

考虑转子偏心不确定性的整车悬架系统动力学分析^{*}

高欣然¹ 靳艳飞^{1,2†} 李韶华³ 孟经纬¹

(1. 北京理工大学 空天科学与技术学院,北京 100081)

(2. 北京理工大学 临近空间环境特性及效应全国重点实验室,北京 100081)

(3. 石家庄铁道大学 省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室,石家庄 050043)

摘要 在电动汽车和混合动力汽车中,轮毂电机转子的偏心距对车辆悬架系统有显著影响,尤其是其引起的振动会传递到悬架系统,增加部件疲劳. 本文研究了路面和电机激励下含有转子偏心区间参数的整车悬架系统非线性动力学,量化和预测了参数的区间不确定性对系统动力响应的影响. 首先,建立了整车悬架系统的非线性动力学模型,将轮毂电机转子的偏心距作为区间参数. 接着,发展了基于混沌多项式展开(PCE)的高效代理模型方法,显著提高了整车区间不确定性分析的效率. 通过和蒙特卡洛模拟(MCS)的结果对比,发现在相同精度下,PCE 方法的抽样数量和计算时间分别减少为 MCS 方法的 1.6% 和 20%,验证了代理模型方法的准确性和高效性. 不确定性条件下频域分析的结果表明,系统在 95% 参数组合下满足设计安全阈值,为后续控制优化等提供理论基础. 最后,基于输出响应的全局灵敏度分析,发现前后轮转子偏心之间的交互作用对输出响应的影响较大.

关键词 混沌多项式代理模型, 灵敏度分析, 整车悬架系统, 区间不确定性

中图分类号:U463.33

文献标志码:A

The Dynamic Analysis of Vehicle Suspension Systems Considering Rotor Eccentricity Uncertainty^{*}

Gao Xinran¹ Jin Yanfei^{1,2†} Li Shaohua³ Meng Jingwei¹

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(2. State Key Laboratory of Environment Characteristics and Effects for Near-space,
Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

(3. State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures,
Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043, China)

Abstract In electric and hybrid electric vehicles, the eccentricity of the hub motor rotor has a significant impact on the vehicle suspension system, as the resulting vibrations are transmitted to the suspension, increasing component fatigue. This study investigates the nonlinear dynamics of a vehicle suspension system with interval parameters for rotor eccentricity under road and motor excitations, quantifying and predicting the effects of interval uncertainties on the system's dynamic responses. A nonlinear dynamic model of the vehicle suspension system is established, with the rotor eccentricity modeled as an interval parameter. An efficient surrogate modeling approach based on polynomial chaos expansion (PCE) is developed to significantly improve the efficiency of interval uncertainty analysis. The accuracy and efficiency

2025-05-09 收到第 1 稿,2025-06-11 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金项目(U22A20246,12072025),河北省省级科技计划(246Z1904G), National Natural Science Foundation of China (U22A20246,12072025), S&T Program of Hebei Province(246Z1904G).

[†] 通信作者 E-mail:jinyf@bit.edu.cn

cy of the surrogate model is validated through comparisons with the results of Monte Carlo simulation (MCS). It is found that at the same accuracy level, the number of samples and computation time required by the PCE method are reduced to 1.6% and 20% of those by the MCS method, respectively. Frequency-domain analysis incorporating rotor eccentricity uncertainties demonstrates that the system complies with the design safety threshold across 95% of the sampled parameter space realizations. This finding establishes a theoretical foundation for subsequent control optimization and robustness validation efforts. Finally, a global sensitivity analysis of the output responses reveals that the interaction between the eccentricities of the front and rear rotors has a significant impact on the system's dynamic behavior.

Key words polynomial chaos surrogate model, sensitivity analysis, vehicle suspension system, interval uncertainty

引言

车辆悬架系统作为整车底盘系统中的核心部分,具有传递并衰减路面激励对车体与轮胎产生的振动与冲击的功能^[1],是减少动载荷引起零部件损伤的关键所在.针对车辆悬架系统的非线性动力学建模及分析的研究,对于改善车辆行驶安全性、操纵稳定性以及乘坐舒适性具有重要的理论意义^[2,3].当前针对轮毂驱动电机悬架系统的动力学分析大多不考虑参数的不确定性.Zhao^[4]研究了轮毂电机电动车在道路影响和电机振动下,悬架阻尼对垂直特性的影响.

由于轮毂电机直接安装在轮毂内,不平路面激励易造成电机定转子旋转中心发生偏移,产生电机偏心^[5].轮毂电机产生偏心后会使得气隙磁场不均匀,定转子在气隙较小处易受到不平衡磁拉力,引发振动和噪声,影响悬架系统的稳定性,进而降低乘坐舒适性.Tan^[6]指出路面激励通过轮辋直接传递到驱动电机,使电机定转子气隙变化,导致电磁力不平衡,并影响车辆动力学特性.李杰^[7]基于1/4汽车系统建立开关磁阻电机驱动电动汽车的振动模型,结果表明在开关磁阻电机的转子和定子之间存在偏心的情况下,电动汽车振动不仅受到路面激励的影响,也受到电机激励的影响.Shao^[8]建立了1/4汽车主动悬架和开关磁阻电机模型,发现路面不平顺与电机气隙偏心和不平衡残余力高度耦合.考虑到实际工况下轮毂电机产生的偏心位于一个区间中,本文利用不确定性区间参数对转子的偏心距建模,研究整车悬架系统的动力学和不确定性量化.

针对悬架系统的不确定性问题,研究方法呈现

多元化发展趋势.Li等^[9]采用数据驱动方法对空气悬架系统的不确定性进行建模分析.Xu等^[10]开发了融合径向基函数神经网络(RBFNN)与泰勒区间展开(IE)模型的复合算法,实现了车辆结构不确定性响应的有效识别.Liu等^[11]通过概率密度函数量化主动悬架系统结构参数的不确定性,并构建了数据驱动的最优多项式模型来精确逼近系统作用机制.尽管上述方法在不确定性处理方面均展现出良好的理论价值,但其普遍存在计算复杂度高、耗时长等应用瓶颈.基于计算效率与精度平衡的考量,研究拟采用多项式混沌展开(PCE)方法开展考虑不确定性参数的悬架系统研究,该方法在保证建模精度的同时具有显著的数值计算优势.

PCE方法是一种用于不确定性量化的数学方法,已广泛应用于工程、物理、金融、气候等领域^[12-18].现有一些研究已经将PCE方法应用于车辆悬架系统动态响应的不确定性量化.田国英等^[19]基于广义多项式混沌(gPC)理论和汽车系统动力学,建立了考虑电机参与振动的不确定参数电动汽车的平顺性分析模型,并与蒙特卡罗法(MCS)对比,验证了模型的正确性.Xu等^[20]使用PCE方法对具有随机不确定性的准零刚度空气悬架进行了分析和优化.Kewlani等^[21]提出了一种PCE方法来考虑车辆动力学建模中的参数不确定性,其中不确定性与地形和车辆参数相关.Ling等^[22]建立了被动车辆悬架的4自由度数学模型,并利用PCE方法研究了模型的不确定性.Li等^[23]运用PCE理论研究了车辆在越野条件下的牵引能力,开发了几个随机模型,考虑了悬架刚度、阻尼、轮胎刚度、地形几何形状和土壤参数的不确定性.Zhou等^[24]采用PCE方法研究了具有不确定悬架参数的铁路车辆系统的随机振动.Zhao

等^[25]基于SGPCE元模型,分析了具有随机不确定性非线性悬架的各种性能指标.结果表明,PCE比MCS更有效,是量化非线性动力学不确定性的有力工具.当前研究主要集中于含随机不确定性的悬架系统,而区间参数对系统动力学特性的影响机制尚未得到充分研究.

本文主要考虑含有转子偏心区间不确定性参数的车辆悬架系统的动力学响应和灵敏度特性.首先,建立了路面和电机激励下含转子的偏心距不确定性的整车悬架系统的非线性动力学模型.接着,采用PCE方法构建了系统时域响应的多项式元模型,计算得到代理模型的系数.最后,基于多项式元模型,研究了悬架系统各性能指标对区间参数的灵敏度.

1 整车悬架系统建模

根据达朗贝尔原理,建立11自由度整车悬架系统的模型,如图1所示.在此模型中, z_b 为车身垂向位移, θ 、 φ 分别表示俯仰角和侧倾角, m_b 表示车身质量, J_x 表示车身绕 x 轴的转动惯量, J_y 表示车身绕 y 轴的转动惯量, z_{bi} ($i=1\sim 4$)表示车身在4个悬架处的垂向位移, z_{ui} 分别是4个电机及车轴部分的垂向位移, z_{ti} 分别是4个轮胎的垂向位移, m_{ui} 分别为4个电机和车轴部分质量, m_{ti} 分别为4个和轮胎等部分质量, k_{si} 、 c_{si} 分别是4个悬架弹簧的刚度和减振器的阻尼系数, k_{bi} 分别是4个电机轴承垂向刚度, k_{ti} 、 c_{ti} 分别是4个车轮的垂向

刚度和阻尼系数, l_1 、 l_2 分别是车身质心距前轴和后轴的距离, $2d_f$ 、 $2d_r$ 分别为前轮距和后轮距, q_i 为随机道路激励, F_{di} 为轮毂电机的垂向电磁激励,电机转子偏心 e 的存在会影响 F_{di} ,进而影响悬架系统的振动.

结合牛顿第二定律,以车身位移、俯仰角、侧倾角、车轴处位移以及轮胎位移为广义坐标: $\mathbf{x} = [z_b, \theta, \varphi, z_{u1}, z_{u2}, z_{u3}, z_{u4}, z_{t1}, z_{t2}, z_{t3}, z_{t4}]^T$,悬架系统的动力学方程可用矩阵形式表示如下:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{F} \quad (1)$$

其中, $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$ 分别为半车系统的广义质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵, $\mathbf{F}$ 为激励力矩阵.各矩阵分别为:

$$\mathbf{M} = \text{diag}[m_b \quad J_y \quad J_x \quad m_{u1} \quad m_{u2} \quad m_{u3} \quad m_{u4} \quad m_{t1} \quad m_{t2} \quad m_{t3} \quad m_{t4}] \quad (2)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{C}}_{3 \times 3} & \tilde{\mathbf{C}}_{3 \times 4} & \mathbf{O}_{3 \times 4} \\ & \hat{\mathbf{C}}_{4 \times 4} & \mathbf{O}_{4 \times 4} \\ \text{对称} & & \check{\mathbf{C}}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{K}}_{3 \times 3} & \tilde{\mathbf{K}}_{3 \times 4} & \mathbf{O}_{3 \times 4} \\ & \hat{\mathbf{K}}_{4 \times 4} & \mathbf{K}_{4 \times 4} \\ \text{对称} & & \check{\mathbf{K}}_{4 \times 4} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -F_{d1} & -F_{d2} & -F_{d3} & -F_{d4} \\ F_{d1} + c_{t1}\dot{q}_1 + k_{t1}q_1 & F_{d2} + c_{t2}\dot{q}_2 + k_{t2}q_2 & F_{d3} + c_{t3}\dot{q}_3 + k_{t3}q_3 & F_{d4} + c_{t4}\dot{q}_4 + k_{t4}q_4 \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

式中, $\mathbf{O}_{3 \times 4}$ 、 $\mathbf{O}_{4 \times 3}$ 表示零矩阵, $\bar{\mathbf{C}}_{3 \times 3}$ 和 $\bar{\mathbf{K}}_{3 \times 3}$ 等矩阵的具体形式见附录.

矩阵 $\mathbf{F}$ 中的 q_1 、 q_3 表示前轮随机路面激励 q_f , q_2 、 q_4 表示后轮随机路面激励 q_r ,匀速工况时,随机路面激励模型可以采用线性滤波白噪声法得到.滤波白噪声方法是将理想单位白噪声作为输入,经一阶滤波器变化后转化成路面激励作为输出的方法,则前轮对应的路面激励的时域描述为:

$$\dot{q}_f(t) = -2\pi n_q u q_f(t) + 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0)} u \omega(t) \quad (6)$$

式中, u 为车辆行驶速度, $\omega(t)$ 为零均值单位白噪声, $n_q=0.011$ Hz为下截止空间频率, n_0 为参考空间频率,本文考虑的B级路面的不平度系数

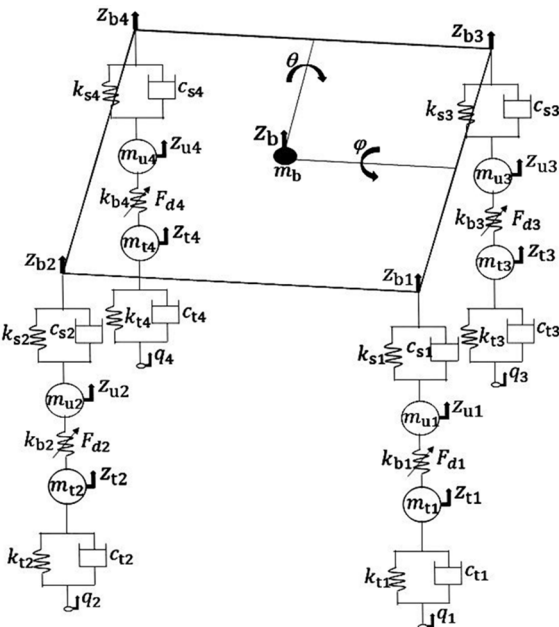


图1 整车悬架系统模型

Fig. 1 Vehicle suspension system model

$G_q(n_0)$ 的几何平均值为 64.

在前轮和后轮运动轨迹重合的假设下,前轮和后轮的路面激励存在时间相关性,即后轮路面激励滞后前轮路面激励的时间间隔 $\tau = (a + b)/u$:

$$q_r(t) = q_f(t + \tau) \quad (7)$$

其中, a 为车身质心到前轴的距离, b 为车身质心到后轴的距离. 由此推导出后车轮随机路面激励的时域描述为:

$$\dot{q}_r(t) = (2/\tau + 2\pi n_q v) q_f(t) - (2/\tau) q_f(t) - 2\pi n_0 \sqrt{G_q(n_0)} v \omega(t) \quad (8)$$

以 12/8 极内转子开关磁阻电机为例分析其电磁激励. 电机中定子齿和转子齿之间的气隙长度为 δ , 定转子中心距为 $\Delta\delta$, 转子偏心度定义为 $e = \Delta\delta/\delta$. 由于转子偏心, 两个相对定子齿与邻近转子齿之间的的气隙发生改变. 改变后的气隙表达式为^[26,27]:

$$\begin{cases} n = \text{ceil}(\alpha/\theta_{\text{step}}) \\ l_{01} = \delta - \delta e \cos(2n\pi/N_r) \\ l_{02} = \delta + \delta e \cos(2n\pi/N_r) \end{cases} \quad (9)$$

其中, α 为转过角度, 步距角 $\theta_{\text{step}} = \pi/12$, n 为 α 转过的步距角个数, ceil 为朝 $+\infty$ 方向的取整函数, l_{01} 、 l_{02} 分别为转子偏心之后, 两个相对定子齿与邻近转子齿之间的实际气隙, N_r 为转子极数.

将两个相对定子齿分别对邻近转子齿产生的径向力 F_{sr} 相减, 得到转子受到的径向电磁合力 F_r .

$$\begin{cases} \beta_{sr} = \theta_{\text{step}} - \text{mod}(\alpha, \theta_{\text{step}}) \\ F_r(\delta, e, i, \alpha) = F_{sr}(l_{01}, i, \beta_{sr}) - F_{sr}(l_{02}, i, \beta_{sr}) \end{cases} \quad (10)$$

基于方程(10)可得到垂向电磁合力随着气隙、偏心率、电流和转角变化的表达式:

$$F_y(\delta, e, i, \alpha) = F_r \cdot \sin\left[\alpha + \frac{2\pi(2-n)}{N_r}\right] \quad (11)$$

其中, β_{sr} 为激励绕组与邻近齿的实际夹角, i 为理想方波电流幅值, F_y 为垂向电磁合力分量.

前轮和后轮的电机转子偏心分别为 e_f 、 e_r , 矩阵 $\mathbf{F}$ 中的 F_{d1} 、 F_{d3} 为前轮垂向电磁激励 F_{yf} 、 F_{d2} 、 F_{d4} 为后轮垂向电磁激励 F_{yr} , 其表达式为:

$$\begin{aligned} F_{yf} &= F_y(\delta, e_f, i, \alpha) \\ F_{yr} &= F_y(\delta, e_r, i, \alpha) \end{aligned} \quad (12)$$

车辆的舒适性与垂向加速度、俯仰角、侧倾角、悬架的动挠度和轮胎跳动量等密切相关, 因此将待考察的指标定义为响应向量:

$$\mathbf{Y} = [\ddot{z}_b, \theta, \varphi, \Delta z_{\text{utf}}, \Delta z_{\text{utr}}, \Delta z_{\text{tqf}}, \Delta z_{\text{tqr}}]^T \quad (13)$$

其中, 前、后悬架动挠度和前、后轮胎跳动量分别如式(14)、(15)所示:

$$\begin{aligned} \Delta z_{\text{utf}} &= z_{u1} - z_{t1} \\ \Delta z_{\text{utr}} &= z_{u2} - z_{t2} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Delta z_{\text{tqf}} &= z_{t1} - q_f \\ \Delta z_{\text{tqr}} &= z_{t2} - q_r \end{aligned} \quad (15)$$

根据式(1), 可以计算得到车身垂向加速度 $\ddot{z}_b$, 俯仰角 θ , 侧倾角 φ , 前后悬架位移 z_{u1} 、 z_{u2} 以及前后轮胎位移 z_{t1} 、 z_{t2} , 代入式(13)~(15)即可得到响应向量随时间的变化.

2 基于混沌多项式展开的代理模型方法

考虑到方程(9)中的转子偏心可能在某个范围内波动, 其上下界可以通过测量或工程经验确定, 因此前后轮转子偏心参数 e_f 、 e_r 可以被视为区间参数, 对于 $e \in [e_-, e_+]$, 转子偏心表示为:

$$\begin{aligned} e_f &= \frac{e_+ + e_-}{2} + \xi_1 \cdot \frac{e_+ - e_-}{2} \\ e_r &= \frac{e_+ + e_-}{2} + \xi_2 \cdot \frac{e_+ - e_-}{2} \end{aligned} \quad (16)$$

其中, ξ_1 、 ξ_2 表示在 $[-1, 1]$ 上服从均匀分布的区间参数.

考虑区间变量 $\xi = [\xi_1, \xi_2]$, 区间变量的维数 $d = 2$. PCE 方法是将系统输出响应 $\mathbf{Y}$ 表示为所有变量的多项式加权线性组合的形式:

$$\mathbf{Y} = \sum_{i=0}^{K-1} \beta_i L_i(\xi) \quad (17)$$

式中, $L_i(\xi)$ 为 p 阶 Legendre 多项式, β_i 为待定系数, 故 $\mathbf{Y}$ 的展开项数为:

$$K = \frac{(d+p)!}{d! p!} \quad (18)$$

PCE 方法的关键是求解未知的多项式系数. 本文采用回归方法求解 PCE 系数, 即利用样本真实响应与 PCE 模型预测值的相对误差最小为条件求解系数.

样本点的选取采用了概率配点法^[28], 基于 $p+1$ 阶勒让德多项式的求解确定配点, 将数值代入样本中的元素进行排列组合, 即可得到相应的样本点. 再将区间 $[-1, 1]$ 上的 N 个样本点 $\{\xi^{S_1}, \xi^{S_2}, \dots, \xi^{S_N}\}$, 其中, $\xi^{S_1} = [\xi_1^{S_1}, \xi_2^{S_1}]$, 角标“ S_i ”所表示的量为样本点. 代入式(16)变换到原区间上得

到样本点 $\{e^{S_1}, e^{S_2}, \dots, e^{S_N}\}$, 其中, $e^{S_1} = [e^{S_1}_t, e^{S_1}_r]$.

调用真实响应函数, 得到各样本点的真实响应值 $Y = [y(e^{S_1}), \dots, y(e^{S_N})]^T$, 则 PCE 模型在样本点上表示为:

$$R\boldsymbol{\beta} = Y$$

(19)

其中, R 为 Legendre 基函数组成的矩阵, $\boldsymbol{\beta}$ 为系数矩阵, 分别表示为:

$$R = \begin{bmatrix} L_0(\xi_1) & \cdots & L_{K-1}(\xi_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_0(\xi_N) & \cdots & L_{K-1}(\xi_N) \end{bmatrix}$$

(20)

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_{K-1} \end{bmatrix}$$

(21)

根据线性最小二次回归得到 PCE 系数为:

$$\boldsymbol{\beta} = (R^T R)^{-1} R^T Y$$

(22)

求得 PCE 系数后就可以构建完整的 PCE 模型, 相当于构建了真实响应的代理模型, 输出响应的区间范围可以通过扫描法在区间范围内调用代理模型求得.

3 灵敏度分析

Sobol 灵敏度分析是一种基于方差分解的全局灵敏度方法, 用于量化输入参数对输出响应的独立贡献及交互作用. 与传统蒙特卡洛方法相比, 基于 PCE 的 Sobol 灵敏度分析无需额外采样, 可直接利用 PCE 的展开系数解析计算 Sobol 指标, 显著降低了计算成本, 同时保持了较高的精度. 将式 (17) 整理为 Sobol 分解的形式:

$$f_{\text{PCE}}(\boldsymbol{\xi}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_{\eta_i} L_{\eta_i}(\xi_1) + \sum_{i=1}^p \beta_{\sigma_i} L_{\sigma_i}(\xi_2) + \sum_{i=1}^{K-1-2p} \beta_{\gamma_i} L_{\gamma_i}(\xi_1, \xi_2)$$

(23)

其中, $L_{\eta}(\xi)$ 表示只含有 ξ_1 的基函数, $L_{\sigma}(\xi)$ 表示只含有 ξ_2 的基函数, $L_{\gamma}(\xi)$ 表示含有 ξ_1, ξ_2 的基函数, β_i 表示对应的系数.

由于基的正交性, 容易得到响应 Y 的均值和方差分别为:

$$\bar{Y} = E[f_{\text{PCE}}(\boldsymbol{\xi})] = \beta_0$$

(24)

$$D_{\text{PCE}} = \text{Var} \left[\sum_{i=0}^{K-1} f_i \Psi_i(\boldsymbol{\xi}) \right] = \sum_{i=0}^{K-1} \beta_i^2 E[L_i^2(\boldsymbol{\xi})]$$

(25)

由于 Sobol 指数定义为^[29]:

$$S_{i_1, \dots, i_s} = D_{i_1, \dots, i_s} / D$$

(26)

因此, 一阶灵敏度表示为:

$$S_1 = \sum_{i=1}^p \beta_{\eta_i}^2 E[L_{\eta_i}^2(\xi_1)] / D_{\text{PCE}}$$

(27)

$$S_2 = \sum_{i=1}^p \beta_{\sigma_i}^2 E[L_{\sigma_i}^2(\xi_2)] / D_{\text{PCE}}$$

(28)

其中, S_1 表示 ξ_1 的主灵敏度, S_2 表示 ξ_2 的主灵敏度. 主灵敏度(一阶灵敏度指数)主要是衡量单个参数对输出响应的独立贡献.

总灵敏度可以表示为:

$$S_{T_1} = S_1 + S_{1,2} = 1 - S_2$$

(29)

$$S_{T_2} = S_2 + S_{1,2} = 1 - S_1$$

(30)

总灵敏度(29)、(30)是衡量该参数及其与其他参数的交互作用对输出响应的综合贡献.

4 结果与分析

根据式(1)整车悬架系统建模, 采用混沌多项式展开法, 计算了考虑前后轮转子偏心度作为不确定性区间参数时的整车悬架系统模型的动力学响应式(13). 同时, 基于灵敏度分析公式(27)~(30), 根据 PCE 代理模型的展开系数计算得到灵敏度指数.

方程(1)中路面不平顺激励为 B 级随机路面, 车速为 70 km/h, 电机选取 12/8 极开关磁阻电机^[30], 车辆悬架系统参数见表 1.

表 1 车辆悬架参数

Table 1 Parameters of vehicle suspension

结构参数	数值	结构参数	数值
m_b/kg	494.70	m_u/kg	31.50
m_{t1}/kg	74.85	m_{t2}/kg	67.80
m_{t3}/kg	74.85	m_{t4}/kg	67.80
$k_{s1}/(\text{N/m})$	29 000.00	$k_{s2}/(\text{N/m})$	29 500.00
$k_{s3}/(\text{N/m})$	28 000.00	$k_{s4}/(\text{N/m})$	28 500.00
$c_s/(\text{N/m})$	2200.00	$k_b/(\text{N/m})$	12 000 000.00
$c_t/(\text{N/m})$	1600.00	$k_t/(\text{N/m})$	218 900.00
l_1/m	1.39	l_2/m	1.35
$2d_t/\text{m}$	1.26	$2d_r/\text{m}$	1.63
δ/mm	0.40	i/A	20.00

前后轮转子偏心度分别取在区间 $[0, 0.1]$ 上服从均匀分布的区间参数, 采用 PCE 方法计算得到整车悬架的时域响应, 如图 2~8 所示.

在对含不确定参数的悬架系统进行计算的同时, 设置对照组: 将前后轮的转子偏心设为确定性参数, 根据确定性参数的运行结果是否在输出相应

的区间范围内,来判断结果是否具有参考性.图 2~8 中的曲线即表示确定性参数条件下系统输出的时域响应.

由图 2 可知,确定性参数的分析结果在不确定性分析结果的区间范围内,在随机路面激励下,车身的垂向加速度变化非常频繁,且在 $\pm 2 \text{ m/s}^2$ 的范围内变化,这是悬架对车身振动的被动调节.然而,在区间参数的影响下,某些时刻的加速度值可能会很大,从而降低了车辆的平稳性.加速度在短时间内波动剧烈,也说明路面不平顺和电机激励共同作用导致车身振动显著.

图 3 给出了俯仰角的变化趋势,可以看出,在开始 1 s 内,俯仰角的上下界区分较为明显,说明转子偏心不确定性在瞬态阶段对俯仰运动影响较大.经过一段时间后,二者差别变小,且与确定性的计算结果极其趋近.

由图 4 可以看出侧倾角数值极小,主要原因是悬架系统为左右对称结构,因结构参数的不同才略有变化,侧倾角趋近于 0° ,说明悬架系统几乎不发生侧倾.区间范围极窄,进一步表明转子偏心对侧倾角影响较小.

由图 5 和图 6 可知,前后悬架的动挠度曲线相似,只是后悬架挠度曲线存在时间滞后,且最大最小值的区间范围略窄于前悬架挠度曲线,表明前悬架比后悬架更易受转子偏心距影响.

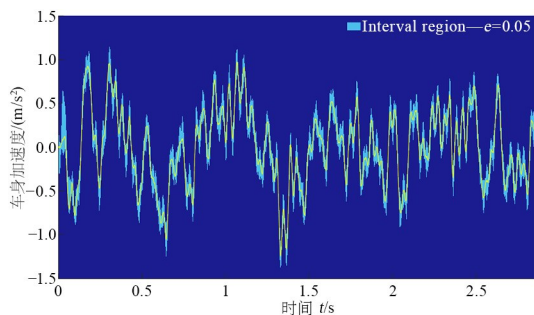


图 2 车身加速度随时间的变化

Fig. 2 Body acceleration changes with time

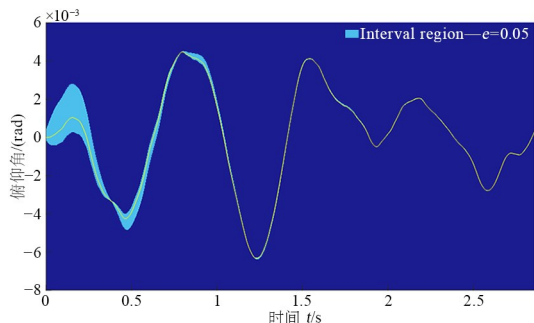


图 3 俯仰角随时间的变化

Fig. 3 Pitch Angle changes with time

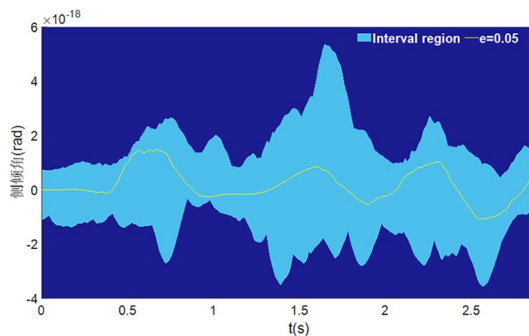


图 4 侧倾角随时间的变化

Fig. 4 Roll Angle changes with time

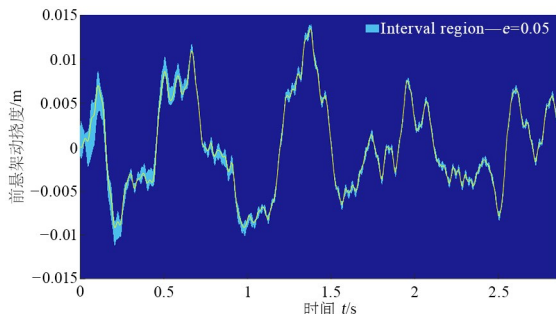


图 5 前悬架动挠度随时间的变化

Fig. 5 Front suspension dynamic deflection changes with time

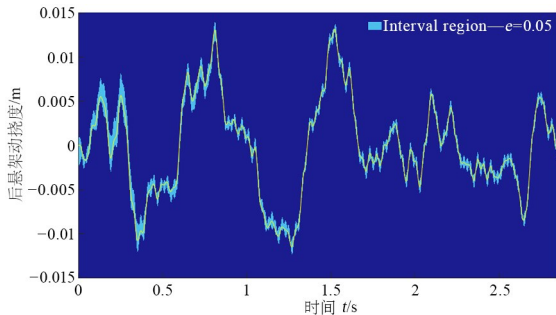


图 6 后悬架动挠度随时间的变化

Fig. 6 Rear suspension dynamic deflection changes with time

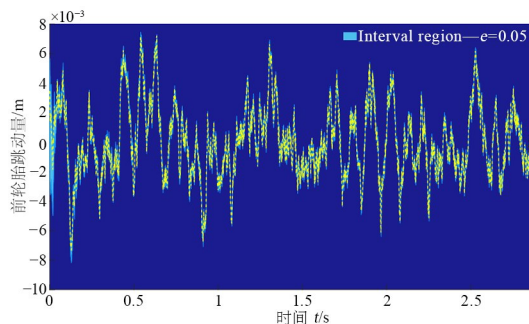


图 7 前轮胎跳动量随时间的变化

Fig. 7 Change in front tire runout over time

由图 7 和图 8 可以得到,前后轮的轮胎跳动量曲线相似,后轮曲线存在一定的时间滞后,与悬架动挠度相比,前后轮胎跳动量数值较小,且上下界较为接近,但变化快,这是因为轮胎跳动量很大程度上取决于随机路面.

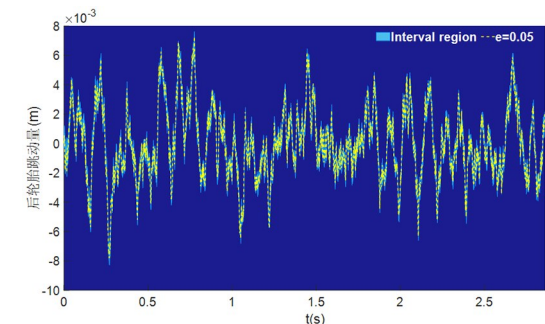


图 8 后轮胎跳动量随时间的变化

Fig. 8 Change in rear tire runout over time

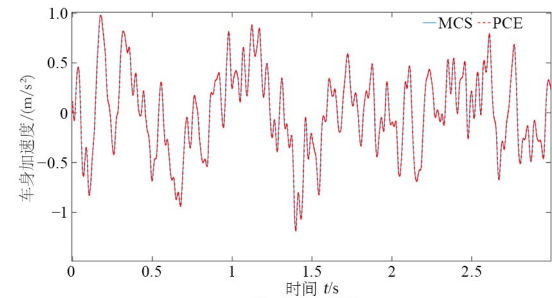
为了评估 PCE 方法的效率和准确性,还对 PCE 和 MCS 的抽样样本数量以及计算时间进行了比较,从表 2 可以看出在相同精度要求下,PCE 方法的计算时间减少为 MCS 方法的 20%,样本数量是 MCS 方法的 1.6%,故计算效率较 MCS 方法有很大的提高.图 9 中实线为 MCS 方法得到的输出响应的结果,虚线为 PCE 方法的结果.由图 9 可知,用 PCE 方法计算得到的响应结果和 MCS 仿真结果吻合度很高,验证了 PCE 方法的准确性.

为了表征系统的频域特性,将前后轮转子偏心率选取在区间 $[0,0.1]$ 上服从均匀分布的区间参数,采用 0.5~20 Hz 正向扫频激励,对输出位移的稳态响应进行核密度估计,量化分析车身位移、悬架动行程等关键响应的幅值概率分布特性,图 10 中的概率密度函数(PDF)和累积分布函数(CDF)描述系统的频域特性,且与 MCS 结果对比来验证 PCE 方法的准确性,发现二者结果完全吻合,可见文中 PCE 方法的准确性.

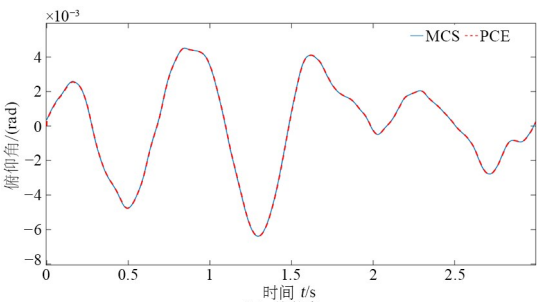
表 2 MCS 和 PCE 方法效率对比

Table 2 Efficiency comparison between MCS and PCE

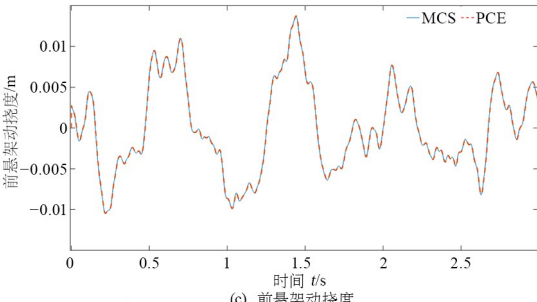
计算效率	MCS	PCE
计算时间	102.92 s	21.30 s
抽样数量	1600	25



(a) 车身加速度
(a) Body acceleration



(b) 俯仰角
(b) Pitch Angle

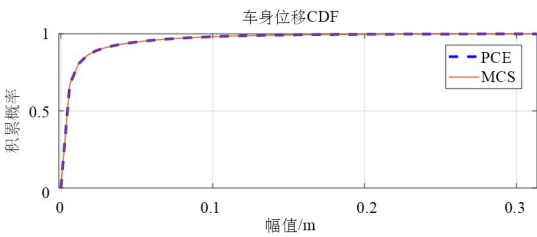
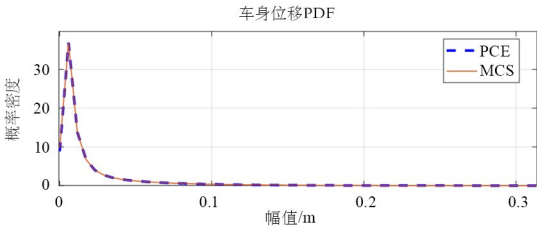


(c) 前悬架动挠度
(c) Front suspension dynamic deflection

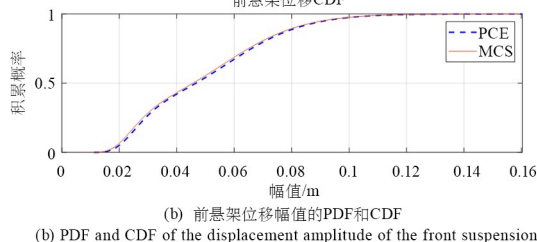
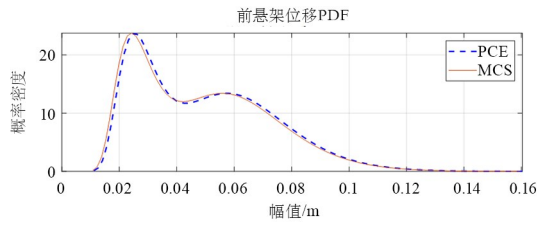
图 9 PCE 和 MCS 输出响应均值对比

Fig. 9 Comparison of the mean output responses between PCE and MCS

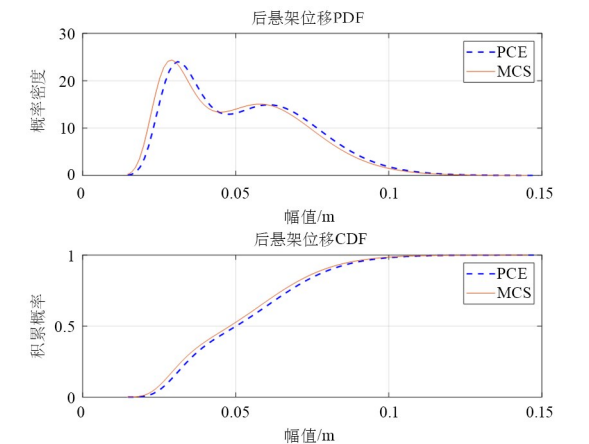
在图 10 中,PDF 表示在转子偏心的不确定性范围内,输出变量的幅值出现的相对概率密度,CDF



(a) 车身位移幅值的PDF和CDF
(a) PDF and CDF of the vehicle body displacement amplitude



(b) 前悬架位移幅值的PDF和CDF
(b) PDF and CDF of the displacement amplitude of the front suspension



(C) 后悬架位移幅值的PDF和CDF
(C) PDF and CDF of the displacement amplitude of the rear suspension
图 10 车身和悬架的振动幅度的 PDF 和 CDF
Fig. 10 PDF and CDF of the vibration amplitudes of the vehicle body and suspension

则是 PDF 对应的累积分布函数. 由图 10(a)可知, PDF 峰值对应的幅值约为 0.01 m,说明系统在多参数组合下仍较为稳定, CDF 的 95%分位数约为 0.04 m,说明系统在 95%参数组合下位移可控. 由图 10(b)和(c)可知,前后悬架位移对应的结果相似,但前悬架位移幅值对应的范围略宽,证明不确定性参数对前悬架的影响较大.

为了分析车辆响应在时域上的灵敏度,这里根据方程(29)和(30)计算得到了表3所示的灵敏度指数,并绘制出了图 11 中前后轮转子偏心为区间参数时对 7 个输出响应的 Sobol 灵敏度指数.

由表 3 可知,不同响应指标对转子偏心的灵敏度指标的大小不尽相同,但对前轮转子偏心和后轮转子偏心的敏感程度相似. 对前后轮转子偏心最为敏感的是车身加速度,其主灵敏度都超过 0.4. 俯仰角对前后轮转子偏心最不敏感,其主灵敏度不超过 0.2. 前轮转子偏心对前悬架动挠度和前轮跳动量的主灵敏度指数略高,后轮转子偏心对后悬架动

表 3 灵敏度指数				
Table 3 Sensitivity index				
输出响应	前轮转子偏心		后轮转子偏心	
	S_1	S_{T1}	S_2	S_{T2}
车身加速度	0.4167	0.5972	0.4028	0.5833
俯仰角	0.1966	0.8045	0.1955	0.8034
侧倾角	0.4472	0.6951	0.3049	0.5528
前悬架动挠度	0.4162	0.6095	0.3905	0.5838
后悬架动挠度	0.3811	0.6004	0.3996	0.6189
前轮跳动量	0.4242	0.6029	0.3971	0.5758
后轮跳动量	0.3823	0.6018	0.3982	0.6177

挠度和后轮跳动量的主灵敏度略高,主要原因是它们分别直接影响到前、后轮轮毂电机的垂向电磁激励.

由图 11 可知,俯仰角对应的主灵敏度较低但总灵敏度很高,表明主要通过前后轮转子偏心的交互作用影响俯仰角. 其他响应参数对应的总灵敏度也比主灵敏度明显更高,这意味着单独优化某个转子偏心可能无法显著改善车辆动态性能,需要同时考虑前轮和后轮转子偏心的联合影响.

在悬架优化中,可以根据研究得出的灵敏度分析结果,选取合适的优化控制算法,同时优化前轮和后轮转子偏心,寻找最优的转子偏心组合. 并根据灵敏度分析结果,调整悬架系统参数,以降低转子偏心对悬架动挠度和跳动量的影响.

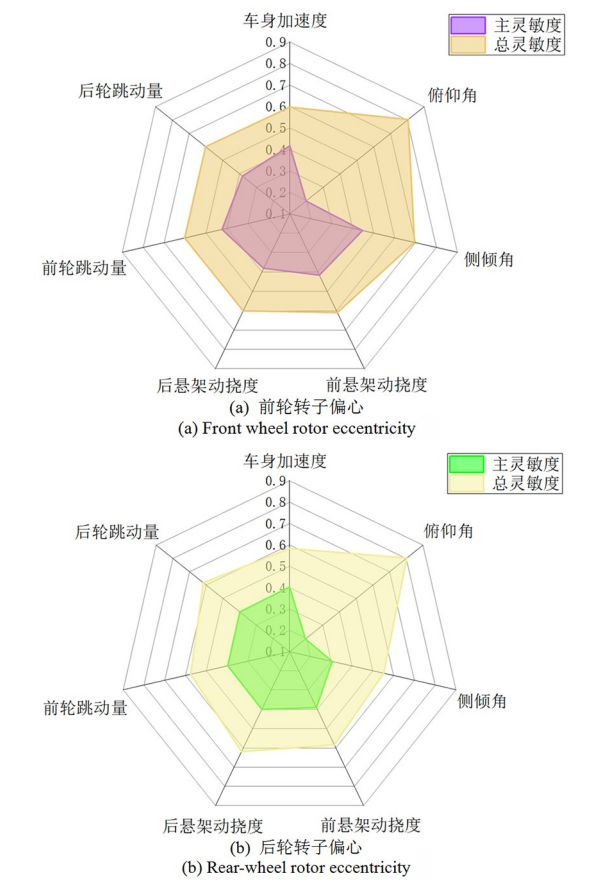


图 11 前后轮转子偏心对输出响应的灵敏度指数
Fig. 11 Sensitivity index of front and rear rotor eccentricity to output response

5 结论

本文通过建立含转子偏心区间参数的整车悬架系统非线性动力学模型,结合混沌多项式展开方法,系统研究了转子偏心的不确定性对悬架系统动态响应的影响规律. 研究结果表明,通过 PCE 方法

构建的代理模型能够高效量化整车悬架系统的区间不确定性,其计算结果与蒙特卡洛模拟结果高度吻合,且抽样数量和计算时间大幅减少,验证了PCE方法在处理整车悬架系统不确定性量化问题上的准确性与高效性。

研究结果表明转子偏心参数的不确定性会影响整车悬架系统的动态特性,90%区间参数组合满足设计安全阈值,其中前轮偏心对车身加速度、悬架动挠度等指标的影响高于后轮偏心,但两者交互作用对悬架系统的影响更为突出,故无法通过单独优化某个转子偏心来显著改善车辆动态性能。因此,本文研究的多项式混沌展开方法以及灵敏度分析的计算结果可以为分析区间参数不确定条件下车辆悬架系统的动态特性和参数设计提供理论指导,为后续电动汽车悬架系统的设计与优化提供了可靠的理论基础。

参考文献

- [1] 陈家瑞. 汽车构造 [M]. 5 版. 北京: 机械工业出版社, 2011.
- [2] GUAN W D. Automobile structure [M]. 5th ed. Beijing: China Machine Press, 2011. (in Chinese)
- [3] AHMADIAN M. Magneto-rheological suspensions for improving ground vehicle's ride comfort, stability, and handling [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2017, 55(10): 1618—1642.
- [4] ABDI B, MIRZAEI M, MOJED G R. A new approach to optimal control of nonlinear vehicle suspension system with input constraint [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(15): 3307—3320.
- [5] ZHAO L L, YU Y W, ZHOU C C, et al. Simulation of vertical characteristics and in-wheel motor vibration of electric vehicles with asymmetric suspension damper under road impact [J]. *International Journal of Modelling and Simulation*, 2019, 39(1): 14—20.
- [6] TAN D, LU C. The influence of the magnetic force generated by the in-wheel motor on the vertical and lateral coupling dynamics of electric vehicles [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(6): 4655—4668.
- [7] 李杰, 高雄, 王培德. 开关磁阻电机和路面对电动汽车振动影响的分析[J]. *汽车工程*, 2018, 40(4): 411—416, 422.
- [8] LI J, GAO X, WANG P D. An analysis on the influence of switched reluctance motor and road on the vibration of electric vehicle [J]. *Automotive Engineering*, 2018, 40(4): 411—416, 422. (in Chinese)
- [9] SHAO X X, NAGHDY F, DU H P, et al. Coupling effect between road excitation and an in-wheel switched reluctance motor on vehicle ride comfort and active suspension control [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 443: 683—702.
- [10] LI C, JING Y, NI J T. Uncertainty analysis and design of air suspension systems for city buses based on neural network model and true probability density [J]. *Machines*, 2023, 11(8): 791.
- [11] XU X, CHEN X B, LIU Z, et al. A feasible identification method of uncertainty responses for vehicle structures [J]. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2021, 64(6): 3861—3876.
- [12] LIU J, DING F, WANG J Z, et al. Dynamic uncertainty propagation analysis framework for nonlinear control problem based on manifold learning and optimal polynomial method and its application on active suspension system [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2024, 5(64): 125—134.
- [13] 郭祥, 靳艳飞. 具有区间不确定性的柔性多体系统动力学反问题[J]. *振动工程学报*, 2025, 38(5): 974—983.
- [14] GUO X, JIN Y F. Inverse dynamical problem of flexible multibody systems with interval uncertainty [J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2025, 38(5): 974—983. (in Chinese)
- [15] NAJM H N. Uncertainty quantification and polynomial chaos techniques in computational fluid dynamics [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2009, 41(1): 35—52.
- [16] GUO X, JIN Y F. Novel algorithm for flexible multibody systems with hybrid uncertainties [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2023, 113: 573—595.

- [15] VILLEGAS M, AUGUSTIN F, GILG A, et al. Application of the Polynomial Chaos Expansion to the simulation of chemical reactors with uncertainties [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2012, 82(5): 805—817.
- [16] HARO SANDOVAL E, ANSTETT-COLLIN F, BASSET M. Sensitivity study of dynamic systems using polynomial chaos [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2012, 104: 15—26.
- [17] GUO X, JIN Y F. Data-driven polynomial chaos-interval metamodel for dynamics and reliability analysis under hybrid uncertainty [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2023, 74: 103538.
- [18] MASSOUD E C. Emulation of environmental models using polynomial chaos expansion [J]. *Environmental Modelling & Software*, 2019, 111: 421—431.
- [19] 田国英, 张大伟, 易兴利, 等. 基于 gPC 理论的不确定参数电动汽车脉冲响应研究[J]. *振动与冲击*, 2021, 40(16): 81—90, 150.
- TIAN G Y, ZHANG D W, YI X L, et al. Impulse responses of an electric vehicle with uncertain parameters based on the generalized polynomial chaos theory [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(16): 81—90, 150. (in Chinese)
- [20] XU X, LIU H, JIANG X W, et al. Uncertainty analysis and optimization of quasi-zero stiffness air suspension based on polynomial chaos method [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35(1): 93.
- [21] KEWLANI G, CRAWFORD J, IAGNEMMA K. A polynomial chaos approach to the analysis of vehicle dynamics under uncertainty [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2012, 50(5): 749—774.
- [22] 凌锋. 基于多项式混沌方法的汽车悬架系统不确定性研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2013.
- LING F. Uncertainty analysis of vehicle suspension systems based on polynomial chaos methods [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2013. (in Chinese)
- [23] LI L, SANDU C. On the impact of cargo weight, vehicle parameters, and terrain characteristics on the prediction of traction for off-road vehicles [J]. *Journal of Terramechanics*, 2007, 44(3): 221—238.
- [24] ZHOU K, YOU T W, GONG D, et al. Effects of uncertain suspension parameters on dynamic responses of the railway vehicle system [J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2023, 71: 103405.
- [25] ZHAO H, FU C, ZHU W D, et al. Dynamic characteristics and sensitivity analysis of a nonlinear vehicle suspension system with stochastic uncertainties [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2024, 112(24): 21605—21626.
- [26] 李韶华, 冯桂珍, 丁虎. 考虑胎路多点接触的电动汽车一路面耦合系统振动分析[J]. *力学学报*, 2021, 53(9): 2554—2568.
- LI S H, FENG G Z, DING H. Vibration analysis of electric vehicle-road coupling system considering tire-road multi-point contact [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2021, 53(9): 2554—2568. (in Chinese)
- [27] 王峰, 吴志强, 李亚杰, 等. 开关磁阻电机转子径向电磁合力的解析建模[J]. *电工技术学报*, 2019, 34(5): 934—945.
- WANG F, WU Z Q, LI Y J, et al. Analytical modeling of rotor radial electromagnetic force in switched reluctance motor [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2019, 34(5): 934—945. (in Chinese)
- [28] 申林方, 王志良, 常海滨, 等. 基于概率配点法的岩土材料参数随机场及其响应分析[J]. *计算力学学报*, 2015, 32(1): 64—69.
- SHEN L F, WANG Z L, CHANG H B, et al. Probabilistic Collocation Method for geotechnical stochastic field and response analysis [J]. *Chinese Journal of Computational Mechanics*, 2015, 32(1): 64—69. (in Chinese)
- [29] SUDRET B. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2008, 93(7): 964—979.
- [30] 薛惟栋, 曲兵妮. 抑制开关磁阻电机振动的结构设计研究[J]. *电机与控制应用*, 2021, 48(11): 39—44.
- XUE W D, QU B N. Structural design of switched reluctance motor for vibration suppression [J]. *Electric Machines & Control Application*, 2021, 48(11): 39—44. (in Chinese)

附录

矩阵 $\mathbf{C}$ 中的子模块如下式：

$$\bar{\mathbf{C}}_{3\times 3} = \begin{bmatrix} c_{s1} + c_{s2} + c_{s3} + c_{s4} & -c_{s1}l_1 + c_{s2}l_2 - c_{s3}l_1 + c_{s4}l_2 & -c_{s1}d_f - c_{s2}d_r + c_{s3}d_f + c_{s4}d_r \\ & c_{s1}l_1^2 + c_{s2}l_2^2 + c_{s3}l_1^2 + c_{s4}l_2^2 & c_{s1}l_1d_f - c_{s2}l_2d_r - c_{s3}l_1d_f + c_{s4}l_2d_r \\ \text{对称} & & c_{s1}d_f^2 + c_{s2}d_r^2 + c_{s3}d_f^2 + c_{s4}d_r^2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_{3\times 4} = \begin{bmatrix} -c_{s1} & -c_{s2} & -c_{s3} & -c_{s4} \\ c_{s1}l_1 & -c_{s2}l_2 & c_{s3}l_1 & -c_{s4}l_2 \\ c_{s1}d_f & c_{s2}d_r & -c_{s3}d_f & -c_{s4}d_r \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{4\times 4} = \begin{bmatrix} c_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{s2} & 0 & 0 \\ & & c_{s3} & 0 \\ \text{对称} & & & c_{s4} \end{bmatrix}$$

$$\check{\mathbf{C}}_{4\times 4} = \begin{bmatrix} c_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & c_{t2} & 0 & 0 \\ & & c_{t3} & 0 \\ \text{对称} & & & c_{t4} \end{bmatrix}$$

矩阵 $\mathbf{K}$ 中的子模块如下式：

$$\bar{\mathbf{K}}_{3\times 3} = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{s2} + k_{s3} + k_{s4} & -k_{s1}l_1 + k_{s2}l_2 - k_{s3}l_1 + k_{s4}l_2 & -k_{s1}d_f - k_{s2}d_r + k_{s3}d_f + k_{s4}d_r \\ & k_{s1}l_1^2 + k_{s2}l_2^2 + k_{s3}l_1^2 + k_{s4}l_2^2 & k_{s1}l_1d_f - k_{s2}l_2d_r - k_{s3}l_1d_f + k_{s4}l_2d_r \\ \text{对称} & & k_{s1}d_f^2 + k_{s2}d_r^2 + k_{s3}d_f^2 + k_{s4}d_r^2 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_{3\times 4} = \begin{bmatrix} -k_{s1} & -k_{s2} & -k_{s3} & -k_{s4} \\ k_{s1}l_1 & -k_{s2}l_2 & k_{s3}l_1 & -k_{s4}l_2 \\ k_{s1}d_f & k_{s2}d_r & -k_{s3}d_f & -k_{s4}d_r \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{4\times 4} = \begin{bmatrix} k_{s1} + k_{b1} & 0 & 0 & 0 \\ & k_{s2} + k_{b2} & 0 & 0 \\ & & k_{s3} + k_{b3} & 0 \\ \text{对称} & & & k_{s4} + k_{b4} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{K}}_{4\times 4} = \begin{bmatrix} -k_{b1} & 0 & 0 & 0 \\ & -k_{b2} & 0 & 0 \\ & & -k_{b3} & 0 \\ \text{对称} & & & -k_{b4} \end{bmatrix}$$

$$\check{\mathbf{K}}_{4\times 4} = \begin{bmatrix} k_{b1} + k_{t1} & 0 & 0 & 0 \\ & k_{b2} + k_{t2} & 0 & 0 \\ & & k_{b3} + k_{t3} & 0 \\ \text{对称} & & & k_{b4} + k_{t4} \end{bmatrix}$$