

弹性边界下输流管道被动控制研究^{*}

罗龙辉 叶思琴[†] 尹来容

(长沙理工大学 机械与运载工程学院, 长沙 410114)

摘要 输流管道作为机械结构中关键通流部件,运行中的稳定性和安全性尤为重要.本文以输流管道为例,将惯容型非线性能量汇耦合到弹性边界处,对管道的边界被动控制进行研究.首先,采用广义 Hamilton 原理推导了弹性边界下输流管道耦合惯容型非线性能量汇的非线性控制方程.然后,求得了输流管道的固有频率和模态函数.其次,采用 Galerkin 截断法离散控制方程,结合 Runge-Kutta 法数值仿真求解了耦合系统的稳态响应结果.最后,讨论了减振器关键参数对结构的减振效果的影响规律.结果表明,耦合惯容型非线性能量汇对输流管道起到了良好的振动控制效果,同时不改变其固有特性.惯容型非线性能量汇的参数对管道减振效果有不同的影响,阻尼参数存在最优值,而惯性质量和立方非线性的数值越大,减振效果越好.

关键词 输流管道, 非线性振动, 惯容型非线性能量汇, 被动控制, 弹性边界

中图分类号:O327

文献标志码:A

Research on Passive Control of Fluid-Conveying Pipe under Elastic Boundary^{*}

Luo Longhui Ye Siqin[†] Yin Lairong

(School of Mechanical and Vehicle Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China)

Abstract As a critical fluid-conveying component in mechanical structures, the stability and safety of fluid-conveying pipes during operation are of particular importance. Taking a fluid-conveying pipe as an example, this paper investigates the passive boundary control of the pipe by coupling an Inertial nonlinear energy sink at its elastic boundary. Firstly, the nonlinear control equations of a fluid-conveying pipe with elastic supports coupled with an inertial-based nonlinear energy sink are derived using the generalized Hamilton's principle. Subsequently, the natural frequencies and mode shapes of the fluid-conveying pipe are obtained. Then, the control equations are discretized using the Galerkin truncation method, and the steady-state response of the coupled system is solved through numerical simulation based on the Runge-Kutta method. Finally, the influence of key parameters of the vibration absorber on the vibration reduction effect of the structure is discussed. The results indicate that the coupled inertial nonlinear energy sink exhibits effective vibration control for the fluid-conveying pipe without altering its inherent dynamic characteristics. The parameters of the inertial-based nonlinear energy sink have different effects on the vibration suppression performance; there exists an optimal damping coefficient, while increasing the inertance and the cubic nonlinearity enhances the vibration mitigation.

2025-06-27 收到第 1 稿,2025-07-25 收到修改稿.

^{*} 湖南省自然科学基金区域联合基金重点项目(2025JJ70113); Regional Joint Fund of the Hunan Provincial Natural Science Foundation of China(2025JJ70113).

[†] 通信作者 E-mail: Yesiqin@csust.edu.cn

Key words fluid-conveying pipe, nonlinear vibration, inertial nonlinear energy sink, passive control, elastic boundary

引言

输流管道广泛应用于多个领域,包括飞机和汽车中的燃油与排气管道、民用领域的输油与供水管道、海洋中的立管以及核工业中的冷热交换管道等^[1]. 流体的流动或管道所受外部载荷往往会引起系统发生振动,当振动过大甚至发生共振时,往往会导致严重后果甚至灾难性事故. 有研究表明,飞机液压管路系统的故障主要是由振动引起的. 据美国联邦航空管理局统计,燃油、空气和液压管路系统的故障占飞机部件总故障的 50%~60%. 俄罗斯飞机的统计数据显示,燃油、润滑油和液压系统的故障也占飞机总故障的 50%以上^[2]. 因此,保障输流管道稳定且安全地运行成为当前工程领域研究中日益突出且至关重要的问题.

管道的振动分析一直是人们研究的重点,主要探究管道在管内流体和外界激励双重作用下的振动特性^[3]. Li 等^[4]对考虑流固耦合的充液管道系统进行了详细的阐述,得出了不同流体参数和边界条件对输液管道固有特性和动力学特性的影响. 许多研究者对管道输送流体的振动控制模型、研究现状和未来发展方向做了一些研究和综述^[5,6]. 高云等^[7]研究了固-液两相内流激励下悬臂输流管道振动特性,利用能量法和哈密顿变分原理,建立了固-液两相流激励下悬臂输流管道的动力学方程,研究了端部质量、重力系数、细长比等因素不同参数对临界速度的影响. 谭霞^[8]通过 Euler-Bernoulli 梁理论和广义哈密顿原理,研究了横向谐波激励下两端固定输流管道在超临界流速下的非线性受迫振动,得到了非线性系数、刚度系数和管流质量比等对超临界振动的平衡位置及共振频率的影响. 高思禹等^[9]基于 Euler-Bernoulli 梁模型研究了热环境中超临界输流管道的流固耦合自由振动特性,并得到了温度增量和初始拉力对临界流速和固有频率的影响. 郭勇^[10]运用非线性立方弹簧模型和 Galerkin 方法研究了具有环状运动约束的悬臂输流管道的空间弯曲振动,分析了约束刚度和约束位置对悬臂输流管道和空间周期运动及其稳定性的

影响. 程鹏^[11]通过实验的方法对简谐激励和脉动流作用下的两端固定输流管的动力学行为进行分析,并研究了管内流体流速、激振力振幅和脉动流频率对两端固定输流管振动特性的影响. Yang 等^[12]研究了柔性输流管道三维涡激振动预测模型的非线性动力学. Guo 等^[13]建立了一种基于转角的超弹性悬臂输流管道几何精确模型,研究了悬臂式超弹性输流管道的非线性动力学. 上述研究主要集中在悬臂、铰支、固定等理想边界条件下管道的振动特性. 但在实际中,由于受到外部的激励、管道两端支撑部件发生松动等,工程中管道的边界支撑方式更倾向于弹性边界支撑. Liu 等^[14]基于 Hamilton 原理,提出一种新的高阶剪切变形管梁模型,结合 von Karman 非线性项研究了在 Pasternak 型弹性地基上,具有不可移动支撑条件的剪切变形功能梯度材料(FGM)输流管的非线性自由振动. Li 等^[15]对带弹性基础和附件的非均匀多跨输油管道进行建模与模态分析,提出了一种新的集中质量传递矩阵法. Hao 等^[16]建立了受弹性夹具约束的输流管道的力学模型,研究了弹性约束对输流管道在脉动流速下的稳定性和非线性响应的影响. Mojtaba^[17]研究了不完全支承输流管道的非线性动力学. Müge Balkaya 等^[18]探讨了四种不同边界条件对双参数弹性地基上输流管道动力特性的影响,进一步分析了弹性地基类型、地基参数、边界条件和质量比对输流管道问题的影响. Li^[19]研究了 Pasternak 地基上具有任意间断和广义边界条件管道振动,针对 Pasternak 地基上输油管道的任意不连续性,给出了该结构振动的一般解析解. Ma^[20]研究了双参数地基上输流管道在四种不同弹性支承边界条件下的振动稳定性. Zhou 等^[21]考虑几何非线性变形和弹性边界条件,研究了输流复合管的稳定性和非线性振动特性.

这些研究为输流管道系统振动控制提供了有力的理论支持,对管道安全性和性能优化具有重要意义. 目前的振动控制方式主要分为主动控制、半主动控制和被动控制^[5]. 相比以外加能源和控制算法为特征的主动控制和半主动控制,被动控制由于

具有结构简单、无外加能源和节能省材等优势,受到广泛关注和应用. 非线性能量汇(nonlinear energy sink, NES)是一种典型的被动控制元件. 由于能够在宽频范围内单向不可逆地抑制输流管道的振动,已被广泛用于吸收不同激励下引起输流管道的振动,如周期性外部激励和涡流引起的振动. Dai等^[22]研究了通过基本非线性元件 NES 对圆柱体涡激振动的被动抑制机制. Zhou等^[23]使用 NES 研究了悬臂式管道输送流体的非线性振动. Khazaei等^[24]首次研究了连接到简支管道输送流体的并联和串联配置的多个 NES 的随机优化. Maciel^[25]通过使用非线性减振器被动抑制悬臂式管道排放流体的流激振动. Philip^[26]提出将具备非线性阻尼的 NES 用于流体输送管道的振动控制,研究结果表明, NES 装置能够有效地抑制管道振动,同时也探讨了 NES 装置相关参数对系统的动力学影响. Ning等^[27]提出并分析了一种基于非线性能量汇—超磁致伸缩材料(NES-GMM)的振动控制与能量采集方法,能有效抑制弹性支承梁的多模态振动并实现高效能量采集. 对于传统的 NES 需要达到一定的主质量才能产生较好的减振效果. Zhang等^[28]将惯容元件引入非线性能量汇以替代传统附加质量,有效地解决了主质量过大的问题. Gao等^[29]提出并分析了一种新型负刚度惯容型非线性能量汇,将其应用于整星结构中并验证其优异的减振性能. Liu等^[30]针对悬臂流体输送管道在超临界流速下可能发生颤振不稳定的问题,提出将惯容型动态吸振器(IDVA)用于增强系统稳定性和抑制非线性振动,并系统分析了其参数对临界流速和振动幅值的影响. 综上所述,惯容型非线性能量汇耦合输流管道这一被动控制策略,对管道有较好的振动抑制效果,应用前景广泛.

本文旨在研究在弹性边界支撑下输流管道耦合惯容型非线性能量汇的非线性振动特性. 首先,将惯容型非线性能量汇耦合到输流管道的两端,并建立描述其非线性振动的控制方程. 随后,采用 Galerkin 截断法分析输流管道边界被动控制的动力学特性,并利用 Runge-Kutta 法求解系统的瞬态响应和稳态响应. 同时,通过 MATLAB 进行数值仿真,以计算耦合系统的幅频响应. 最后,探讨惯容型非线性能量汇中立方非线性、惯性、阻尼等关键参数对减振性能的影响.

1 数学模型

图 1 为两端耦合惯容型非线性能量汇的输流管道的模型图. 管道的两端均有线弹性支撑,左右两端弹簧的刚度分别为 K_L 和 K_R . 假设管道内是定常流,流速为 Γ , L 代表管道的长度, c 代表管道的外阻尼. 此外管道受到右侧基础位移激励 $w(t) = w_1 \cos(\omega t)$, 其中, w_1 和 ω 分别是位移激励幅值和激励频率. $u(x, t)$ 为管道的横向位移, x 是轴向坐标, y 是径向坐标, t 为时间. u_0 和 u_L 分别简单地用来表示 $u(0, t)$ 和 $u(L, t)$. 输流管道的两端边界上连接着惯容型非线性能量汇减振装置. c_{NL} 和 c_{NR} 分别为两端惯容型非线性能量汇的线性阻尼. b_{NL} 和 b_{NR} 分别为两端惯容型非线性能量汇的惯性. k_{NL} 和 k_{NR} 分别为两端惯容型非线性能量汇的立方非线性. U_{NL} 和 U_{NR} 分别为两端惯容型非线性能量汇的位移.

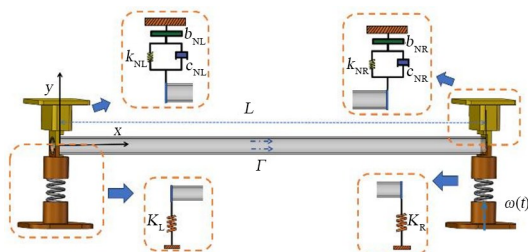


图 1 耦合惯容型非线性能量汇的弹性边界支撑下输流管道模型图
Fig. 1 Model of a fluid-conveying pipe supported by elastic boundary with coupled INES

输流管道的总动能 T 是由管道自身动能 T_p 和管道内液体流动的动能 T_f 组成, 具体为:

$$\begin{aligned} T_p &= \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p u_{,t}^2 dx \\ T_f &= \frac{1}{2} \int_0^L \rho_f A_f \Gamma^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L \rho_f A_f u_{,t}^2 dx \\ T &= \frac{1}{2} \int_0^L \rho_p A_p u_{,t}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^L \rho_f A_f \Gamma^2 dx + \\ &\quad \frac{1}{2} \int_0^L \rho_f A_f u_{,t}^2 dx \end{aligned} \quad (1)$$

其中, ρ_p 和 A_p 分别为输流管的管道材料密度和横截面积, ρ_f 和 A_f 为管内液体的密度和横截面积.

管道应变能的变分为:

$$\delta W_s = - \iiint_V \sigma_x \delta \epsilon_x dV \quad (2)$$

其中, σ_x 和 ϵ_x 表示管道在任意位置的正应力和正应变. V 为管道的体积.

$$\epsilon_x = -y u_{,xx} + \sqrt{1 + u_{,x}^2} - 1 \quad (3)$$

结合管道的弹性本构关系,正应力 σ_x 为:

$$\sigma_x = E\epsilon_x \quad (4)$$

其中, E 为管道的杨氏模量.

两端竖直弹簧的弹性势能为:

$$W_k = -\frac{1}{2}K_L u_0^2 - \frac{1}{2}K_R (u_L - w)^2 \quad (5)$$

由于激励形式为基础位移激励,边界两端的集中力由惯容型非线性能量汇的作用反力提供可以表示为:

$$\begin{aligned} F_{NL} &= k_{NL} (u_0 - U_{NL})^3 + c_{NL} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} - \frac{\partial U_{NL}}{\partial t} \right) \\ F_{NR} &= k_{NR} (u_L - U_{NR})^3 + c_{NR} \left(\frac{\partial u_L}{\partial t} - \frac{\partial U_{NR}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

因此,惯容型非线性能量汇支反力在竖向位移下所做的虚功可以表示为:

$$\delta W_{NF} = -F_{NL} \delta u_0 - F_{NR} \delta u_L \quad (7)$$

根据广义 Hamilton 原理:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - W_s) dt + \delta \int_{t_1}^{t_2} (W_k + W_{NF}) dt = 0 \quad (8)$$

将式(1)~(7)代入式(8)可以得到管道的控制方程和边界条件分别为:

$$\begin{aligned} &(\rho_p A_p + \rho_f A_f) u_{,tt} + 2\rho_f A_f \Gamma u_{,xt} + \rho_f A_f \Gamma^2 u_{,xx} + \\ &cu_{,t} + EI_b u_{,xxxx} - \frac{EA_p}{2L} u_{,xx} \int_0^L u_{,x}^2 dx = 0 \\ &u_{,xx}(0, t) = 0 \quad u_{,xx}(L, t) = 0 \quad (9) \\ &EI_b u_{,xxx}(0, t) = -K_L u_0 + k_{NL} (u_0 - U_{NL})^3 + \\ &c_{NL} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} - \frac{\partial U_{NL}}{\partial t} \right) \\ &EI_b u_{,xxx}(L, t) = K_R (u_L - w) - \\ &k_{NR} (u_L - U_{NR})^3 - c_{NR} \left(\frac{\partial u_L}{\partial t} - \frac{\partial U_{NR}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (10)$$

两端惯容型非线性能量汇的控制方程为:

$$\begin{aligned} &b_{NL} \frac{\partial^2 U_{NL}}{\partial t^2} + k_{NL} (U_{NL} - u_0)^3 + \\ &c_{NL} \left(\frac{\partial U_{NL}}{\partial t} - \frac{\partial u_0}{\partial t} \right) = 0 \\ &b_{NR} \frac{\partial^2 U_{NR}}{\partial t^2} + k_{NR} (U_{NR} - u_L)^3 + \\ &c_{NR} \left(\frac{\partial U_{NR}}{\partial t} - \frac{\partial u_L}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

对于边界方程中的非线性部分,可以利用狄拉克函数 $\delta(x)$,引入控制方程(9),得到新的控制方程和边界条件^[31],如下所示:

$$\begin{aligned} &(\rho_p A_p + \rho_f A_f) u_{,tt} + 2\rho_f A_f \Gamma u_{,xt} + \rho_f A_f \Gamma^2 u_{,xx} + \\ &EI_b u_{,xxxx} + cu_{,t} - \frac{EA_p}{2L} u_{,xx} \int_0^L u_{,x}^2 dx + \\ &\left[k_{NL} (u_0 - U_{NL})^3 + c_{NL} \left(\frac{\partial u_0}{\partial t} - \frac{\partial U_{NL}}{\partial t} \right) \right] \delta(x) + \\ &[-K_R w + k_{NR} (u_L - U_{NR})^3] \delta(x - L) + \\ &c_{NR} \left(\frac{\partial u_L}{\partial t} - \frac{\partial U_{NR}}{\partial t} \right) \delta(x - L) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} &u_{,xx}(0, t) = 0 \quad u_{,xx}(L, t) = 0 \\ &EI_b u_{,xxx}(0, t) = -K_L u_0 \\ &EI_b u_{,xxx}(L, t) = K_R u_L \end{aligned} \quad (13)$$

2 固有频率和模态分析

忽略流体流动、阻尼、非线性项以及位移激励的影响,可得到静态管道的线性控制方程和边界条件为:

$$(\rho_p A_p + \rho_f A_f) u_{,tt} + EI_b u_{,xxxx} = 0 \quad (14)$$

$$u_{,xx}(0, t) = 0 \quad u_{,xx}(L, t) = 0$$

$$EI_b u_{,xxx}(0, t) = -K_L u_0$$

$$EI_b u_{,xxx}(L, t) = K_R u_L \quad (15)$$

假设方程的解,同时静态管道模态函数设为:

$$u(x, t) = \varphi_s(x) e^{i\omega t} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \phi_s(x) &= C_{1,n} \cos \beta_n x + C_{2,n} \sin \beta_n x + \\ &C_{3,n} \operatorname{ch} \beta_n x + C_{4,n} \operatorname{sh} \beta_n x \end{aligned} \quad (17)$$

代入后得到特征方程,通过边界条件可构建系数矩阵 C_{in} ,为了使模态解中系数 C_{in} 不全为零,需保证矩阵的行列式为零.同时,令 $C_{1n} = 1$,可以求得管道的模态函数.

$$\begin{aligned} \phi_s(x) &= \left(D_3 - \frac{B_1 + B_3 + B_2 D_3 + B_5 D_1}{B_2 D_4 + B_4 + B_5 D_2} D_4 \right) \sin \beta_n x - \\ &\frac{B_1 + B_3 + B_2 D_3 + B_5 D_1}{B_2 D_4 + B_4 + B_5 D_2} \operatorname{sh} \beta_n x + \\ &\cos \beta_n x + \operatorname{ch} \beta_n x \end{aligned} \quad (18)$$

其中:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{1 + \cos \beta_n L}{-\beta_n^2 + \pi^2} \pi^3 A_0^2 \beta_n^2, B_2 = \frac{\sin \beta_n L}{-\beta_n^2 + \pi^2} \pi^3 A_0^2 \beta_n^2, \\ B_3 &= -\frac{1 + \operatorname{ch} \beta_n L}{\beta_n^2 + \pi^2} \pi^3 A_0^2 \beta_n^2, B_4 = -\frac{1 + \operatorname{sh} \beta_n L}{\beta_n^2 + \pi^2} \pi^3 A_0^2 \beta_n^2, \\ B_5 &= \frac{K_L L^3}{EI} \pi^4, D_1 = -\frac{L^3 \beta_n^3 D_3}{\pi^3}, D_2 = \beta_n^3 \frac{1 - D_4}{\pi^3}, \\ D_3 &= \frac{\operatorname{ch} \beta_n L - \cos \beta_n L}{\sin \beta_n L}, D_4 = \frac{\operatorname{sh} \beta_n L}{\sin \beta_n L} \end{aligned} \quad (19)$$

在接下来的分析中,为了求解弹性边界下输流管道的固有频率和横向振动模态,采用线性静态管道的模态函数作为 Galerkin 截断法中的试函数和权函数. 考虑流体影响,管道线性方程为:

$$(\rho_p A_p + \rho_f A_f) u_{,tt} + 2\rho_f A_f \Gamma u_{,xt} + \rho_f A_f \Gamma^2 u_{,xx} + EI_b u_{,xxxx} = 0 \tag{20}$$

输流管道的自由振动位移可设为:

$$u(x,t) = \sum_{k=1}^n Q_k e^{i\omega_k t} \phi_k(x) \tag{21}$$

其中, n 表示 Galerkin 截断的次数. 管道的频率可以由以下求得:

$$|-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{G} + \mathbf{K}| = 0$$
$$M_{km} = \begin{cases} 0, k \neq m \\ 1, k = m \end{cases}$$
$$G_{km} = \frac{2\rho_f A_f \Gamma N_{1km}}{(\rho_p A_p + \rho_f A_f) N_{0m}}$$
$$K_{km} = \begin{cases} 0 & k \neq m \\ \frac{EI_b C_{m4} + \rho_f A_f C_{m2} \Gamma^2}{(\rho_p A_p + \rho_f A_f) C_{m0}} & k = m \end{cases}$$
$$C_{m0} = \int_0^L \phi_k(x) \Psi_m(x) dx$$
$$C_{m1} = \int_0^L \phi'_k(x) \Psi_m(x) dx$$
$$C_{m2} = \int_0^L \phi''_k(x) \Psi_m(x) dx$$
$$C_{m4} = \int_0^L \phi''''_k(x) \Psi_m(x) dx \tag{22}$$

式中,特征值 ω 为管道横向自由振动的固有频率. 对于给定的特征值,可以确定复特征向量 Q_k . 输流管道的横向自由振动的模态函数表示为:

$$\varphi(x) = \sum_{k=1}^n \text{Im}[Q_k] \phi_k(x) \tag{23}$$

本文中采用的输流管道的材料为低碳钢,根据文献[32],管道具体参数如表 1 所示.

根据系数矩阵,可以求出管道的自由振动固有频率,其中截断阶数的选取是 Galerkin 截断法的关键因素. 为了保证 Galerkin 截断法求解固有频率结果的精确性和高效性,本部分通过比较不同截断阶数,得到了管道的前四阶固有频率随着流速改变的变化趋势.

图 2 对比了不同截断阶数下管道的固有频率结果. 从图中可以看出四阶截断和六阶截断的频率结果很接近,为了在保证计算正确的前提下,尽可能提高计算速度,本文接下来关于频率讨论部分,均是基于四阶截断的结果.

表 1 输流管道的参数

Table 1 Parameters of the fluid-conveying pipe

Name	Symbol	Value
Outer diameter	D	0.006 m
Pipe wall thickness	h	0.0006 m
Moment of inertia	I_b	$1.195\ 56 \times 10^{-11} \text{ m}^4$
Young's modulus	E	206 GPa
Fluid density	ρ_f	720 kg/m ³
Pipe density	ρ_p	7850 kg/m ³
Pipe length	L	1 m
Left-side spring stiffness	K_L	300 N/m
Right-side spring stiffness	K_R	300 N/m
External damping	C	1.0 N/(m/s)

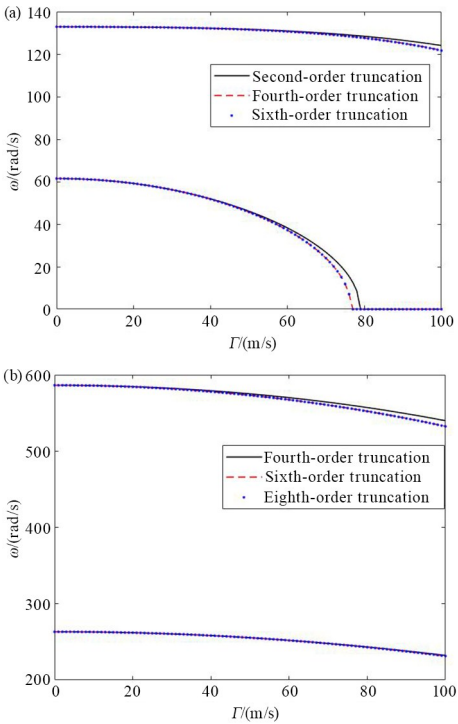


图 2 不同截断阶数下频率随流速的变化:(a)一阶和二阶的频率;
(b)三阶和四阶的频率
Fig. 2 Variation of frequency with flow velocity under different truncation orders;(a)First-order and second-order frequencies;
(b)Third-order and fourth-order frequencies

为了厘清弹性边界的支撑刚度对管道固有特性的影响,通过改变支撑刚度,得到了管道前四阶频率结果. 从图 3 可得,同一流速下,支撑刚度增大会导致管道频率的增大. 并且支撑刚度越大,频率变化得越剧烈. 但值得注意的是支撑刚度对输流管道的临界流速几乎没有影响.

图 4(a)~(c)中给出了在流速为 0 时,弹簧刚度分别在 300 N/m、3000 N/m、 3×10^7 N/m 下充液管道的模态结果,图 4(d)中给出了弹簧刚度在

300 N/m 下,液体流速为 40 m/s 管道的固有模式。从图中可以看出,当管道内液体无流动时,管道模式始终对称。当输液管道中液体流动时,模式呈现不对称。当边界支撑弹簧刚度增大到 3×10^7 N/m 时,管道相当于处于两端简支情况,与文献[33]中模式是一致的(见图 4(c)中的不同图案),验证了本文模式推导的正确性。

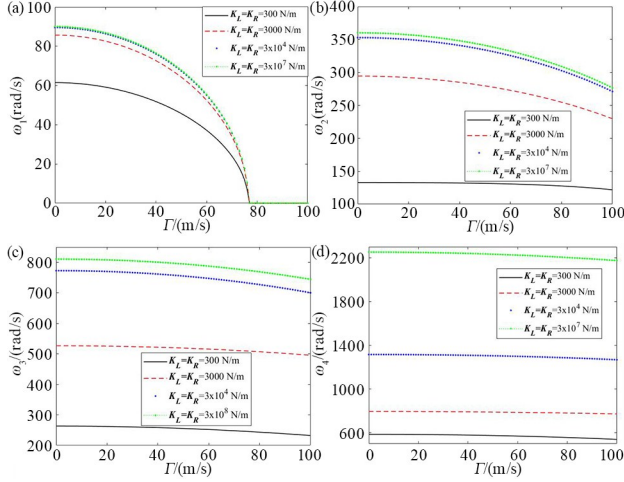


图 3 不同支撑刚度下各阶频率变化: (a)一阶频率; (b)二阶频率; (c)三阶频率; (d)四阶频率

Fig. 3 Variation of frequencies at different orders under different support stiffness. (a) First-order frequencies; (b) Second-order frequencies; (c) Third-order frequencies; (d) Fourth-order frequencies

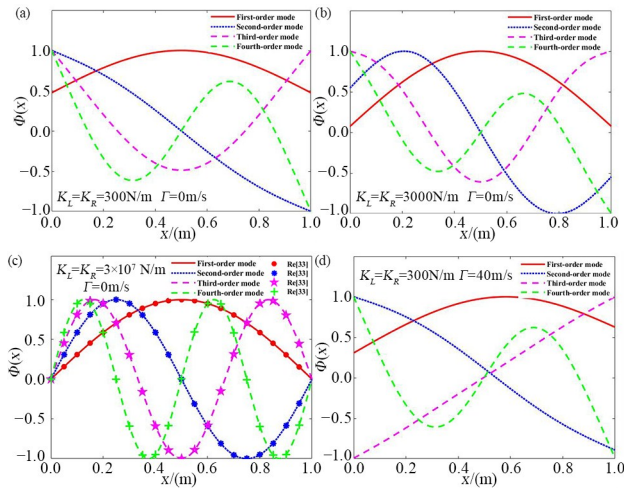


图 4 不同支撑刚度和流速下模式结果: (a)刚度 300 N/m, 流速 0 m/s; (b)刚度 3000 N/m, 流速 0 m/s; (c)刚度 3×10^7 N/m, 流速 0 m/s; (d)刚度 300 N/m, 流速 40 m/s

Fig. 4 Modal results under different support stiffness and flow velocities; (a) Stiffness 300 N/m, flow velocity 0 m/s; (b) Stiffness 3000 N/m, flow velocity 0 m/s; (c) Stiffness 3×10^7 N/m, flow velocity 0 m/s; (d) Stiffness 300 N/m, flow velocity 40 m/s

3 数值分析

为了求解管道稳态响应结果, 本文将应用 Galerkin 方法, 将系统的控制方程(11)和(12)离散为常微分方程组。然后利用四阶 Runge-Kutta 数值

方法来求解系统的时间历程, 进而得到系统的响应结果。

假设控制方程(9)中输流管的横向振动位移的近似解为:

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(x) \quad (24)$$

式中, n 为大于等于 1 的整数, $q_k(t)$ 为输流管横向振动的广义位移, $\varphi_k(x)$ 为管道的模式函数。采用 Galerkin 截断处理, 其中 $\psi_m(x)$ 与 $\varphi_k(x)$ 的形式一致。结合模式正交性, 方程(11)和(12)可以得到如下所示的常微分方程组:

$$(\rho_p A_p + \rho_f A_f) C_{m0} \ddot{q}_m + (2\rho_f A_f \Gamma C_{m1} + c C_{m0}) \dot{q}_m + (\rho_f A_f \Gamma^2 C_{m2} + EI_b C_{m4}) q_m - \frac{EA_p}{2L} C_{m2} I_{n2} q_m^3 + N_{Lm} + N_{Rm} = 0 \quad (25)$$

$$b_{NL} \ddot{U}_{NL}(t) + k_{NL} [U_{NL}(t) - \sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(0)]^3 + c_{NL} [\dot{U}_{NL}(t) - \sum_{k=1}^n \dot{q}_k(t) \varphi_k(0)] = 0$$

$$b_{NR} \ddot{U}_{NR}(t) + k_{NR} [U_{NR}(t) - \sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(L)]^3 + c_{NR} [\dot{U}_{NR}(t) - \sum_{k=1}^n \dot{q}_k(t) \varphi_k(L)] = 0 \quad (26)$$

式中 $m=1, 2, \dots, n$ 。同时其他系数具体表达式如下所示:

$$C_{m0} = \int_0^L \varphi_m(x) \Psi_m(x) dx \quad C_{m1} = \int_0^L \varphi'_m(x) \Psi_m(x) dx$$

$$C_{m2} = \int_0^L \varphi''_m(x) \Psi_m(x) dx \quad C_{m4} = \int_0^L \varphi''''_m(x) \Psi_m(x) dx$$

$$I_{n2} = \int_0^L [\sum_{k=1}^n \varphi'_k(x)]^2 dx$$

$$N_{Lm} = k_{NL} [\sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(0) - U_{NL}]^3 \Psi_m(0) +$$

$$c_{NL} [\sum_{k=1}^n \dot{q}_k(t) \varphi_k(0) - \dot{U}_{NL}(t)] \Psi_m(0)$$

$$N_{Rm} = \{-K_R w + k_{NR} [\sum_{k=1}^n q_k(t) \varphi_k(L) - U_{NR}]^3\} \cdot$$

$$\Psi_m(L) + c_{NR} [\sum_{k=1}^n \dot{q}_k(t) \varphi_k(L) - \dot{U}_{NR}(t)] \Psi_m(L) \quad (27)$$

下面将采用 Galerkin 截断对常微分方程组(25)和(26)进行离散处理, 方程可通过 Runge-Kutta 方法进行数值求解得到稳态响应的数值结果。

首先研究 Galerkin 截断阶数对系统自由振动响应的影响, 系统的初值设置如下所示:

$$q_1=0.001, \dot{q}_1=0, q_j=0, \dot{q}_j=0 \quad j=2 \dots n$$
$$U_{NL}=U_{NR}=0, \dot{U}_{NL}=\dot{U}_{NR}=0$$

(28)

在图 5 中给出了在输流管道不同位置处,于二阶、四阶、六阶下 Galerkin 截断的稳态响应的时间历程,从图中可以看出,四阶截断和六阶截断的结果基本吻合,而二阶截断与四阶、六阶截断的数据存在偏差,因此,在本文中对于自由振动衰减的分析采用四阶截断的结果。

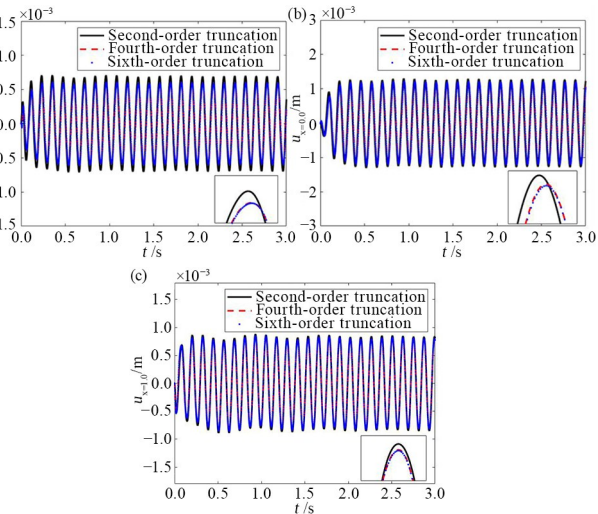


图 5 耦合 INES 管道的稳态响应时间历程: (a)管道左端点; (b)管道中点; (c)管道右端点

Fig. 5 Steady-state response time history of the pipe with INES: (a) Left endpoint of the pipe; (b) Midpoint of the pipe; (c) Right endpoint of the pipe

根据文献[34]可知,惯容器中惯性系数是惯容器质量的 60~240 倍,因此选定的惯容型非线性能量汇的参数如表 2 所示。

表 2 惯容型非线性能量汇的参数

Table 2 Parameters of Inertial Nonlinear Energy Sink

Name	Symbol	Value
Inertia mass	$m_{NL}=m_{NR}$	0.0046 kg
Inertia coefficient	$b_{NL}=b_{NR}$	0.92 kg(200 倍 m_{NL})
Cubic nonlinearity	$k_{NL}=k_{NR}$	2×10^7 N/m ³
Damping	$c_{NL}=c_{NR}$	1 N/(m/s)

4 惯容型非线性能量汇对管道振动抑制的影响

4.1 减振效果分析

为了明确惯容型非线性能量汇耦合到输流管道边界两侧,能够起到减振效果。首先讨论了给定

初始位移激励下,管道的自由衰减振动结果。

图 6 中给出了在单侧位移激励的基础上,是否耦合惯容型非线性能量汇输流管道的瞬态响应,此外,还讨论了管道不同位置处的自由衰减振动对比结果。对中心处瞬态响应时间历程进行小波变换分析得到如图 7 所示。

从图 6 中可以得到,耦合惯容型非线性能量汇管道能有效地增加瞬态响应的衰减速度。同时从图 7 可知耦合惯容型非线性能量汇不改变系统的固有频率。

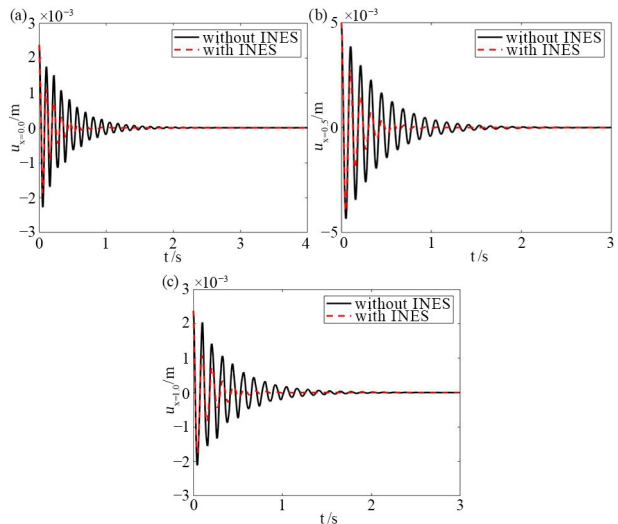


图 6 是否耦合 INES 输流管道瞬态响应时间历程: (a)管道左端点; (b)管道中点; (c)管道右端点。

Fig. 6 Transient response time history at different positions of the fluid-conveying pipe with and without INES: (a) Left endpoint of the pipe; (b) Midpoint of the pipe; (c) Right endpoint of the pipe

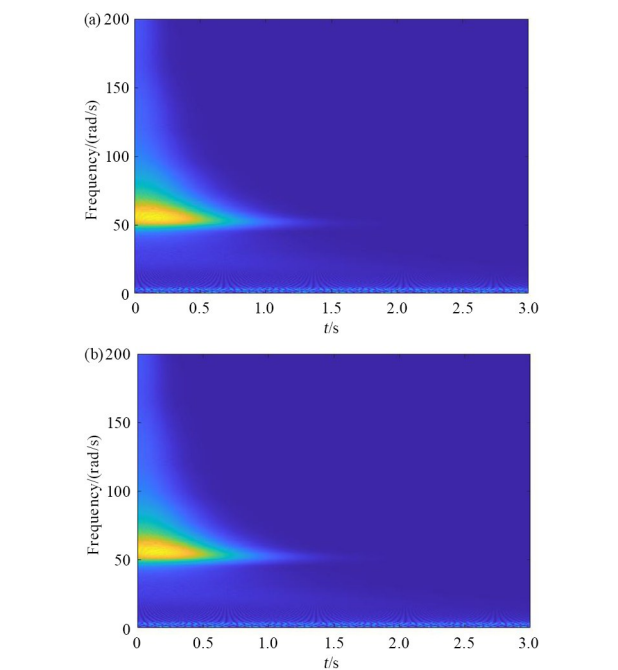


图 7 输流管中点处小波变换图: (a)无 INES; (b)有 INES

Fig. 7 Time-frequency analysis of the flow-conveying pipe at middle positions with and without INES: (a) Without INES; (b) With INES

图 8 给出了输流管道不同位置处有无 INES 的稳态响应时间历程的对比,结果表明,惯容型非线性能量汇在管道振动控制的有效性,其显著的能量耗散能力有助于提高系统的运行稳定性和结构安全性,展现出良好的工程应用前景。

图 9 给出了是否耦合 INES 输流管道不同激励频率下的幅频响应对比图。从图中可以观察到,在未耦合 INES 时,管道两端在主共振和次谐共振时,均有较大响应。管道中点以主共振为主导。在引入 INES 后,系统的整体响应幅值在各频率段均有所降低,尤其在主共振频率附近,耦合 INES 有效削弱了振幅峰值,表明其在能量耗散与振动抑制方

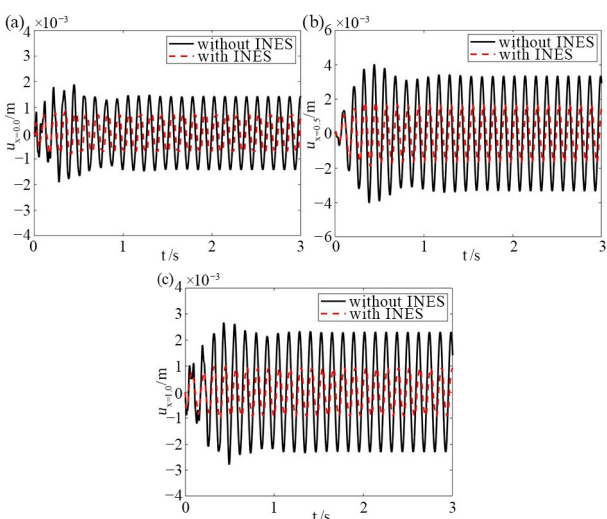


图 8 是否耦合 INES 输流管道的稳态响应时间历程结果:

(a)管道左端点; (b)管道中点; (c)管道右端点

Fig. 8 Steady-state response time history at different positions of the fluid-conveying pipe with and without INES; (a) Left endpoint of the pipe; (b) Midpoint of the pipe; (c) Right endpoint of the pipe

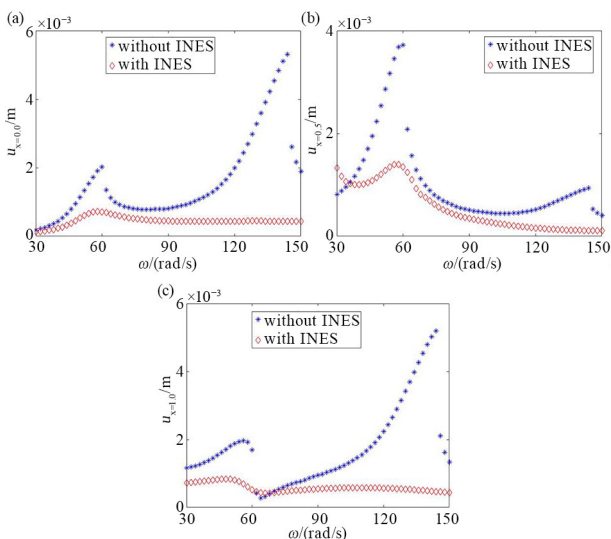


图 9 是否耦合 INES 输流管道的幅频响应结果: (a)管道左端点; (b)管道中点; (c)管道右端点

Fig. 9 Amplitude-frequency response of the fluid-conveying pipe with and without INES; (a) Left endpoint of the pipe; (b) Midpoint of the pipe; (c) Right endpoint of the pipe

面具有良好的性能表现。然而,其激起了系统超谐波响应,推测可能是由于耦合 INES 与弹性支撑管道之间的非线性耦合导致了局部模态激发或能量反馈现象。该现象在非线性系统中属于常见行为,也反映出耦合惯容型非线性能量汇在低频段能量调控能力相对有限,或存在局部模态间的能量重分布效应。

总体而言,耦合 INES 对弹性支撑管道系统的振动控制具有良好的减振效果,其能量耗散能力在高频模态下尤为显著,但在低频段可能引发局部响应增强。

4.2 惯容型非线性能量汇参数的影响

从上文中不难看出,无论是初始位移激励下的瞬态响应时间历程还是稳态响应时间历程,耦合惯容型非线性能量汇后的减振效果突出。惯容型非线性能量汇中的三个参数对减振效果有直接的影响,因此,为了使惯容型非线性能量汇的减振效果更加高效,有必要合理地选择三个参数。参数的选择基于稳态响应的幅值展开。

本小节采用控制变量法,保持其他参数不改变的情况下逐一改变惯容型非线性能量汇的阻尼、惯性和立方非线性。为方便观察惯容型非线性能量汇中系统参数对减振效果的影响,定义幅值衰减率 η ,计算公式如下:

$$\eta = \frac{u_{\max} - u_d}{u_{\max}} \quad (29)$$

其中: $u_{\max}$ 为未耦合 INES 下的幅频响应大值, u_d 为耦合 INES 后幅频响应的最大值。

因为在主共振附近,管道中点位移最大,所以下面的讨论,本文选择以管道的中点响应为例。图 10 为给定了 INES 中惯性和立方非线性的数值后,在不同阻尼影响下的幅频响应图像。从图 10(a)中并不能明显地看出幅频响应的变化趋势,但将每个阻尼下对应的衰减率放到图 10(b)中可以较为清晰地看到阻尼对幅值衰减率的影响,在已得到的研究数据中可以看出阻尼一定范围内衰减率持续增大,但在 2 N/(m/s) 后幅值衰减率持续降低,因此阻尼存在一个最优的数值,使幅值衰减率最低。

但是由于阻尼的增加会导致系统响应衰减加快,会削弱能量汇与主系统之间的耦合。同时,阻尼也影响系统的非线性模态特性,通过抑制动态惯容

效应与非线性响应幅值,体现为非线性模态频率的软化现象.

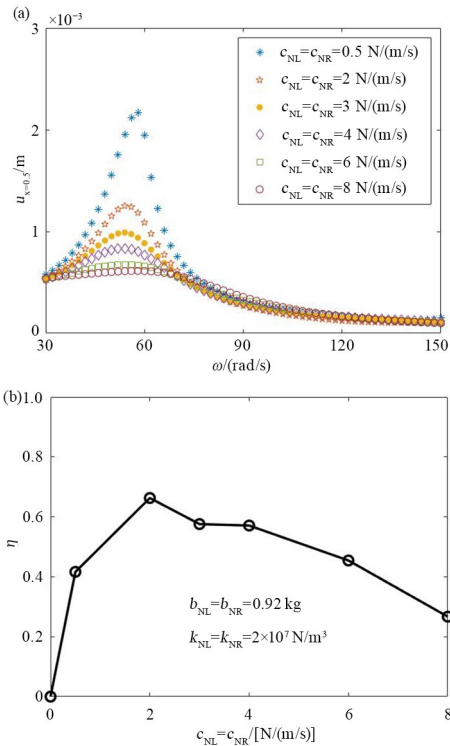


图 10 INES 中阻尼对输流管道幅频响应的影响:
(a)幅频响应对比;(b)幅值衰减率
Fig. 10 Effect of damping in INES on the amplitude-frequency response of the fluid-conveying pipe: (a) Amplitude-frequency response comparison; (b) Amplitude attenuation rate

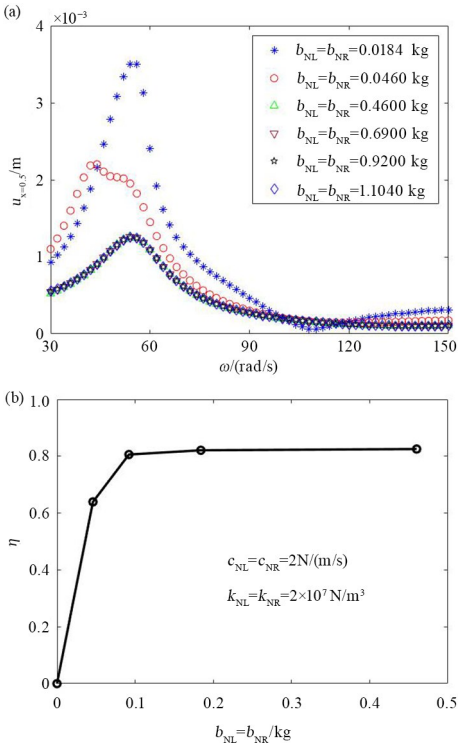


图 11 INES 中惯性对输流管道幅频响应的影响:
(a)幅频响应对比;(b)幅值衰减率
Fig. 11 Effect of inertia in INES on the amplitude-frequency response of the fluid-conveying pipe: (a) Amplitude-frequency response comparison; (b) Amplitude attenuation rate

图 11 为 INES 中惯性质量对管道幅频响应的影响,图 11 为幅值衰减率的变化曲线. 惯性的取值在 0.0184~1.104 kg 之间,从图中可得,惯性质量会使系统的固有频率发生偏移. 惯性质量越大,惯容型非线性能量汇的减振效果越好,但是当惯容系数达到一定量级后,系统的主振动模态已被充分调制,此时进一步增加惯性会因非线性能量通道饱和与模态能量重分布上限而使响应减振能力趋于稳定,导致效果趋于收敛. 减振效果的变化不显著.

图 12 为 INES 中立方非线性对输流管道幅频响应的影响,图 12 为幅值衰减率的变化曲线. 立方非线性的变化范围为 $2 \times 10^3 \sim 2 \times 10^7 \text{ N/m}^3$,随着立方非线性的增加,惯容型非线性能量汇的幅值衰减率越高,减振效果越好.

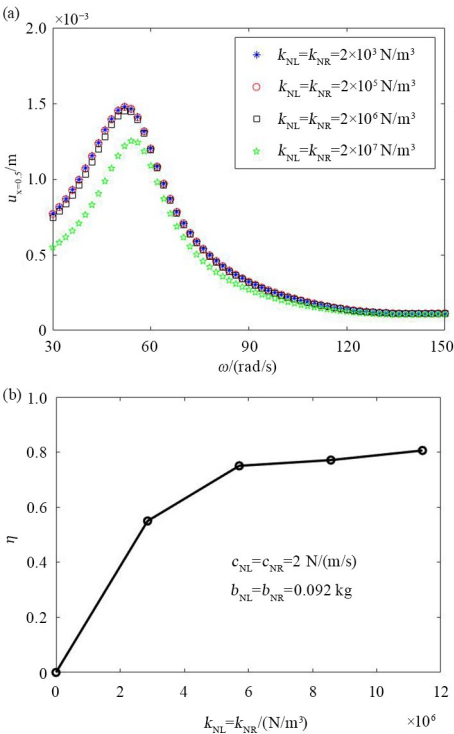


图 12 INES 立方非线性对输流管道幅频响应的影响:
(a)幅频响应对比;(b)幅值衰减率
Fig. 12 Effect of cubic nonlinearity in INES on the amplitude-frequency response of the fluid-conveying pipe: (a) Amplitude-frequency response comparison; (b) Amplitude attenuation rate

5 结论

本文将 INES 耦合到输流管道的边界处,分析了输流管道的固有特性和响应结果,并研究了 INES 对输流管道的振动控制效果,同时探讨了 INES 中的参数对减振效果的影响. 本文的主要研究结果如下.

(1)导出了输流管道的固有频率和模态,通过

改变管道边界支撑刚度得出结论:同一流速下,边界支撑刚度越大,管道频率变高.但边界支撑刚度对管道的临界流速几乎没有影响.此外,管内液体流动,会引起管道横向振动模态不对称性.

(2)通过对比是否耦合 INES 的瞬态响应和稳态响应时间历程,发现耦合 INES 管道能够有效地控制共振,大幅降低了共振幅值,且惯容型非线性能量汇中的参数对其减振效果影响不同,阻尼存在最优值,而惯性质量和立方非线性的数值越大,减振效果越好.

参考文献

[1] 唐治,高传康,丁千,等. 输流管道动力学与控制
的最新进展[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(6):
18—30.
TANG Y, GAO C K, DING Q, et al. Review on
dynamics and control of pipes conveying fluid [J].
Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(6): 18—
30. (in Chinese)

[2] GAO P X, YU T, ZHANG Y L, et al. Vibration a-
nalysis and control technologies of hydraulic pipeline
system in aircraft: a review [J]. Chinese Journal of
Aeronautics, 2021, 34(4): 83—114.

[3] OYELADE A O, EHIGIE J O, OROLU K, et al.
Dynamics of horizontal pipes conveying two phase
flow with nonlinear boundary conditions [J]. Me-
chanical Systems and Signal Processing, 2024, 217:
111520.

[4] LI S J, KARNEY B W, LIU G M. FSI research in
pipeline systems-A review of the literature [J].
Journal of Fluids and Structures, 2015, 57: 277—
297.

[5] DING H, JI J C. Vibration control of fluid-conve-
ying pipes: a state-of-the-art review [J]. Applied
Mathematics and Mechanics, 2023, 44(9): 1423—
1456.

[6] PAIDOUSSIS M P. Pipes conveying fluid: a fertile
dynamics problem [J]. Journal of Fluids and Struc-
tures, 2022, 114: 103664.

[7] 高云,陈晓东,程玮,等. 固-液两相内流激励下
悬臂输流管道稳定性特征研究[J]. 力学学报,
2024, 56(3): 577—585.
GAO Y, CHEN X D, CHENG W, et al. Study on
stability characteristics of cantilever pipeline subjec-
ted to a solid-liquid two-phase internal flow [J].

Chinese Journal of Theoretical and Applied
Mechanics, 2024, 56(3): 577—585. (in Chinese)

[8] 谭霞. 超临界流速下两端固定输流管道横向非线性
受迫振动[J]. 应用技术学报, 2024, 24(3): 347—
352.
TAN X. Transverse nonlinear forced vibration of
pipe conveying supercritical fluid with both fixed
ends [J]. Journal of Technology, 2024, 24(3): 347—
352. (in Chinese)

[9] 高思禹,毛晓晔,丁虎,等. 热环境中超临界黏弹
性输流管道自由振动分析[J]. 动力学与控制学报,
2023, 21(6): 39—46.
GAO S Y, MAO X Y, DING H, et al. Free vibra-
tion analysis on supercritical viscoelastic pipes con-
veying fluid in thermal environment [J]. Journal of
Dynamics and Control, 2023, 21(6): 39—46. (in
Chinese)

[10] 郭勇. 具有环状运动约束的悬臂输流管道的非线性振
动特征[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(5): 24—37.
GUO Y. Nonlinear vibration characteristics of canti-
levered fluid-conveying pipe with circular motion
constraint [J]. Journal of Dynamics and Control,
2024, 22(5): 24—37. (in Chinese)

[11] 程鹏,石兴东,张宇飞. 两端固定输流管振动实验
研究[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(4): 54—60.
CHENG P, SHI X D, ZHANG Y F. Experimental
study on vibration of clamped-clamped pipe conve-
ying fluid [J]. Journal of Dynamics and Control,
2024, 22(4): 54—60. (in Chinese)

[12] YANG W W, AI Z J, ZHANG X D, et al.
Nonlinear dynamics of three-dimensional vortex-in-
duced vibration prediction model for a flexible fluid-
conveying pipe [J]. International Journal of Me-
chanical Sciences, 2018, 138: 99—109.

[13] GUO Y, ZHU B, LI J, et al. Nonlinear dynamics
of cantilevered hyperelastic pipes conveying fluid:
Comparative study of linearelasticity and hyperelas-
ticity [J]. Communications in Nonlinear Science and
Numerical Simulation, 2024, 135: 108081.

[14] LIU T, LI Z M. Nonlinear vibration analysis of
functionally graded material tubes with conveying
fluid resting on elastic foundation by a new tubular
beam model [J]. International Journal of Non-
Linear Mechanics, 2021, 137: 103824.

[15] LI M, XU Q, CHEN X C, et al. Modeling and mo-
dal analysis of non-uniform multi-span oil-conveying
pipes with elastic foundations and attachments [J].

- Applied Mathematical Modelling, 2020, 88: 661—675.
- [16] HAO M Y, DING H, MAO X Y, et al. Stability and nonlinear response analysis of parametric vibration for elastically constrained pipes conveying pulsating fluid [J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2023, 36(2): 230—240.
- [17] KHEIRI M. Nonlinear dynamics of imperfectly-supported pipes conveying fluid [J]. Journal of Fluids and Structures, 2020, 93: 102850.
- [18] BALKAYA M, ORHAN KAYA M. Analysis of the instability of pipes conveying fluid resting on two-parameter elastic soil under different boundary conditions [J]. Ocean Engineering, 2021, 241: 110003.
- [19] LI M, CHEN X C, CHANG X P, et al. General analytical solution for vibrations of pipes with arbitrary discontinuities and generalized boundary condition on Pasternak foundation [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 162: 107910.
- [20] MA Y Q, YOU Y X, CHEN K, et al. Analysis of vibration stability of fluid conveying pipe on the two-parameter foundation with elastic support boundary conditions [J]. Journal of Ocean Engineering and Science, 2024, 9(6): 616—629.
- [21] ZHOU J, CHANG X P, XIONG Z J, et al. Stability and nonlinear vibration analysis of fluid-conveying composite pipes with elastic boundary conditions [J]. Thin-Walled Structures, 2022, 179: 109597.
- [22] DAI H L, ABDELKEFI A, WANG L. Vortex-induced vibrations mitigation through a nonlinear energy sink [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2017, 42: 22—36.
- [23] ZHOU K, XIONG F R, JIANG N B, et al. Nonlinear vibration control of a cantilevered fluid-conveying pipe using the idea of nonlinear energy sink [J]. Nonlinear Dynamics, 2019, 95(2): 1435—1456.
- [24] KHAZAEE M, KHADEM S E, MOSLEMI A, et al. A comparative study on optimization of multiple essentially nonlinear isolators attached to a pipe conveying fluid [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2020, 141: 106442.
- [25] MACIEL V S F, KHEIRI M, FRANZINI G R. Passive suppression of flow-induced vibrations of a cantilevered pipe discharging fluid using non-linear vibration absorbers [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2022, 144: 104053.
- [26] PHILIP R, SANTHOSH B, BALARAM B, et al. Vibration control in fluid conveying pipes using NES with nonlinear damping [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2023, 194: 110250.
- [27] 宁文龙, 陈杰, 常智勇. 带有 NES-GMM 的弹性支撑梁振动控制及能量采集研究[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(7): 50—58.
- NING W L, CHEN J, CHANG Z Y. Vibration suppression and energy harvesting of for an elastically supported beams with NES-GMM [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(7): 50—58. (in Chinese)
- [28] ZHANG Z, LU Z Q, DING H, et al. An inertial nonlinear energy sink [J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 450: 199—213.
- [29] 高原, 张振, 方勃. 基于负刚度惯容型非线性能量汇的整星振动抑制[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(1): 87—96.
- GAO Y, ZHANG Z, FANG B. Whole-spacecraft vibration suppression based on negative stiffness inertial nonlinear energy sink [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(1): 87—96. (in Chinese)
- [30] LIU Z Y, TAN X, LIU X B, et al. Dynamical stability of cantilevered pipe conveying fluid with inter-based dynamic vibration absorber [J]. Computer Modeling in Engineering & Sciences, 2020, 125(2): 495—514.
- [31] MAO X Y, WU J B, ZHANG J N, et al. Dirac method for nonlinear and non-homogenous boundary value problems of plates [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2024, 45(1): 15—38.
- [32] YE S Q, DING H, WEI S, et al. Non-trivial equilibriums and natural frequencies of a slightly curved pipe conveying supercritical fluid [J]. Ocean Engineering, 2021, 227: 108899.
- [33] 高明. 输流管道在随从力作用下的振动与稳定性[D]. 衡阳: 南华大学, 2012.
- GAO M. Vibration and stability of pipes conveying fluid under follower force [D]. Hengyang: University of South China, 2012. (in Chinese)
- [34] 张振. 惯容型非线性能量汇及其结构减振[D]. 上海: 上海大学, 2019.
- ZHANG Z. Inertial nonlinear energy sink and its suppression of structural vibration [D]. Shanghai: Shanghai University, 2019. (in Chinese)