

# 考慮控制面耦合的三维机翼动柔度法颤振 主动控制研究<sup>\*</sup>

杨执钧 张忠<sup>†</sup> 高博 郭静

(北京强度环境研究所 可靠性与环境工程技术重点实验室, 北京 100076)

**摘要** 基于动柔度法的颤振主动控制器设计可基于实验获得相应模型参数, 进行控制器参数求解, 但目前基于动柔度法的控制器在设计时忽略了大量气动伺服弹性模型的耦合项, 导致控制器适用性不高。本文以 AGARD 机翼气动伺服弹性模型为对象, 构造包含控制面耦合影响的气动伺服弹性模型, 提出了考虑控制面耦合影响的基于动柔度法颤振主动控制器设计方法, 并与原始控制器进行对比, 最后研究了任意来流速度下控制器参数拟合。仿真结果表明, 采用原始方法设计的控制器难以应用于存在控制面耦合影响的气动伺服弹性模型中, 而基于本文推导的新型动柔度法颤振主动控制器可精确配置闭环系统特征根, 满足设计需求, 采用低于开环颤振速度的设计点设计固定参数的颤振主动控制器, 可使颤振动压提升 30%。

**关键词** 柔性机翼, 颤振, 动柔度法, 主动颤振抑制

中图分类号:V41

文献标志码:A

## Active Flutter Control of Three-Dimensional Wing with Receptance Method Considering Control Surface Coupling<sup>\*</sup>

Yang Zhijun Zhang Zhong<sup>†</sup> Gao Bo Guo Jing

(Science and Technology on Reliability and Environment Engineering Laboratory, Beijing Institute of  
Structure and Environment Engineering, Beijing 100076, China)

**Abstract** The flutter active controller design based on receptance method can obtain the corresponding model parameters based on the experimental model and carry out the controller parameter solving. However, the current controller design based on receptance method ignores a large number of coupling terms of the aerodynamic servoelastic model, resulting in low applicability of the controller. In this paper, the AGARD wing aeroservoelastic model is taken as the object to construct the aeroservoelastic model including the coupling effect of the control surface. A receptance method based on the active flutter controller design considering the coupling effect of the control surface is proposed, and compared with the original controller. Finally, the controller parameter fitting is studied at any incoming flow velocity. The simulation results show that the controller designed by the original method is difficult to be applied to the aeroservoelastic model with the influence of control surface coupling. However, the new receptance method active flutter controller derived in this paper can accurately configure the characteristic roots of the closed-loop system to meet the design requirements. The active flutter controller with fixed parameters is designed at a design point lower than the open-loop flutter speed, which can increase the flutter pressure by 30%.

**Key words** flexible wing, flutter, receptance method, active flutter suppression

2024-11-11 收到第 1 稿, 2024-12-02 收到修改稿。

\* 国家自然科学基金资助项目(12402007), National Nature Science Foundation of China (12402007).

† 通信作者 E-mail: Zhangzhong8866@163.com

## 引言

颤振主动控制的研究旨在通过建立飞行器气动伺服弹性模型并采用合适的控制方法,实现对机翼振动的主动控制,从而推迟甚至抑制颤振现象的发生<sup>[1-5]</sup>。研究人员通过分析机翼气动弹性响应的影响规律,合理设计控制器和控制策略,以实现对机翼振动的主动调节,提高飞行器的稳定性和安全性。

针对机翼的颤振问题,许多学者开展了广泛的研究<sup>[6-9]</sup>。Bernelli-Zazza 等<sup>[10]</sup>利用循环神经网络对具有前后缘双控制面的机翼进行颤振主动控制器设计,将颤振临界速度提高了 34%。Ben-Asher 等<sup>[11]</sup>基于模糊逻辑理论,在 24 个不同动压下设计了 BACT 机翼的颤振主动控制系统,并与全状态反馈线性二次高斯 (linear quadratic Gaussian, LQG) 和降阶 LQG 的控制效果进行了对比。Mannarino 等<sup>[12]</sup>通过耦合滑膜观测器的浸入与不变 (immersion and invariance, I&I) 控制器,针对带有传感器和作动器动力学的多个降阶模型设计了颤振主动控制器,并基于计算流体动力学 (CFD) / 计算结构动力学 (CSD) 耦合的气动伺服弹性系统对控制系统进行验证。周勍<sup>[13]</sup>基于部分状态反馈的次最优控制方法对柔性机翼的颤振主动控制进行了研究,并与基于全状态反馈的最优控制方法进行了对比,结果表明次最优控制律能够取得与最优控制律基本相同的控制效果。聂雪媛<sup>[14]</sup>提出了具有时滞补偿功能的控制方法,以含间隙非线性的翼型为被控对象,对其发生颤振时前向通道和反馈通道存在不确定时滞的颤振控制进行了研究,提出的时滞补偿控制方法能有效抑制颤振,提高系统的稳定性。

上述提及的颤振主动控制研究多基于仿真模型开展控制系统设计,而飞行器数值模型不可避免地存在未建模扰动和模型误差,因此极大降低了控制系统的实际控制效果,甚至导致控制系统失效,而不基于模型的控制理论,如 PID、自抗扰控制等,则存在控制参数难以调节、控制效果无法准确指定等问题。为此学者们发展了动柔度控制理论解决上述问题<sup>[15-17]</sup>,基于动柔度控制理论的控制系统设计可不基于飞行器数值模型,无需预先确定系统的惯性、阻尼和刚度矩阵,无需对系统的结构或气动参

数进行简化或假设,仅依靠在实验中获得的动柔度频率响应函数即可开展控制系统设计,且可实现闭环系统的期望动态特性。Wu 等<sup>[18]</sup>采用颤振稳定裕度评估技术确定基于动柔度控制的闭环系统特征根最优取值,研究采用带有后缘控制面的弹性三维机翼为对象,验证了闭环系统特征根最优取值的有效性。Bilal Mokrani 等<sup>[19]</sup>通过实验首次验证了基于动柔度控制理论的多输入多输出颤振主动抑制系统的可靠性,仅依靠测量输入输出的频响函数建立有效的控制系统。

本文基于动柔度法控制理论,建立考虑控制面耦合质量、气动质量和气动阻尼相关因素的颤振主动控制系统,以广义位移和控制面测量偏转角为控制器输入信号,以控制面控制偏转角为控制器输出信号,建立可指定闭环动态特征的控制系统。

## 1 三维机翼气动伺服弹性模型建模

本文采用模态截断法建立三维机翼动力学模型,采用偶极子格网法和有理函数拟合法建立时域气动力模型,随后通过耦合作动器模型建立气动伺服弹性模型。

基于模态广义位移的三维机翼动力学模型为

$$\mathbf{M}_{qq}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_{qq}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_{qq}\mathbf{q} + \mathbf{M}_{q\beta}\ddot{\beta} + q_\infty \mathbf{Q} [\mathbf{q} \quad \beta]^T = 0 \quad (1)$$

其中  $\mathbf{q}$  和  $\beta$  分别为广义位移向量和控制面偏转角度,  $\mathbf{M}_{qq}$ 、 $\mathbf{C}_{qq}$ 、 $\mathbf{K}_{qq}$  和  $\mathbf{M}_{q\beta}$  分别为机翼广义质量矩阵、机翼广义阻尼矩阵、机翼广义刚度矩阵和机翼-控制面耦合质量矩阵,  $q_\infty$  为来流动压,  $\mathbf{Q}$  为与广义位移向量和控制面偏转角度有关的广义气动力。基于偶极子格网法和有理函数近似可获得广义气动力模型  $\mathbf{Q}$  为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{A}_0 + \frac{L}{V} \mathbf{A}_1 s + \frac{L^2}{V^2} \mathbf{A}_2 s^2 + \mathbf{D} \left( \mathbf{I}_s - \frac{V}{L} \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{E}_s \quad (2)$$

其中,  $s$  为拉氏变换算子;  $\mathbf{A}_i = [\mathbf{A}_{qqi} \quad \mathbf{A}_{q\beta i}]$  ( $i = 0, 1, 2$ );  $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{R}$ 、 $\mathbf{E}$  为有理函数近似气动力系数矩阵,  $\mathbf{E} = [\mathbf{E}_{qq} \quad \mathbf{E}_{q\beta}]$ ;  $L$  和  $V$  分别为特征长度和来流速度。联立方程(1)和方程(2)并整理后可获得机翼气动弹性方程为

$$\begin{aligned} & (\bar{\mathbf{M}}_{qq}s^2 + \bar{\mathbf{C}}_{qq}s + \bar{\mathbf{K}}_{qq})\mathbf{q} + q_\infty \mathbf{D}\mathbf{x}_a \\ & = -(\bar{\mathbf{M}}_{q\beta}s^2 + \bar{\mathbf{C}}_{q\beta}s + \bar{\mathbf{K}}_{q\beta})\beta \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$\bar{\mathbf{M}}_{qq} = \mathbf{M}_{qq} + q_\infty \frac{L^2}{V^2} \mathbf{A}_{qq_2}, \bar{\mathbf{M}}_{q\beta} = \mathbf{M}_{q\beta} + q_\infty \frac{L^2}{V^2} \mathbf{A}_{q\beta_2},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{qq} = \mathbf{C}_{qq} + q_\infty \frac{L}{V} \mathbf{A}_{qq_1}, \bar{\mathbf{C}}_{q\beta} = q_\infty \frac{L}{V} \mathbf{A}_{q\beta_1},$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{qq} = \mathbf{K}_{qq} + q_\infty \mathbf{A}_{qq_0}, \bar{\mathbf{K}}_{q\beta} = q_\infty \mathbf{A}_{q\beta_0} \quad (4)$$

公式(3)中  $\mathbf{x}_a$  为人工定义气动力模态位移, 具体定义公式为

$$\mathbf{x}_a = \left( \mathbf{I}_s - \frac{V}{L} \mathbf{R} \right)^{-1} (\mathbf{E}_{qq} \mathbf{q} + \mathbf{E}_{q\beta} \beta) s \quad (5)$$

定义气动弹性状态向量  $\mathbf{x}_{ae}$  和输入向量  $\mathbf{u}_{ae}$  为

$$\mathbf{x}_{ae} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{x}_a \end{bmatrix}, \mathbf{u}_{ae} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

则气动弹性模型可转化为状态方程形式为

$$\dot{\mathbf{x}}_{ae} = \mathbf{A}_{ae} \mathbf{x}_{ae} + \mathbf{B}_{ae} \mathbf{u}_{ae} \quad (7)$$

其中

$$\mathbf{A}_{ae} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{qq} & -\bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \bar{\mathbf{C}}_{qq} & -q_\infty \bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{qq} & \frac{V}{L} \mathbf{R} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_{ae} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{q\beta} & -\bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \bar{\mathbf{C}}_{q\beta} & -\bar{\mathbf{M}}_{qq}^{-1} \bar{\mathbf{M}}_{q\beta} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E}_{q\beta} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

作动器动力学模型为

$$\frac{\beta}{\beta_c} = \frac{a_{i3}}{s^3 + a_{i1}s^2 + a_{i2}s + a_{i3}} \quad (9)$$

定义作动器状态向量  $\mathbf{x}_{ac}$  和输入向量  $\mathbf{u}_{ac}$  为

$$\mathbf{x}_{ac} = \begin{bmatrix} \beta \\ \dot{\beta} \\ \ddot{\beta} \end{bmatrix}, \mathbf{u}_{ac} = \beta_c \quad (10)$$

则作动器模型可转化为状态方程形式为

$$\dot{\mathbf{x}}_{ac} = \mathbf{A}_{ac} \mathbf{x}_{ac} + \mathbf{B}_{ac} \mathbf{u}_{ac} \quad (11)$$

其中

$$\mathbf{A}_{ac} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_{i3} & -a_{i2} & -a_{i1} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{ac} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ a_{i3} \end{bmatrix} \quad (12)$$

联系方程(7)和方程(11)可得到气动伺服弹性模型为

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{B}_p \mathbf{u}_p \quad (13)$$

其中

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{ae} \\ \mathbf{x}_{ac} \end{bmatrix}, \mathbf{A}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{ae} & \mathbf{B}_{ae} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{ac} \end{bmatrix}, \mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{ac} \end{bmatrix} \quad (14)$$

## 2 颤振主动控制器设计

### 2.1 基于动柔度法控制器设计

通常基于动柔度法设计控制器时, 不考虑机翼控制面耦合质量、气动质量、气动阻尼、气动力滞后根和作动器相关因素, 机翼的气动伺服弹性模型可转化为

$$(\bar{\mathbf{M}}_{qq} s^2 + \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq}) \mathbf{q} = -\bar{\mathbf{K}}_{q\beta} \beta$$

$$\bar{\mathbf{C}}_{qq} = \bar{\mathbf{C}}_{qq} + q_\infty \mathbf{D} \left( \mathbf{I}_s - \frac{V}{L} \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{E}_{qq} \quad (15)$$

根据动柔度控制理论<sup>[17]</sup>, 控制器模型为

$$\beta = (s \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{q} \quad (16)$$

则简化后的气动伺服弹性模型开环系统和闭环系统分别为

$$(\lambda_k^2 \bar{\mathbf{M}}_{qq} + \lambda_k \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq}) \mathbf{v}_k = \mathbf{0}, \quad k = 1, 2, \dots, 2n$$

$$(\mu_k^2 \bar{\mathbf{M}}_{qq} + \mu_k \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq}) \mathbf{w}_k = -\bar{\mathbf{K}}_{q\beta} (\mu_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{w}_k \quad (17)$$

假设闭环系统仅  $p$  个特征根由人工指定, 其余特征根保持不变, 则保持不变的闭环系统特征根表示为

$$\mu_k = \lambda_k, \quad k = p + 1, p + 2, \dots, 2n \quad (18)$$

方程(18)代入方程(17)中可获得

$$(\lambda_k^2 \bar{\mathbf{M}}_{qq} + \lambda_k \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq}) \mathbf{w}_k = -\bar{\mathbf{K}}_{q\beta} (\lambda_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{w}_k, \quad k = p + 1, p + 2, \dots, 2n \quad (19)$$

此时开环系统特征向量满足等式(19), 即

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{v}_k, \quad k = p + 1, p + 2, \dots, 2n$$

$$\bar{\mathbf{K}}_{q\beta} (\lambda_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{v}_k = \mathbf{0}, \quad (20)$$

因  $\bar{\mathbf{K}}_{q\beta} \neq \mathbf{0}$ , 则控制器参数需满足

$$\mathbf{v}_k^T (\lambda_k \mathbf{f} + \mathbf{g}) = \mathbf{0}, \quad k = p + 1, p + 2, \dots, 2n \quad (21)$$

由人工指定闭环系统特征根则满足

$$\mathbf{w}_k = -(\mu_k^2 \bar{\mathbf{M}}_{qq} + \mu_k \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq})^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{q\beta} (\mu_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{w}_k, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (22)$$

定义

$$\mathbf{r}_k = -(\mu_k^2 \bar{\mathbf{M}}_{qq} + \mu_k \bar{\mathbf{C}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq})^{-1} \bar{\mathbf{K}}_{q\beta}, \quad k = 1, 2, \dots, p \quad (23)$$

代入公式(22)得到

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{r}_k (\mu_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{w}_k, k = 1, 2, \dots, p \quad (24)$$

由于特征向量可以等比例变化,可选定  $\mathbf{w}_k$  满足

$$(\mu_k \mathbf{f}^T + \mathbf{g}^T) \mathbf{w}_k = 1, k = 1, 2, \dots, p \quad (25)$$

则

$$\mathbf{w}_k = \mathbf{r}_k, k = 1, 2, \dots, p \quad (26)$$

联立方程(25)和方程(26)得到控制器参数需满足

$$\mathbf{r}_k^T (\mu_k \mathbf{f} + \mathbf{g}) = 1, k = 1, 2, \dots, p \quad (27)$$

定义矩阵  $\mathbf{P}$  和  $\mathbf{Q}$  为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mu_1 \mathbf{r}_1^T & \mathbf{r}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ \mu_p \mathbf{r}_p^T & \mathbf{r}_p^T \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mu_{p+1} \mathbf{v}_{p+1}^T & \mathbf{v}_{p+1}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mu_{2n} \mathbf{v}_{2n}^T & \mathbf{v}_{2n}^T \end{bmatrix} \quad (28)$$

则控制参数  $\mathbf{f}$  和  $\mathbf{g}$  可由如下公式获得

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{g} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (29)$$

其中

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^p \quad (30)$$

求解线性方程(29)可获得闭环系统特征根满足设计需求时控制系统的控制参数,需要指出的是,与气动模态位移有关的特征根仅与有理函数近似矩阵  $\mathbf{R}$  有关,与控制器设计无关且始终保持稳定,因此对闭环系统稳定性不产生影响.在实际使用中方程(28)中包含的  $\{\mathbf{v}_k\}_{k=p+1}^{2n}$  和  $\{\mathbf{r}_k\}_{k=1}^p$  可通过实验获得,无需单独获得系统质量矩阵、刚度矩阵、气动力矩阵等相关参数.

## 2.2 考虑控制面耦合的动柔度法控制器设计

上述控制器设计方法忽略了气动伺服弹性模型中控制面耦合的影响,设计的控制系统应用于完整气动伺服弹性模型中可能存在闭环系统失稳问题,因此本节考虑控制面耦合的完整气动伺服弹性模型重新开展动柔度法控制器的推导.

气动伺服弹性模型(13)转化为拉氏域下表示<sup>[16]</sup>为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_q & \mathbf{B}_{q\beta} \\ 0 & D_\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{\beta c} \end{bmatrix} \beta_c \quad (31)$$

其中

$$\mathbf{D}_q = \bar{\mathbf{M}}_{qq} s^2 + \dot{\bar{\mathbf{C}}}_{qq} s + \bar{\mathbf{K}}_{qq}, \mathbf{B}_{q\beta} = \bar{\mathbf{M}}_{q\beta} s^2 + \dot{\bar{\mathbf{C}}}_{q\beta} s + \bar{\mathbf{K}}_{q\beta}, \\ D_\beta = s^3 + a_{i1} s^2 + a_{i2} s + a_{i3}, B_{\beta c} = a_{i3},$$

$$\dot{\mathbf{C}}_{q\beta} = \bar{\mathbf{C}}_{q\beta} + q_\infty \mathbf{D} \left( \mathbf{I} s - \frac{V}{L} \mathbf{R} \right)^{-1} \mathbf{E}_{q\beta} \quad (32)$$

控制器模型为

$$\beta_c = (s \mathbf{f}_c^T + \mathbf{g}_c^T) \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \beta \end{bmatrix} \quad (33)$$

此时气动伺服弹性模型开环系统和闭环系统分别为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_q(\lambda_i) & \mathbf{B}_{q\beta}(\lambda_i) \\ 0 & D_\beta(\lambda_i) \end{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, 2, \dots, 2n+2$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{D}_q(\mu_i) & \mathbf{B}_{q\beta}(\mu_i) \\ 0 & D_\beta(\mu_i) \end{bmatrix} \bar{\mathbf{w}}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{\beta c} \end{bmatrix} (\mu_i \mathbf{f}_c^T + \mathbf{g}_c^T) \bar{\mathbf{w}}_i \quad (34)$$

根据公式(18)~(21)推导流程,可获得控制器参数需满足

$$\bar{\mathbf{v}}_i^T (\lambda_i \mathbf{f}_c^T + \mathbf{g}_c^T) = 0, \quad i = p+1, p+2, \dots, 2n+2 \quad (35)$$

根据公式(22)~(27)推导流程,由人工指定闭环系统特征根可推导出控制参数满足等式

$$\mathbf{R}_i^T (\mu_i \mathbf{f}_c + \mathbf{g}_c) = 1, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (36)$$

其中

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_q(\mu_i) & \mathbf{B}_{q\beta}(\mu_i) \\ 0 & D_\beta(\mu_i) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ B_{\beta c} \end{bmatrix}, \\ i = 1, 2, \dots, p \quad (37)$$

定义矩阵  $\bar{\mathbf{P}}$  和  $\bar{\mathbf{Q}}$  为

$$\bar{\mathbf{P}} = \begin{bmatrix} \mu_1 \mathbf{R}_1^T & \mathbf{R}_1^T \\ \vdots & \vdots \\ \mu_p \mathbf{R}_p^T & \mathbf{R}_p^T \end{bmatrix}, \quad \bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mu_{p+1} \bar{\mathbf{v}}_{p+1}^T & \bar{\mathbf{v}}_{p+1}^T \\ \vdots & \vdots \\ \mu_{2n+2} \bar{\mathbf{v}}_{2n+2}^T & \bar{\mathbf{v}}_{2n+2}^T \end{bmatrix} \quad (38)$$

则控制参数  $\mathbf{f}_c$  和  $\mathbf{g}_c$  可由如下公式获得

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}} \\ \bar{\mathbf{Q}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{f}_c \\ \mathbf{g}_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (39)$$

需要指出作动器采用公式(9)建模时,其存在3个特征根,包括1个实数特征根和1对共轭复数特征根,在建立控制器参数方程组时为保证未知数与等式个数一致,目前仅限制共轭复数特征根在闭环系统中变化,而实数特征根需求解控制器参数后在闭环系统中进行稳定性验证.

## 2.3 任意来流速度下控制器参数拟合

基于动柔度法设计的颤振主动控制器参数在不同来流速度下取值不同,针对任意来流速度下的控制器参数拟合方法主要分为两种,第一种在求解

出不同来流速度的控制器参数后,通过插值算法获得任意来流速度下控制器参数,这种拟合能够精确保证插值点闭环系统特征根满足设计要求。第二种

获得不同来流速度下  $\bar{P}$  和  $\bar{Q}$ ,扩充公式(39)为

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{Q}_1 \\ \vdots \\ \bar{P}_n \\ \bar{Q}_n \end{bmatrix} \begin{pmatrix} f_c \\ g_c \end{pmatrix} \approx \begin{bmatrix} e_1 \\ 0 \\ \vdots \\ e_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

采用最小二乘法求解公式(40)即可获得控制器的固定参数  $f_c$  和  $g_c$ ,该方法优势在于控制器参数不随来流速度变化,但在设计点无法完全满足人工配置的闭环系统特征根。考虑到在后续实验验证时固定参数的控制器更易设计,因此本文采用第二种方法完成任意来流速度下控制器参数拟合。

### 3 数值算例

#### 3.1 气动伺服弹性开环系统

AGARD 机翼的几何尺寸如图 1 所示,有限元模型的模态结果如图 2 所示。根据有限元模型建立 AGARD 机翼气动网格如图 3 所示,控制面模态如图 4 所示,定义马赫数  $Ma$  为 0.45,来流密度  $\rho$  为  $1.29 \text{ m/s}^2$  后,可基于偶极子格网法和有理函数拟合法获得公式(2)的气动力模型中相关系数。耦合有限元模型、气动力模型并添加公式(9)所示作动器模型后,可建立 AGARD 机翼气动伺服弹性模型,由于颤振为低阶模态耦合产生,该模型仅保留四阶弹性模态建立气动伺服弹性模型。

气动伺服弹性模型输出信号可以设置为多点物理位移信号  $\mathbf{y}_p$ ,根据模态叠加原理,输出信号可表示为

$$\mathbf{y}_p = \Phi_{nm} \mathbf{q} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \cdots & \xi_{1m} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \cdots & \xi_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{n1} & \xi_{n2} & \cdots & \xi_{nm} \end{bmatrix} \mathbf{q} \quad (41)$$

其中  $\Phi_{nm}$  为保留模态在多点处的模态振型矩阵,  $\xi_{ij}$  为第  $j$  阶模态在第  $i$  点的模态振型,通常为保证  $\Phi_{nm}$  的可逆性,选取测量点个数为保留模态个数,即  $n=m$ ,此时模态位移可表示为

$$\mathbf{q} = \Phi_{mm}^{-1} \mathbf{y}_p \quad (42)$$

模型输入为控制面偏转指令信号,输出为机翼上人工指定 4 个节点的  $z$  向加速度响应信号和控制面转角信号。

基于建立的 AGARD 机翼气动伺服弹性模型可获得在  $100 \sim 800 \text{ m/s}$  来流速度下,模型特征根

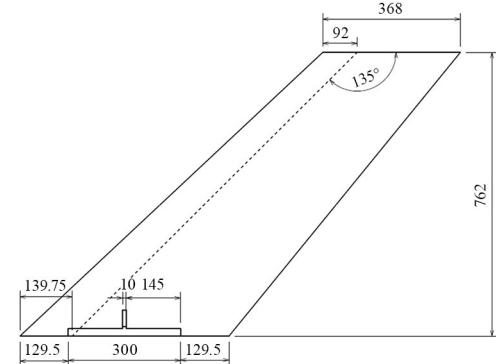


图 1 AGARD 机翼几何尺寸  
Fig. 1 Geometric sizes of the AGARD wing

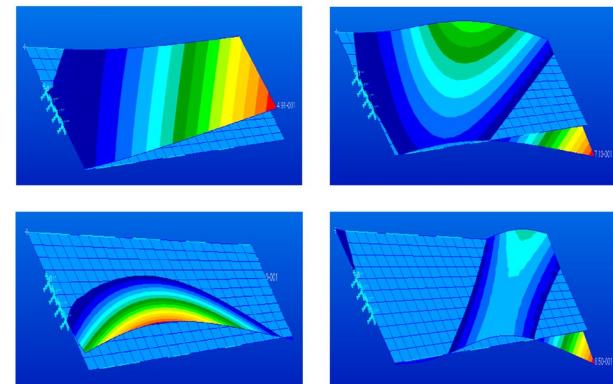


图 2 AGARD 机翼前三阶模态  
Fig. 2 The first 3 modes of the AGARD wing

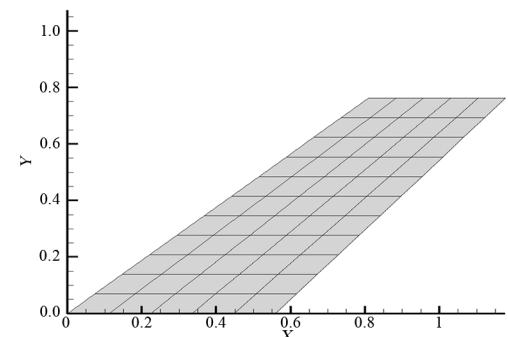


图 3 AGARD 机翼气动网格  
Fig. 3 The aerodynamic grid of the AGARD wing

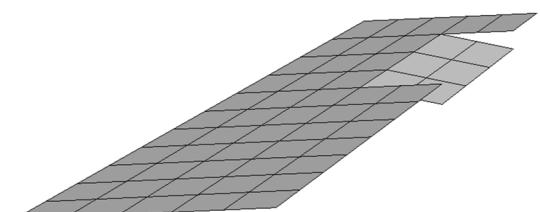


图 4 AGARD 机翼控制面模态  
Fig. 4 The control surface mode of the AGARD wing

随动压变化规律如图5所示,由图可知颤振主模态为第二阶模态,颤振速度约为500 m/s,精确仿真后可得颤振速度为501 m/s,不同来流速度下模型节点加速度信号时域响应如图6所示,其颤振主要形式为一二阶弯扭耦合。考虑前四阶模态的颤振速度比仅考虑一二阶模态的颤振速度降低1%,因此在分析颤振时可仅考虑一二阶模态,但为了证明基于动柔度法的控制系统设计方法可不影响其它阶模态,因此后续研究中保留前四阶模态开展分析。

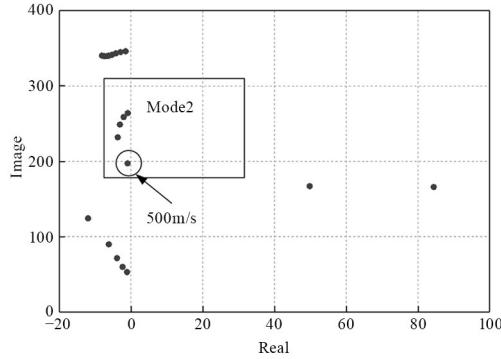


图5 开环系统特征根

Fig. 5 The eigenvalues of the open-loop system

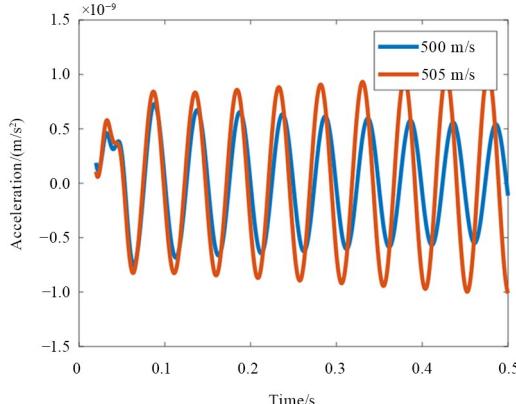


图6 不同来流速度下开环系统加速度时域响应

Fig. 6 The acceleration response of the open-loop system in time domain under different freestream velocities

### 3.2 颤振控制器对比

在基于动柔度法设计颤振主动控制器时,由于颤振主要模态为一二阶耦合,故仅人工设定对应于结构前二阶的闭环系统特征根实部,虚部保持不变。基于来流速度500 m/s工况下开展闭环系统特征根设计,前四阶模态设计指标如表1所示。

采用第2节中给出的两种颤振主动控制器设计方法分别计算控制器参数 $f$ 和 $g$ ,第一种控制器设计时无法考虑机翼控制面耦合质量、气动质量、气动阻尼、气动力滞后根和作动器相关因素,因此

表1 闭环系统特征根设计

Table 1 Characteristic root design of closed-loop system

模态阶次	开环特征根	闭环特征根
1	$-12.0 + 124.1i$	$-62.0 + 124.1i$
2	$-12.0 - 124.1i$	$-62.0 - 124.1i$
3	$-1.0 + 197.3i$	$-51.0 + 197.3i$
4	$-1.0 - 197.3i$	$-51.0 - 197.3i$
5	$-6.1 + 340.4i$	$-6.1 + 340.4i$
6	$-6.1 - 340.4i$	$-6.1 - 340.4i$
7	$-2.7 + 700.3i$	$-2.7 + 700.3i$
8	$-2.7 - 700.3i$	$-2.7 - 700.3i$

在控制系统验证时,采用不考虑控制面耦合效应的气动弹性模型和考虑控制面耦合效应的气动弹性模型开展闭环系统验证,在来流速度100~800 m/s下开闭环系统特征根如图7所示,不考虑控制面耦合效应的气动弹性模型闭环系统特征根按照人工设计方式,其一阶模态和二阶模态特征根向左平移,在来流速度达到600 m/s时变为不稳定系统,而考虑控制面耦合效应的气动弹性模型闭环系统特征根在低来流速度下变为不稳定系统,此时控制系统完全失效。低来流速度下闭环系统失稳主要原因为添加作动器模型后,其受控模型状态发生剧烈变化,导致闭环系统低来流速度时出现不稳定特征根。在不考虑添加作动器模型引发的低速不稳定的影响时,考虑机翼控制面耦合质量、气动质量、气动阻尼和气动力滞后根模型仅令颤振速度约降低15 m/s。

需要指出的是,在人工设计闭环特征根在某些特定参数下,能够通过设计第一种控制器达到考虑控制面耦合效应的气动弹性系统的颤振控制需求,但此时需要通过参数调节且结果稳定性不佳。

设计第二种控制器时,采用考虑控制面耦合效应的气动弹性模型开展闭环系统验证,在来流速度100~800 m/s下开闭环系统特征根如图8所示,考虑控制面耦合质量后在不同来流速度下设计的控制器能够精确配置闭环系统与结构模态和作动器相关的复数特征根,仿真表明第二种控制器不会导致气动力和作动器的实数特征根发散。

第二种控制器可更为有效地控制颤振的发生,因此针对第二种控制器开展不同来流速度下的参数拟合,通常颤振后难以通过实验获得动柔度矩阵,因此在低于开环颤振速度的工况作为设计点,采用来流速度400 m/s、450 m/s和500 m/s三种

工况为拟合插值点,通过最小二乘拟合获得控制器参数,在来流速度  $100\sim800\text{ m/s}$  下验证闭环系统稳定性,其特征根如图 9 所示,在原理设计点后,特征根分布无法精确满足人工设定值,导致闭环系统颤振速度降为  $570\text{ m/s}$ ,颤振幅提升  $30\%$ ,同时可以发现此时第三阶模态同时存在发散倾向,但其发散速度高于  $570\text{ m/s}$ ,对系统稳定性不产生影响。随后给出在  $570\text{ m/s}$  下考虑控制面耦合和不考虑控制面耦合设计控制系统的闭环系统时域振动响应如图 10 所示,考虑控制面耦合后闭环系统在

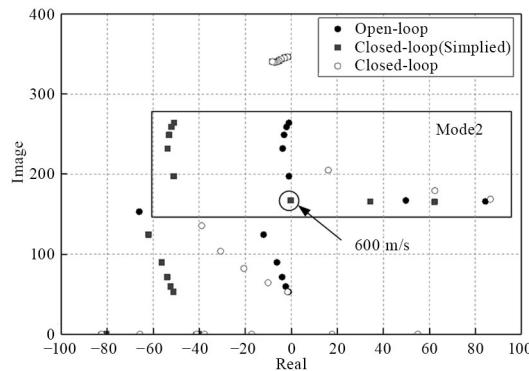


图 7 第一种控制器开闭环系统特征根

Fig. 7 Characteristic root of the open/closed-loop system with the first controller

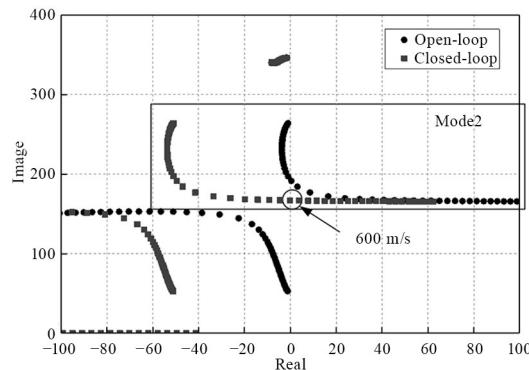


图 8 第二种控制器开闭环系统特征根

Fig. 8 Characteristic root of the open/closed-loop system with the second controller

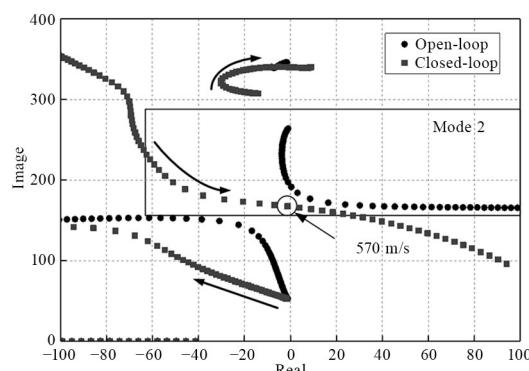


图 9 固定参数控制器开闭环系统特征根

Fig. 9 Characteristic root of the open/closed-loop system with fixed parameter controller

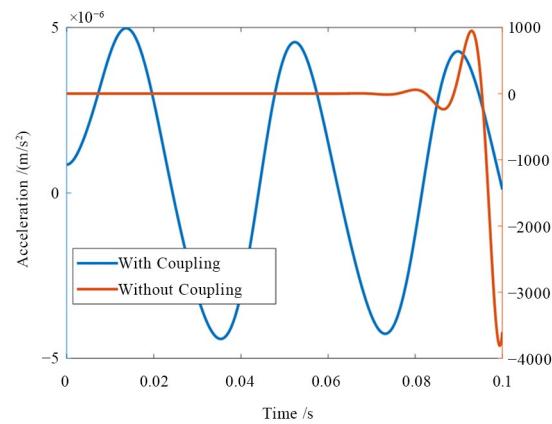
图 10 来流速度  $570\text{ m/s}$  下考虑/不考虑控制面耦合闭环系统加速度时域响应

Fig. 10 The acceleration response of the closed-loop system in time domain with/without the control surface coupling considered at the incoming flow velocity of  $570\text{ m/s}$

该来流速度下呈现收敛趋势,而不考虑控制面耦合后的闭环系统则急剧发散。

### 3.3 控制器性能验证

基于最终建立的颤振主动抑制控制系统,开展控制器性能验证,在实验中不可避免地存在测量噪声及控制系统时滞,因此后续验证主要围绕噪声及时滞的影响展开。

首先考察不同来流速度下闭环系统发散的临界时滞,仿真时在控制器中添加人工时滞,并逐渐增大直至临界,仿真结果如图 11 所示,可以发现在略高于颤振速度时,闭环系统的临界时滞为  $4\text{ ms}$ ,而来流速度临近闭环颤振边界时,临界时滞急剧降低。仿真表明采用实验验证基于动柔度理论设计的颤振主动抑制控制系统时,需重点考虑实验仪器的时滞影响,由测量至控制指令发出信号的时间应控制在毫秒量级,本文建立的控制系统采用实验验证时则至少应保证在  $4\text{ ms}$  以内。

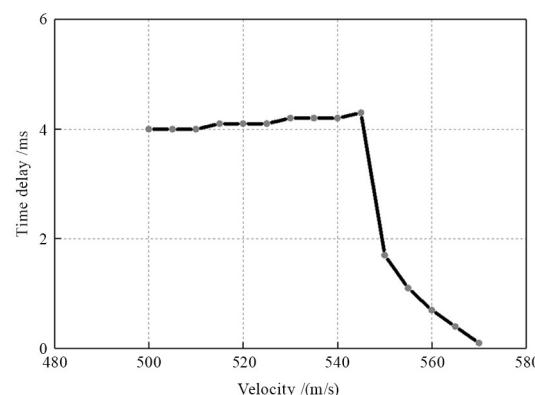


图 11 闭环系统不同来流速度下临界时滞

Fig. 11 The critical time delay of the closed-loop system under different freestream velocities

随后考察位移信号含测量噪声时闭环系统输出,给定测量噪声的均方根值(RMS)为0.058,不同来流速度下真实输出信号RMS变化如图12所示,RMS值随着来流速度的增大先缓慢增大随后在临近颤振速度处急剧增大,仿真表明实验中存在测量噪声对闭环系统仅在闭环系统临界失稳时的输出信号产生较大干扰,在高于开环颤振速度下的较大范围内对输出信号干扰较小,不影响实验中的稳定性判断。

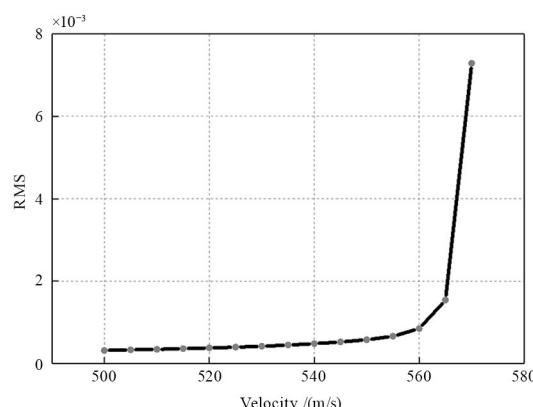


图 12 含噪声闭环系统不同来流速度下输出信号 RMS

Fig. 12 The RMS of the output signal of the closed-loop system with noise under different freestream velocities

## 4 结束语

本文基于动柔度法推导了考虑控制面耦合效应的颤振主动控制系统,建立了AGARD机翼气动伺服弹性模型以验证不同控制器的控制效果,主要结论如下:

(1)基于不考虑控制面耦合效应的动柔度法设计的颤振主动控制系统,应用于完整气动伺服弹性模型时存在闭环系统特征根与设计不匹配问题,导致实际应用时控制器参数难以整定。

(2)基于考虑控制面耦合效应的动柔度法设计的颤振主动控制系统,能够精确地指定闭环气动伺服弹性模型的特征根,可根据需求人工调节。

(3)当允许控制器参数随来流速度变化时,本文设计的控制器可将颤振动压提升40%,当不允许控制器参数随来流速度变化时,采用低于开环颤振速度的设计点拟合控制器参数,将颤振动压提升30%。

后续工作将基于本文设计的颤振主动控制器开展相应的实物试验,验证控制系统在实物试验中的控制效果。

## 参考文献

- [1] 任勇生, 刘立厚, 韩景龙, 等. 飞行器非线性气动弹性和颤振主动控制研究进展[J]. 力学季刊, 2003, 24(4): 534—540.  
REN Y S, LIU L H, HAN J L, et al. Advances in nonlinear aeroelasticity study and active flutter suppression of aircraft [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2003, 24(4): 534—540. (in Chinese)
- [2] 赵永辉, 黄锐. 高等气动弹性力学与控制[M]. 北京: 科学出版社, 2015.  
ZHAO Y H, HUANG R. Advanced aeroelasticity and control [M]. Beijing: Science Press, 2015. (in Chinese)
- [3] MUKHOPADHYAY V. Flutter suppression control law design and testing for the active flexible wing [J]. Journal of Aircraft, 1995, 32(1): 45—51.
- [4] 韩若凡, 陈杰, 张伟. 石墨烯增强复合材料悬臂板的气动颤振分析及振动抑制研究[J]. 动力学与控制学报, 2022, 20(1): 42—50.  
HAN R F, CHEN J, ZHANG W. Aeroelastic flutter and piezo suppression of graphene reinforced cantilever plates [J]. Journal of Dynamics and Control, 2022, 20(1): 42—50. (in Chinese)
- [5] 岳承宇, 王立峰, 赵永辉. 基于压电作动器/传感器的升力面颤振主动抑制[J]. 动力学与控制学报, 2015, 13(5): 367—376.  
YUE C Y, WANG L F, ZHAO Y H. Active flutter suppression of a lifting surface based on piezoelectric actuators/sensors [J]. Journal of Dynamics and Control, 2015, 13(5): 367—376. (in Chinese)
- [6] HUANG R, QIAN W M, HU H Y, et al. Design of active flutter suppression and wind-tunnel tests of a wing model involving a control delay [J]. Journal of Fluids and Structures, 2015, 55: 409—427.
- [7] LUO M X, GAO M Z, CAI G P. Delayed full-state feedback control of airfoil flutter using sliding mode control method [J]. Journal of Fluids and Structures, 2016, 61: 262—273.
- [8] 周凯, 倪臻, 黄修长, 等. 超声速气流中复合材料壁板的动力学分析及其控制[J]. 动力学与控制学报, 2020, 18(6): 67—76.  
ZHOU K, NI Z, HUANG X C, et al. Dynamic analysis and control of composite plates in supersonic airflow [J]. Journal of Dynamics and Control,

- 2020, 18(6): 67—76. (in Chinese)
- [9] 瞿思雨, 刘豪杰, 高秀敏, 等. 两自由度气动弹性系统亚临界颤振的时滞控制[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(8): 42—49.
- QU S Y, LIU H J, GAO X M, et al. Time-delay control of subcritical flutter in two-degree-of-freedom aeroelastic system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(8): 42—49. (in Chinese)
- [10] BERNELLI-ZAZZERA F, MANTEGAZZA P, MAZZONI G, et al. Active flutter suppression using recurrent neural networks [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(6): 1030—1036.
- [11] BEN-ASHER J Z, COHEN K, ADIN Z, et al. Flutter suppression using linear optimal and fuzzy logic techniques [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1): 173—177.
- [12] MANNARINO A, MANTEGAZZA P. Multifidelity control of aeroelastic systems: an immersion and invariance approach [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2014, 37(5): 1568—1582.
- [13] 周勃, 余章卫, 蔡国平. 柔性机翼颤振的次最优控制[J]. 力学季刊, 2017, 38(4): 658—666.
- ZHOU Q, YU Z W, CAI G P. Active flutter suppression of a flexible wing using sub-optimal control method [J]. Chinese Quarterly of Mechanics, 2017, 38(4): 658—666. (in Chinese)
- [14] 聂雪媛, 郑冠男, 杨国伟. 变时滞间隙非线性机翼颤振主动控制方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(10): 1899—1906.
- NIE X Y, ZHENG G N, YANG G W. Flutter ac-
- tive control method of time-varying delayed aerofoil with free-play nonlinearity [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(10): 1899—1906. (in Chinese)
- [15] 王圆圆, 侯友夫. 基于动柔度法的二元机翼颤振主动控制试验研究[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2013(4): 27—31.
- WANG N N, HOU Y F. Experimental study on active flutter suppression for two-dimensional wing based on receptance method [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2013 (4): 27—31. (in Chinese)
- [16] SINGH K V, BROWN R N, KOLONAY R. Receptance-based active aeroelastic control with embedded control surfaces having actuator dynamics [J]. Journal of Aircraft, 2016, 53(3): 830—845.
- [17] RAM Y M, MOTTERSHEAD J E. Multiple-input active vibration control by partial pole placement using the method of receptances [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 40(2): 727—735.
- [18] WU Z G, COOPER J E. Active flutter suppression combining the receptance method and flutter margin [C]//57th AIAA/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference. Reston, Virginia: AIAA, 2016: 1227.
- [19] MOKRANI B, PALAZZO F, MOTTERSHEAD J E, et al. Multiple-input multiple-output experimental aeroelastic control using a receptance-based method [J]. AIAA Journal, 2019, 57(7): 3066—3077.