

长行程磁悬浮平面作动器的动力学建模与 非线性模型预测控制方法^{*}

胡棋誉^{1,2} 陆泽琦^{1,2,3,4†} 陈立群^{1,2,3,4}

(1. 上海大学 力学与工程科学学院, 上海 200444)

(2. 上海市应用数学和力学研究所, 上海 200072)

(3. 上海市能源工程力学重点实验室, 上海 200072)

(4. 上海大学 微电子学院, 上海 201800)

摘要 针对精密制造领域对高速定位和动态响应性能的严苛要求,提出了一种基于二维 Halbach 永磁阵列和印制线路板(printed circuit board, PCB)线圈阵列的长行程磁悬浮平面作动器设计与控制方法. 基于磁场分布的谐波模型,建立了磁悬浮平面作动器的动力学模型,分析了平动和旋转运动中的磁力与力矩耦合效应. 揭示了系统的非线性动态特性,提出了非线性模型预测控制(nonlinear model predictive control, NMPC)策略,并通过优化控制输入,实现了复杂路径的高精度轨迹跟踪. 结果表明,该方法在跟踪任务中表现出高精度、强鲁棒性和快速动态响应性能.

关键词 磁悬浮平面作动器, 动力学建模, 非线性模型预测, 轨迹跟踪

中图分类号:V241.3+3

文献标志码:A

Dynamic Modeling and Nonlinear Model Predictive Control of a Long-Stroke Maglev Planar Actuator^{*}

Hu Qiyu^{1,2} Lu Zeqi^{1,2,3,4†} Chen Liqun^{1,2,3,4}

(1. School of Mechanics and Engineering Science, Shanghai University, Shanghai 200444, China)

(2. Shanghai Institute of Applied Mathematics and Mechanics, Shanghai 200072, China)

(3. Shanghai Key Laboratory of Mechanics in Energy Engineering, Shanghai 200072, China)

(4. School of Microelectronics, Shanghai University, Shanghai 201800, China)

Abstract To meet the stringent requirements of high-speed positioning and dynamic response performance in the field of precision manufacturing, a long-stroke magnetically levitated planar actuator design and control method is proposed, based on a two-dimensional Halbach permanent magnet array and a printed circuit board (PCB) coil array. A dynamic model of the actuator is established using a harmonic model of the magnetic field distribution, enabling an in-depth analysis of the coupling effects between magnetic forces and torques during translational and rotational motions. The study reveals the nonlinear dynamic characteristics of the system and introduces a nonlinear model predictive control (NMPC) strategy to address these complexities. By optimizing control inputs, the proposed method achieves high-precision trajectory tracking along complex paths. The results demonstrate that this approach offers superior tracking accuracy, strong robustness, and fast dynamic response.

Key words maglev planar actuator, dynamic modeling, nonlinear model predictive control, trajectory tracking

引言

随着高精度制造技术的迅速发展,高性能运动台在半导体精密制造^[1-3]和科学仪器研发等领域^[4-7]变得日益重要.这些领域要求定位系统具备零摩擦、无磨损、高响应速度等高水平的性能.虽然传统的机械接触式传动系统在许多应用场景中表现良好,但在需要高动态性能和高精度定位的任务中,其结构复杂和惯性过大的缺陷限制了其应用范围^[8].因此,磁悬浮运动台技术应运而生.该技术通过磁力驱动实现运动部件的非接触控制,有效消除了摩擦和磨损,显著提升了系统的能效和定位精度^[9].相比传统传动方式,磁悬浮运动台不仅优化了系统的动态响应性能,还在高端制造领域提供了更加可靠和高效的解决方案.

磁悬浮运动台的设计结构主要有洛伦兹力式和平面电机式两种,分别适用于小范围高精度运动和大范围多自由度定位.其中,洛伦兹力式磁悬浮运动台因励磁区域小、系统惯量低,适合实现纳米级别的运动控制.例如,美国德州农工大学通过采用高磁导率材料和空心线圈,结合高精度传感器与嵌入式控制器,实现了毫米级运动行程内的高动态响应性能^[4];荷兰代尔夫特理工大学则基于精确的磁力建模,优化了洛伦兹力式磁悬浮系统的输出力学性能^[10].与此同时,西安交通大学和哈尔滨工业大学的研究人员通过改进线圈设计与调整电磁参数,进一步提高了系统的动态响应和定位精度^[11,12].

相比之下,平面电机式磁悬浮运动台因充磁面积大、系统刚性强,能够实现数百毫米行程范围内的高精度运动,更适合多自由度定位场景^[9].例如,麻省理工学院设计了基于多相线圈和一维永磁阵列的平面磁悬浮系统,成功实现了大行程范围内的六自由度精密伺服运动^[13];德国伊尔默瑙工业大学优化了一维磁阵列的磁场利用率,显著提升了系统紧凑性与定位分辨率^[14];荷兰埃因霍温理工大学^[15]、清华大学^[16,17]的研究人员提出使用二维磁体阵列实现大行程平面运动,相较于一维阵列,这种设计方法可使系统更为紧凑,且磁场和线圈利用率更高,但是电磁建模过程中需要考虑线圈短边和

圆弧区域电流对磁力的影响;武汉大学^[18]和英属哥伦比亚大学^[8,19]提出了结合圆形永磁阵列与环形线圈的电磁结构设计,既满足了平面运动需求,又增强了系统的旋转能力.

尽管磁悬浮运动台在结构设计和性能优化方面取得了显著进展,其运动控制依然面临诸多挑战.首先,磁悬浮系统的气隙磁场分布复杂,尤其在大行程运动中,非线性和无源有旋性特征显著增加了精确建模的难度^[20].其次,系统的无阻尼特性使其对负载变化和外部扰动的鲁棒性较差,硬件偏差和加工场景中的动态扰动进一步限制了系统的稳定性.此外,多自由度运动中的磁力耦合效应显著,每个线圈的磁力可能同时作用于多个自由度,显著降低动态响应性能和定位精度.

传统的线性控制方法,如比例-积分-微分(PID)控制、线性二次型调节器(LQR)和滑模控制,因其实现简单、响应速度快,在磁悬浮系统中得到了广泛应用^[20].PID控制通过比例、积分和微分项调节系统输出,具有良好的初步控制能力和稳定性.例如,美国犹他州立大学的研究人员基于集中场磁矩阵,设计了一种轻量化平面位置工作台,并采用PID控制策略实现了平稳运动^[21].LQR则通过优化二次型目标函数,在控制输入和跟踪误差之间实现了最优权衡.美国德州农工大学结合霍尔传感器,开发了一种六自由度精密定位器,利用LQR实现了高精度定位和动态性能优化^[22].滑模控制因其强鲁棒性,在处理复杂外部扰动和非线性动态特性时表现出独特优势.佛罗里达理工学院的研究人员提出了一种基于观测器的滑模控制方法,用于六自由度磁悬浮工作台,有效提升了系统在复杂动态环境下的稳定性^[23].

然而,这些方法在面对磁悬浮系统的多输入多输出(MIMO)特性、多自由度耦合效应以及复杂的非线性动态行为时,表现出显著的局限性.PID控制难以兼顾高动态响应与高精度;LQR在处理复杂动态约束和外界扰动时表现有限;滑模控制尽管增强了抗扰能力,但抖振问题限制了其在高精度应用中的推广.这些不足促使研究者探索更为先进的控制方法.

模型预测控制(model predictive control, MPC)因其多步预测、滚动优化和显式约束处理能力,已成为磁悬浮系统控制的研究热点. MPC 通过基于线性化模型的优化框架,不仅能够应对系统的多自由度耦合,还能够显式处理输入和状态约束,从而实现对复杂动态系统的高精度控制. 例如,武汉大学结合扰动观测器与 MPC,设计了一种适用于磁悬浮系统的控制方法,在解决强耦合和复杂约束问题方面取得了显著成效^[24]. 深圳大学的研究团队则在平面开关磁阻电机轨迹跟踪中引入了基于最小-最大 MPC 的优化策略,增强了系统对输入饱和与外部扰动的适应性^[25]. 然而,传统 MPC 在处理磁悬浮系统中的非线性动态行为时存在不足,通常需要通过简化模型或线性化方法进行近似,这限制了其在复杂非线性场景中的进一步应用.

近年来,非线性模型预测控制(nonlinear model predictive control, NMPC)凭借处理复杂非线性系统、多变量耦合和约束条件的能力,逐渐引起关注. 然而,目前针对 NMPC 在磁悬浮系统中的应用研究仍相对有限,大多停留在理论探索或其他领域的实践. 国内高校的系统性研究表明, NMPC 可通过多步预测与滚动优化显著提升复杂非线性系统的动态响应,并正向高精度、多输入多输出控制方向演进^[26].

相比之下,线性状态反馈、非线性控制和智能控制等传统方法已在磁悬浮系统中积累了丰富的应用经验. 例如,同济大学团队在电磁悬浮(EMS)型系统中,深入研究了线性状态反馈与非线性控制策略^[27]. 然而,由于磁悬浮系统往往存在强耦合、多物理场效应和复杂路径任务需求,这些方法在高动态性能与多自由度协同控制方面仍存在一定局限.

因此,进一步探索 NMPC 在磁悬浮系统中的应用具有重要意义. 通过仿真与实验的结合,可针对磁悬浮平台开发适配 NMPC 的算法,并结合并行优化与扰动补偿技术,提升实时计算效率和系统鲁棒性. 随着 NMPC 研究的不断深入,它有望为磁悬浮系统在精密制造、半导体加工和高速交通等领域提供更高效、更稳健的控制解决方案.

本文针对上述问题,以二维 Halbach 阵列与 PCB 线圈阵列相结合的磁悬浮平面作动器为研究

对象,提出了一种基于 NMPC 的新方法. 通过构建完整的六自由度动力学模型,深入分析了旋转运动对气隙磁场分布的影响,确保系统模型能够全面反映磁悬浮系统的复杂动态特性. 在控制策略上,利用非线性模型预测控制,通过实时优化多输入多输出系统中的耦合项与输入约束,实现了高精度的动态响应控制.

1 动磁式平面作动器的设计与建模

动磁式平面作动器采用二维 Halbach 永磁阵列与印制线路板(printed circuit board, PCB)线圈阵列相结合的设计,旨在实现长行程、高精度、多自由度的运动控制. 二维 Halbach 阵列通过特定的磁极排列,使线圈工作区域的磁通密度达到最大,同时有效减少背面磁场泄漏,从而显著提升了磁场的利用效率和系统的力密度. 相比传统一维 Halbach 阵列设计,二维结构的磁场分布更加均匀,有助于提升作动器的定位精度和动态响应性能.

PCB 线圈阵列采用平面排布,通过控制线圈电流,在六个自由度内产生驱动力和力矩,实现平动与旋转运动的解耦控制. 无铁芯设计避免了传统铁芯结构中磁饱和与涡流损耗的问题,同时简化了系统结构,提升了磁场与电流的耦合效率. 在该设计中,动子部分的 Halbach 永磁阵列与定子 PCB 线圈之间通过洛伦兹力相互作用,驱动执行器实现高精度运动控制. 通过优化磁场分布和电流路径,该作动器在保持较低能耗的同时,展现出较高的力输出和动态性能,适用于精密制造、半导体加工和高端科学仪器研发等领域.

1.1 坐标系定义

在作动器动力学建模中,本文引入了三个参考系及其相关向量,如图 1 所示. 惯性参考系定义在定子线圈阵列的几何中心,用于描述作动器在全局坐标系中的空间位置和运动状态,其中向量 ${}^c\mathbf{d} = [{}^c x, {}^c y, {}^c z]^T$ 表示作动器在惯性参考系中的位置. 动子参考系定义在作动器的质心位置,专门用于捕捉执行器的局部运动及姿态变化,其位置用向量 ${}^M\mathbf{d} = [{}^M x, {}^M y, {}^M z]^T$ 表示,重点描述作动器在局部坐标系中的状态. 磁场参考系同样定义在定子中心,用于建模气隙磁场的分布特性和计算电磁力,其中向量 ${}^c\mathbf{p} = [{}^c p_x, {}^c p_y, {}^c p_z]^T$ 表示作动器质心相对于

惯性参考系的位置,磁场中某点的位置则用向量 ${}^m\mathbf{d} = [{}^m x, {}^m y, {}^m z]^T$ 表示,用于描述磁场空间分布。

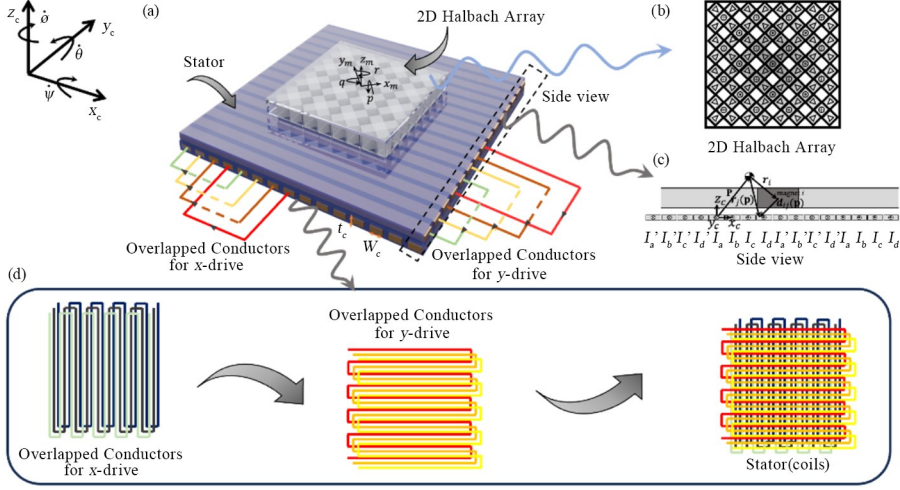


图1 执行器结构示意图. 采用二维 Halbach 永磁阵列的动磁式平面执行器: (a)侧视图; (b)顶视图; (c)侧视图; (d)定子(线圈)
Fig.1 Schematics showing the actuator's construction. Moving-magnet planar actuators with 2D-Halbach permanent magnets: (a) Side view; (b) Top view; (c) Side view; (d) Stator(coils)

为了在惯性参考系与动子参考系之间描述执行器的位置和姿态,本文采用方向余弦矩阵(direction cosine matrix, DCM)来定义坐标系的旋转关系. 惯性参考系与动子参考系的转换由以下公式表示:

$${}^M\mathbf{d} = {}^M\mathbf{R}_c ({}^c\mathbf{d} - {}^c\mathbf{p}) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} {}^M\mathbf{R}_c &= {}^c\mathbf{R}_M^T \\ &= [\mathbf{R}(\varphi) \mathbf{R}(\theta) \mathbf{R}(\psi)]^T \\ &= \mathbf{R}(\psi)^T \mathbf{R}(\theta)^T \mathbf{R}(\varphi)^T \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\mathbf{R}(\psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{R}(\varphi) = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

在这个框架内, ψ 、 θ 和 φ 分别表示围绕 ${}^c x$ 、 ${}^c y$ 和 ${}^c z$ 轴的旋转. 所有旋转都是相对于惯性参考系定义的. 因此,作动器的位置可以使用六自由度模型来描述.

1.2 电磁力计算建模

在本小节中,详细分析了磁体阵列产生的驱动力. 使用谐波模型来建模磁体的磁场分布^[28],如图

2所示. 该方法使用双傅里叶级数对三维磁场进行建模,特别适合预测作动器性能. 该模型考虑了由于作动器几何形状和磁性材料分布引起的磁场的复杂变化. 傅里叶级数方法提供了一种解析解,其计算速度远快于有限元分析等数值方法. 因此,傅里叶级数方法有利于快速评估和优化作动器设计.

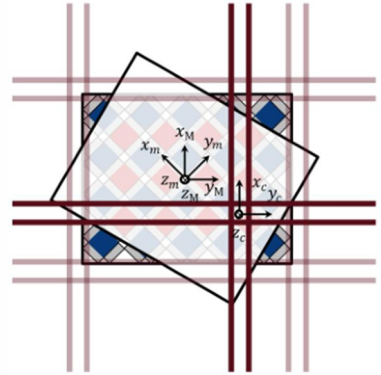


图2 磁体一线圈结构及设置: (a)底视图; (b)剖面图
Fig.2 Magnet-coil configuration and verification setups: (a) Bottom view; (b) Cross-section view

$$\begin{aligned} {}^m\mathbf{B}({}^m\mathbf{d}) &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} -\mu_0 K e^{\lambda {}^m z} \times \\ &\begin{bmatrix} \omega_k \cos(\omega_k {}^m x) \sin(\omega_l {}^m y) \\ \omega_l \sin(\omega_k {}^m x) \cos(\omega_l {}^m y) \\ \lambda \sin(\omega_k {}^m x) \sin(\omega_l {}^m y) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $K = B_r (e^{-m_i \lambda} - e^{-m_b \lambda})$.

$$\frac{[b_k b_l \pi (k^2 + l^2) + a_k b_l k \lambda \tau + a_l b_k l \lambda \tau]}{2(k^2 + l^2) \pi \lambda \mu_0} \quad (7)$$

$$a(k) = \frac{4}{k \pi} \cos\left(\frac{k \tau_m \pi}{2 \tau}\right) \sin\left(\frac{k \pi}{2}\right) \quad (8)$$

$$b(k) = \frac{4}{k \pi} \sin\left(\frac{k \tau_m \pi}{2 \tau}\right) \sin\left(\frac{k \pi}{2}\right) \quad (9)$$

$$\lambda = \sqrt{\omega_k^2 + \omega_l^2} \quad (10)$$

本文的建模基于谐波模型的简化假设,聚焦于 Halbach 永磁阵列磁通密度的主要贡献来源——一次谐波($k=1, l=1$). 文献[29]表明,磁场分布中一次谐波的幅值占据主导地位,其对磁场的主要分布特性具有决定性作用. 与之相比,高次谐波(如 $k=3, l=1$ 和 $k=5, l=1$)的幅值迅速衰减,对磁场分布的整体影响可以忽略不计.

这种谐波分布特性决定了在动力学建模中,保留一次谐波分量能够有效捕捉磁场的核心特性,同时避免了高次谐波的引入带来的计算复杂度增加. 研究进一步指出,一次谐波简化假设所带来的建模误差在电磁力和力矩计算中不足 5%,在实际控制任务中对系统性能的影响可以忽略. 因此,本研究采用一次谐波进行建模,不仅能够保证建模精度,还大幅降低了模型的计算复杂度,为实时控制的实现提供了有力支持^[29],其磁通密度表达式为

$${}^m \mathbf{B}({}^m \mathbf{d}) = e^{\lambda^m z} \begin{bmatrix} B_{xy} \cos\left(\frac{\pi^m x}{\tau}\right) \sin\left(\frac{\pi^m y}{\tau}\right) \\ B_{xy} \sin\left(\frac{\pi^m x}{\tau}\right) \cos\left(\frac{\pi^m y}{\tau}\right) \\ B_z \sin\left(\frac{\pi^m x}{\tau}\right) \sin\left(\frac{\pi^m y}{\tau}\right) \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $\lambda = \sqrt{2} \pi / \tau$, B_{xy} 和 B_z 是 ${}^m z=0$ 时磁通密度分布的一次谐波的有效振幅. 将此表达式转换到动子参考系

$${}^M \mathbf{B}({}^M \mathbf{d}, {}^M \mathbf{p}) = {}^M \mathbf{R}_m {}^m \mathbf{B}[{}^m \mathbf{R}_M ({}^M \mathbf{d} - {}^M \mathbf{p})] \quad (12)$$

由于对于动子参考系和磁场参考系 ${}^M \varphi = -\pi/4$ rad 和 ${}^m \theta = {}^m \psi = 0$ rad, 原点也在同一个位置, 因此

$${}^M \mathbf{B}({}^M \mathbf{d}, 0) = \begin{bmatrix} \frac{B_{xy}}{\sqrt{2}} e^{\lambda^M z} \sin\left(\frac{\sqrt{2} \pi^M x}{\tau}\right) \\ -\frac{B_{xy}}{\sqrt{2}} e^{\lambda^M z} \sin\left(\frac{\sqrt{2} \pi^M y}{\tau}\right) \\ -\frac{B_z}{2} e^{\lambda^M z} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{2} \pi^M x}{\tau}\right) - \cos\left(\frac{\sqrt{2} \pi^M y}{\tau}\right) \right] \end{bmatrix} \quad (13)$$

可以引入新的极距:

$$\tau_n = \frac{\tau}{\sqrt{2}} \quad (14)$$

根据坐标变换, ${}^c \mathbf{d} = [{}^c x, {}^c y, {}^c z]^T$ 处的磁通量可表示为

$${}^c \mathbf{B}({}^c \mathbf{d}, {}^c \mathbf{p}, \phi, \theta, \varphi) = {}^c \mathbf{R}_M {}^M \mathbf{B}[{}^M \mathbf{R}_c ({}^c \mathbf{d} - {}^c \mathbf{p})] \quad (15)$$

在分析过程中,作出了以下假设:假定电流仅沿 ${}^c x$ - ${}^c y$ 平面方向流动,并且磁化矢量在该平面上具有对称;假定磁场在电机外部迅速衰减,从而可以忽略其影响. 这些假设有效简化了问题的复杂性,使我们能够更准确地预测电机内部的磁场分布.

在预测平面作动器内部的力和转矩时,作动器的能量转换区域体积较大,导致有限元方法的计算需求过高,难以实际应用. 在这种情况下,分析技术成为电机设计的首选方法. 在无铁芯平面作动器中,力的产生完全依赖于永磁体阵列与载流线圈之间的相互作用. 因此,基于洛伦兹力定律计算施加在磁体上的力和转矩,从而更高效地进行分析和设计.

$$\mathbf{F} = - \iiint_{V_{\text{coil}}} \mathbf{J} \times {}^c \mathbf{B} dV \quad (16)$$

$$\mathbf{T} = - \iiint_{V_{\text{coil}}} {}^c \mathbf{d} \times \mathbf{J} \times {}^c \mathbf{B} dV \quad (17)$$

通过坐标变换得到电流密度和磁感应强度,得到

$$\mathbf{F} = - \iiint_{V_{\text{coil}}} {}^M \mathbf{R} \mathbf{J}_c \times {}^M \mathbf{B}[{}^M \mathbf{R} ({}^c \mathbf{d} - {}^c \mathbf{p})] dV \quad (18)$$

$$\mathbf{T} = - \iiint_{V_{\text{coil}}} [{}^M \mathbf{R}_c ({}^c \mathbf{d} - {}^c \mathbf{p})] \times {}^M \mathbf{R} \mathbf{J}_c \times {}^M \mathbf{B}[{}^M \mathbf{R}_c ({}^c \mathbf{d} - {}^c \mathbf{p})] dV \quad (19)$$

式中, $\mathbf{J}_c = I_{\text{dq}} (W_c t_c) \hat{j}$ 是穿过线圈的电流密度, V_{coil} 是线圈的体积. \mathbf{F} 和 \mathbf{T} 都作用于物体局部坐标系. 在建模过程中,引入了非线性映射 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta})$, 用于将线圈电流转换为系统各自由度上的力和力矩, $\boldsymbol{\eta} = [x, y, z, \phi, \theta, \varphi]^T$ 表示动子在全局坐标系中的相对位置.

非线性映射 $\mathbf{f}(\boldsymbol{\eta})$ 的核心作用在于揭示系统中的机电耦合关系. 如相关文献所述,该映射矩阵由元素 \mathbf{K}_{ij} 构成,每个元素表示第 j 个线圈电流对输入向量第 i 个分量的影响. 为了便于分析和控制,每个矩阵元素基于 1 A 的电流导出. 这种解耦

方式简化了系统对电流输入的响应分析,使得系统的多自由度力矩控制更加直观。

将该解耦矩阵 $\mathbf{F}(\boldsymbol{\eta})$ 集成到控制算法中,能够显著提高作动器的控制精度.通过减少各自由度间的耦合影响,实现对复杂运动轨迹的高精度控制.这种方法对高精度定位和姿态调整至关重要,尤其在精密制造和科学仪器领域,可有效降低系统响应的不确定性,提升轨迹跟踪和动态控制性能。

$$\mathbf{u} = [\mathbf{F}, \mathbf{B}]^T \quad (20)$$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{xu} \\ i_{xv} \\ i_{xw} \\ i_{yu} \\ i_{yv} \\ i_{yw} \end{bmatrix} = \mathbf{F}(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{i} \quad (21)$$

$$\mathbf{i} = \mathbf{F}^{-1}(\boldsymbol{\eta}) \mathbf{u} \quad (22)$$

2 动磁式平面作动器动力学建模

平面作动器的动力学基于牛顿-欧拉方法,其中 $\boldsymbol{\eta} = [x, y, z, \phi, \theta, \varphi]^T$ 表示相对于全局坐标系的位置和方向, $\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$ 表示与此坐标系相关的速度。

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J} \mathbf{v}, \quad \mathbf{J} = \text{diag}(\mathbf{J}_1, \mathbf{J}_2) \quad (23)$$

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} c\varphi c\theta & c\varphi s\theta s\psi - s\varphi c\psi & c\varphi c\psi s\theta + s\varphi s\psi \\ s\varphi c\theta & s\varphi s\theta s\psi + c\varphi c\psi & s\varphi s\theta c\psi - c\varphi s\psi \\ -s\theta & c\theta s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{J}_2 = \begin{bmatrix} 1 & s\psi t\theta & c\psi t\theta \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ 0 & \frac{s\psi}{c\theta} & \frac{c\psi}{c\theta} \end{bmatrix} \quad (25)$$

通过牛顿力学推导了描述运动与其力之间关系的动力学方程

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}\mathbf{v} + \mathbf{g} = \mathbf{u} \quad (26)$$

其中 $\mathbf{M} = \text{diag}(m, m, m, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ 表示惯性矩阵, \mathbf{C} 表示科里奥利矩阵, 定义如下:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -m\tilde{\mathbf{v}}_1 \\ -m\tilde{\mathbf{v}}_1 & -\mathbf{I}_0\tilde{\mathbf{v}}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中, $\mathbf{I}_0 = \text{diag}(I_{xx}, I_{yy}, I_{zz})$ 为惯性张量, $\mathbf{v}_1 = [u, v, w]^T$, $\mathbf{v}_2 = [p, q, r]^T$, $\mathbf{g} = \mathbf{J}^T(0, 0, mg, 0, 0, 0)^T$ 为重力引起的恢复力和力矩. 系统状态定义为 $\mathbf{x} =$

$\text{col}(\boldsymbol{\eta}, \mathbf{v})$, 控制输入定义为 $\mathbf{u} = [F_u, F_v, F_w, \tau_p, \tau_q, \tau_r]^T$, 通过推导我们得到了磁悬浮平面作动器的运动控制系统模型。

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}\mathbf{v} \\ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{u} - \mathbf{C}\mathbf{v} - \mathbf{g}) \end{bmatrix} \triangleq f[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad (28)$$

其中 $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ 为解析映射, n 为状态数, m 为控制输入数, $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ 为状态向量, $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{U} \subseteq \mathbb{R}^m$ 为输入向量。

3 通过非线性模型预测进行跟踪控制

3.1 运动控制框架

为实现对磁悬浮平面作动器的高精度轨迹跟踪控制, 本文设计了一种非线性模型预测控制 (NMPC) 策略. 该控制策略通过引入实时优化的闭环控制框架, 使系统能够在复杂的二维运动环境中保持平稳运行, 同时有效应对外部扰动和系统非线性特性. 整个控制系统由控制器、逆计算模型、执行器和传感器组成, 如图 3 所示, 构建了一个完整的闭环控制回路。

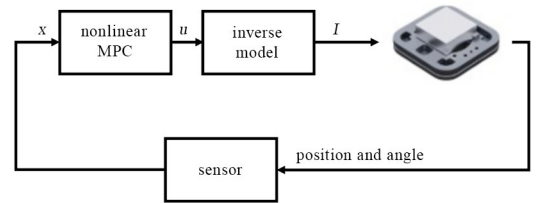


图3 基于 NMPC 的磁悬浮平面作动器控制框图
Fig. 3 Control block diagram of the NMPC-based maglev planar actuator

在该控制框架中, 传感器实时获取平面作动器的当前位置和姿态角, 并将系统状态反馈至 NMPC 控制器. 控制器根据当前状态与期望轨迹之间的偏差, 通过求解实时优化问题, 生成未来的最优控制输入, 从而最小化轨迹跟踪误差和控制能耗. 随后, 逆计算模型将控制输入转换为实际的线圈电流信号, 并通过电流驱动器施加至定子中的驱动线圈, 生成所需的电磁力, 驱动执行器在指定的平面内精确运动. 整个执行过程依靠电磁力实现对电机的无接触控制, 确保系统运动的稳定性和精确性。

假设期望的空间轨迹为时间参数化路径 $p(t) = [x_d(t), y_d(t), z_d(t), \phi_d(t), \theta_d(t),$

$\varphi_d(t)]^T$,为了符合平面电机的实际运行条件,需要在其运行中保持恒定高度,调整为 $[x_d(t), y_d(t), z_d, 0, 0, 0]^T$,因此,平面作动器的轨迹跟踪控制问题被简化为在固定高度 z_d 的二维平面内执行路径跟踪,同时确保在运动过程中保持系统的姿态稳定性.

3.2 代价函数的定义

在非线性模型预测控制(NMPC)策略中,控制器的核心目标是通过在线优化来最小化系统状态与期望轨迹之间的偏差,并同时优化控制输入的能量消耗,从而实现对平面作动器的高精度轨迹跟踪控制. 在每个控制时刻 t_0 ,控制器根据当前系统状态 $x(t_0)$ 和期望轨迹 $x_d(t_0)$,计算出未来预测时域内的最优控制输入 $\hat{u}(s, t_0)$. 这种滚动优化的策略能够动态应对系统的不确定性和外部扰动,保证控制系统的鲁棒性和稳定性.

为此,本文设计了一个加权代价函数 J ,以平衡系统状态误差与控制输入能耗. 其中,权重矩阵分别反映了轨迹偏差和能量消耗对控制器性能的影响. 通过优化该代价函数,能够实现轨迹误差的动态调整和控制输入的约束优化.

$$\begin{aligned} \min_{\hat{u}(s, t_0)} J = & \int_0^T \| \hat{x}(s, t_0) - x_d(t_0 + s) \|^2_Q ds + \\ & \| \hat{u}(s, t_0) - u_d(t_0 + s) \|^2_R ds + \\ & \| \hat{x}(T, t_0) - x_d(t_0 + T) \|^2_P \\ \text{s. t. } & \dot{\hat{x}}(s, t_0) = f[\hat{x}(s, t_0), \hat{u}(s, t_0)] \\ & \hat{x}(0, t_0) = x(t_0) \\ & u_{\min} \leq \hat{u}(s, t_0) \leq u_{\max} \end{aligned} \tag{29}$$

这里, $x_d(t)$ 表示期望轨迹, $\hat{x}(s, t_0)$ 为系统的预测状态,控制输入 $\hat{u}(s, t_0)$ 必须符合系统的电流约束,从而确保控制策略的实施严格遵守系统固有的物理和性能限制. Q, R 和 P 为加权矩阵,分别用于衡量轨迹跟踪误差、控制输入变化以及预测末端状态误差的重要性.

3.3 仿真设计

3.3.1 参数选择

为了验证本文设计的 NMPC 控制器在平面作动器轨迹跟踪任务中的有效性,我们进行了数值仿真测试. 仿真测试的重点是评估控制器在不同类型轨迹下的跟踪精度、控制输入的能量消耗以及系统

在输入约束条件下的动态响应能力. 为了确保仿真结果的可靠性,对平面作动器的物理特性和控制器的参数配置进行了详细定义,并采用了不同的轨迹作为验证基准.

仿真测试中采用的平面作动器相关参数如表 1 所示. 这些参数包括永磁体的材料特性、导体的几何尺寸以及运动部件的质量等关键物理特性. 控制器的设计参数包括采样周期、预测时域长度和权重矩阵配置,这些参数的合理选择对于控制器的实时性和稳定性至关重要.

表 1 设计的平面作动器参数
Table 1 Parameters of the designed planar actuator

参数	符号	尺寸
平面作动器尺寸	$l_x \times l_y$	141.4×141.4 mm
xoy 平面行程范围	$l_a \times l_b$	250×250 mm
永磁体的质量密度	ρ	7700 kg/m ³
剩磁	B_r	1.32 T
永磁体的相对磁导率	μ_r	1.03
极距	τ	25 mm
磁铁在方向的尺寸	τ_m	17 mm
导体宽度	w_c	8 mm
导体高度	h_c	0.07 mm
动子的总质量	m	1.339 kg

为了验证控制器的轨迹跟踪性能,本文设计了两种不同类型的轨迹作为验证基准:

第一种轨迹为标准的圆周路径,用于测试控制器在周期性路径上的跟踪能力和动态响应性能. 圆形轨迹的表达式为:

$$p(t) = \begin{cases} x_d = 0.1 \cos(3t) \\ y_d = 0.1 \sin(3t) \end{cases} \tag{30}$$

第二种轨迹为正弦轨迹,针对复杂动态路径,评估控制器在路径频率和幅值变化显著时的适应能力和鲁棒性. 正弦轨迹的表达式为

$$p(t) = \begin{cases} x_d = 0.01t \\ y_d = 0.1 \sin(1.5t) \end{cases} \tag{31}$$

3.3.2 参数设定与跟踪性能

在非线性模型预测控制(NMPC)策略的实现中,参数配置是控制器性能优化的关键环节,直接影响系统的轨迹跟踪精度和动态响应能力. 采样周期 $\delta=0.01$ s 和预测时域长度 $N=8$ 是基于控制任务需求和硬件实时计算能力选定的. 在 0.01 s 的

采样间隔内,控制器能够充分捕捉磁悬浮平面作动器的动态特性,并完成优化问题的实时求解,而预测时域 $N\delta$ 兼顾了轨迹前瞻性与计算效率,避免了由于过长预测时域带来的延迟问题. 控制输入电流的限制值为 5 A,这一设定通过导体的宽度和厚度计算得出,确保了导体在工作时不会超出其极限电流密度,同时通过实验验证其高负载条件下的热稳定性. 此外,作动器的总质量包括 Halbach 永磁阵列和附加硬件设备,该参数通过实验测量获得. 控制器的权重矩阵配置为 $\mathbf{Q} = \text{diag}(10^5, 10^5, 10^5, 10^3, 10^3, 10^3, 10^2, 10^2, 10^2, 10^2, 10^2, 10^2)$ 和为 $\mathbf{R} = \text{diag}(10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3}, 10^{-3})$,其中为 \mathbf{Q} 用于平衡状态误差的重要性,而为 \mathbf{R} 则通过抑制控制信号的剧烈变化,降低能耗并延长硬件寿命.

为了验证控制器的性能,本文设计了两种具有典型动态特性的轨迹:圆形轨迹和正弦轨迹. 圆形轨迹测试结果表明控制器能够实现平滑的路径跟踪,实际轨迹与参考轨迹高度吻合,无明显的超调和振荡现象,体现了控制器在稳定动态环境中的高精度和高可靠性. 正弦轨迹测试结果显示,控制器能够有效预测路径的动态变化趋势,快速调整控制输入,实现了精确的轨迹跟踪,同时保持了较低的能量消耗,验证了控制策略在复杂路径跟踪任务中的适用性和效率. 此外,测试表明控制输入均符合电流限制要求,进一步体现了控制器在实际物理约束条件下的稳定运行能力. 整体而言,控制器在不同类型的轨迹测试中均表现出优异的动态响应性能和轨迹跟踪能力,为磁悬浮平面作动器在复杂动态任务中的应用提供了有力支撑.

根据图 4~图 7 的仿真结果可知,本文设计的 NMPC 策略在不同类型的轨迹跟踪任务中展现出显著的精度、鲁棒性和动态响应能力. 在圆形轨迹(案例一)的测试中,平面作动器的实际轨迹与参考轨迹高度一致,验证了控制器在周期性路径上的高精度跟踪性能. 从图 4、图 5 可以看出,无论是在初始阶段还是在路径循环阶段,圆形轨迹的实际轨迹与参考轨迹之间的偏差均极小,且轨迹变化平滑. 这表明控制器能够实时调整控制输入,确保系统在整个轨迹跟踪过程中保持连续和稳定的运动状态. 此外,轨迹未出现明显的延迟或滞后,说明控制器具备快速的动态响应能力,能够有效应对轨迹中的

频率和曲率变化. 这一性能在高精度工业应用中尤为重要,因为它确保了系统在高频路径变化时仍能精确跟踪预定轨迹,从而提高了运动控制的可靠性.

在正弦轨迹(案例二)的测试中,控制器在处理包含线性位移和周期性振荡成分的非周期路径时依然表现出良好的跟踪效果. 从图 6 和图 7 可以看出,正弦轨迹的参考轨迹与实际轨迹之间的偏差极小,尤其是在路径的振荡区域,控制器能够快速、平滑地跟随轨迹变化,未出现明显的超调或振荡现象. 这表明控制器在应对路径中的多方向和频率变化时,具有较强的适应能力和鲁棒性. 同时,实际轨迹变化保持平稳且连续,控制输入变化较为平滑,说明控制器能够有效平衡跟踪精度与控制能耗. 相比圆形轨迹,正弦轨迹的路径变化更为复杂,需要控制器在不同时间点做出更灵活的调整. 仿真结果表明,本文设计的 NMPC 策略在这种复杂路径场景下依然能够保持高效的跟踪性能,进一步验证了控制器的适应性和广泛适用性.

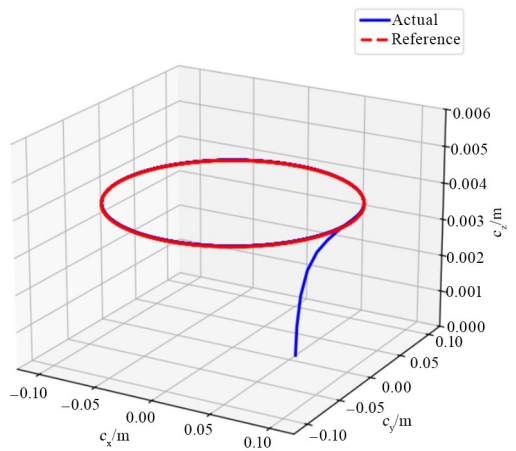


图 4 磁浮平面作动器轨迹(案例一)

Fig. 4 Maglev planar actuator trajectory (Case 1)

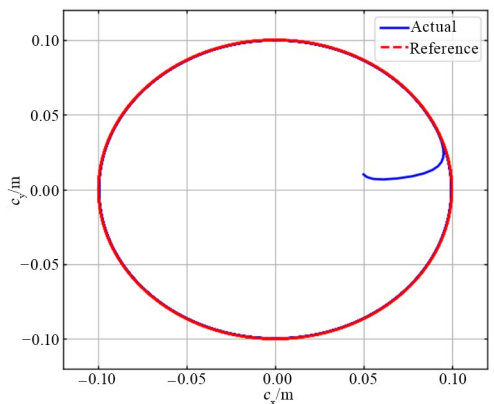


图 5 磁浮平面作动器轨迹(案例一)

Fig. 5 Maglev planar actuator trajectory (Case 1)

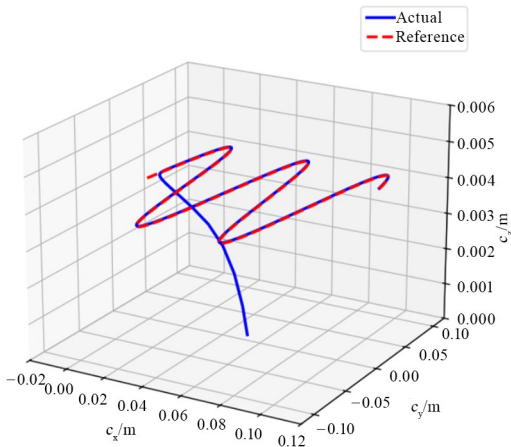


图 6 磁浮平面作动器轨迹(案例二)
Fig. 6 Maglev planar actuator trajectory (Case II)

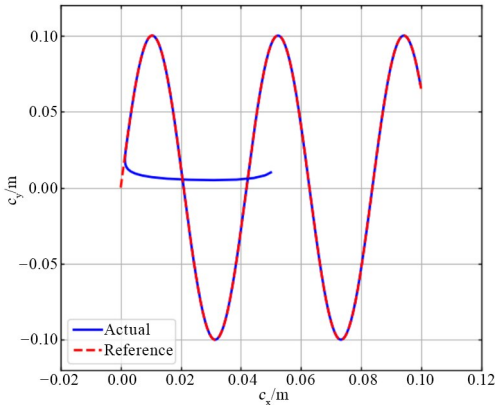


图 7 磁浮平面作动器轨迹(案例二)
Fig. 7 Maglev planar actuator trajectory (Case II)

综合两种轨迹的仿真结果可见,NMPC 策略在处理不同类型的轨迹跟踪任务时均能够实现高精度的轨迹跟踪和稳定的系统响应能力.在周期性路径(如圆形轨迹)中,控制器能够精确完成路径跟踪,表现出快速的动态响应特性;而在非周期路径(如正弦轨迹)中,控制器在应对路径转折和复杂变化时,依然能够保持良好的跟踪效果,未出现明显的误差积累或系统不稳定现象.此外,在整个仿真过程中,控制器在电流约束范围内完成了所有控制输入的优化,表明控制策略不仅能够保证轨迹跟踪精度,同时还能有效限制控制输入的幅值变化,避免因过大电流输入对系统硬件造成损害.总体而言,结果验证了本文提出的 NMPC 策略在磁悬浮平面电机中的有效性和鲁棒性.该控制策略能够在实际应用中实现不同运动模式下的高精度轨迹跟踪,并具备对复杂路径变化的快速响应能力和系统稳定性,为磁悬浮平面电机的精确运动控制提供了坚实的理论和技术支持.

4 结论

本文基于二维 Halbach 阵列与 PCB 线圈阵列,提出了新型长行程磁悬浮平面作动器,并结合非线性模型预测控制(NMPC)策略,系统性地提升了轨迹跟踪精度与动态响应性能.通过谐波模型的解析建模,大幅减轻了对有限元分析的依赖,在保证建模精度的同时有效提高了实时计算效率.实验结果表明,该方法在圆形、正弦等典型轨迹跟踪测试中表现出高精度和强鲁棒性,相较于传统 PID 或 LQR 控制,该方法能更从容应对多输入多输出(MIMO)耦合及外部扰动.

与常规机械接触式系统相比,所设计的磁悬浮平面作动器采用无接触驱动,避免了摩擦与磨损,在高精度与高洁净度需求场景(如传统精密制造和半导体加工)中具有明显优势.这不仅有助于提升生产效率和产品质量,也为新一代高精度运动系统提供了可行技术路线.

未来研究将集中于优化 NMPC 算法的实时性与计算效率,以满足大规模、多轴协同控制的需求;引入自适应控制和深度学习等方法,增强系统对复杂环境的适应能力与抗扰性能;探索更高效的电磁结构设计,为新一代高精度磁悬浮平台提供技术支持.通过多学科融合,新型长行程磁悬浮平面作动器在精密装备和微纳操作等领域具有广阔应用前景.

参考文献

- [1] FLORES P. Concepts and formulations for spatial multibody dynamics [M]. Cham, Switzerland: Springer International Publishing, 2015.
- [2] WU L H, ZHANG Z W, ZHANG J, et al. A performance model of automated material handling systems with double closed-loops and shortcuts in 300 mm semiconductor wafer fabrication systems [J]. Journal of Manufacturing Systems, 2021, 58: 316–334.
- [3] HU T J, KIM W J. Extended range six-DOF high-precision positioner for wafer processing [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2006, 11(6): 682–689.
- [4] KIM W J, VERMA S, SHAKIR H. Design and precision construction of novel magnetic-levitation-

- based multi-axis nanoscale positioning systems [J]. Precision Engineering, 2007, 31(4): 337–350.
- [5] MEHRTASH M, TSUDA N, KHAMESEE M B. Bilateral macro-micro teleoperation using magnetic levitation [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2011, 16(3): 459–469.
- [6] FAN X J, SUN M M, LIN Z H, et al. Automated noncontact micromanipulation using magnetic swimming microrobots [J]. IEEE Transactions on Nanotechnology, 2018, 17(4): 666–669.
- [7] RYAN P, DILLER E. Magnetic actuation for full dexterity microrobotic control using rotating permanent magnets [J]. IEEE Transactions on Robotics, 2017, 33(6): 1398–1409.
- [8] LU X D, USMAN I U R. 6D direct-drive technology for planar motion stages [J]. CIRP Annals, 2012, 61(1): 359–362.
- [9] FESPERMAN R, OZTURK O, HOCKEN R, et al. Multi-scale alignment and positioning system-MAPS [J]. Precision Engineering, 2012, 36(4): 517–537.
- [10] ESTEVEZ P, MULDER A, MUNNIG SCHMIDT R H. 6-DOF miniature maglev positioning stage for application in haptic micro-manipulation [J]. Mechatronics, 2012, 22(7): 1015–1022.
- [11] 张佳楫. 五自由度磁悬浮平面电机控制技术研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2012.
- ZHANG J J. Study on control techniques of 5-DOF magnetic levitated planar motor [D]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University, 2012. (in Chinese)
- [12] ZHANG H, KOU B Q, JIN Y X, et al. Modeling and analysis of a new cylindrical magnetic levitation gravity compensator with low stiffness for the 6-DOF fine stage [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2015, 62(6): 3629–3639.
- [13] KIM W J, TRUMPER D L. High-precision magnetic levitation stage for photolithography [J]. Precision Engineering, 1998, 22(2): 66–77.
- [14] GORGES S, HESSE S, SCHÄFFEL C, et al. Integrated planar 6-DOF nanopositioning system [J]. IFAC-PapersOnLine, 2019, 52(15): 313–318.
- [15] JANSSEN J W, VAN LIEROP C M M, LOMONOVA E A, et al. Magnetically levitated planar actuator with moving magnets [J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2008, 44(4): 1108–1115.
- [16] 李广, 张鸣, 朱煜, 等. 六自由度磁浮微动台电磁场建模与计算[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2010, 50(12): 1978–1982.
- LI G, ZHANG M, ZHU Y, et al. Six degree-of-freedom maglev microstage electromagnetic field modeling and calculation [J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2010, 50(12): 1978–1982. (in Chinese)
- [17] 姜恩泽. 磁悬浮平面电机建模与运动控制研究[D]. 北京: 清华大学, 2012.
- JIANG E Z. Modeling and motion control of magnetically levitated planar motors [D]. Beijing: Tsinghua University, 2012. (in Chinese)
- [18] LU X, XU F Q, XU X Z, et al. Directed-driven 8-phase magnetically levitated rotary table based on an analytical-numerical model [J]. IEEE Access, 2020, 8: 31159–31170.
- [19] DYCK M, LU X D, ALTINTAS Y. Magnetically levitated rotary table with six degrees of freedom [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2017, 22(1): 530–540.
- [20] USMAN I U R, LU X D. Force ripple attenuation of 6-DOF direct drive permanent magnet planar levitating synchronous motors [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2015, 51(12): 8208708.
- [21] NGUYEN V H, KIM W J. Design and control of a compact lightweight planar positioner moving over a concentrated-field magnet matrix [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 18(3): 1090–1099.
- [22] YU H, KIM W J. A compact Hall-effect-sensing 6-DOF precision positioner [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2010, 15(6): 982–985.
- [23] LI D F, GUTIERREZ H. Observer-based sliding mode control of a 6-DOF precision maglev positioning stage [C]//2008 34th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics. New York: IEEE, 2008: 2562–2567.
- [24] 张锴杨. 基于模型预测控制的磁悬浮工作台运动控制研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2023.
- ZHANG K Y. Motion control of magnetic levitation stage based on model predictive control [D]. Wuhan: Wuhan University, 2023. (in Chinese)
- [25] HUANG S D, PENG K Y, CAO G Z, et al. Robust precision position tracking of planar motors using min-max model predictive control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69

(12): 13265—13276.

[26] 陈希平, 梁敏. 非线性模型预测控制的理论及应用综述[J]. 控制工程, 2003, 10(增刊 2): 17—19.
CHEN X P, LIANG M. A survey on theory and applications of nonlinear model predictive control [J]. Control Engineering of China, 2003, 10(S2): 17—19. (in Chinese)

[27] LI F X, SUN Y G, XU J Q, et al. Control methods for levitation system of EMS-type maglev vehicles; an overview [J]. Energies, 2023, 16(7): 2995.

[28] JANSEN J W, VAN LIEROP C M M, LOMONOVA E A, et al. Modeling of magnetically levitated planar actuators with moving magnets [J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(1): 15—25.

[29] JANSEN J W. Magnetically levitated planar actuator with moving magnets; electromechanical analysis and design [D]. Eindhoven, Netherlands: Eindhoven University of Technology, 2007.