

转子-轴承系统响应的分岔与混沌控制分析*

王立国¹ 黄文虎² 徐殿国¹ 胡超² 夏松波²

(1. 哈尔滨工业大学电气工程系, 哈尔滨 150001)(2. 哈尔滨工业大学航天工程与力学系, 哈尔滨 150001)

摘要 给出了对转子-轴承系统的分岔与混沌等复杂动力学行为进行控制的思想. 应用 washout-filter 状态反馈控制方法进行分岔与混沌控制器的设计, 用以改进系统转速变化时转轴响应的分岔与混沌特性. 通过调整控制器的参数来影响转子系统的动力学行为, 控制其运行的稳定性. 数值模拟结果表明, 随着转子-轴承系统转速的不断提高, 系统的动力学行为会发生较大变化, 此时应用 washout-filter 状态反馈控制方法进行分岔与混沌控制, 理论上可起到较好的控制效果.

关键词 转子-轴承系统, 分岔与混沌, 状态反馈控制, 动力学行为

引言

转子系统的稳定性是非线性转子动力学研究中的一个重要问题. 由于转子系统失稳的同时往往伴随着转轴响应的分岔与混沌等复杂动力学行为, 而分岔与混沌现象又与转子系统的参数变化密切相关, 因此若通过控制方法调整或抑制这些参数, 则可减弱或避免转子系统中分岔与混沌现象的发生, 提高转子系统运行的稳定性. 国内外诸多学者对转子系统的稳定性作了很多理论研究^[1].

R·Brancati 研究了圆柱轴承支撑的刚性不平衡转子的轴心轨迹及相应的稳定性^[2]. J·Kicinski 指出, 滑动轴承转子系统中自激振动和强迫振动对系统稳定性有很大影响^[3]. 为分析高维转子动力系统的稳定性, D·A·Glasgow 和 H·D·Nelson 应用部件模态综合法(CMS)对高维转子系统进行了约化, 研究了系统周期响应的稳定性^[4]. N·S·Feng 利用轴承的瞬态线性动力系数, 成功地用传递矩阵法研究了超静定多跨轴系的稳定性问题^[5]. 上述研究均侧重于对转子系统的稳定性进行理论分析, 未从控制策略上给出决策.

本文在实现对转子系统周期响应稳定性分析的同时, 应用 washout-filter 状态反馈控制方法进行分岔与混沌的控制. 通过调整控制器的参数来影响转子系统的动力学行为, 控制其运行的稳定性. 数值模拟结果表明, 当转子系统中某些参数发生变化时, 系统的动力学行为会发生较大变化, 此时应用 washout-filter 状态反馈控制方法进行分岔与混沌控制, 可避免系统出现复杂的动力学行为.

1 转子-轴承系统模型的选取

图1为非线性双盘转子-轴承系统的数学模型^[6]. 图中为 o_1, o_4 为轴承中心; m_1 为轴承处转子集中质量; c_1 为转子在轴承处结构阻尼; k_p 为转轴刚度; o_2, o_3 为圆盘几何中心; o_{e1}, o_{e2} 为圆盘质心; m_2 为转子圆盘质量; c_2 为转子圆盘阻尼. 在转子角速度为 ω , 无量纲偏心为 $\rho_1 = e_1/c, \rho_2 = e_2/c$ 时, 系统在对称性假设条件下的无量纲微分方程可表示为

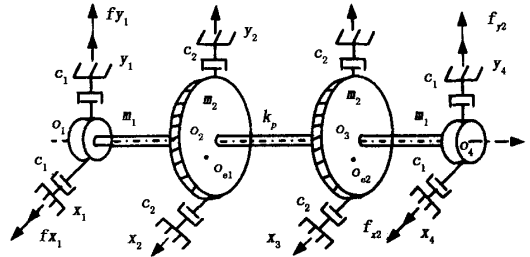


图1 弹性转子-轴承系统

Fig. 1 The model of an elastic rotor-bearing system

$$\ddot{x}_1 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{x}_1 - \frac{a_2}{m_1} (x_1 - x_2) + \frac{1}{m_{11}} f_{x1} \tag{1a}$$

$$\ddot{y}_1 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{y}_1 - \frac{a_2}{m_1} (y_1 - y_2) + \frac{1}{m_{11}} f_{y1} - G \tag{1b}$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{a_3}{m_2} \dot{x}_2 - \frac{a_2}{m_2} (2x_2 -$$

2004-09-13 收到第1稿, 2004-10-26 收到修改稿.

* 国家自然科学基金重大资助项目(19990510); 黑龙江省自然科学基金重大资助项目(ZJG03-1)

$$x_1 - x_3) + \rho_1 \cos \tau \quad (1c)$$

$$\ddot{y}_2 = -\frac{a_3}{m_2} \dot{y}_2 - \frac{a_2}{m_2} (2y_2 - y_1 - y_3) + \rho_1 \sin \tau - G \quad (1d)$$

$$\ddot{x}_3 = -\frac{a_3}{m_2} \dot{x}_3 - \frac{a_2}{m_2} (2x_3 - x_2 - x_4) + \rho_2 \cos \tau \quad (1e)$$

$$\ddot{y}_3 = -\frac{a_3}{m_2} \dot{y}_3 - \frac{a_2}{m_2} (2y_3 - y_2 - y_4) + \rho_2 \sin \tau - G \quad (1f)$$

$$\ddot{x}_4 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{x}_4 - \frac{a_2}{m_1} (x_4 - x_3) + \frac{1}{m_{11}} f_{x4} \quad (1g)$$

$$\ddot{y}_4 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{y}_4 - \frac{a_2}{m_1} (y_4 - y_3) + \frac{1}{m_{11}} f_{y4} - G \quad (1h)$$

式(1)中,各变量意义如下: $x_i = X_i/c, y_i = Y_i/c$,为无量纲坐标; $f_x = F_x/\delta, f_y = F_y/\delta$ 为无量纲非线性油膜力分量; μ 为润滑油粘度; $G = \frac{g}{c\omega^2}$ 为无量纲外载荷; $\tau = \omega t$ 为无量纲时间; e_1, e_2 为偏心量; c 为轴承半径间隙; L 为轴承长度; R 为轴承半径; $\delta = \frac{\mu\omega RL}{m_1 g} (\frac{R}{c})^2 (\frac{L}{2R})^2$ 为 Sommerfeld 修正数;

各参数定义如下 $m_{11} = \frac{\omega^2 c}{\delta g}, a_1 = \frac{c_1}{\omega}, a_2 = \frac{k_p}{\omega^2}, a_3 = \frac{c_2}{\omega}$. 各参数取值为 $m_1 = 50 \text{ kg}, m_2 = 210 \text{ kg}, D = 114 \text{ mm}, L = 56.5 \text{ mm}, c = 0.2 \text{ mm}, \mu = 18 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}, k_p = 1.652 \times 10^8 \text{ N/m}, c_1 = 4.3 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}, c_2 = 9.3 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{s/m}, e_1 = 0.06 \text{ mm}, e_2 = 0.08 \text{ mm}$.

无量纲非线性油膜力分量 $f_{xi}, f_{yi} (i = 1, 4)$ 可表示如下

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \frac{-[(x-2y')^2 + (y+2x')^2]^{1/2}}{1-x_2-y^2} \times \begin{bmatrix} 3x \cdot V(x, y, \alpha) - \sin \alpha \cdot G(x, y, \alpha) - 2\cos \alpha \cdot S(x, y, \alpha) \\ 3y \cdot V(x, y, \alpha) - \cos \alpha \cdot G(x, y, \alpha) - 2\sin \alpha \cdot S(x, y, \alpha) \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中

$$V(x, y, \alpha) = \frac{2 + (y \cos \alpha - x \sin \alpha) G(x, y, \alpha)}{1 - x^2 - y^2} \quad (3a)$$

$$S(x, y, \alpha) = \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{1 - (x \cos \alpha + y \sin \alpha)^2} \quad (3b)$$

2 Washout-filter 状态反馈控制法

对于二维非线性受控系统

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2; \mu) + u \quad (4a)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2; \mu) \quad (4b)$$

其中 x_1 与 x_2 为系统状态变量; μ 是实参数; u 是控制输入; f_1 与 f_2 为一阶连续可微函数, 满足如下关系

$$f_1(x_1^*, x_2^*; \mu) = f_2(x_1^*, x_2^*; \mu) = 0 \quad (5)$$

式(5)中, (x_1^*, x_2^*) 为系统的平衡点. 应用 washout-filter 状态反馈控制方法对变量 x_2 进行控制的思想如下, 设参数

$$\dot{\omega} = x_2 - d\omega = y \quad (6)$$

则二维受控系统的非线性控制函数为

$$u = g(y; K) = g_1 y + g_3 y^3 \quad (7)$$

式(6), 式(7)中, d 与 K 分别为 washout-filter 控制器的时间常数与增益; 根据 Hopf 分岔条件, 可确定在平衡点 $(x_1^*, x_2^*; \mu^*)$ 处 g_1 满足

$$g_1 = -((f_{11} + f_{22})(d^2 - d(f_{11} + f_{22}) + f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21})) / ((d - f_{11} - f_{22})f_{21}) \quad (8)$$

参数满足

$$d > 0 \quad (9a)$$

$$d - f_{11} - f_{22} > 0 \quad (9b)$$

$$f_{mn}(\mu) = (\partial f_m / \partial x_n)(x_1^*, x_2^*; \mu), \quad (m, n = \{1, 2\}) \quad (9c)$$

式(7)中, g_3 满足如下关系式

$$\beta_2^* = \beta_2^0 - g_3 \xi \quad (10)$$

其中 β_2^* 与 β_2^0 为分岔稳定系数; ξ 为常数, 定义如下

$$\xi = 3df_{21}(d - f_{11} - f_{22})(f_{12}f_{21} - f_{11}f_{22}) / \partial \quad (11)$$

上式中

$$\partial = 4[-f_{11}^3 - df_{12}f_{21} + 3f_{11}^2(d - f_{22}) + (d - f_{22})^3 f_{11}(-3d^2 + 7df_{22} - 3f_{22}^2)] \quad (12)$$

应用 washout-filter 状态反馈控制方法具体步骤如下^[7]:

1) 应用数值或解析方法设计线性控制系统的线性部分并计算其分岔点.

2) 计算 ξ 并选择 3 次控制增益 g_3 .

从理论上讲, washout-filter 状态反馈控制方法可用于任意维系统, 若系统维数过高, 则可应用中流型、机械化数学等方法对系统降维后再应用.

3 转子系统响应的分岔与混沌控制

轴承油膜涡动是导致转子系统出现分岔与混沌行为的主要原因之一. 因此本文重点对轴承支撑点的位移坐标 $o_4(x_4, y_4)$ 进行控制. 将 washout-filter 状态反馈控制方法应用到系统方程 (1) 中, 根据式 (4) ~ 式 (6), 对位移变量 x_4, y_4 进行控制, 进行如下设定

$$\dot{\omega}_1 = x_{15} - d_1 \omega = y_1 \quad (13a)$$

$$u_1 = g_1 y_1 + g_{15} y_1^3 \quad (13b)$$

$$\dot{\omega}_2 = x_{16} - d_2 \omega = y_2 \quad (13c)$$

$$u_2 = g_2 y_2 + g_{16} y_2^3 \quad (13d)$$

式 (13) 中, g_1, g_{15}, g_2 及 g_{16} 为控制器的增益; d_1, d_2 为 washout-filter 的时间常数. 此时式 (1g) 与式 (1h) 应改写成

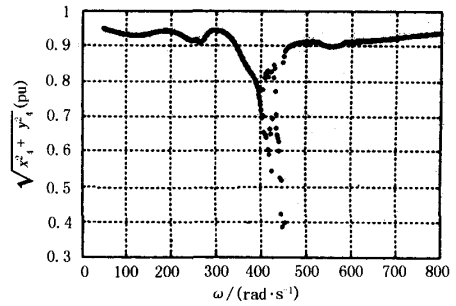
$$\ddot{x}_4 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{x}_4 - \frac{a_2}{m_1} (x_4 - x_3) + \frac{1}{m_{11}} f_{x4} + u_1 \quad (14a)$$

$$\ddot{y}_4 = -\frac{a_1}{m_1} \dot{y}_4 - \frac{a_2}{m_1} (y_4 - y_3) + \frac{1}{m_{11}} f_{y4} - G + u_2 \quad (14b)$$

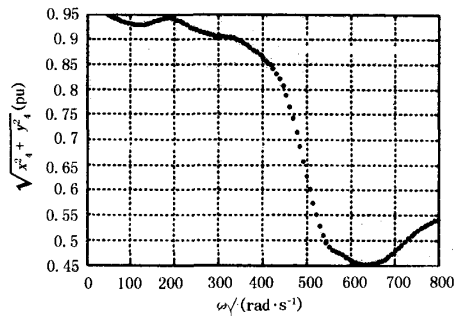
将式 (14) 代入式 (1), 遵照 washout-filter 法取值原则, 设一组参数为 $g_1 = 0.0025, g_2 = 10.025, g_{15} = 0.009, g_{16} = 10.09, d_1 = 1.5, d_2 = 0.5$. 经计算可得经 washout-filter 状态反馈控制方法控制后的系统响应过程.

由图 2(a) 可知, 在当前参数条件下, 未应用 washout-filter 法控制分岔与混沌前, 随着转子转动角速度 ω 的升高, 在接近 $\omega = 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 时, 系统发生第一次倍周期分岔, 随后在 $(400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, 450 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})$ 区间内, 出现了小范围的混沌运动. 若系统转速一旦进入混沌转速区间, 转子 - 轴承系统会表现出复杂的动力学行为, 并极有可能因此失稳, 应采取适当的控制措施进行调整.

采用 washout-filter 法控制分岔与混沌后的结果如图 2(b) 所示. 由此图可知, 当转动角速度 $\omega > 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 后, 轴心位移响应曲线变化平滑, 其幅值变化逐渐趋向平稳, 有效抑制了图 2(a) 中转动角速度 $\omega > 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 后出现的混沌现象. 图 2(b) 中, 在 $(50 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \sim 600 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})$ 的速度范围内, 响应幅值在 $(0.96, 0.875)$ 之间平稳递减变化, 较之图 2(a) 中系统响应在 $(400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}, 450 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1})$ 区间内出现的大幅度幅值跃变, 情况明显好转.



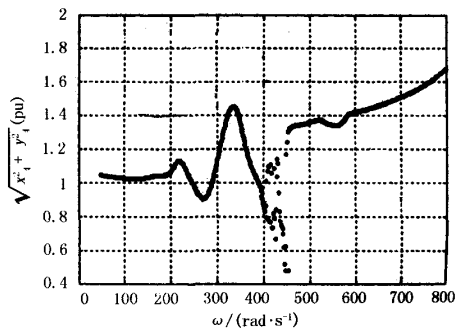
(a) 应用分岔与混沌控制前
(a) Before controlling bifurcation and chaos



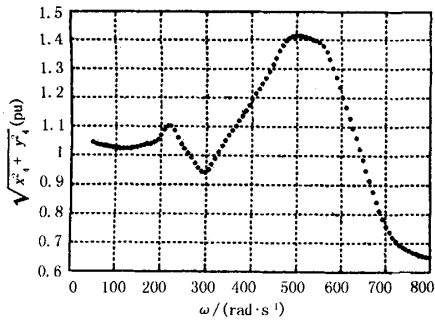
(b) 应用分岔与混沌控制后
(b) After controlling bifurcation and chaos

图 2 轴心 $o_4(x_4, y_4)$ 位移的响应曲线
Fig. 2 Response curves of displacement of journal center $o_4(x_4, y_4)$

图 3 为盘心位移 $o_2(x_2, y_2)$ 的响应曲线, 比较图 3(a) 与图 3(b), 可以看出应用 washout-filter 法控制分岔与混沌后的响应效果要明显好于未控制前. 当转动角速度 $\omega > 400 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 后, 盘心位移响应的混沌现象得到了较好的控制. 这表明应用 washout-filter 状态反馈控制法进行分岔与混沌控制后, 有效地改变了转子系统动力学方程解的拓扑结构, 使其向周期解方向发展, 从而达到了理论上控制分岔与混沌的目的.



(a) 应用分岔与混沌控制前
(a) Before controlling bifurcation and chaos



(b) 应用分岔与混沌控制后

(b) After controlling bifurcation and chaos

图3 盘心 $o_2(x_2, y_2)$ 位移的响应曲线Fig. 3 Response curves of displacement of disk center $o_2(x_2, y_2)$

4 结论

从理论上讲,转子-轴承系统工作失稳的根源之一在于描述系统模型的动力学方程解的拓扑结构因外界干扰发生突变,由周期解向分岔与混沌跃变,出现稠密的周期轨道.分岔与混沌控制的理论基础在于通过各种途径,改变描述转子系统模型的动力学方程解的拓扑结构,校正因系统参数变化引起的系统拓扑关系的变化,因此可预防及避免复杂动力学行为的发生,保证整个系统的安全稳定运行^[8-9].

本文应用 washout-filter 状态反馈控制法,对 16 维转子-轴承系统的分岔与混沌行为进行了理论分析,研究系统运行的稳定性.数值计算结果表明,采用 washout-filter 法,通过向系统中引入状态反馈控制变量,可有效地抑制系统中分岔与混沌现象的发生.特别是对于混沌现象,可通过增加系统控制轨道的数量来抑制混沌,使系统的运行趋向稳定^[10].

应指出的是,轴心及盘心的位移坐标是转子转动时派生的参量,由其它多个系统参数决定,应用 washout-filter 法时,实际上应对影响轴心及盘心的位移坐标的这些相关参量进行控制,同时要考虑到各系统参量的可控性及控制的复杂性,此部分内容

作者将另文论述,故本文只侧重于转子系统分岔与混沌控制的理论分析.

参 考 文 献

- 1 Huang Wenhui, Wang Liguang, Hu Chao, etc. Review and prospects on nonlinear rotor dynamics. *Proceedings of the ASIA-Pacific Vibration Conference*, 2001, 1: 19~24
- 2 Brancati R, Rocca E, Russo M, Russo R. Journal orbits and their stability for rigid unbalance rotor. *ASME Journal of Tribology*, 1995, 117: 709~716
- 3 Kicinski J, Drozdowski R, Materny P. The nonlinear analysis of the effect of support construction properties on the dynamic properties of multi-support rotor systems. *Journal of Sound and Vibration*, 1997, 206(4): 523~539
- 4 Glasgow DA, Nelson HD. Stability analysis of rotor-bearing using component mode synthesis. *Transaction of ASME, Journal of Mechanical Design*, 1980, 102: 352~358
- 5 Feng NS, Hahn EJ. Vibration analysis of statically indeterminate rotors with hydrodynamic bearing. *Trans ASME Journal of Tribology*, 1998, 120: 781~788
- 6 张新江. 转子-轴承系统非线性动力学研究. [博士论文]. 哈尔滨工业大学, 2001 (Zhang Xinjiang. Study of nonlinear dynamics of rotor-bearing. [Ph D Thesis]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2001 (in Chinese))
- 7 Chen Dong S, Wang Hua O, Chen Guanrong. Anti-control of hopf bifurcations. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Application*, 2001, 48(6): 661~672
- 8 Al-Hussain KM. Dynamic stability of two rigid rotors connected by a flexible coupling with angular misalignment. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 266(2): 217~234
- 9 Chen CH, Kang Y, Huang CC. The influences of orifice restriction and journal eccentricity on the stability of the rigid rotor - hybrid bearing system. *Tribology International*, 2004, 37(3): 227~234
- 10 Park Jungkoo, Kim Kyungwoong. Stability analyses and experiments of spindle system using new type of slot-restricted gas journal bearings. *Tribology International*, 2004, 37(6): 451~462

ANALYZING AND CONTROLLING BIFURCATION AND CHAOS OF RESPONSE OF A ROTOR-BEARING SYSTEM*

Wang Ligu¹ Huang Wenhui² Xu Dianguo¹ Hu Chao² Xia Songbo²

(1. Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

(2. Department of Aerospace Engineering and Mechanis, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract This paper presented the idea and method for controlling the complex dynamic behavior of a rotor-bearing system, i. e. bifurcation and chaos, and designed a controller by washout-filter feedback method. Modulating the parameters of this controller can control the stability of the rotor system. Numerical simulation result showed that the dynamic behavior changed rapidly when the rotate speed of the rotor-bearing system increased continually, and that the washout-filter feed back method had a good effect on controlling bifurcation and chaos in above condition.

Key words rotor-bearing system, bifurcation and chaos, state feedback control, dynamic behavior