

远程多管火箭动力学研究

王国平 芮筱亭

(南京理工大学动力学院, 南京 210094)

摘要 对某远程多管火箭发射与控制动力学进行了深入的理论、计算和试验研究,建立了某远程多管火箭刚弹耦合的多体系统发射动力学模型和发射与控制动力学方程. 应用多体系统传递矩阵法,实现了对刚柔耦合远程多管火箭振动特性的计算;构造了远程多管火箭增广特征矢量及其正交性条件,实现了对该远程多管火箭动力响应的精确分析. 对某远程多管火箭武器振动特性和动力响应的仿真结果得到了试验验证. 为提高远程多管火箭密集度和减少试验用弹量奠定了基础.

关键词 远程多管火箭, 火箭弹, 发射动力学, 传递矩阵法, 正交性

引言

远程多管火箭射速快、机动性好,容易在短时间内在较大面积上形成强大火力密度,世界各军事强国对远程多管火箭武器的研制都非常重视. 俄罗斯推出了射程为70km“旋风”远程多管火箭,美国等研制了射程为45km的M270多管火箭炮. 发射动力学研究在其研制中占有重要的地位,已成为当代兵器科学界关注的热点,有关发射动力学理论的研究也越来越活跃. 发射与控制动力学是研究武器系统在发射过程中的受力及运动规律和控制过程,进而研究其受力、运动和控制理论、技术和试验测试方法,为科学评价和提高多管火箭系统性能提供强有力的手段. 引起了国内外兵器研究工作者越来越广泛的重视,是当代兵器科学关注的热点.

为了客观评价远程多管火箭性能,减少试验用弹量,实现对远程多管火箭的动态设计,需要首先解决两个重要问题:一是含有刚体和弹性体(或刚性梯度很大)的复杂耦合系统(远程多管火箭武器)固有振动特性的计算问题;二是远程多管火箭刚弹耦合系统对任意激励动力响应的精确分析. 但是,刚弹耦合系统由于刚体与弹性体之间的耦合作用,使得耦合系统的特征值问题非自共扼,系统的振型函数不具有通常意义下的正交性,从而难以用经典的模态方法精确分析耦合系统的动力响应问题. 本文应用多体系统传递矩阵法,建立了刚弹耦合远程多管火箭发射动力学模型和发射与控制动力学方程,构造

了远程多管火箭增广特征矢量正交性条件,实现了对远程多管火箭动力响应的精确分析. 对远程多管火箭振动特性和动力响应的仿真结果得到了试验验证.

1 远程多管火箭发射动力学模型

应用多体系统传递矩阵法,根据远程多管火箭系统的自然属性,将它们分别视为集中质量、刚体、弹性梁、扭簧、弹簧等力学元件,如图1所示,根据“体”和“铰”统一编号的原则,从地面到定向管口,各元件依次编号为 $0, 1, 2, \dots, 23, 15+9i, \dots, 23+9i$. 建立远程多管火箭武器系统发射动力学模型为:在确定地面支撑条件和燃气流及控制力作用下的由弹性铰链和弹簧相联接的 $n+4$ 个刚体、 n 个弹性体和6个集中质量组成的刚-弹耦合多体系统动力学模型.

2 远程多管火箭体动力学方程

联立各元件的体动力学方程,得到多管火箭的体元件动力学方程

$$M_j \ddot{v}_{j,u} + C_j \dot{v}_{j,u} + K_j v_j = f_j \quad (j = 7, \dots, 12, 19, 21, 23, 19 + 9i, \dots, 22 + 9i) \quad (1)$$

式中 M_j 表征体元件的质量分布,其元素为体元件的质量、惯量矩阵和质心位置, K_j 表征体元件铰接点处除阻尼力以外的所有内力的作用位置, C_j 表征体元件阻尼力的作用位置, v_j 为体元件的位移(包

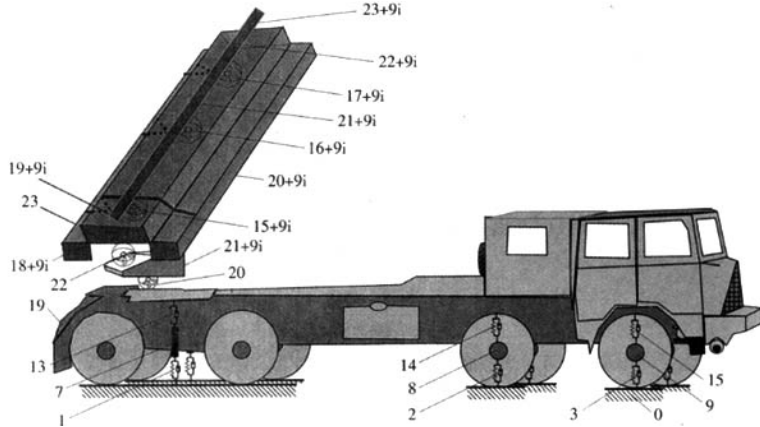


图1 远程多管火箭发射动力学模型

Fig.1 Launch dynamic model of LRMLRS

括线位移、角位移)组成的列阵,由 v_j 中的元素对应的模态坐标组成的列阵为 V_j , f_j 为体元件所受的外力和外力矩列阵. M_j, C_j, K_j, V_j, f_j 称为体元件 j 的参数矩阵. 只要确定了各元件的体参数矩阵,即可确定远程多管火箭的体动力学方程. 各元件体参数矩阵的形式可参见文献[1].

3 火箭弹发射动力学方程

本文考虑了火箭弹所受的重力、发动机推力、推力偏心角、推力偏心矩、定心部与定向管的接触力、火箭弹的质量偏心 and 动不平衡、角稳定系统控制力和力矩等因素,分别在火箭炮系和弹轴系建立火箭弹的质心运动方程和转动方程. 非对称火箭弹在定向管内运动的一般发射动力学方程可证为

$$\ddot{x}_\alpha = \frac{F_x^f}{m} - \ddot{x}'_0 - g \sin \theta_1 \cos \Psi_2^l - \frac{(\sin \alpha + \mu \cos \alpha) C \ddot{\gamma}}{(\cos \alpha - \mu \sin \alpha) m r_b} + \frac{F_x^{sf}}{m} + \frac{F_{2x}^{sf}}{m} + \frac{F_{xk}}{m} \quad (2)$$

$$\ddot{y}_\alpha = -g \cos \theta_1 + \frac{F_{2y}^{sf}}{m} - \ddot{y}'_0 - \frac{c \ddot{\gamma}}{m r_b} \sin(\gamma + \gamma_0) + \frac{F_y^{sf}}{m} + \frac{F_y^f}{m} (\delta_1^l + \beta_{p_1}) + \frac{F_{yk}}{m} \quad (3)$$

$$\ddot{z}_\alpha = \frac{F_{2z}^{sf}}{m} + \frac{c \ddot{\gamma}}{m r_b} \cos(\gamma + \gamma_0) + \frac{F_z^{sf}}{m} - \ddot{z}'_0 + \frac{F_z^f}{m} (\delta_2^l + \beta_{p_2}) + g \sin \theta_1 \sin \Psi_2^l + \frac{F_{zk}}{m} \quad (4)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{\tan \alpha}{r_b} v_p \quad (5)$$

$$\ddot{\delta}_1^l = -\frac{C}{A} \dot{\gamma} (\dot{\Psi}_2^l + \dot{\delta}_2^l) + (1 - \frac{C}{A}) \cdot$$

$$(\dot{\gamma}^2 \beta_{D_\gamma} + \ddot{\gamma} \beta_{D_\gamma}) + \frac{C \ddot{\gamma}}{A} \delta_2^l + \frac{m L_{m_1}}{A} (a_p + \frac{\partial^2 \dot{x}'_0}{\partial t^2}) + \frac{C \ddot{\gamma}}{A} [\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} (\cos(\gamma + \gamma_0) - \delta_1^l l_R) + \frac{l_R}{r_b} \sin(\gamma + \gamma_0)] - \frac{l_R F_{2y}^{sf}}{A} + \frac{l_1 F_y^{sf}}{A} - \frac{F_p L_\eta}{A} - \ddot{\Psi}_1^l + \frac{M_{\eta k}}{A} \quad (6)$$

$$\ddot{\delta}_2^l = \frac{C}{A} \dot{\gamma} (\dot{\Psi}_1^l + \dot{\delta}_1^l) + (1 - \frac{C}{A}) (\dot{\gamma}^2 \beta_{D_\gamma} - \ddot{\gamma} \beta_{D_\gamma}) + \frac{C \ddot{\gamma}}{A} \delta_1^l + \frac{m L_{m_2}}{A} (a_p + \frac{\partial^2 \dot{x}'_0}{\partial t^2}) + \frac{C \ddot{\gamma}}{A} \cdot$$

$$[\frac{\sin \alpha + \mu \cos \alpha}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} (\sin(\gamma + \gamma_0) - \delta_2^l l_R) - \frac{l_R}{r_b} \cos(\gamma + \gamma_0)] - \frac{l_R F_{2z}^{sf}}{A} + \frac{l_1 F_z^{sf}}{A} - \frac{F_p L_\zeta}{A} - \ddot{\Psi}_2^l - \frac{M_{\zeta k}}{A} \quad (7)$$

式中 F_{xk}, F_{yk}, F_{zk} 为控制力在火箭炮系 $o_\alpha x_\alpha y_\alpha z_\alpha$ 三个方向上的投影, $M_{\eta k}, M_{\zeta k}$ 为弹轴系内的控制力矩. 未交代参量和符号的定义同文献[1,3]中定义,下同. 限于篇幅,相关受力表达式不再详细给出,可参阅文献[1~3].

4 增广特征矢量及其正交性

构造远程多管火箭系统对应于固有频率 ω_k 的增广特征矢量 V^k 为

$$V^k = [(V_{7-12}^k)^T, (V_{19}^k)^T, (V_{21}^k)^T, (V_{23}^k)^T, (V_{19+9i}^k(x_1))^T,]$$

$$(\mathbf{V}_{20+9i}^k(x_1))^k (\mathbf{V}_{21+9i}^k(x_1))^T, (\mathbf{V}_{22+9i}^k(x_1))^T]^T$$

$$(k = 1, 2, 3, \dots) \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{V}_{7-12}^k = [X_{7,1}^k, Y_{7,1}^k, Z_{7,1}^k, \dots, X_{12,6}^k, Y_{12,6}^k, Z_{12,6}^k]^T$$

$$\mathbf{V}_{19}^k = [X_{19,13}^k, Y_{19,13}^k, Z_{19,13}^k, \Theta_{x19,13}^k, \Theta_{y19,13}^k, \Theta_{z19,13}^k]^T$$

$$\mathbf{V}_{21}^k = [X_{21,20}^k, Y_{21,20}^k, Z_{21,20}^k, \Theta_{x21,20}^k, \Theta_{y21,20}^k, \Theta_{z21,20}^k]^T$$

$$\mathbf{V}_{23}^k = [X_{23,22}^k, Y_{23,22}^k, Z_{23,22}^k, \Theta_{x23,22}^k, \Theta_{y23,22}^k, \Theta_{z23,22}^k]^T$$

$$\mathbf{V}_{19+9i}^k = [X_{19+9i,18+9i}^k, Y_{19+9i,18+9i}^k, Z_{19+9i,18+9i}^k, \Theta_{x19+9i,18+9i}^k, \Theta_{y19+9i,18+9i}^k, \Theta_{z19+9i,18+9i}^k]^T$$

$$\mathbf{V}_{20+9i}^k(x_1) = [X_{20+9i,15+9i}^k(x_1), \Theta_{x20+9i,15+9i}^k(x_1), Y^k(x_1)|_{x_1 \in a_{20+9i}}, Z^k(x_1)|_{x_1 \in a_{20+9i}}]^T$$

$$\mathbf{V}_{21+9i}^k(x_1) = [X_{21+9i,16+9i}^k(x_1), \Theta_{x21+9i,16+9i}^k(x_1), Y^k(x_1)|_{x_1 \in a_{21+9i}}, Z^k(x_1)|_{x_1 \in a_{21+9i}}]^T$$

$$\mathbf{V}_{22+9i}^k(x_1) = [X_{22+9i,17+9i}^k(x_1), \Theta_{x22+9i,17+9i}^k(x_1), Y^k(x_1)|_{x_1 \in a_{22+9i}}, Z^k(x_1)|_{x_1 \in a_{22+9i}}]^T \quad (9)$$

增广特征矢量与通常特征矢量的不同点在于: 增广特征矢量的元素同时有线位移和角位移对应的模式坐标; 增广特征矢量同时含有离散变量和连续变量.

由于 M_j 为实对称矩阵, 所以可证

$$\sum_j \langle M_j \mathbf{V}_j^1, \mathbf{V}_j^2 \rangle = \sum_j \langle \mathbf{V}_j^1, M_j \mathbf{V}_j^2 \rangle \quad (10)$$

根据边界条件, 可证

$$\sum_j \langle K_j \mathbf{V}_j^1, \mathbf{V}_j^2 \rangle = \sum_j \langle \mathbf{V}_j^1, K_j \mathbf{V}_j^2 \rangle \quad (11)$$

并且可以进一步证明

$$\begin{cases} \sum_j \langle M_j \mathbf{V}_j^1, \mathbf{V}_j^2 \rangle = \delta_{k_1 k_2} d^{k_2} \\ \sum_j \langle K_j \mathbf{V}_j^1, \mathbf{V}_j^2 \rangle = \delta_{k_1 k_2} \omega_{k_2}^2 d^{k_2} \end{cases} \quad (12)$$

式中

$$d^{k_2} = \sum_j \langle M_j \mathbf{V}_j^2, \mathbf{V}_j^2 \rangle \quad (13)$$

$$\delta_{k_1 k_2} = \begin{cases} 0 & k_1 \neq k_2 \\ 1 & k_1 = k_2 \end{cases} \quad (14)$$

或写成

$$\langle M \mathbf{V}^1, \mathbf{V}^2 \rangle = \delta_{k_1 k_2} d^{k_2}, \quad \langle K \mathbf{V}^1, \mathbf{V}^2 \rangle = \delta_{k_1 k_2} \omega_{k_2}^2 d^{k_2} \quad (15)$$

式中

$$M = \begin{bmatrix} M_{7-12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{19} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_{19+9i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{20+9i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{21+9i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M_{22+9i} \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} K_{7-12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & K_{19} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{21} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & K_{19+9i} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{20+9i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{21+9i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{22+9i} \end{bmatrix}$$

式(12)或式(15)即为增广特征矢量的正交性条件. M, K 称为增广算子.

5 系统动力响应的求解

弹、炮系统发射动力学方程是由常微分方程和偏微分方程组成的复杂混合微分方程. 其复杂性在于四个耦合作用: 弹炮运动的相互耦合, 横向运动与纵向运动的相互耦合, 弹性体与刚体运动相互耦合, 对运动参量描述的空间坐标与时间坐标的相互耦合. 本文的求解策略是: 将混合微分方程全部变换为常微分方程组.

设

$$\mathbf{v}_j = \sum_{k_1=1}^{+\infty} \mathbf{V}_j^{k_1} q^{k_1}(t) \quad (16)$$

将式(16)代入式(1)得

$$\sum_{k_1=1}^{+\infty} (M_j \mathbf{V}_j^{k_1}) \ddot{q}^{k_1}(t) + \sum_{k_1=1}^{+\infty} (C_j \mathbf{V}_j^{k_1}) \dot{q}^{k_1}(t) + \sum_{k_1=1}^{+\infty} (K_j \mathbf{V}_j^{k_1}) q^{k_1}(t) = \mathbf{f}_j \quad (17)$$

分别求方程(17)两边和 $\mathbf{V}_j^k (k=1, 2, 3, \dots)$ 的内积, 再对 j 累加, 利用正交性条件可得

$$\ddot{q}^k(t) + \frac{\sum_j \langle \sum_{k_1=1}^{+\infty} (C_j \mathbf{V}_j^{k_1}) \dot{q}^{k_1}(t), \mathbf{V}_j^k \rangle}{d^k} + \omega_k^2 q^k(t) = \frac{\sum_j \langle \mathbf{f}_j, \mathbf{V}_j^k \rangle}{d^k} \quad (18)$$

对比例阻尼

$$C_j = \alpha M_j + \beta K_j \quad (19)$$

则有

$$\sum_j \left\langle \sum_{k=1}^{+\infty} (C_j V_j^k) \dot{q}^k(t), V_j^k \right\rangle = (\alpha + \beta \omega_k^2) \dot{q}^k(t) d^k \quad (20)$$

从而方程(1)解耦得到远程多管火箭广义坐标方程

$$\ddot{q}^k(t) + (\alpha + \beta \omega_k^2) \dot{q}^k(t) + \omega_k^2 q^k(t) = \frac{\sum_j \langle f_j(x_1, t), V_j^k(x_1) \rangle}{d^k} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (21)$$

将式(2)~式(7)与式(16)和式(21)联列,并将式(2)~式(7)中的有关参量用模态坐标来展开得到由火箭弹运动参量和对应火箭炮系统模态坐标广义

坐标 $q^k(t)$ ($k=1, 2, 3, \dots$) 的常微分方程组. 对其进行数值积分, 就可得到 $q^k(t)$ ($k=1, 2, 3, \dots$) 和火箭弹的运动参数, 进而用式(10)得到远程多管火箭动力响应.

6 仿真结果的验证

利用本文的理论和方法对某远程多管火箭的振动特性和动力响应进行了仿真. 表1和表2给出了某远程多管火箭固有频率的仿真与试验结果, 两者吻合较好, 验证了所建动力学模型及本文理论的正确性. 图2给出了火箭弹出炮口时定向器束俯仰角位移的仿真与试验结果, 两者的基本趋势和最大位移吻合较好, 验证了本文理论和方法以及仿真系统的正确性.

表1 满载情况下频率仿真与模态试验结果对比

Tab. 1 The frequencies got by computation and experiment in full-loading

model	1	2	3	4	5	6
compute/(rad · s ⁻¹)	6.22	9.45	10.98	17.08	28.28	35.16
test/(rad · s ⁻¹)	—	9.42	10.99	17.28	31.35	32.92
relative error/%	—	0.32	-0.09	-1.15	-9.79	6.80
model	7	8	9	10	11	12
compute/(rad · s ⁻¹)	38.50	44.75	64.85	71.23	80.58	94.48
test/(rad · s ⁻¹)	—	53.28	57.93	70.56	86.83	93.11
relative error/%	—	-16.01	11.94	0.95	-7.20	1.47

表2 空载情况下频率仿真与模态试验结果对比

Tab. 2 The frequencies got by computation and experiment in no-loading

model	1	2	3	4	5	6
compute/(rad · s ⁻¹)	9.92	12.57	19.87	23.48	33.64	39.57
test/(rad · s ⁻¹)	9.93	12.56	20.42	23.56	31.42	46.74
relative error/%	-0.10	0.08	-2.69	-0.34	7.07	-15.34
model	7	8	9	10	11	12
compute/(rad · s ⁻¹)	55.70	56.21	65.56	80.73	95.46	
test/(rad · s ⁻¹)	53.34	57.87	70.31	79.80	80.30	95.88
relative error/%	4.42	-2.87	-6.75	1.00	1.78	-0.44

7 结论

本文把多体系统传递矩阵法成功的应用于某远程多管火箭的动力学分析, 得到了如下结论

1) 建立了某远程多管火箭刚弹耦合多体系统发射动力学模型, 考虑了“多体”、“刚弹耦合”、“控制”的作用; 应用多体系统传递矩阵法, 联列各个体元件

的体动力学方程, 建立了某远程多管火箭体动力学方程, 既避免了建立总体动力学方程的麻烦, 又使计算工作量大为减少;

2) 建立了考虑简易控制的非对称火箭弹一般运动的发射动力学方程; 通过构造增广特征矢量及其正交性条件, 解决了刚弹耦合远程多管火箭特征矢量的正交性难题, 实现了对某远程多管火箭发射过

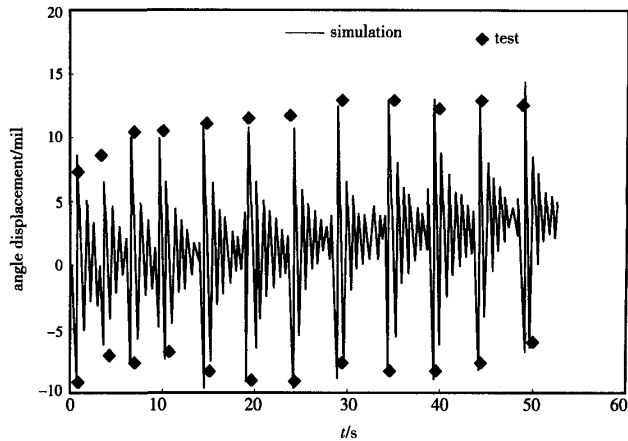


图2 定向器束俯仰角位移的仿真与试验结果对比

Fig. 2 The pinthing angle displacements of launchers got by simulation and test

程的动力响应的精确分析;

3)用本文方法,对某远程多管火箭振动特性和动力响应的仿真结果得到了试验验证.

参 考 文 献

- 1 芮筱亭,陆毓琪,王国平,等. 多管火箭发射动力学仿真与试验测试方法. 北京:国防工业出版社,2003 (Rui Xiaoting, Lu Yuqi, Wang Guoping, etc. Simulation and Test Methods of Launch Dynamics of Multiple Launch Rocket System. Beijing: National Defense Industry Press, 2003(in Chinese))
- 2 芮筱亭. 多体系统发射动力学. 北京:国防工业出版社, 1995 (Rui Xiaoting. Launch Dynamics of Multibody Systems. Beijing: National Defense Industry Press, 1995 (in Chinese))
- 3 芮筱亭,杨启仁. 弹丸发射过程理论. 南京:东南大学出版社,1992(Rui Xiaoting, Yang Qiren. Theory of Projectile Launch Process. Nanjing: Southeast University Press, 1992(in Chinese))
- 4 Rui Xiaoting, Wang Guoping, Lu Yuqi, etc. Advances in Rocket Launch Dynamic. 20th International Symposium of Ballistics. Pennsylvania: DEStech publications, 2002,408~415
- 5 姚昌仁. 火箭导弹发射动力学. 北京:北京理工大学出版社,1996 (Yao Changren. Launch dynamics of Rocket. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996 (in Chinese))
- 6 王耀龙. 对提高战术火箭射击密集度的分析. 兵工学报火炮分册,1979,1(1):51~66(Wang Yaolong. The analysis to improve the dispersion of fire of rocket. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 1979, 1(1): 51~66(in Chinese))
- 7 芮筱亭. 多体系统传递矩阵法在火炮动力学中的应用. 力学与实践, 1995, 17(4): 42~44 (Rui Xiaoting. Application of Transfer Matrix method of multibody systems in gun dynamics. *Mechanics and Practice*, 1995, 17(4):42~44(in Chinese))
- 8 Rui Xiaoting, Lu Yuqi, etc. Discrete Time Transfer Matrix Method for Mmultibody System Dynamics. Advances in Computational Multibody Dynamics. Lisbon, Portugal: Instituto Superior Técnico, 1999, 93~108

STUDY ON DYNAMICS OF LONG RANGE MULTIPLE LAUNCH ROCKET SYSTEM

Wang Guoping Rui Xiaoting

(Institute of Power Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract This paper studied the Launch and control dynamics of Long Range Multiple Launch Rocket System (LRMLRS). We established a launch dynamics model and derived the launch and control dynamics equations for LRMLRS, which is a coupling multibody system including both rigid bodies and elastic bodies. By using the transfer matrix method of multibody system. We computed its vibration characteristics, we also presented the augmented eigenvector and its orthogonality conditions for LRMLRS. The dynamic response of LRMLRS was simulated, and the simulation results agreed well with the experimented datas. This study provided some basis to improve dispersion of fire and decrease rockets consumption in testing a LRMLRS .

Key words long range multiple launch rocket system(LRMLRS), rocket, launch dynamics, transfer matrix method, orthogonality