

高承载紧凑型准零刚度隔振器隔振特性分析与实验研究^{*}

李海鹏¹ 昌耀鹏² 潘洪斌¹ 高靖航¹ 周加喜^{1†}

(1. 湖南大学 机械与运载工程学院, 长沙 410082)

(2. 长沙理工大学 能源与动力工程学院, 长沙 410114)

摘要 准零刚度隔振器的高静刚度低动刚度特性可以有效解决传统隔振器低刚度和高承载之间的矛盾。然而,现有的准零刚度隔振器大多针对小负载工况而且结构不够紧凑,难以应用于设备负载大、安装空间紧凑的工况。鉴于此,本文提出了一种高承载紧凑型准零刚度隔振器,并通过实验验证了其重载低频隔振特性。该隔振器利用同轴永磁环提供负刚度,并与沿圆周均布的线圈弹簧并联实现准零刚度。通过等效磁荷法,推导了同轴永磁环的恢复力表达式,并使用 COMSOL 软件对永磁环进行有限元仿真来验证解析表达式的准确性。随后,建立了隔振系统的非线性动力学理论模型,通过谐波平衡法求解方程,并使用龙格库塔法对理论结果进行了验证,同时讨论了系统阻尼比和外部激励幅值对系统幅频响应和力传递率的影响规律。最后,制备了隔振器样机,并对其进行了准静态静力学试验和正弦激振试验。结果表明:同轴永磁环准零刚度隔振器可在 60 mm 安装高度和 160 kg 负载下实现紧凑重载低频隔振,在控制激励力幅值为 20 N 时起始隔振频率低至 3.6 Hz,5 Hz 时隔振效率为 44.3%(5 dB),10 Hz 时隔振效率达 90%(20 dB)。

关键词 准零刚度, 低频隔振, 高承载, 同轴磁环, 紧凑

中图分类号:O328

文献标志码:A

Analysis and Experimental Study on Vibration Isolation Characteristics of a High-Load Compact Quasi-Zero-Stiffness Isolator^{*}

Li Haipeng¹ Chang Yaopeng² Pan Hongbin¹ Gao Jinghang¹ Zhou Jiaxi^{1†}

(1. School of Mechanical and Vehicular Engineering, Hunan University, Changsha 410082)

(2. School of Energy and Power Engineering, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410114)

Abstract The high static stiffness and low dynamic stiffness characteristics of the quasi-zero-stiffness isolator effectively address the conflict between low stiffness and high load-bearing capacity in traditional isolators. However, most existing quasi-zero-stiffness isolators are designed for small load conditions and have a less compact structure, making them difficult to apply in situations with higher loads and limited installation space. In view of this, a high-load compact quasi-zero-stiffness isolator is proposed and its heavy-load low-frequency vibration isolation characteristics is verified through experiments. The isolator utilizes coaxial permanent magnet rings to provide negative stiffness and achieves quasi-zero stiffness by paralleling with circumferentially distributed coil springs. The restoring force expression of the coaxial permanent magnet rings is derived using the equivalent magnetic charge method, and finite element simulation of the permanent magnet rings is conducted using COMSOL software to verify the accuracy of the analytical expression. Subsequently, a nonlinear dynamic theoretical model of the vibration i-

2025-01-04 收到第 1 稿,2025-01-22 收到修改稿。

^{*} 国家自然科学基金资助项目(12472010,12302003), National Nature Science Foundation of China (12472010,12302003)。

[†] 通信作者 E-mail:jxizhou@hnu.edu.cn

solation system is established, and the equations are solved using the harmonic balance method. The theoretical results are also verified using the Runge-Kutta method. Additionally, the influence of system damping ratio and external excitation amplitude on the system's amplitude-frequency response and force transmissibility is discussed. Finally, a prototype of the isolator is fabricated, and quasi-static static tests and sinusoidal excitation tests are conducted. The results indicate that the coaxial magnet ring quasi-zero-stiffness isolator can achieve compact heavy-load low-frequency vibration isolation with an installation height of 60 mm and a load capacity of 160 kg. When the controlled excitation force amplitude is 20 N, the initial vibration isolation frequency is as low as 3.6 Hz, with a vibration isolation efficiency of 44.3% (5 dB) at 5 Hz and 90% (20 dB) at 10 Hz.

Key words quasi-zero stiffness, low-frequency vibration isolation, high load capacity, coaxial permanent magnet rings, compact

引言

低频振动由于穿透性强往往影响装备的服役性能,尤其是超精密加工领域^[1-3],低频振动严重影响加工精度,降低装备使用寿命。隔振方法是减小振动的有效途径,但是对于传统的线性隔振方法,仅当外激励频率大于隔振系统固有频率的 $\sqrt{2}$ 倍时,隔振器才会发挥作用^[4,5]。一般通过降低系统刚度来获得低频隔振性能,但过低的刚度将严重影响系统的承载能力和安装稳定性,因此,低刚度与高承载之间的矛盾是制约传统线性隔振方法发展的主要原因^[6]。为克服这一矛盾,学者们通过引入负刚度机构或结构,并与正刚度部件并联,获得了准零刚度特性,从而在不影响承载能力的前提下实现了低频隔振^[7-12]。

负刚度机构或结构是准零刚度结构的关键部件,其设计方案决定了负刚度对振幅的敏感性以及准零刚度结构的紧凑性。Carrella 等^[13]提出了由两根斜弹簧构成的负刚度机构,并将其与正刚度弹簧并联实现准零刚度。Huang 等^[14]利用欧拉屈曲梁产生的负刚度与弹簧并联来设计准零刚度结构。Zhou 等^[15]提出了凸轮-滚轮负刚度机构,提升了准零刚度对振幅的敏感性。Xu 等^[16]将连杆与磁弹簧组合设计了一种强非线性负刚度机构,改善了准零刚度隔振性能。Zhou 等^[17]提出了一种仿动物肢体的准零刚度结构,通过调整结构参数和刚度比,在整个行程实现了准零刚度。Chai 等^[18]通过添加竖杆引入负刚度提出了一种 X 构型的准零刚度隔振器,相比于传统准零刚度隔振器获得了更好的隔振性能。

在航空航天等领域,隔振系统不仅追求优良的隔振效能,还必须确保系统的可靠性、体积的小型化以及质量的轻量化^[19,20]。然而,上述准零刚度结构不仅体积大,而且因存在大量铰接而对装配误差非常敏感,难以在紧凑空间内获得理想的准零刚度特性。磁力机构具有无接触、响应快、成本低以及设计紧凑等优势,是较为理想的负刚度机构。Robertson 等^[21]利用磁力弹簧设计了准零刚度隔振器,并对其动力学特性进行了理论研究。Zheng 等^[22]利用磁瓦作为负刚度机构提出了一种扭转准零刚度隔振器。Liu 等^[23]利用负刚度磁环和拉索设计了一种可以在平面内隔振的准零刚度隔振器。Wu 等^[24]提出了一种磁力弹簧阵列可以产生强负刚度。闫森森等^[25]将橡胶弹簧与磁弹簧并联设计了一种针对船舶精密设备的准零刚度隔振器。Wang 等^[26]针对新生儿运输过程中的减振防护需求,设计了一种基于负刚度磁力弹簧的准零刚度隔振器。

本文聚焦于重载条件下和紧凑空间内的低频隔振设计难题,提出了一种同轴永磁体磁环机构与正刚度弹簧并联的紧凑型高承载准零刚度隔振器。首先,建立紧凑型高承载准零刚度隔振系统的动力学模型。其次,根据等效磁荷法推导同轴磁环的回复力解析表达式,并通过有限元仿真对理论模型进行验证。进一步推导隔振系统的控制方程,利用谐波平衡法求得动力学方程的近似解析解,并探讨系统参数对隔振系统的动力学特性以及隔振性能的响应规律。最后,通过静力学实验验证所提隔振器的准零刚度特性,利用激振实验评估隔振器重载下的低频隔振特性。

1 结构与静力学特性分析

1.1 高承载紧凑型准零刚度隔振器结构设计

高承载紧凑型准零刚度隔振器的整体结构示意图如图1所示。核心部件包括同轴内、外磁环和线圈弹簧。其中,线圈弹簧提供正刚度用于承载负载。同轴永磁体磁环提供负刚度,与线圈弹簧并联从而实现准零刚度。

此外,弹簧内部还嵌入了缓冲层橡胶,旨在抵御剧烈冲击,防止对隔振结构造成不可逆的损伤。

4个线圈弹簧沿圆周均匀分布在隔振器内,上端与负载平台紧密相连,而下端则安装在下壳体上。同轴永磁体磁环为内外两个相互排斥的钕铁硼永磁体磁环,两者充磁方向一致,在相互错位时产生相互排斥的非线性磁力。内磁环通过磁环支撑结构与负载平台固定连接,并在导向轴和上壳体的引导下,在激励作用下仅能在竖直方向上产生位移。导向轴与负载平台中轴上的直线轴承精密配合,防止承载平台倾斜,确保了隔振系统的安装稳定性。

当负载施加于隔振器时,平台会向下移动直至达到预设的工作位置。在此过程中,内外磁环提供的负刚度在竖直轴线上与线圈弹簧的正刚度相抵消,从而实现系统所需的准零刚度特性。

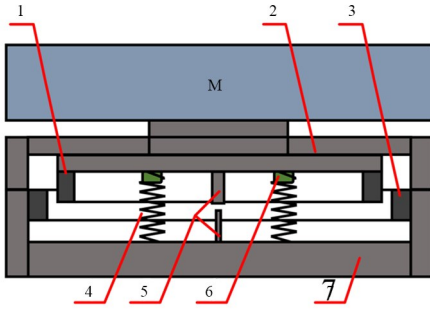


图1 重载低频隔振器示意图(1.内磁环;2.上壳体;3.外磁环;4.线圈弹簧;5.导向轴;6.缓冲橡胶;7.下壳体)

Fig. 1 Heavy-load low-frequency vibration isolator

(1. Inner magnetic ring; 2. Upper shell; 3. Outer magnetic ring; 4. Coil spring; 5. Guide shaft; 6. Buffer rubber; 7. Lower shell)

1.2 永磁体磁环负刚度机构的理论分析

同轴永磁体磁环如图2所示,两个磁环同心同轴,轴心都位于 Z 轴上,并且内、外磁环具有相同的磁化方向。 R_1 和 R_2 分别为内磁环的内外半径。 R_3 和 R_4 分别为外磁环的内外半径。 l 为内外磁环的厚度。 (r_1, α) 和 (r_2, β) 分别是磁环面1和2上一

点 A 和 B 的极坐标, r_{12} 是 AB 两点之间的距离。真空磁导率为 μ_0 。内磁环和外磁环的剩余磁感应强度均为 Υ_r 。两磁环之间的距离磁隙 d 为 $R_3 - R_2$ 。 σ 是磁环端面的磁荷面密度, μ_0 是真空磁导率。

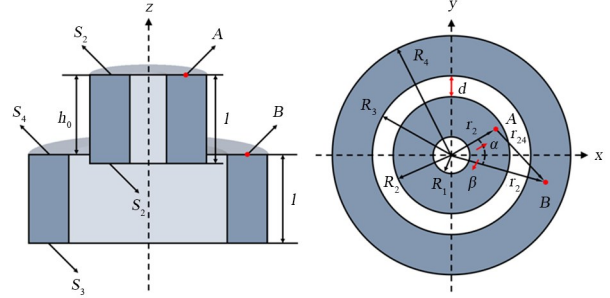


图2 磁环负刚度结构示意图:(a)横截面;(b)俯视图
Fig. 2 Structure of magnetic ring with negative stiffness:
(a) Cross-sectional view; (b) Top view

根据等效磁荷理论,在极坐标系中取外磁环面 S_1 上任意一点 $A(\alpha, r_1)$ 和内磁环面 S_2 上任意一点 $B(\beta, r_2)$,则 A 、 B 两点处的磁荷量为

$$\begin{cases} q_A = \sigma_1 r_1 d\alpha dr_1 \\ q_B = \sigma_2 r_2 d\beta dr_2 \end{cases} \quad (1)$$

式中, σ_1 和 σ_2 分别为面 S_1 和 S_2 的磁荷面密度。 q_B 对 q_A 所产生的磁感应强度为

$$\mathbf{H}_A = \frac{q_B}{4\pi\mu_0 r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \quad (2)$$

A 点和 B 点之间的磁力为

$$d\mathbf{F}_{12} = q_B \mathbf{H}_A \quad (3)$$

由于磁环磁化方向与磁环端面法线方向重合,表面磁密度等于剩磁感应强度^[27],即

$$\begin{cases} \sigma_1 = \Upsilon_r \\ \sigma_2 = \Upsilon_r \end{cases} \quad (4)$$

将式(4)代入式(3)可得

$$d\mathbf{F}_{12} = \frac{\Upsilon_r^2 r_1 r_2 d\alpha d\beta dr_1 dr_2}{4\pi\mu_0 r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \quad (5)$$

将磁力向内外磁环共同轴线 Z 方向投影可得, A 、 B 两点磁荷间沿磁环运动方向的相互作用力为

$$dF_{12} = dF_{12} \cdot \mathbf{k} \quad (6)$$

式中 $\mathbf{k}$ 是 Z 轴方向的单位矢量。由几何关系可得, A 点和 B 点之间的距离

$$r_{12} = \sqrt{h_0^2 + r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\alpha - \beta)} \quad (7)$$

将式(7)代入式(6),对端面 S_1 和 S_2 进行积分,可以得到内磁环端面 S_2 对外磁环端面 S_1 之间沿 Z 方向的磁力

$$F_{12} = \zeta \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{R_3}^{R_4} \frac{h_0}{r_{12}^3} r_1 r_2 dr_1 dr_2 d\alpha d\beta \quad (8)$$

其中 ζ 可以写为

$$\zeta = \frac{\Upsilon_r^2}{4\pi\mu_0} \tag{9}$$

同理可求得其他面之间沿磁环相对运动方向上的磁力

$$F_{14} = \zeta \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{R_3}^{R_4} \frac{l-h_0}{r_{14}^3} r_1 r_4 dr_1 dr_4 d\alpha d\beta \tag{10}$$

$$F_{32} = \zeta \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{R_3}^{R_4} \frac{l+h_0}{r_{32}^3} r_3 r_2 dr_3 dr_2 d\alpha d\beta \tag{11}$$

$$F_{34} = \zeta \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{R_1}^{R_2} \int_{R_3}^{R_4} \frac{h_0}{r_{34}^3} r_3 r_4 dr_3 dr_4 d\alpha d\beta \tag{12}$$

其中

$$r_{14} = \sqrt{(l-h_0)^2 + r_1^2 + r_4^2 - 2r_1 r_4 \cos(\alpha - \beta)} \tag{13}$$

$$r_{32} = \sqrt{(l+h_0)^2 + r_3^2 + r_2^2 - 2r_3 r_2 \cos(\alpha - \beta)} \tag{14}$$

$$r_{34} = \sqrt{h_0^2 + r_3^2 + r_4^2 - 2r_3 r_4 \cos(\alpha - \beta)} \tag{15}$$

对整体分析,进一步叠加 F_{12} 、 F_{14} 、 F_{32} 和 F_{34} ,可得 Z 轴方向上内外磁环之间磁力

$$F_m = F_{12} + F_{14} - F_{32} + F_{34} \tag{16}$$

将磁力对 z 求导,可得磁环的刚度

$$k_m = \frac{dF_m}{dz} \tag{17}$$

1.3 同轴永磁体磁环的有限元分析

为验证同轴磁环磁力和刚度解析表达式(16)、(17)的准确性,基于 COMSOL 软件的电磁模块,对同轴磁环进行有限元仿真分析.在仿真过程中,采用了简化的 2D 轴对称模型以降低计算复杂度.磁铁的具体仿真参数已列于表 1.磁环有限元模型

表 1 内外磁环主要参数	
Table 1 The main parameters of the inner and outer magnetic rings	
Parameters	Value
Magnetic flux density: Υ_r	1.44 T
Relative permeability: μ_0	1
Inner radius of inner magenet: R_1	10 mm
Outer radius of inner magenet: R_2	60 mm
Inner radius of outer magenet: R_3	75 mm
Inner radius of outer magenet: R_4	80 mm
Thickness of magnet: l	10 mm

的几何结构及其网格划分如图 3(a)所示.图中,紫色区域为内外磁环,而灰色区域为空气域.磁环有有限元仿真中的磁感线分布情况以及磁通密度的大小如图 3(b)所示.

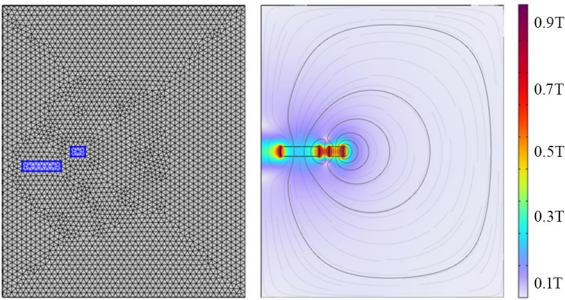


图 3 同轴磁环有限元仿真:(a)网格划分;(b)磁通密度模
Fig.3 Finite element simulation of coaxial magnetic rings:
(a) Meshing; (b) Magnetic flux density magnitude

在有限元仿真分析中,在平衡位置 $\pm 15\text{ mm}$ 的范围内分析内外磁环之间的磁力.图 4(a)与图 4(b)分别展示了同轴磁环的力一位移关系和刚度一位移关系的理论解与有限元解之间的对比.观察发现,理论结果在回复力上略微大于有限元分析的结果,产生误差的原因与网格的划分质量以及空气域大小的选取有关.回复力最大误差为 17%,刚度最大误差为 12%,因此,误差处于可接受的范围之内,并反映了永磁体磁环的负刚度特性.

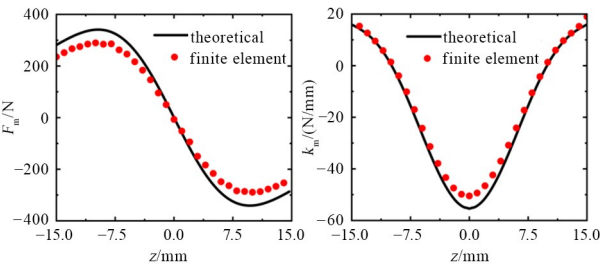


图 4 理论分析有限元仿真:(a)力仿真对比;(b)刚度仿真对比
Fig.4 Comparison of analysis of theoretical analysis and finite element simulation; (a) Comparison of force simulations; (b) Comparison of stiffness simulations

1.4 准零刚度参数设计

进一步,基于同轴磁环的理论公式,通过与线圈弹簧并联,展开参数设计以实现准零刚度.相较于线圈弹簧,磁环的制造过程更为繁琐且耗时,同时,磁环尺寸改变也会要求内部零件结构尺寸大幅度调整.因此,通过调整线圈弹簧的正刚度,并与同轴磁环的负刚度匹配来设计准零刚度机构.

鉴于结构紧凑性和承载能力的严格要求,弹簧压缩至工作位置后竖直方向尺寸受到整体结构的

限制,需控制在 60 mm 内,而且工作负载达 1600 N. 弹簧的刚度范围设定在 13~17 N/mm 的区间内. 在实际参数选择时,考虑到系统需要承受较大的负载,针对不同刚度的弹簧,需设计不同的原长,以确保隔振器在预压下,能在静平衡位置承受重载且获得准零刚度.

图 5(a)和图 5(b)分别展示了在不同正刚度条件下,系统的力位移曲线和刚度曲线. 通过反复尝试和调整,发现当弹簧的正刚度设定为 15 N/mm 时,系统呈现出较好的准零刚度特性. 若刚度设置过大,系统会出现显著的负刚度,进而影响整体系统的稳定性,不利于隔振;反之,若弹簧刚度过小,系统在平衡位置仍会保留较大的正刚度,这将降低系统的低频隔振性能.

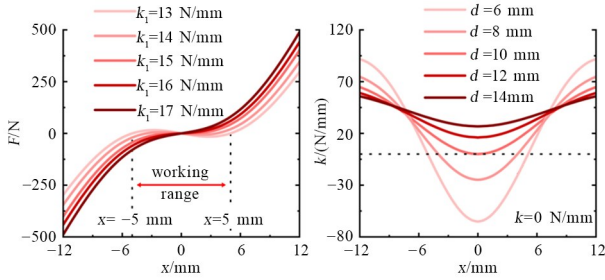


图 5 弹簧刚度对隔振性能影响:(a)弹簧刚度对回复力影响;
(b)弹簧刚度对刚度影响

Fig. 5 Influence of spring stiffness on vibration isolation:
(a) Influence of spring stiffness on restoring force;
(b) Influence of spring stiffness on stiffness

2 动力学特性分析

2.1 非线性刚度的多项式拟合

为了简化动力学计算的复杂性,对准零刚度力一位移曲线进行多项式拟合近似处理. 拟合结果如图 6(a)和图 6(b)所示. 图中,绿色圆点代表三次多项式拟合的结果,而红色三角则代表五次多项式拟合的结果. 值得注意的是,尽管三次多项式拟合

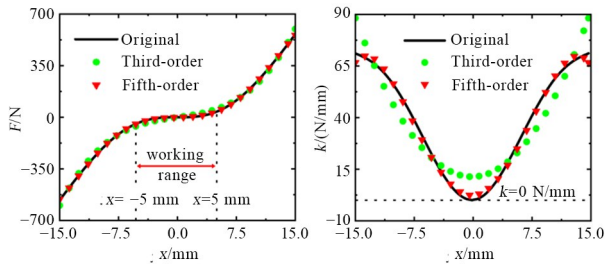


图 6 力和刚度拟合曲线:(a)回复力曲线拟合结果;
(b)刚度曲线拟合结果

Fig. 6 Fitted curve of force and stiffness: (a) The fitting result of restoring force curve; (b) The fitting result of stiffness

在回复力曲线的拟合上表现出良好的精度,但在刚度曲线的拟合上却存在显著偏差,无法准确反映原始结果的刚度特性. 相反,五次多项式拟合不仅在回复力曲线的拟合上表现出色,同时在刚度曲线的拟合上也具有很高的准确性. 因此,综合考虑计算复杂度和拟合精度,本文选择了五次多项式拟合,具体拟合结果如下:

$$F_{QZS} = k_1 z + k_3 z^3 + k_5 z^5 \quad (18)$$

多项式拟合参数 $k_1 = 1574 \text{ N/mm}$, $k_3 = 2.655 \times 10^8 \text{ N/mm}^3$, $k_5 = -4.785 \times 10^{11} \text{ N/mm}^5$, 由于理论分析结果近似为奇函数,因此拟合多项式只存在奇数次的系数.

2.2 动力学方程建立和求解

建立单自由度准零刚度隔振系统的动力学模型如图 7 所示,假设基础为刚性基础,不考虑其刚度对隔振系统的影响. 基于牛顿第二定律,准零刚度隔振系统的动力学方程为

$$m\ddot{z} + c\dot{z} + F_{QZS} = F \cos \omega t \quad (19)$$

其中 m 是隔振物体质量, c 是系统黏性阻尼系数, z 是被隔振对象的位移.

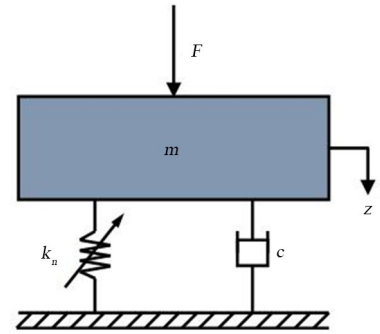


图 7 隔振系统等效力学模型

Fig. 7 The equivalent mechanical model of the vibration isolation system

引入以下参数

$$\begin{aligned} \tilde{z} &= \frac{z}{z_s}, \zeta = \frac{c}{2m\omega_n}, \Omega = \frac{\omega}{\omega_n}, \omega_n = \sqrt{\frac{k_p}{m}}, \\ F_0 &= \frac{F}{K_1 z_s}, \tau = \omega_n t, \alpha = \frac{k_1}{k_p}, \beta = \frac{k_3 z_s^2}{k_p}, \gamma = \frac{k_5 z_s^4}{k_p} \end{aligned} \quad (20)$$

其中, z_s, k_p 分别代表隔振器从未受压状态到工作状态的压缩位移和正刚度弹簧的刚度. 对方程式 (19) 进行无量纲化处理, 得到

$$\ddot{\tilde{z}} + 2\zeta\dot{\tilde{z}} + \tilde{F}_{QZS} = F_0 \cos(\Omega\tau) \quad (21)$$

其中 $\tilde{F}_{QZS}$ 可以表示为

$$\ddot{F}_{QZS} = \alpha \ddot{z} + \beta \dot{z}^3 + \gamma \dot{z}^5 \quad (22)$$

假设系统响应 $\dot{z}$ 的谐波解为

$$\dot{z} = Z \cos(\Omega \tau + \varphi) \quad (23)$$

其中 Z 是输出的位移幅值, φ 是系统响应相对于激励之间的相位. 根据谐波平衡法可以得到如下代数方程

$$\begin{cases} (\alpha - \Omega^2)Z + \frac{3}{4}\beta Z^3 + \frac{5}{8}\gamma Z^5 = F_0 \cos \varphi \\ -2\zeta Z \Omega = F_0 \sin \varphi \end{cases} \quad (24)$$

将式(24)的两部分平方求和可以得到准零刚度隔振系统的幅频响应

$$\left(-\Omega^2 Z + \alpha Z + \frac{3}{4}\beta Z^3 + \frac{5}{8}\gamma Z^5 \right)^2 + (-2\zeta Z \Omega)^2 = F_0^2 \quad (25)$$

求解式(25)即可求得系统的幅频曲线. 同时系统力传递率可以表述为

$$T = \frac{\sqrt{\left(\alpha Z + \frac{3}{4}\beta Z^3 + \frac{5}{8}\gamma Z^5 \right)^2 + (2\zeta Z \Omega)^2}}{F_0} \quad (26)$$

利用龙格库塔方法直接求解准零刚度隔振系统的运动方程(19), 验证近似解析解的准确性, 如图 8 所示. 红色圆点代表龙格库塔算法正向扫描结果, 蓝色方点则代表反向扫描结果. 其中黑色实线为稳定解析解而红色虚线则为不稳定解析解. 其中, 不稳定解析解无法通过数值方法求得, 并且正反扫数值解都存在跳跃现象. 整体上, 数值解与解析解基本一致, 验证了解析解的准确性.

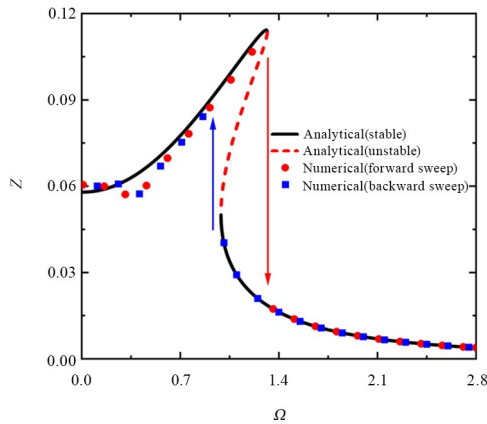


图 8 幅频曲线解析解与数值解对比图

Fig. 8 Comparison between analytical solution and numerical solution of amplitude-frequency curve

2.3 参数讨论

2.3.1 无量纲激励幅值 F_0

图 9(a)展示了无量纲激励幅值 F_0 对幅频曲

线的影响规律. 图中, 激励幅值 F_0 值为 0.02、0.04、0.06、0.08 和 0.10, 同时保持其他参数不变. 可以明显看出, 随着外部激励力幅值的逐步增加, 准零刚度隔振系统的非线性特性愈发显著. 与此同时, 起始隔振频率(向下跳跃频率)也呈现出逐渐上升的趋势.

图 9(b)则展示了无量纲激励幅值 F_0 对传递率产生的影响. 从图中可以看出, 激励幅值对传递率的作用主要集中在共振峰附近区域. 随着 F_0 值的增大, 传递率的共振峰也随之显著增大, 同时下跳频率向高频方向偏移, 跳跃区间亦随之拓宽. 总体而言, 随着激励幅值的不断增大, 系统的低频隔振效果呈现出逐渐减弱的趋势.

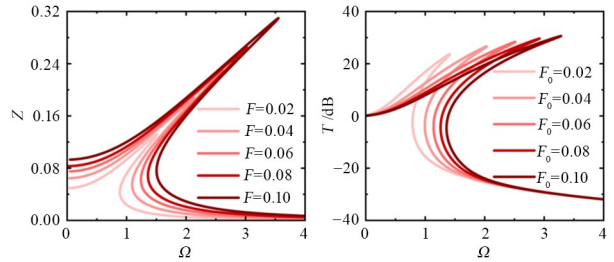


图 9 激励幅值对隔振性能的影响: (a) 幅值对幅频曲线的影响; (b) 幅值对传递率的影响

Fig. 9 Influence of excitation amplitude on vibration isolation: (a) Influence of amplitude on the amplitude-frequency curve; (b) Influence of amplitude on transmissibility

2.3.2 阻尼比 ζ

图 10(a)展示了阻尼比 ζ 变化对幅频曲线的影响. 图中, 阻尼比 ζ 取值为 0.03、0.07、0.11、0.15 和 0.19, 同时其他所有参数保持不变. 观察结果可知, 随着阻尼比 ζ 的增加, 系统的非线性特性呈现出减弱趋势, 共振峰的峰值也相应降低. 值得注意的是, 尽管高频性能受到的影响相对较小, 但阻尼比的增加却有效降低系统的共振峰.

图 10(b)则揭示了阻尼比 ζ 对传递率的影响规律. 从图中可以看出, 阻尼比的变化对起始隔振频率的影响微乎其微. 然而, 在共振区间内, 共振峰会随着阻尼比的增大而显著减小; 与之相反, 在隔振区间内, 传递率却呈现出随阻尼比增大而增大的趋势. 综合来看, 随着阻尼比的增加, 一方面能够显著降低系统在共振峰位置处的共振峰值, 从而提升系统的低频隔振性能; 另一方面, 也在一定程度上削弱了系统在较高频下的隔振效果.

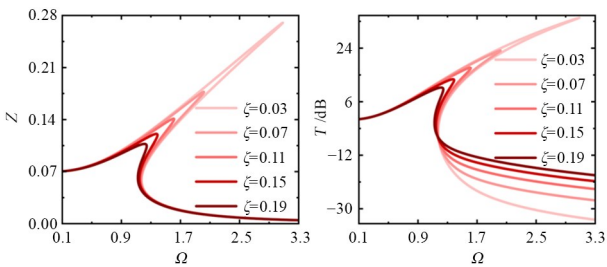


图 10 阻尼比对隔振性能影响:(a)阻尼对幅频曲线影响;
(b)阻尼对传递率影响
Fig. 10 Influence of damping ratio on vibration isolation:
(a) Influence of damping ratio on the amplitude-frequency curve;
(b) Influence of damping ratio on transmissibility

3 实验验证

根据理论设计的结构参数,使用铝合金加工准零刚度隔振器的外壳和内部零件,定制同轴永磁环和线圈弹簧,结合缓冲橡胶块和密封垫圈,制备准零刚度隔振实验样机.同时,考虑到永磁体的磁性对外部的影响,对表面进行防漏磁涂层处理,在一定程度上减少磁泄漏.

首先,开展准静态压缩实验,验证隔振器的准零刚度特性;其次,开展自由振动实验,测定单自由度隔振系统的阻尼比;最后,开展激振实验,测定单自由度在正弦激励下的力传递率和隔振效率,验证其低频隔振效果.

3.1 静力学实验

首先,开展准静态力学实验,验证准零刚度隔振器的静力学刚度特性,如图 11(a)所示.使用 WDW3050 型拉压试验机对隔振器样机进行缓慢加载,施加准静态载荷,测试隔振系统的回复力与位移之间的关系.调节拉压试验机使测试起始原点恰为隔振器压缩量为零处.测试从 0 mm 到 23 mm

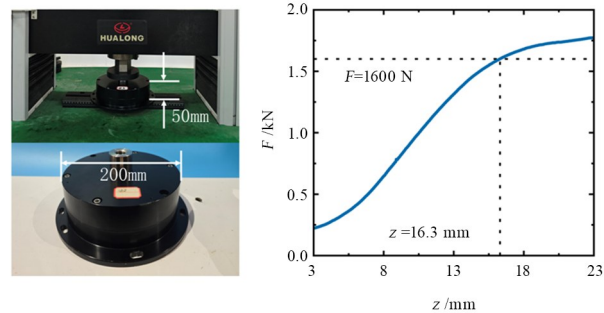


图 11 静力学拉压实验及测试结果:(a)隔振器拉压实验;
(b)力-位移曲线
Fig. 11 Static tensile and compression test and results:
(a) Static tensile and compression test;
(b) Force-displacement curve

的加载过程,记录回复力和位移之间的关系曲线,如图 11(b)所示.由图可知,在载荷达到目标载荷 1600 N 时,对应的位移压缩量为 16.3 mm;而且,在其附近区间内,回复力曲线变化减缓,隔振系统刚度降低,表现出准零刚度特性.

3.2 动力学实验

动力学实验装置如图 12 所示.图 12(a)所示振动信号测试系统中,由软件分别控制功率放大器和信号采集仪,实现对系统输入振动信号的控制以及系统振动测试信号输出的监测记录.电荷放大器的作用是给实验所用的输出力传感器供电.图 12(b)中所示实验装置从上至下布置有激振器、输入力传感器、加速度传感器、负载质量、隔振器以及隔振器下方沿周向均布的 4 个输出力传感器.由信号发生器、功率放大器、传感器和信号采集仪一起构成的闭环控制系统进行激振实验.在振动测试过程中,主要测试结果为隔振器底座传导至力传感器的输出力和激振器输入的正弦激励力,进而将二者幅值的比值作为力传递率来评估系统隔振性能.

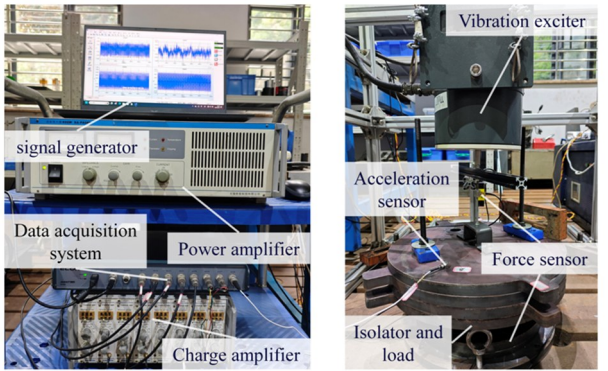


图 12 动力学测试系统:(a)振动测试系统;(b)激振、负载布置
Fig. 12 Dynamic testing system: (a) Vibration testing system;
(b) Excitation setup and load arrangement

首先,开展自由振动实验测定单自由度准零刚度系统在额定负载 160 kg 下的阻尼系数.实验装置如图 13(a)所示,给予负载 0.6 mm 的初始位移,使其发生自由振动,用激光位移传感器拾取负载的位移响应,如图 13(b)所示, z_1 和 z_7 分别为选取的第 1 个周期和第 7 个周期的自由振动幅值,进而,基于自由衰减法计算系统的阻尼比,计算结果约为 0.11.

其次,通过开展正弦激振实验测定准零刚度隔振器样机的传递率.实验频率取 1~30 Hz,考虑到

外部激励力幅值对系统幅频响应的影响,控制激振器输入的激励力稳定在 20 N 左右,但是在共振峰位置附近,受到共振的影响和控制系统输出力的限制,适当降低了激励幅值至较低水平,同样取得了共振峰位置附近的测试结果.实测传递率结果如图 14(a)所示,由图可知,系统共振频率为 3 Hz,起始隔振频率为 3.6 Hz.

同时,基于静力学实验测得的回复力曲线,通过多项式拟合得到近似回复力式(18)无量纲化后的刚度参数 α 、 β 、 γ ,与阻尼比一同代入系统的力传递率理论公式(26),得到理论传递率,并与实验测得的传递率进行对比,如图 14(a)所示,两者结果吻合良好,最大误差仅为 2.6 dB,验证了理论模型的准确性以及样机实验的有效性.

为直观呈现准零刚度隔振器的隔振效果,图 14(b)给出了典型频率下的隔振效率.由图可知,当激振频率为 5 Hz、10 Hz、15 Hz、20 Hz 时,隔振效率分别达到了 44.3%、90.0%、95.7%、97.0%.进一步在图 15 中展示了在上述典型频率点处的正弦激励力(输入力)与传递至基础的力(输出力)的时域信号,通过对比更直观地展示了准零刚度隔振系统的振动性能,呈现出了优异的低频隔振效果.

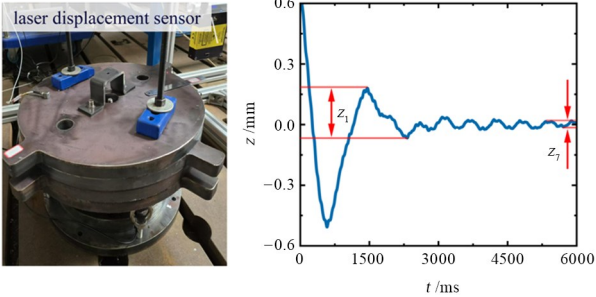


图 13 自由阻尼实验:(a)阻尼测试系统;(b)自由阻尼振动波形
Fig. 13 Free damping testing: (a) Damping testing system; (b) Free damping vibration form

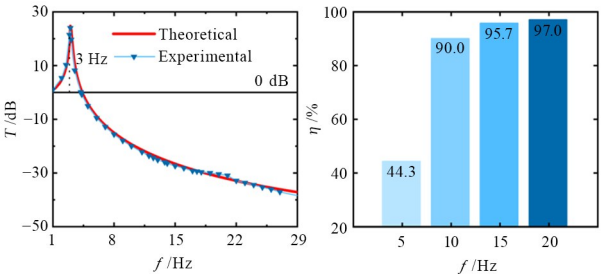


图 14 隔振器隔振效果(a)传递率对比结果;(b)隔振效率
Fig. 14 Vibration isolation performance of the vibration isolator: (a) Comparison results of transmissibility; (b) Comparison results of vibration isolation efficiency

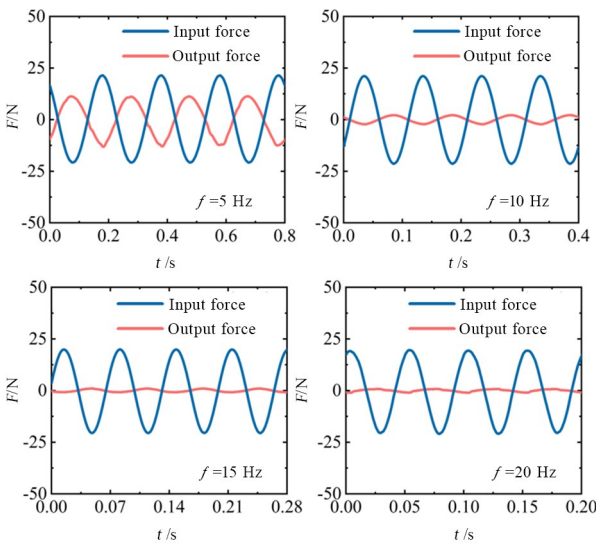


图 15 激励力(输入力)与传递力(输出力)的时域信号对比:
(a)5 Hz 下时域信号;(b)10 Hz 下时域信号;
(c)15 Hz 下时域信号;(d)20 Hz 下时域信号
Fig. 15 Comparison of time-domain signals between the excitation force (input force) and the transmitted force (output force): (a) The time-domain signal at 5 Hz; (b) The time-domain signal at 10 Hz; (c) The time-domain signal at 15 Hz; (d) The time-domain signal at 20 Hz

4 结论

本文针对设备承载高、安装空间窄等严苛工况,设计了一种高承载紧凑型准零刚度隔振器.通过将具有强磁性的钕铁硼同轴磁环与线圈弹簧并联实现了准零刚度特性.通过等效磁荷法和有限元仿真分析,分析了磁环的力学性能.通过实验研究,验证了同轴磁环准零刚度隔振器的低频隔振性能.研究结论如下:

(1)同轴磁环准零刚度隔振器具有良好的低频隔振性能.在高度不超过 60 mm 的紧凑空间内、160 kg 的负载下,控制激励力幅值在 20 N 附近区间内,隔振系统的共振频率为 3 Hz,起始隔振频率为 3.6 Hz;5 Hz 时隔振效率为 44.3% (5 dB),10 Hz 时隔振效率达 90% (20 dB).

(2)实验测得的阻尼参数和刚度参数能够较好地修正理论模型,使得理论分析结果与实验测试结果高度吻合,验证了理论模型和样机实验的有效性.

(3)准零刚度隔振系统的非线性受激励力幅值和阻尼比的影响较大,当激励幅值无法改变时,适当增大阻尼比,有利于降低系统的非线性,提升低频隔振性能.

参考文献

- [1] BRENNAN M J, DAYOU J. Global control of vibration using a tunable vibration neutralizer [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2000, 232(3): 585—600.
- [2] 袁巨龙, 张飞虎, 戴一帆, 等. 超精密加工领域科学技术发展研究[J]. *机械工程学报*, 2010, 46(15): 161—177.
- YUAN J L, ZHANG F H, DAI Y F, et al. Development research of science and technologies in ultra-precision machining field [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(15): 161—177. (in Chinese)
- [3] 张建卓, 李旦, 董申, 等. 精密仪器用超低频非线性并联隔振系统研究[J]. *中国机械工程*, 2004, 15(1): 69—71.
- ZHANG J Z, LI D, DONG S, et al. Study on ultra-low frequency parallel connection isolator used for precision instruments [J]. *China Mechanical Engineering*, 2004, 15(1): 69—71. (in Chinese)
- [4] MILOVANOVIC Z, KOVACIC I, BRENNAN M J. On the displacement transmissibility of a base excited viscously damped nonlinear vibration isolator [J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2009, 131(5): 054502.
- [5] 路纯红, 白鸿柏. 新型超低频非线性被动隔振系统的设计[J]. *振动与冲击*, 2011, 30(1): 234—236.
- LU C H, BAI H B. A new type nonlinear ultra-low frequency passive vibration isolation system [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2011, 30(1): 234—236. (in Chinese)
- [6] YUAN S J, SUN Y, ZHAO J L, et al. A tunable quasi-zero stiffness isolator based on a linear electromagnetic spring [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 482: 115449.
- [7] 王心龙, 周加喜, 徐道临. 一类准零刚度隔振器的分段非线性动力学特性研究[J]. *应用数学和力学*, 2014, 35(1): 50—62.
- WANG X L, ZHOU J X, XU D L. On piecewise nonlinear dynamic characteristics of a new-type quasi-zero-stiffness vibration isolator with cam-roller-spring mechanism [J]. *Applied Mathematics and Mechanics*, 2014, 35(1): 50—62. (in Chinese)
- [8] 肖庆雨, 周加喜, 徐道临, 等. 一种六自由度准零刚度隔振平台[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(1): 258—264.
- XIAO Q Y, ZHOU J X, XU D L, et al. A 6-DOF quasi-zero stiffness vibration isolation platform [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(1): 258—264. (in Chinese)
- [9] CAI C Q, ZHOU J X, WU L C, et al. Design and numerical validation of quasi-zero-stiffness metamaterials for very low-frequency band gaps [J]. *Composite Structures*, 2020, 236: 111862.
- [10] ZHOU J X, XU D L, BISHOP S. A torsion quasi-zero stiffness vibration isolator [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 338: 121—133.
- [11] 孙秀婷, 孙英超, 钱佳伟, 等. 低频大幅隔振器设计及实验[J]. *动力学与控制学报*, 2024, 22(2): 59—67.
- SUN X T, SUN Y C, QIAN J W, et al. Design and experiment of a vibration isolator for low frequency and large amplitude excitation [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2024, 22(2): 59—67. (in Chinese)
- [12] 张伟, 石沐辰, 柳超然. 仿猫类落地姿态的准零刚度隔振器[J]. *动力学与控制学报*, 2024, 22(2): 85—93.
- ZHANG W, SHI M C, LIU C R. Quasi-zero-stiffness vibration isolator inspired by the cat landing attitude [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2024, 22(2): 85—93. (in Chinese)
- [13] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P. Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2007, 301(3/4/5): 678—689.
- [14] HUANG X C, LIU X T, SUN J Y, et al. Vibration isolation characteristics of a nonlinear isolator using Euler buckled beam as negative stiffness corrector: a theoretical and experimental study [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2014, 333(4): 1132—1148.
- [15] ZHOU J X, WANG X L, XU D L, et al. Nonlinear dynamic characteristics of a quasi-zero stiffness vibration isolator with cam-roller-spring mechanisms [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 346: 53—69.
- [16] XU D L, YU Q P, ZHOU J X, et al. Theoretical and experimental analyses of a nonlinear magnetic vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(14): 3377—3389.

[17] ZHOU W X, LI Y L, ZHOU J X, et al. Limb-inspired quasi-zero stiffness structure for ultralow-frequency vibration attenuation [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2024, 274: 109251.

[18] CHAI Y Y, JING X J, CHAO X. X-shaped mechanism based enhanced tunable QZS property for passive vibration isolation [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2022, 218: 107077.

[19] YU K F, CHEN Y W, YU C Y, et al. A compact nonlinear stiffness-modulated structure for low-frequency vibration isolation under heavy loads [J]. Nonlinear Dynamics, 2024, 112(8): 5863—5893.

[20] 刘兴天, 孔祥森, 孙杰, 等. 隔振对象重量变化对准零刚度隔振器隔振性能的影响[J]. 动力学与控制学报, 2021, 19(1): 63—67.

LIU X T, KONG X S, SUN J, et al. Effect of load imperfection on vibration isolation performance of a quasi-zero-stiffness isolator [J]. Journal of Dynamics and Control, 2021, 19(1): 63—67. (in Chinese)

[21] ROBERTSON W S, KIDNER M R F, CAZZOLATO B S, et al. Theoretical design parameters for a quasi-zero stiffness magnetic spring for vibration isolation [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 326(1/2): 88—103.

[22] ZHENG Y S, ZHANG X N, LUO Y J, et al. Analytical study of a quasi-zero stiffness coupling using a torsion magnetic spring with negative stiffness [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 100: 135—151.

[23] LIU C R, ZHAO R, YU K P, et al. In-plane quasi-zero-stiffness vibration isolator using magnetic interaction and cables: Theoretical and experimental study [J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 96: 497—522.

[24] WU W J, CHEN X D, SHAN Y H. Analysis and experiment of a vibration isolator using a novel magnetic spring with negative stiffness [J]. Journal of Sound and Vibration, 2014, 333(13): 2958—2970.

[25] 闫森森, 陈立斌, 赵川, 等. 船用超低频准零刚度隔振器设计及性能研究[J]. 舰船科学技术, 2022, 44(23): 37—42.

YAN S S, CHEN L B, ZHAO C, et al. Design and performance research of marine ultra-low frequency quasi-zero stiffness vibration isolator [J]. Ship Science and Technology, 2022, 44(23): 37—42. (in Chinese)

[26] WANG Q, ZHOU J X, XU D L, et al. Design and experimental investigation of ultra-low frequency vibration isolation during neonatal transport [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 139: 106633.

[27] 孙佳佳, 史宗谦, 陈双, 等. 基于等效磁荷法的局部椭圆柱磁体的磁场计算方法及系统, 202310587121X [P]. 2023-05-23.