\omega t) - Mg \\ c(\dot{x}_4 - \dot{x}_3) + k(x_4 - x_3) = F_{x_4} \\ c(\dot{y}_4 - \dot{y}_3) + k(y_4 - y_3) = F_{y_4} \\ m_2 \ddot{x}_5 + c_{f_1} \dot{x}_5 + k_{f_1} x_5 + F_{x_4} = 0 \\ m_2 \ddot{y}_5 + c_{f_2} \dot{y}_5 + k_{f_2} y_5 + F_{y_4} = -m_2 g \end{array} \right.$$

式中 $m_2 = M_1 + m_2$;

$$\left\{ \begin{array}{l} F_{x_1} = a_0 \text{sign}(x_2 - x_1) |x_2 - x_1|^b \\ F_{y_1} = a_0 \text{sign}(y_2 - y_1) |y_2 - y_1|^b \\ F_{x_4} = a_0 \text{sign}(x_4 - x_5) |x_4 - x_5|^b \\ F_{y_4} = a_0 \text{sign}(y_4 - y_5) |y_4 - y_5|^b \end{array} \right.$$

松动端的刚度和阻尼由于松动间隙的影响而视为分段线性

$$k_{f_1} = \begin{cases} k_{hf_1} + k_{hf_2}, & x_5 < 0, \\ k_{hf_2}, & 0 \leq x_5 \leq \delta_1, \\ k_{hf_2} + k_{hf_3}, & x_5 > \delta_1 \end{cases}$$

$$k_{f_2} = \begin{cases} k_{vf_1}, & y_5 < 0, \\ k_{vf_2}, & 0 \leq y_5 \leq \delta_2, \\ k_{vf_2} + k_{vf_3} - k_{vf_3} \delta_1 / y_5, & y_5 > \delta_2 \end{cases}$$

$$c_{f_2} = \begin{cases} c_{vf_1}, & y_5 < 0, \\ c_{vf_2}, & 0 \leq y_5 \leq \delta_2, \\ c_{vf_3}, & y_5 \geq \delta_2 \end{cases}$$

$$c_{f_1} = \begin{cases} c_{hf_1}, & x_5 < 0, \\ c_{hf_2}, & 0 \leq x_5 \leq \delta_1, \\ c_{hf_3}, & x_5 \geq \delta_1 \end{cases}$$

1.3 数值积分

本文所用计算结果是转盘处的振动数据. 对于上面具有非线性振动的系统, 将其运动方程改写为状态方程 $\dot{s} = f(s, t)$ 的形式. 然后利用四阶的龙格——库塔(R-K)法进行数值积分.

2 以转速比作为控制参数时系统的复杂运动

图2与图3是以转速作为控制参数时的系统运动的分叉图. 从分叉图中看出, 随着转速的变化, 系统会出现混沌运动, 且存在倍周期分叉的进入混沌的途径和可能存在阵发性途径, 结合判断混沌运动的其它方法, 可以进一步确定. 当 $\omega < 556 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 系统基本上是严格周期的同频振动. 如图3所示, 在 $\omega = 556 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 系统出现周期2的运动, 接着并由倍周期分叉进入短时间的混沌状态. 从 $\omega = 680 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时系统的相图(图4)和庞加莱图(图5)及其分形维数($d = 3.13$)可以知道此时系统处于混沌运动. 当转速继续升高, 系统由混沌-倍周期的途径离开混沌进入周期运动. 当 $\omega > 750 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 系统开始进入共振区, 从混沌运动变为5周期(如 $\omega = 775 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 系统的相图(图6)和庞加莱图(图7)所示)的运动, 最后过渡到严格周期的同频振动. 当 $\omega = 1100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 系统的运动是从周期振动由阵发性突然进入短时的拟周期运动(如 $\omega = 1100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时系统的相图(图8)和庞加莱图(图9)所示), 再进入倍周期(如 $\omega = 1230 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时系统的相图(图10)和庞加莱图(图11)所示)、周期; 接着由周期-混沌阵发性的方式进入混沌(如 $\omega = 1300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 系统的相图(图12)和庞加莱图(图13)和关联维数($d = 2.24$)所示); 当 $\omega = 1600 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 前后, 系统再次从混沌过度到周期2. 接着, 系统以阵发性的方式进入混沌运动. 直到 $\omega = 2610 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 前后, 随着其增加吸引子逐步收缩, 混沌性态逐步减弱, 系统突然从混沌运动变为周期3的运动. 这周期3的运动状态一直维持到 $\omega = 2930 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. 此后, 系统随转速升高突然由阵发性的途径进入拟周期或混沌运动(如 $\omega = 3150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时系统的相图(图14)和庞加莱图(图15)和分形维数($d = 2.28$)所示), 且这种运动一直维持到非常高的转速; 但是在这些运动形式中间, 某些转速下(如 $\omega = 3060 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 系统的相图(图16)和庞加莱图(图17)所示)仍存在周期运动.

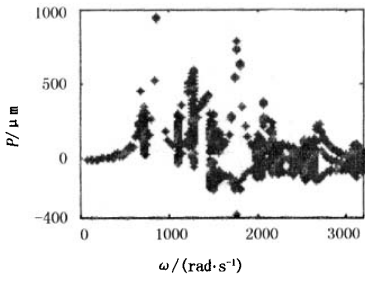


图 2 以转速作为控制参数时分叉图

Fig. 2 The Figure of bifurcation when regarding rotate speed as controls parameter

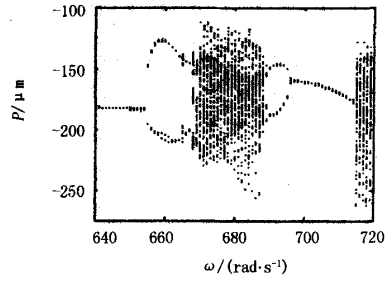


图 3 以转速作为控制参数时分叉图

Fig. 3 The Figure of bifurcation when regarding rotate speed as controls parameter

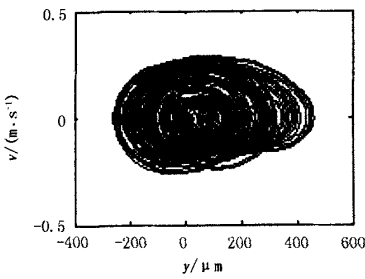


图 4 相图(ω = 680 rad · s⁻¹)

Fig. 4 phase map(ω = 680 rad · s⁻¹)

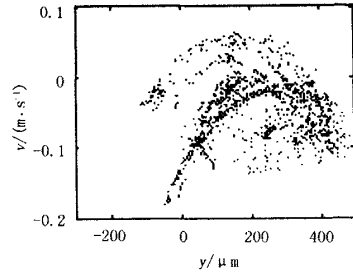


图 5 庞加莱图(ω = 680 rad · s⁻¹)

Fig. 5 Poincaré map (ω = 680 rad · s⁻¹)

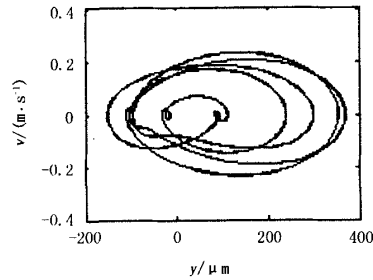


图 6 相图(ω = 755 rad · s⁻¹)

Fig. 6 phase map(ω = 755 rad · s⁻¹)

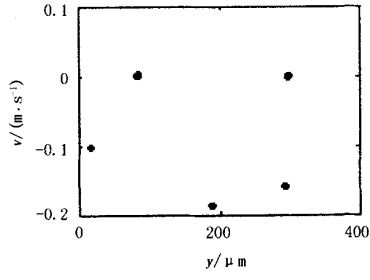


图 7 庞加莱图(ω = 755 rad · s⁻¹)

Fig. 7 Poincaré map (ω = 755 rad · s⁻¹)

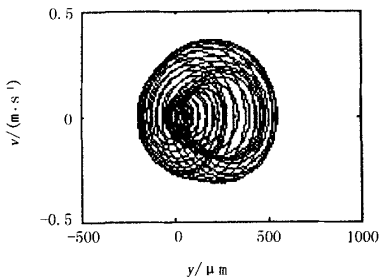


图 8 相图(ω = 1110 rad · s⁻¹)

Fig. 8 phase map(ω = 1110 rad · s⁻¹)

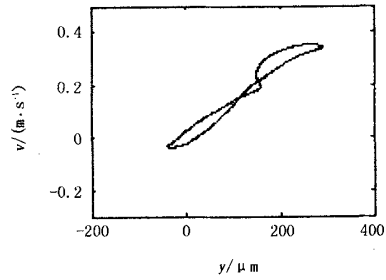


图 9 庞加莱图(ω = 1110 rad · s⁻¹)

Fig. 9 Poincaré map (ω = 1110 rad · s⁻¹)

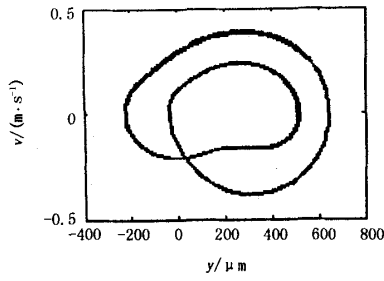


图 10 相图($\omega = 1230 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 10 phase map($\omega = 1230 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

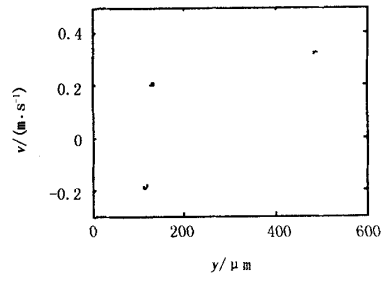


图 11 庞加莱图($\omega = 1230 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 11 Poincaré map ($\omega = 1230 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

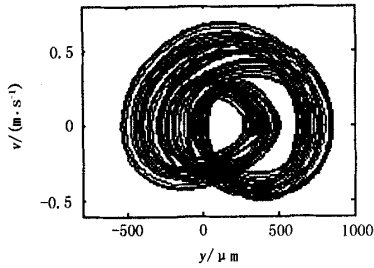


图 12 相图($\omega = 1300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 12 phase map($\omega = 1300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

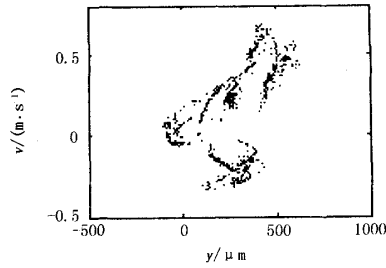


图 13 庞加莱图($\omega = 1300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 13 Poincaré map ($\omega = 1300 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

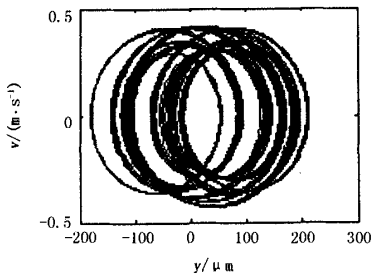


图 14 相图($\omega = 3150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 14 phase map($\omega = 3150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

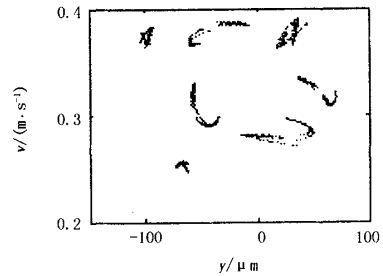


图 15 庞加莱图($\omega = 3150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 15 Poincaré map ($\omega = 3150 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

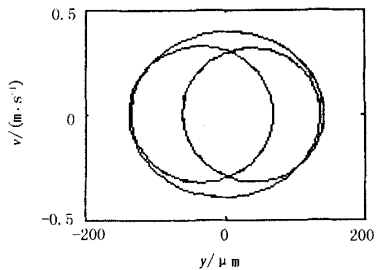


图 16 相图($\omega = 3060 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 16 phase map($\omega = 3060 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

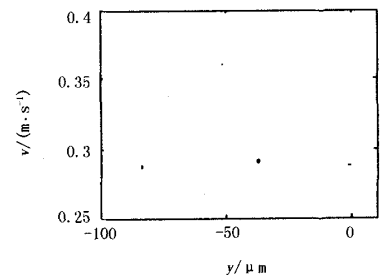


图 17 庞加莱图($\omega = 3060 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)
Fig. 17 Poincaré map ($\omega = 3060 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$)

3 以松动间隙作为控制参数的系统复杂运动

图 18($\omega = 720 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$) 是以松动间隙作为控制参数的分叉图: 假设水平方向的间隙忽略不计, 只考虑竖直方向间隙从发生时, 系统随其连续扩展时的分叉图. 从图中可以看出, 系统在 $\delta \leq 0.26 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时是严格周期的同频振动. 在 $\delta = 0.26 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时, 突然进入拟周期运动并持续到 $\delta = 0.58 \times 10^{-3} \text{ m}$. 图 19 和图 20 是当 $\delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的相图和庞加莱映射图. 从图中可以看出庞加莱映射图是闭环, 系统的运动与拟周期运动相似, 但其分形维数 $d = 1.33$, 因此, 可以将其归入混沌运动. 在 $\delta = 0.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时, 系统的运动状态发生改变, 混沌形态突然变强. 可以从 $\delta = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时的相图(图 21) 和庞加莱映射图(图 22) 和其关联维数 ($d = 1.52$) 看出. 图 23 和图 24 是系统在 $\delta = 0.14 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时的相图和庞加莱映射图, 此时的关联维数为 $d = 1.53$. 可见, $\delta > 0.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ 时, 系统的混沌状态(即吸引子) 没有明显的改变. 从图中还可以看出, 在低转速下, 微小的间隙也会出现混沌运动.

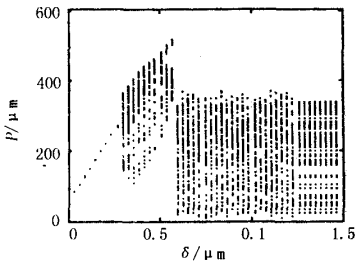


图 18 以松动间隙作为控制参数的分叉图
Fig. 18 The Figure of bifurcation when regarding the clearance as controls parameter

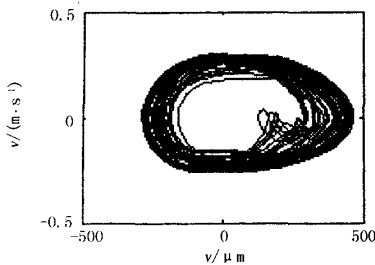


图 19 $\delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的相图
Fig. 19 Phase map($\delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$)

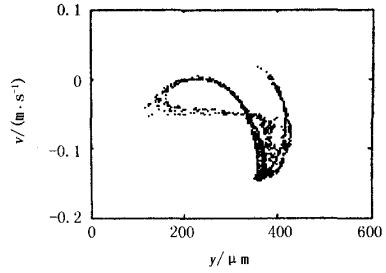


图 20 $\delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的 Poincaré 图
Fig. 20 Poincaré map($\delta = 0.4 \times 10^{-3} \text{ m}$)

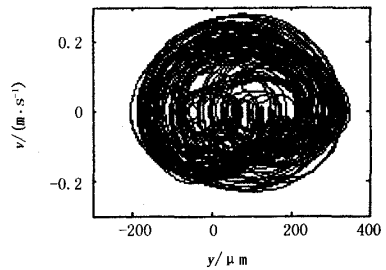


图 21 $\delta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的相图
Fig. 21 Phase map($\delta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$)

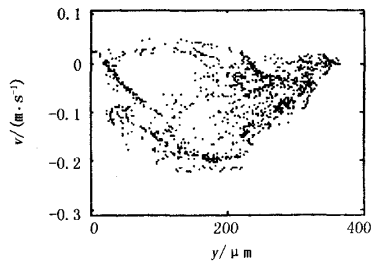


图 22 $\delta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的 Poincaré 图
Fig. 22 Poincaré map($\delta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}$)

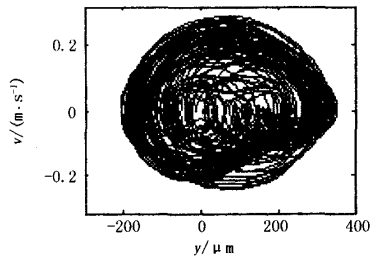


图 23 $\delta = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}$ 的相图
Fig. 23 Phase map($\delta = 1.4 \times 10^{-3} \text{ m}$)

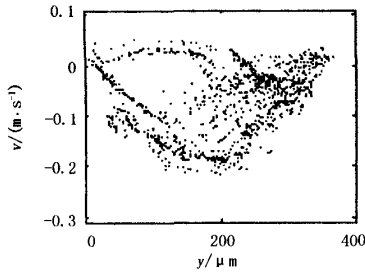


图 24 $\delta = 1.4 \times 10^{-3}$ m 的 Poincaré 图

Fig. 24 Poincaré map ($\delta = 1.4 \times 10^{-3}$ m)

4 结论

本文针对具有支座松动的滚动轴承转子系统研究了其复杂运动, 得出了以下结论:

1) 支座松动的滚动轴承-转子系统在不平衡力的作用下, 在很大的参数范围内随着转速的变化会表现出非常复杂的运动, 如周期、拟周期、混沌和过度混沌等. 对其复杂运动进行分析和特征提取是提高诊断准确性的重要前提之一.

2) 支座松动的滚动轴承-转子系统在较低的转速和较小的间隙下也会出现混沌运动. 这意味着将提取的混沌特征用于诊断支座的早期松动是可行的.

3) 当支座松动时, 转子的临界转速有所提高.

4) 混沌的状态是多种多样的, 这既给分析与故障的诊断带来了困难, 也提供了宝贵信息; 定量

刻画混沌运动的关联维数的值也随之发生变化; 松动间隙的大小同样影响吸引子的维数. 因此利用分形维数来诊断松动甚至其早期松动和大小都是可行的.

参 考 文 献

- 1 廖明夫, 邓小文, 杨伸记. 诊断转子支座松动的一种新方法. 振动、测试与诊断, 1999, 19(4): 359~362 (Liao Mingfu, Deng Xiaowen, Yang Shenji. A new diagnosis method for rotor with pedestal looseness. *vibration, test & diagnose*, 1999, 19(4): 359~362 (in Chinese))
- 2 褚福磊, 方泽南, 张正松. 带有支座松动故障的转子-轴承系统的混沌特性. 清华大学学报(自然科学版), 1998, 38(4): 60~63 (Chu Fulei, Fang Zenan, Zhang Zhengsong. The chaotic characters of rotor-bearing system with pedestal looseness. *Journal of Tsinghua University (Science & Technology)*, 1998, 38(4): 60~63 (in Chinese))
- 3 Chu F, Tang Y. Stability and non-linear responses of a rotor-bearing system with pedestal looseness. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 241(5): 879~893
- 4 Choi BL, Park JM. An improved rotor model with equivalent dynamic effects of the support structure. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, 244(4): 569~581
- 5 A. C. 克利宗等著. 弹性转子动力学——弹性支承. 董师予译. 北京: 科学出版社, 1987: 279~310 (A. C. Кедьзон, Ю. Л. Циманский, Б. Н. Ковлев. The elasticity rotor dynamics—elasticity supports. Beijing: Science Publishing Company, 1987: 279~310 (in Chinese))

STUDY ON COMPLICATED MOTIONS OF ROLL ELEMENT BEARING-ROTOR SYSTEM WITH PEDESTAL LOOSENESS

Chen Enli¹ He Tian² Zheng Meng¹ Liu Xiandong³

(1. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Railway Institute, Shijiazhuang 050043, China)

(2. School of Jet Propulsion, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

(3. Department of Automobile Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract According to the specific features of a non-linear rolling element bearing-rotor system with pedestal looseness at one support, this paper derived its dynamical equations by using the theories of Hertz theory, non-linear dynamics and rotor dynamics, which took into account the nonlinear condition of the looseness. By means of the phase maps, the bifurcate maps, the Poincaré maps, and the correlation dimension, after numerically simulating the dynamic equation, this paper illustrated the system's complex motions, which included the period doubling and chaotic motions, when the rotating speed increased and the clearance augmented. Moreover, this paper analyzed the bifurcation, chaotic motions and the laws of the system. The analysis provides some reference for diagnosing the fault of Pedestal looseness.

Key words rotor system, pedestal looseness, roll element bearing, chaotic motion, diagnosing faults