

振动破碎系统的建模与动力学分析*

张军翠 侯书军 张新聚 秦志英 彭伟

(河北科技大学机械电子工程学院, 石家庄 050054)

摘要 对振动破碎机的多刚体-散体(物料层)耦合动力学问题进行了深入研究. 首先通过实验识别出物料层的非线性滞回力的数学模型和参数, 然后根据拉格朗日方程建立了振动破碎机的动力学方程, 并用数值方法分析了该系统中刚散耦合的动力学特性, 初步揭示了物料层对四动颚的相对运动轨迹的影响规律, 并通过动力学试验验证了数值分析结果的正确性, 为实际振动破碎机的动力学设计和产品开发奠定了基础.

关键词 振动破碎, 物料颗粒层, 刚散耦合, 非线性动力学, 运动轨迹

振动式破碎机是实现超细破碎的理想设备之一. 一般细碎破碎机产品的平均粒度在 20 mm 左右, 而振动超细破碎技术可将物料粉碎至平均粒度 2 mm~5 mm 以下, 达到粗磨的水平, 是破磨领域的新技术之一. 它既可广泛用于破磨流程的节能改造, 使破碎和磨碎流程的产量提高 30% 以上, 比能耗和比钢耗均会大幅度降低^[1], 也可用于建筑用砂和高速公路用砂等颗粒类物料的准备, 因此, 振动超细破碎技术的市场前景极其广阔.

但是振动刚体在对其间物料层(散体)施加高频冲击的同时, 会受到散体的等量反作用力. 使该振动系统成为一类特殊的刚散耦合多自由度非线性振动系统. 如何控制和利用刚散耦合冲击效应, 是振动破碎机动力学设计理论研究的核心问题.

本文介绍了一种新型的双腔四动颚振动破碎机, 建立了计及其散体作用的六自由度刚散耦合振动系统的动力学方程, 研究了决定破碎机性能的四动颚的运动轨迹及其变化规律.

1 双腔四动颚振动破碎机的动力学建模

1.1 物理模型的建立

双腔四动颚振动破碎机是由两个振动刚体和被破碎散体组成的振动系统. 主动颚在偏心激励器的激励作用下作强迫振动, 主动颚与副动颚之间联接主振弹簧, 将此振动传递给副动颚, 引起副动颚的振动, 在副动颚和地基之间放置隔振的橡胶弹簧, 以

减小振动对外界的传播, 其物理简化模型如图 1 所示.

1.2 振动微分方程的建立

1.2.1 系统动能

根据 Lagrange 方程, 该系统的动能可表示为

$$T = T_{m_0} + T_{m_1} + T_{m_2} = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{2} m_i \dot{x}_i^2 + \frac{1}{2} m_i \dot{y}_i^2 + \frac{1}{2} j_i \dot{\theta}_i^2 \right) = \left. \begin{aligned} & \left\{ m_0 [(\dot{x}_1 - ew \sin \omega t)^2 + (\dot{y}_1 + ew \cos \omega t)^2] + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \left\{ m_1 (x_1^2 + y_1^2) + (j_0 + j_1) \dot{\theta}_1^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. m_2 (x_2^2 + y_2^2) + j_2 \dot{\theta}_2^2 \right\} \right\} \quad (1) \end{aligned}$$

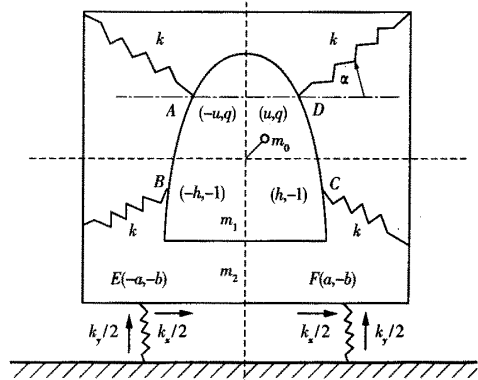


图 1 振动破碎机动力学模型

Fig. 1 Dynamical model of vibratory crusher

2004-04-15 收到第 1 稿, 2004-05-10 收到修改稿.

* 河北省自然科学基金资助项目(501246, E2004000299)

1.2.2 系统势能

系统的势能由主振弹簧和隔振弹簧的变形势能组成,不包括重力势能和弹簧静变形的势能.

1)主振弹簧的势能计算

$$\begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \quad (i = A, B, C, D) \quad (2)$$

弹簧 i 的势能为

$$U_i = \frac{1}{2}k\cos\alpha(x_i - x'_i)^2 + \frac{1}{2}k\sin\alpha(y_i - y'_i)^2 \quad (3)$$

2)隔振弹簧的势能计算

$$\begin{bmatrix} x'_j \\ y'_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \end{bmatrix} \quad (j = E, F) \quad (4)$$

$$U_j = \frac{1}{4}k_x(x_j - x'_j)^2 + \frac{1}{4}k_y(y_j - y'_j)^2 \quad (5)$$

3)系统的总势能

$$U = \sum_{i=A}^F U_i \quad (6)$$

1.2.3 广义干扰力

系统空载时,系统的广义干扰力为系统中的非理想约束的反力,即阻尼. 系统在工作状态下,广义干扰力还包括物料的反作用力. 经过实验我们得到了物料在受压破碎过程的非线性数学模型,如式(7)所示. 用该模型对实验数据进行模拟,得到如图2所示的实验数据与模拟数据的比较图形.

$$f(x) = \begin{cases} a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0, & x \geq 0, \dot{x} \geq 0 \\ b_1x + b_0, & x \geq 0, \dot{x} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

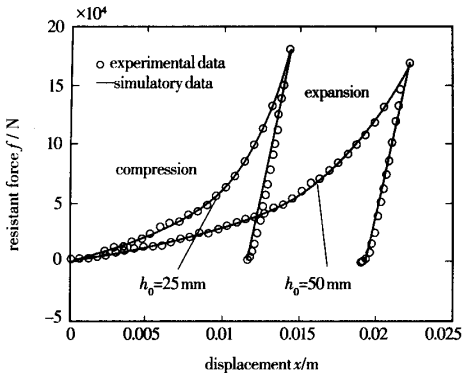


图2 模拟数据与实验数据的比较

Fig. 2 Comparison of simulation and experiment

1.2.4 振动微分方程组

求得系统的动能、势能和广义干扰力后,就可以建立系统的六自由度振动微分方程组,如(8)式所示. 系统在工作状态下,把物料的非线性作用力加上即可.

2 刚散耦合振动破碎系统的动力学分析

双腔四动颚振动破碎机的动力学模型和振动微分方程已经建立,对系统进行的动力学分析.

$$\begin{aligned} (m_0 + m_1)\ddot{x}_1 + 4k\cos\alpha(x_1 - x_2) - m_0e\omega^2\cos(\omega t) + 2k\cos\alpha(j - q) \times (\sin\theta_1 - \sin\theta_2) = -c_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_2), \\ (m_0 + m_1)\ddot{y}_1 + 4k\sin\alpha(y_1 - y_2) - m_0e\omega^2\sin(\omega t) - 2k\sin\alpha(j - q) \times (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) = -c_3(\dot{y}_1 - \dot{y}_2), \\ (j_0 + j_1)\ddot{\theta}_1 + 2k(j - q)[\cos\alpha\cos\theta_1(x_1 - x_2) + \sin\alpha\sin\theta_1(y_1 - y_2)] + 2k(j^2 + q^2)[\cos\alpha\cos\theta_1(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) - \sin\alpha\sin\theta_1(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)] + 2k(u^2 + h^2)[\sin\alpha\cos\theta_1(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) - \cos\alpha\sin\theta_1(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)] = -c_5(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2), \\ m_2\ddot{x}_2 + 4k\cos\alpha(x_2 - x_1) + k_x(x_2 + b\sin\theta_2) - 2k\cos\alpha(j - q)(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) = -c_1(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - c_2\dot{x}_2, \\ m_2\ddot{y}_2 + 4k\sin\alpha(y_2 - y_1) + 2k\sin\alpha(j - q)(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) + k_y(y_2 + b(1 - \cos\theta_2)) = -c_3\dot{y}_2 - \dot{y}_1 - c_4\dot{y}_2, \\ j_2\ddot{\theta}_2 + 2k(j - q)[\cos\alpha\cos\theta_2(x_2 - x_1) + \sin\alpha\sin\theta_2(y_2 - y_1)] + 2k(j^2 + q^2)[\cos\alpha\cos\theta_2(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) - \sin\alpha\sin\theta_2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)] + 2k(u^2 + h^2) \times [\sin\alpha\cos\theta_2(\sin\theta_2 - \sin\theta_1) - \cos\alpha\sin\theta_2(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)] + a^2[\frac{1}{2}k_y\sin 2\theta_2 + k_x\sin\theta_2(1 - \cos\theta_2)] + b^2[\frac{1}{2}k_x\sin 2\theta_2 + k_y\sin\theta_2(1 - \cos\theta_2)] + b(k_y y_2 \sin\theta_2 + k_x x_2 \cos\theta_2) = -c_5(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) - c_6\dot{\theta}_2. \end{aligned} \quad (8)$$

破碎腔内主动颚和副动颚的运动轨迹决定了破碎产率和破碎效果,因此主要研究左右破碎腔内主

动颚和副动颚的运动轨迹.

2.1 主动颚水平共振时的运动轨迹

偏心块逆时针旋转,系统空载,不考虑物料作用力时,双腔内主动颚和副动颚和运动轨迹如图 3 所示,两腔内主动颚和副动颚的运动轨迹相同,均为逆时针的椭圆,且主动颚的运动占主导地位.

现研究工作状态下腔内的运动轨迹,偏心块逆时针旋转,把物料的非线性力考虑进去,得到的轨迹如图 4 所示. 两腔内动颚的运动轨迹存在明显的差异:

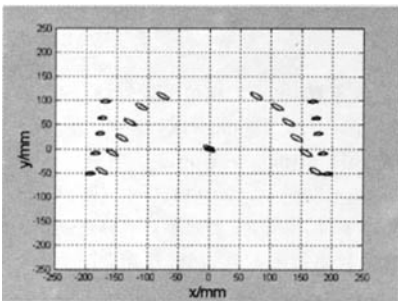


图 3 空载轨迹图

Fig. 3 Tracks without material

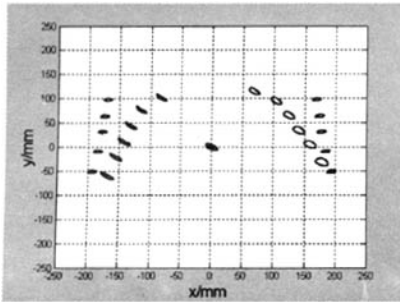


图 4 工作负载轨迹图

Fig. 4 Tracks with material

右腔内主动颚的运动轨迹呈斜椭圆,而左腔内的斜椭圆扁扁的,长短轴相差很大. 右腔内主动颚逆时针的近似圆的椭圆运动,对被破碎物料有向上的作用力,阻碍物料顺利向下滑动. 一方面影响产率,另一方面可能使已经破碎的物料出现过粉碎现象;左腔主动颚近似直线的逆时针椭圆运动对物料的阻碍作用要小的多,物料能够顺利下滑. 这样左腔的产率要大于右腔的产率,右腔的产品粒度因此而分布

范围较广. 这一结论得到了实验验证,如表 1 和图 5 所示. 当偏心块逆时针旋转时,左腔的产率远远大于右腔的产率,且产品的平均粒度小于右腔的产品平均粒度.

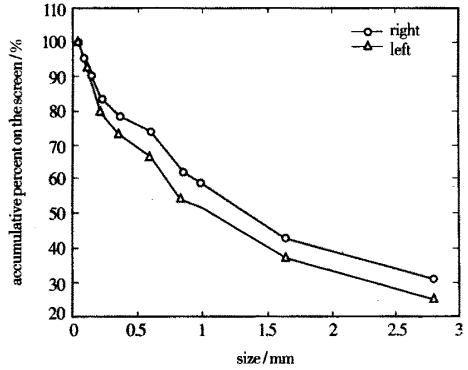


图 5 粒度分布图

Fig. 5 Granularity distribution

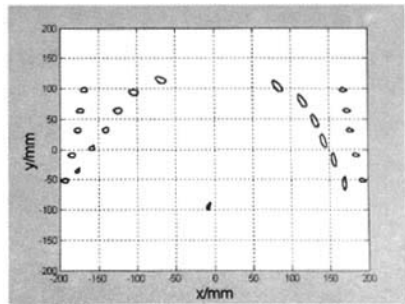


图 6 垂直共振轨迹图

Fig. 6 Tracks of upright resonance

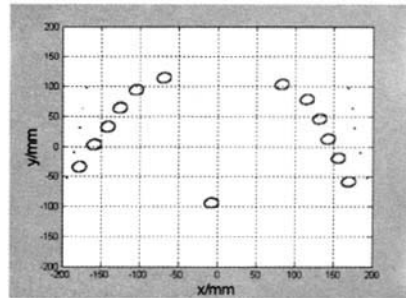


图 7 高频振动轨迹图

Fig. 7 Tracks of high frequency vibration

2.2 主动颚垂直共振时的运动轨迹

主动颚垂直共振时的运动轨迹如图6所示,主动颚垂直方向的运动大于水平方向的运动,这不利于两刚体的相互冲击挤压破碎,而且左右腔的运动轨迹均不理想.

2.3 主动颚高频振动时的运动轨迹

主动颚高频振动时的运动轨迹如图7所示,两腔的运动轨迹相同,副动颚的运动很小,主动颚的运动轨迹接近圆.接近圆的运动轨迹是我们所不希望的,也是不理想的.

表1 产量分析

Table.1 Output analysis

turning direction	crushing cavity	productivity /($\text{kg} \cdot \text{min}^{-1}$)	general productivity /($\text{kg} \cdot \text{min}^{-1}$)
anti-clockwise	left	9.2	12.4
	right	3.2	

3 结论和展望

本文建立了双腔四动颚振动破碎机的简化力学模型和六自由度动力学方程,利用数值方法和动力学实验研究了系统的动力学行为及其变化规律.

1)主动颚和副动颚的运动轨迹均为斜椭圆,这是由于主、副动颚水平方向和垂直方向固有频率的不同造成的.

2)由于动颚的摆运动,造成双腔内运动轨迹的不同,从而造成产量和产品粒度的不同.

3)减小摆运动,可以减小双腔轨迹的差异性,但即使两腔的运动轨迹完全相同,产量和产品粒度也不会完全不同,因为一腔内动颚运动对物料有向下搓的作用,而另一右腔内动颚运动就会对物料有向上兜的作用.

4)改变偏心块的旋转方向,左右腔内动颚的运动轨迹也正好改变.

5)尽管通过动力学试验的观察结果,验证了理论分析结果,但还需进行更加深入的试验研究,揭示刚散耦合振动系统蕴含的极其丰富的动力学现象.

参 考 文 献

- 1 王洪勋,徐秉权. 粉碎工程的节能问题初探. 粉碎工程. 1991(4):1~22 (Wang HX, Xu BQ. The primary explore of saving energy in the comminution. *Comminution Energy*, 1991(4):1~22(in Chinese))
- 2 侯书军,张跃军,陈予恕. 惯性振动破碎机的动力学分析. 振动与波利用技术的新进展. 沈阳:东北大学出版社. 2000. 55~59(Hou SJ, Zhang YJ, Chen YS. The dynamic analysis of the Inertia vibratory crusher. The evolvement of the technology in the vibration and wave. Shen Yang: Dongbei University Press, 2000. 55~59(in Chinese))
- 3 Fuerstenau DW, Gutsche O, Kapur PC. Confined particle bed comminution under compressive loads. *Int J Miner Process*, 1996, (44,45):521~537
- 4 Schönert K. The influence of particle bed configurations and confinements on particle breakage. *Int J Miner Process*, 1996, (44,45):1~16

MODELING AND DYNAMICS RESEARCH ON THE VIBRATORY CRUSHER*

Zhang Juncui Hou Shujun Zhang Xinju Qin Zhiying Peng Wei

(*School of Mechanical and Electronic Engineering,
Hebei Univeristy of Science and Technology, Shijiazhuang 050054,China*)

Abstract This paper investigated the coupling dynamics between the rigid-bodies and the bulk solids bed in the vibratory crusher. First the relationship of the bulk solids bed during pressing and releasing was studied by the specially designed experiments. Then the governing equations of the crusher were derived according to the Lagrange's method, and its dynamical performance was investigated by solving these equations by Runge-Kutta Method, so the effect of the bulk solids bed on the trajectory of the four moving jaws was explored. Finally some dynamical experiments were carried out, which agreed well with the numerical analysis. Therefore all of the work provides a basis for the dynamics design and development of the new vibratory crushers.

Key words vibratory crushing, bulk solids bed, coupling dynamics between the rigid-bodies and the bulk solids, nonlinear dynamics, trajectory