

# 转子—轴承—联轴器不对中系统非线性共振特性<sup>\*</sup>

王振坤<sup>1,2</sup> 张智勇<sup>3</sup> 全鑫<sup>4</sup> 靳玉林<sup>4†</sup>

(1. 中国船舶重工集团公司第七〇三研究所, 哈尔滨 150001)

(2. 先进船舶发动机技术全国重点实验室, 哈尔滨 150078)

(3. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

(4. 西南交通大学 机械工程学院, 成都 610031)

**摘要** 多盘转子系统由于滚动轴承非线性以及装配或运行过程中产生的不对中等因素, 容易引起系统复杂的非线性振动问题. 本文设计了多盘转子—轴承实验台, 考虑轴承 Hertz 接触、间隙、变柔度 (varying compliance, VC) 振动, 建立了 14 个自由度的转子—轴承—联轴器不对中系统的动力学模型, 分析了动力学模型的振动响应及非线性共振特性. 数值和实验研究表明了系统动力学模型的有效性, 由于轴承 VC 激励和联轴器不对中激励, 系统存在多个共振区域, 在一阶主共振前存在由滚动轴承引起的 VC 接触共振, 以及不对中故障激起的 2 倍超谐波共振, 系统主共振表现为硬刚度非线性特性.

**关键词** 转子—轴承系统, 不对中, VC 振动, Hertz 接触, 非线性振动

**中图分类号**: O322; TB123

**文献标志码**: A

## Nonlinear Resonance Characteristics of Rotor-Bearing-Coupling Misalignment System<sup>\*</sup>

Wang Zhenkun<sup>1,2</sup> Zhang Zhiyong<sup>3</sup> Quan Xin<sup>4</sup> Jin Yulin<sup>4†</sup>

(1. No. 703 Research Institute of CSIC, Harbin 150001, China)

(2. National Key Laboratory of Marine Engine Science and Technology, Harbin 150078, China)

(3. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(4. School of Mechanical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

**Abstract** Multi-disks rotor systems are prone to complex nonlinear vibration issues caused by the nonlinearities of rolling bearing and misalignment faults during assembly or operation. This article presents a multi-disks rotor-bearing experimental platform, considering bearing Hertz contact, clearance, varying compliance (VC) vibration, and misalignment of couplings. By using the lumped mass method, a dynamic model of a 14-degree-of-freedom rotor-bearing-coupling misalignment system is established to analyze the vibration response and nonlinear resonance characteristics. Numerical and experimental studies have validated the effectiveness of the dynamic model. Due to the excitation of bearing VC and coupling misalignment, the system exhibited multiple resonance regions. These included the contact resonance caused by rolling bearing-induced VC before the first-order primary resonance, as well as 2-times subharmonic resonance caused by misalignment faults. The main response of the system exhibited nonlinear characteristics of high stiffness.

2024-05-17 收到第 1 稿, 2024-07-16 收到修改稿.

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目 (12102084), 四川省自然科学基金 (2023NSFSC0371), 中央高校基本科研业务费 (2682023CX027), National Natural Science Foundation of China (12102084), Natural Science Foundation of Sichuan Province (2023NSFSC0371), Fundamental Research Funds for the Central Universities (2682023CX027).

<sup>†</sup> 通信作者 E-mail: jinyly@163.com

**Key words** rotor-bearing system, misalignment, VC vibration, Hertz contact, nonlinear vibration

## 引言

转子—轴承系统为燃气轮机、航空发动机等大型旋转机械的核心构件,其动力学特性直接影响旋转机械的性能、可靠性、寿命及安全,因此分析其动力学特性具有重要意义.滚动轴承支承的转子系统,存在 Hertz 接触、间隙、变柔度(varying compliance, VC)等非线性因素<sup>[1-5]</sup>,导致系统在一些不合适的装配参数下会出现非常复杂的动力学行为,如振动突跳、双稳态、超谐、亚谐、概周期、混沌运动等<sup>[3-8]</sup>.工程中旋转机械的转子—轴承结构系统往往由多个部件构成,在装配或运行过程中容易产生不对中故障,对含不对中故障的转子—滚动轴承系统的动力学行为更为复杂<sup>[9-13]</sup>.

国内外已有大量学者对滚动轴承支承的转子系统动力学展开过研究,轴承力模型主要为 2 自由度拟静力学模型<sup>[14]</sup>.虽然一些学者考虑了 3 自由度<sup>[15]</sup>,甚至 5 自由度<sup>[16,17]</sup>的轴承力模型,但对于转子横向振动问题,2 自由度轴承力模型也能较好模拟转子横向振动<sup>[18,19]</sup>,且利于理论分析,因此该轴承力模型被广泛采用.对转子—滚动轴承系统的动力学研究,根据是否考虑转子不平衡力,可分为平衡转子—轴承系统和非平衡转子—轴承系统.

对于平衡转子—轴承系统,主要研究轴承滚动体 VC 激励下系统的动力学特性.白长青等<sup>[2]</sup>应用 Floquet 理论分析了不同间隙下轴承转子系统周期解的稳定性,发现系统存在 3 种周期解失稳方式. Harsha<sup>[8]</sup>利用 Newmark- $\beta$  法求解了刚性平衡转子—轴承系统的非线性响应,发现径向间隙对系统动力学的影响很大. Fukata 等<sup>[20]</sup>较早研究了 2 自由度平衡转子—轴承系统的动力学特性,指出系统在主共振区间具有拍振及类混沌运动现象. Mevel 等<sup>[4]</sup>通过数值和实验研究了平衡转子—轴承系统通向混沌的道路,发现系统存在倍周期分岔和概周期运动进入混沌. Zhang 等<sup>[3,5]</sup>结合谐波平衡法与徐皆苏方法,分析了球轴承—刚性平衡转子系统变柔度接触共振的分岔与滞后行为,揭示系统复杂运动产生及演化的机理.王亚佳等<sup>[18]</sup>建立了含局部缺陷故障的高速列车轴承—轴箱—车辆耦合动力

学模型,分析了轨道不平顺、车轮失圆等轮轨激励对轴箱轴承故障振动响应的影响.

对于非平衡转子—滚动轴承系统,研究人员主要分析不平衡激励及轴承 VC 激励联合作用下系统的动力学特性.陈果<sup>[9]</sup>针对航空发动机整机振动故障问题,建立了一种通用的双转子—滚动轴承—机匣耦合动力学模型. Bai 等<sup>[1]</sup>通过数值和实验研究了球轴承—柔性转子系统的非线性动力学响应,发现轴承非线性会导致系统出现 1/2 亚谐共振,给转子带来较大的振动和噪声. Zhang 等<sup>[17]</sup>建立了 5 自由度轴承力模型的非平衡转子系统的动力学模型,研究了系统参数对系统稳定性的影响.侯磊<sup>[19]</sup>研究了机动载荷对航空发动机转子—轴承系统动力学的影响,发现机动载荷,不仅使系统出现 1/2 亚谐共振,还可能出现 1/3、1/4 亚谐共振,并且机动载荷、不平衡激励、VC 激励共同作用下还可能出现更复杂的动力学现象.非平衡转子—滚动轴承系统的动力学研究已有大量文献,这里不再详述,但需要指出的是以转子不平衡运动为取样周期画分岔图时,系统表现为概周期运动,原因是轴承 VC 激励与转子不平衡激励通常为非公约小数倍关系,导致系统为一种多频概周期激励系统,因此分岔图或 Poincaré 图表现为概周期运动.

近几年,很多学者对含故障的转子—轴承系统的动力学问题展开了研究.不对中作为一种常见的故障,也得到了广泛研究. Zhang 等<sup>[21]</sup>研究了套圈不对中对轴承转子系统固有频率的影响,发现套圈不对中会改变轴承内部滚子的运动和受力状态,从而影响轴承的使用寿命.王鹏飞等<sup>[22]</sup>建立了含轴承倾斜不对中的行星轮—转子系统动力学模型,分析了轴承不对中对系统动态特性的影响,结果表明,变柔度振动频率幅值增大,系统振幅降低.对含不对中故障的转子—轴承系统,系统振动响应频率的 2、3、4 等倍频成分(以 2 倍频为主)已作为工程中不对中故障的判别准则<sup>[9,23-27]</sup>.然而过去学者们主要对含不对中故障的转子—滚动轴承系统的非线性响应特征进行分析,很少有文献对系统的共振特性进行研究.

本文首先设计一个多盘的转子—滚动轴承实

验台;然后考虑轴承座弹性变形,滚动轴承的 Hertz 接触非线性、间隙非线性、VC 振动,以及套齿联轴器不对中故障,采用集中质量法,利用牛顿第二定理建立实验系统的动力学模型;最后利用 Runge-Kutta 数值积分方法求得系统在不同转速下的响应,并与实验测试信号进行比较,分析滚动轴承 VC 激励及联轴器不对中激励联合作用下系统一阶主共振前的共振特性。

1 多盘转子一滚动轴承实验系统

1.1 实验台简介

设计了如图 1 所示的多盘转子一滚动轴承实验系统,包括多盘转子一轴承实验台、动力驱动设备、测试设备。实验台的转子结构由 3 个刚性盘组成,实验台的两端设计为 2 个可调支座,每个支承座通过丝杆微调上下左右的位置,从而实现转子系统对中度的调节。支轴承为 SKF6205 深沟球轴承,参数见表 1。转子与电机的联轴器为套齿联轴器。各盘边缘截面处均匀分布小螺孔,以便对转子进行动平衡以及不平衡量控制。

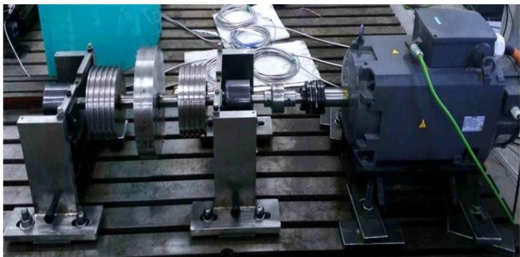


图 1 多盘转盘一轴承试验台  
Fig. 1 Test rig of multi-discs rotor-bearing system

表 1 SKF6205 球轴承参数  
Table 1 Parameters of SKF6205 ball bearing

| 轴承参数                           | 取值    |
|--------------------------------|-------|
| 滚动体数目 $N_b$                    | 9     |
| 滚动体直径 $D_b/\text{mm}$          | 7.92  |
| 内滚道直径 $d_i/\text{mm}$          | 30.86 |
| 外滚道直径 $d_o/\text{mm}$          | 46.78 |
| 初始径向游隙 $2\delta_0/\mu\text{m}$ | 20    |

实验台动力驱动设备为高性能西门子伺服电机,电机最大转速为 12 000 r/min,升降加速度设置为  $100\text{ rad/s}^2$ 。数据采集系统为 DEWESOFT 7.0 数据采集系统,最大采样频率为 200 kHz,动态采样频率设置为 16 384 Hz。为获得转子系统各位置的

振动信息,选用 10 个高精度电涡流传感器,将其分别安装在各盘以及轴承座附近,测量系统径向面内的振动位移信号,电涡流传感器的灵敏度系数为  $10\text{ V/mm}$ ,分辨率为  $0.1\text{ }\mu\text{m}$ 。图 2 给出了多盘转子一轴承系统振动位移的测试原理图,利用西门子伺服电机控制系统进行转速控制,在不同转速下稳定采样 30 s,获得各转速下系统的位移响应。

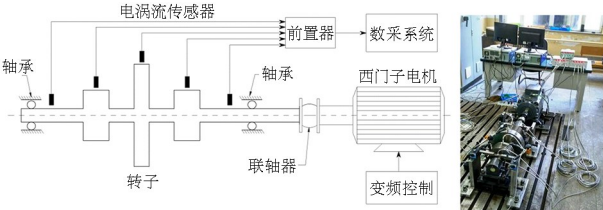


图 2 多盘转子一轴承系统振动位移测试原理图  
Fig. 2 Schematic diagram measuring of vibration displacement for rotor-bearing system

1.2 系统固有频率及阻尼比

通过锤击试验获得系统的固有频率及阻尼比系数,图 3 为系统自由衰减响应信号的频谱图及时间历程。通过数据采集系统的模态试验分析,可获得系统前两阶固有频率及阻尼比,  $f_{n1}=51.88\text{ Hz}$ 、 $f_{n2}=176.39\text{ Hz}$ 、 $\delta_1=0.032$ 、 $\delta_2=0.017$ ,并假设系统的阻尼为比例阻尼<sup>[3]</sup>,即:

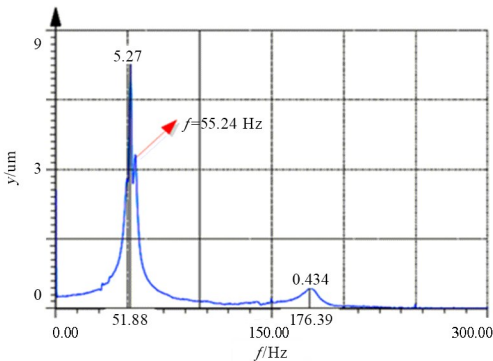
$$C = \alpha_0 M + \alpha_1 K \tag{1}$$

式中  $M$ 、 $K$ 、 $C$  分别为系统质量、刚度、阻尼矩阵,  $\alpha_0$  和  $\alpha_1$  为常数,通过下式:

$$\alpha_0 = \frac{2f_{n1}f_{n2}(\delta_1f_{n2} - \delta_2f_{n1})}{f_{n2}^2 - f_{n1}^2},$$
$$\alpha_1 = \frac{2(\delta_2f_{n2} - \delta_1f_{n1})}{f_{n2}^2 - f_{n1}^2} \tag{2}$$

可求得  $\alpha_0=0.86$ ,  $\alpha_1=9.42\times 10^{-5}$ ,从而可获得系统的阻尼系数矩阵。

由于转子重力作用下,滚动轴承支承系统的刚度在水平和竖直方向呈现非对称,因此系统的一阶固有频率为 51.88 Hz 和 55.24 Hz。



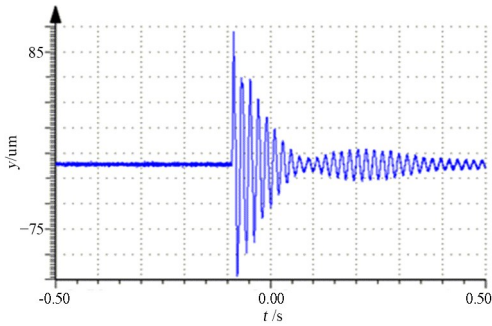


图3 锤击测试获得系统自由衰减响应信号  
Fig. 3 Damped free vibration response signal obtained by hammer test

2 多盘转子—轴承系统动力学模型

由于多盘转子结构为左右对称的整体锻造转子,各盘较厚,因此我们忽略各盘陀螺力矩,采用集中质量法建立系统的动力学模型.多盘转子—轴承实验台的简化模型如图4所示,其相关几何参数和物理参数见表2.将坐标系原点设在右侧轴承座几何中心,假设两轴承座质心以及中间盘两侧各盘和轴段的质心与几何中心重合;转子系统经动平衡后在中间盘的螺纹孔添加不平衡质量,并假设各轴段的质量集中在相应盘的质心及左右轴颈位置;设 $\mathbf{X}=[x_r,y_r,x_1,y_1,x_2,y_2,x_3,y_3,x_4,y_4,x_5,y_5,x_1,y_1]^T$ 表示右侧轴承座及右轴颈、中间各盘、左侧轴承座及左轴颈在水平和竖直方向相对于

表2 转子—轴承系统结构参数  
Table 2 Parameters of the rotor-bearing system

| 参数                              | 取值               | 参数                        | 取值               |
|---------------------------------|------------------|---------------------------|------------------|
| $l_1/\text{mm}$                 | 105              | $d_1/\text{mm}$           | 30               |
| $l_2/\text{mm}$                 | 93               | $d_2/\text{mm}$           | 180              |
| $l_3/\text{mm}$                 | 74               | $d_3/\text{mm}$           | 35               |
| $l_4/\text{mm}$                 | 60               | $d_4/\text{mm}$           | 290              |
| $l_5/\text{mm}$                 | 74               | $d_5/\text{mm}$           | 35               |
| $l_6/\text{mm}$                 | 93               | $d_6/\text{mm}$           | 180              |
| $l_7/\text{mm}$                 | 105              | $d_7/\text{mm}$           | 30               |
| $m_c/\text{kg}$                 | 0.5              | $\Delta l/\mu\text{m}$    | 170              |
| $m_r/\text{kg}$                 | 8.2              | $k_r/(\text{N}/\text{m})$ | $4.7\times10^8$  |
| $m_l/\text{kg}$                 | 8.2              | $k_l/(\text{N}/\text{m})$ | $4.7\times10^8$  |
| $E/\text{GPa}$                  | 210              | $k_1/(\text{N}/\text{m})$ | $3.12\times10^7$ |
| $\nu$                           | 0.27             | $k_2/(\text{N}/\text{m})$ | $4.74\times10^7$ |
| $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$   | 7850             | $k_3/(\text{N}/\text{m})$ | $4.74\times10^7$ |
| $C_b/(\text{N}/\text{m}^{3/2})$ | $3.58\times10^9$ | $k_4/(\text{N}/\text{m})$ | $3.12\times10^7$ |
| $m_e/\text{g}$                  | 10               | $r_e/\text{mm}$           | 140              |

坐标原点的位移;由于实验台的联轴器为套齿联轴器,这里仅考虑系统存在平行不对中故障,如图5所示,其力学模型参考文献[9].

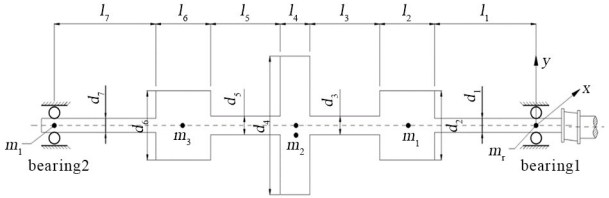


图4 多盘转子—轴承系统联轴器不对中简化模型  
Fig. 4 Simplified model of the multi-discs rotor-bearing system with misalignment

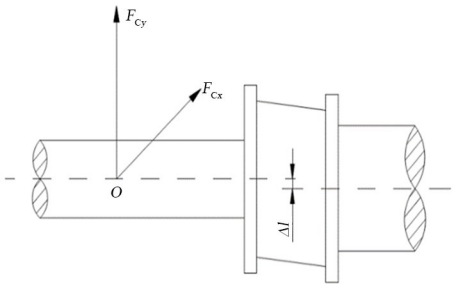


图5 联轴器不对中模型  
Fig. 5 Model of coupling misalignment

考虑轴承径向游隙、时变刚度、Hertz 接触非线性因素,由牛顿第二定理,可以得到多盘转子—滚动轴承—联轴器不对中系统的动力学方程:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F}(\mathbf{X},t) \tag{3}$$

式中: $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$ 分别为系统质量、刚度、阻尼矩阵,其表达式见附录, $\mathbf{F}(\mathbf{X},t)$ 为系统所受外力,包括左右轴承力、偏心激励、不对中激励以及重力,其表达式如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}(\mathbf{X},t) = & [F_{x_r}, F_{y_r} - m_r g, -F_{x_r} + F_{c_x}, \\ & -F_{y_r} - m_l g + F_{c_y}, 0, -m_2 g, m_e r_e \omega^2 \cos(\omega t), \\ & -m_3 g + m_e r_e \omega^2 \sin(\omega t), 0, -m_4 g, -F_{x_l}, \\ & -F_{y_l} - m_5 g, F_{x_l}, F_{y_l} - m_l g]^T \end{aligned} \tag{4}$$

式中 $F_{x_r}$ 、 $F_{y_r}$ 、 $F_{x_l}$ 、 $F_{y_l}$ 分别为左右轴承在水平和竖直方向上产生的 Hertz 接触力.假设:

- (1)转轴和轴承内圈过盈配合,轴承外圈固定在轴承座上;
  - (2)滚动体在滚道上做纯滚动运动;
  - (3)忽略滚动体和保持架的相互作用;
  - (4)忽略滚动体离心力对转子系统的作用<sup>[5,6]</sup>,
- 可得轴承力的表达式:

$$\begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \end{bmatrix} = C_{bi} \sum_{j=1}^{N_{bi}} H(\delta_{ij}) \delta_{ij}^{1.5} \begin{bmatrix} \cos\theta_{ij} \\ \sin\theta_{ij} \end{bmatrix}, (i=r,l) \tag{5}$$



$$\theta_{ij} = \frac{2\pi(j-1)}{N_{bi}} + \Omega t \quad (6)$$

$$\delta_{ij} = x_i \cos\theta_{ij} + y_i \sin\theta_{ij} - \delta_{i0} \quad (7)$$

上式中  $\theta_{ij}$ 、 $\delta_{ij}$  分别为第  $i$  个轴承第  $j$  个滚动体的瞬时角位置以及其与套圈的接触变形,  $H(\delta_{ij})$  为 Heaviside 函数,  $C_{bi}$ 、 $N_{bi}$ 、 $\Omega$ 、 $2\delta_{i0}$  分别为第  $i$  个轴承的接触刚度、滚动体数目、保持架转速、初始径向游隙。

方程(4)中套齿联轴器产生的不对中激励力的表达式为<sup>[9,21]</sup>

$$\begin{bmatrix} F_{cx} \\ F_{cy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m_c \Delta l \omega^2 \cos(2\omega t) \\ 2m_c \Delta l \omega^2 \sin(2\omega t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中  $m_c$  联轴器质量,  $\Delta l$  为不对中量。

### 3 系统共振响应数值与实验对比分析

由公式(4)可知该系统存在 3 个激励频率, 一个是转轴频率  $f = \omega/2\pi$ , 即转子不平衡激励; 一个为滚动体通过频率  $f_r = N_b f d_i / (d_i + d_o)$ , 表示滚动体单位时间通过外圈某固定点的次数, 物理过程为滚动体与轨道之间产生频率为  $f_r$  的接触碰撞—VC 振动; 还有一个是联轴器不对中产生的 2 倍轴频激励, 因此该系统是一个多激励的非线性系统。实验测得转子-轴承系统的一阶固有频率为  $f_{n1} = 51.88$  Hz, 由于系统中存在轴承 VC 激励、轮盘偏心激励、联轴器不对中的 2 倍轴频激励。因此在系统主共振前存在由滚动轴承引起的 VC 接触共振以及联轴器不对中引起的 2 倍超谐共振。

由于滚动轴承 VC 激励频率  $f_r$  与转子轴频  $f$  存在固定关系, 当轴承通过频率  $f_r$  接近  $f_{n1}$  时, 系统转轴频率:  $f = f_{n1}(r_i + r_o) / (N_b r_i) \approx 14.37$  Hz, 此时, 转子和轴承座之间产生较强的接触碰撞, 系统噪声较大, 出现由滚动轴承引起的 VC 接触共振。

图 6 为通过实验和数值仿真获得的系统稳定运行状态下的 VC 接触共振响应的频谱图和 0.5 s 的位移时间历程。图 6(a)为实验测得的系统 VC 接触共振的频谱图, 由图可知, 在转子轴频为 14.25 Hz 时, 轴承通过频率为 51.5 Hz, 接近系统一阶主共振频率, 因此在轴承 VC 激励下出现了较大的振动幅值。图 6(b)为数值仿真的系统 VC 接触共振频谱图, 由图可知, 其频率成分与实验测得的频谱吻合得很好, 相应频率的幅值存在一定误差。图 6(c)和 6(d)为相应转速下稳定运行 0.5 s 的响应时间历程(图中的时间坐标无绝对意义), 由图

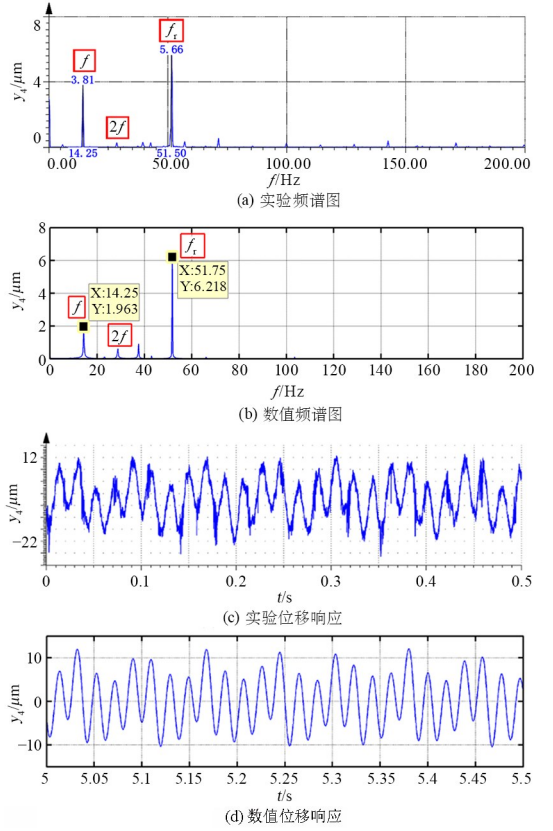


图 6 VC 接触共振响应  
Fig. 6 VC contact resonance responses

可知数值仿真信号与实验测量信号在相同时间内的振动波形完全一致。

由于系统中存在联轴器不对中激励, 因此当转子轴频接近系统固有频率一半时, 联轴器不对中激励频率接近  $f_{n1}$ , 此时转子振动较大, 系统发生 2 倍超谐共振。

图 7 为通过实验和数值仿真获得的系统稳定运行状态下的 2 倍超谐共振响应的频谱图以及 0.5 s 的位移响应时间历程。图 7(a)为实验测得的系统 2 倍超谐共振频谱图, 由图可知, 在转子轴频为 25 Hz 时, 联轴器不对中激励频率为 50 Hz, 接近系统一阶主共振频率, 因此在 2 倍转子轴频下出现了较大的振动幅值, 并由于轴承非线性, 出现了  $f_r - 2f$  等组合频率成分, 此时轴承的 VC 激励较弱。图 7(b)为数值仿真得到的系统 2 倍超谐共振的频谱图, 由图可知, 其频率成分与实验测得的频谱吻合得很好。图 7(c)和 7(d)为相应转速下稳定运行 0.5 s 的响应时间历程(图中的时间坐标同样无绝对意义), 由图可知数值仿真信号与实验测量信号在相同时间内的振动波形完全一致, 实验响应信号存在一些噪声干扰。

由于该转子-轴承系统左右对称,因此转子的一阶临界转速与系统的一阶共振固有频率相等,当转子偏心激励频率接近系统固有频率时,转子转动角速度接近一阶进动角速度,系统失稳,出现很大的振动.图8为实验及数值仿真的系统一阶共振的幅频曲线(实验中主共振附近各转速稳定停留时间较短),由图可知,实验及数值仿真的幅频曲线的主共振区间水平和垂直方向向右倾斜,表现出硬弹簧特性,这主要是由于系统支承轴承 3/2 次非线性在偏心激励下产生的共振行为.系统主共振前存在滚动轴承引起的 VC 共振,联轴器不对中引起的 2 倍超谐共振,数值幅频曲线与实验结果吻合较好.综上,该非线性动力学模型能较准确的反映该实验系统在一阶主共振的振动特性.

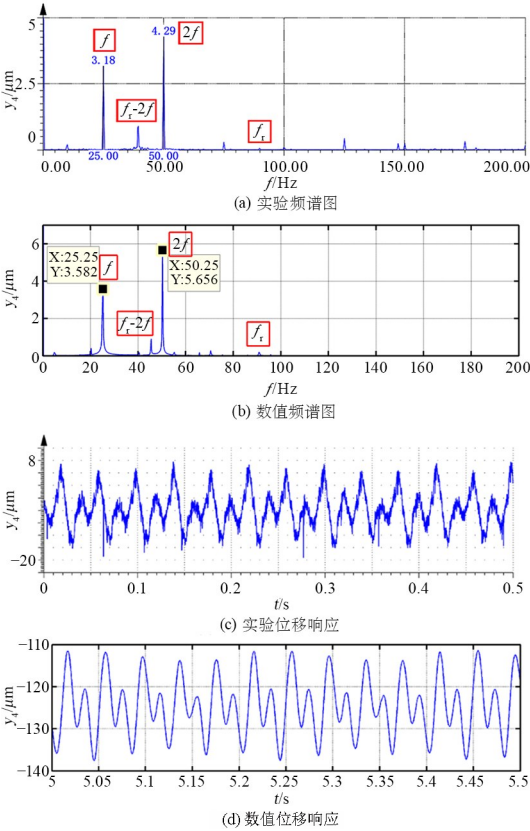


图7 2倍超谐共振响应

Fig. 7 2-super-harmonic resonance responses

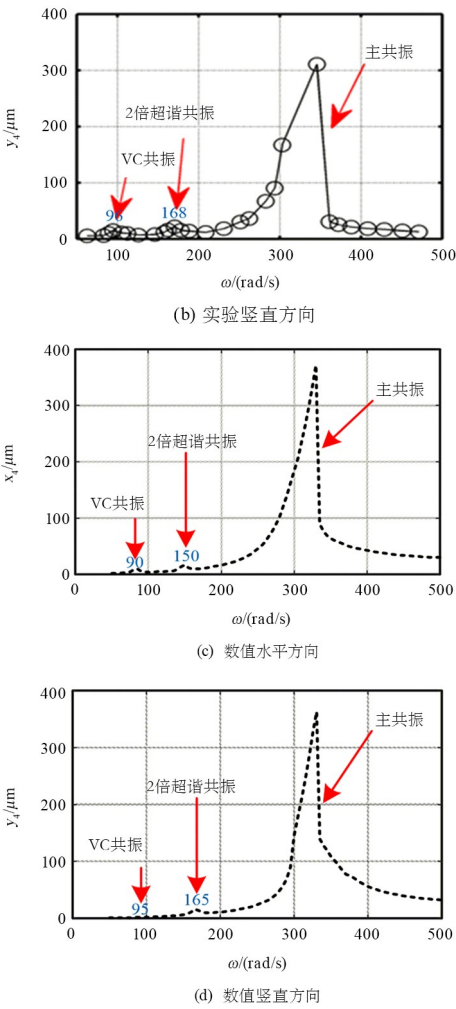
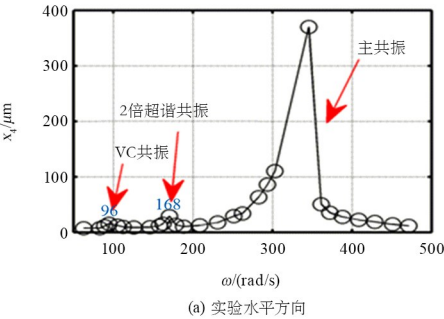


图8 转子系统的幅频曲线

Fig. 8 Frequency-amplitude curves of rotor system

4 结论

本文对联轴器不对中的多盘转子-滚动轴承系统的动力学进行了分析,通过设计一个 3-盘转子-滚动轴承实验台,考虑滚动轴承的 Hertz 接触非线性、间隙非线性、VC 振动,以及联轴器不对中故障,采用集中质量法,利用牛顿第二定理建立 14 个自由度的转子-轴承-联轴器不对中系统的动力学模型.由于该系统为多激励非线性系统,包含滚动轴承 VC 激励、联轴器不对中 2 倍轴频激励、转子偏心激励,导致系统在一阶主共振前存在 VC 接触共振以及 2 倍超谐共振,数值仿真的 VC 接触共振及 2 倍超谐共振的位移响应和频谱图与实验结果吻合较好.同时由于支承轴承的 3/2 次 Hertz 接触非线性,导致系统一阶主共振表现出硬弹簧特性,数值幅频曲线与实验幅频曲线吻合较好.实验和数值结果证明了该系统动力学模型的正确有效性,也表明滚动轴承非线性以及联轴器不对中故障

会导致系统出现多个共振区域,导致系统复杂的振动特性.

## 参考文献

- [1] 李姚, 南国防, 丘学文, 等. 滚动轴承支承下松动-裂纹耦合故障转子系统动力学特性分析[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(3): 62-70.  
LI Y, NAN G F, QIU X W, et al. Analysis of rotor system dynamic characteristics of looseness-crack coupling fault supported by rolling bearing [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(3): 62-70. (in Chinese)
- [2] BAI C Q, ZHANG H Y, XU Q Y. Subharmonic resonance of a symmetric ball bearing-rotor system [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2013, 50: 1-10.
- [3] ZHANG Z Y, CHEN Y S, LI Z G. Influencing factors of the dynamic hysteresis in varying compliance vibrations of a ball bearing [J]. Science China Technological Sciences, 2015, 58(5): 775-782.
- [4] MEVEL B, GUYADER J L. Routes to chaos in ball bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 1993, 162(3): 471-487.
- [5] ZHANG Z Y, CHEN Y S, CAO Q J. Bifurcations and hysteresis of varying compliance vibrations in the primary parametric resonance for a ball bearing [J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 350: 171-184.
- [6] JIN Y L, YANG R, HOU L, et al. Experiments and numerical results for varying compliance contact resonance in a rigid rotor-ball bearing system [J]. Journal of Tribology, 2017, 139(4): 041103.
- [7] 唐云冰, 高德平, 罗贵火. 滚动轴承非线性轴承力及其对轴承系统振动特性的影响[J]. 航空动力学报, 2006, 21(2): 366-373.  
TANG Y B, GAO D P, LUO G H. Non-linear bearing force of the rolling ball bearing and its influence on vibration of bearing system [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(2): 366-373. (in Chinese)
- [8] HARSHA S P. Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect [J]. Mechanism and Machine Theory, 2006, 41(6): 688-706.
- [9] 陈果, 李兴阳. 航空发动机整机振动中的不平衡-不对中-碰摩耦合故障研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2277-2284.
- CHEN G, LI X Y. Study on imbalance-misalignment-rubbing coupling faults in aero-engine vibration [J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2277-2284. (in Chinese)
- [10] PATEL T H, DARPE A K. Vibration response of misaligned rotors [J]. Journal of Sound and Vibration, 2009, 325(3): 609-628.
- [11] 赵广, 刘占生, 陈锋, 等. 转子-联轴器-轴承-隔振器系统不对中及锁频故障实验研究[J]. 动力学与控制学报, 2009, 7(2): 171-176.  
ZHAO G, LIU Z S, CHEN F, et al. Experiment research on misalignment and frequency-locking trouble of rotor-coupling-bearing-isolator system [J]. Journal of Dynamics and Control, 2009, 7(2): 171-176. (in Chinese)
- [12] 冯国全, 周柏卓, 林丽晶, 等. 内外双转子系统支撑轴承不对中分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(7): 142-147.  
FENG G Q, ZHOU B Z, LIN L J, et al. Misalignment analysis for support bearing in an inner-and-outer dual-rotor system [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(7): 142-147. (in Chinese)
- [13] 张俊红, 马梁, 马文朋, 等. 基于弹流润滑转子-滚动轴承系统碰摩-不对中耦合故障的动力学分析[J]. 航空动力学报, 2014, 29(8): 1940-1952.  
ZHANG J H, MA L, MA W P, et al. Dynamic analysis of rotor-ball bearings system based on elastohydrodynamic lubrication with rubbing-misalignment coupling fault [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(8): 1940-1952. (in Chinese)
- [14] SUNNERSJÖ C S. Varying compliance vibrations of rolling bearings [J]. Journal of Sound and Vibration, 1978, 58(3): 363-373.
- [15] AKTUNRK N. The effect of waviness on vibrations associated with ball bearings [J]. Journal of Tribology, 1999, 121(4): 667-677.
- [16] JANG G H, JEONG S W. Nonlinear excitation model of ball bearing waviness in a rigid rotor supported by two or more ball bearings considering five degrees of freedom [J]. Journal of Tribology, 2002, 124(1): 82-90.
- [17] ZHANG X N, HAN Q K, PENG Z K, et al. A comprehensive dynamic model to investigate the stability problems of the rotor-bearing system due to multiple excitations [J]. Mechanical Systems and





[illegible]