

# 航天大柔性附件热致振动中逃逸时间影响因素分析<sup>\*</sup>

李博扬<sup>1</sup> 朱文慧<sup>2</sup> 杨洋<sup>1†</sup> 张硕<sup>1</sup> 曾劲<sup>1</sup>

(1. 西南交通大学 力学与航空航天学院, 成都 610031)

(2. 中国国际工程咨询有限公司, 北京 100048)

**摘要** 针对航天器大柔性附件在运行过程中产生热致振动与逃逸时间的现象, 构建了考虑热效应影响的大柔性厚板结构的运动—约束动力学模型, 考察了板厚、板长、太阳辐射流入射角度对逃逸时间的影响。本文在太阳辐射热流均匀照射在板的表面并沿厚度方向传递的假设下, 结合连续介质力学相关理论, 构建了考虑热效应的柔性板单元的弹性力表达式。基于绝对节点坐标方法与 Mindlin 板理论, 结合拉格朗日乘子法, 建立了大柔性厚板的运动—约束动力学模型, 对其动力学响应进行了求解。在此基础上, 利用数值仿真方式, 分析了板厚、板长、太阳辐射热流入射角度等因素对热致振动中的逃逸现象的影响规律。经过数值分析, 发现逃逸时间的长度与热流强度成反比, 与结构的尺寸参数(包括长度、宽度、厚度)成正比。其中, 长度和厚度参数的变化对逃逸时间的影响尤为显著。

**关键词** 大柔性附件, 绝对节点坐标方法, 热致振动, 逃逸时间, 动力学特性

**中图分类号**: V414; O32

**文献标志码**: A

## Analysis of Influencing Factors on Escape Time in Thermal-Induced Vibration of Large Flexible Aerospace Appendages<sup>\*</sup>

Li Boyang<sup>1</sup> Zhu Wenhui<sup>2</sup> Yang Yang<sup>1†</sup> Zhang Shuo<sup>1</sup> Zeng Jin<sup>1</sup>

(1. School of Mechanics and Aerospace Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

(2. China International Engineering Consulting Corporation, Beijing 100048, China)

**Abstract** Aiming at the phenomenon of thermal-induced vibrations and escape times in the operation of large flexible appendages on spacecraft, and constructs a dynamic model with constraints considering the influence of thermal effects on the large flexible thick plate structures. The study investigates the effects of plate thickness, plate length, and solar radiation incident angle on the escape time. This paper assumes that the solar radiant thermal load uniformly loaded at the surface of the plate and only transfers in the thickness direction, combine with theories of continuum mechanics, establish the expression for the elastic force of a flexible plate element which considering the thermal effect. Based on the ANCF and Mindlin plate theory, combine with the Lagrange multiplier method, build the dynamic model of the large flexible thick plate which constraint are obtained, and its dynamic response is solved. On this basis, using numerical simulation, the influence of factors such as plate, plate length, and solar radiation incident angle on the escape phenomenon in thermal-induced vibrations is analyzed. The numerical analysis reveals that the escape time is inversely proportional to the heat flow intensity but directly proportional to the structural dimensional parameters (including length, width, and thickness). Among these, variations in the length and thickness parameters exhibit a particularly significant impact on the escape time.

2024-07-24 收到第 1 稿, 2024-08-21 收到修改稿。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金资助项目(12172307), Natural Science Foundation of Sichuan Province(12172307)。

<sup>†</sup> 通信作者 E-mail: 181042yy@163.com

**Key words** large flexible appendage, absolute nodal coordinate formulation, thermally induced vibrations, escape time, dynamic characteristics

## 引言

随着科技的发展,我国需要不断推动航天技术的创新,以提高航天器的性能和可靠性.其中天线、蜂窝板和大尺寸伸展臂等大柔性可展开结构凭借其质量轻、收纳比高的优势被广泛应用于各类型航天器上<sup>[1-2]</sup>.但是航天器运行过程中会周期性地出入阴影区与光照区,如图1所示.当航天器飞出阴影区进入光照区时,会突然受到太阳辐射热流的作用使航天器外热流发生突变,从而导致航天器外表面温度发生变化诱发大柔性部件的热致振动,对航天器姿态精度和稳定性产生重大影响.

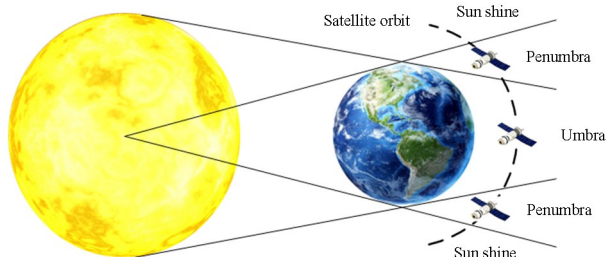


图1 轨道阴影示意图  
Fig. 1 Orbit shadow diagram

针对在轨运行期间大柔性航天器结构产生热致振动问题,众多科研人员进行了深入研究.1956年,Boley<sup>[3]</sup>首次提出了热致振动这一学术概念,开创了航天器大柔性结构热致振动研究的先河,文献针对上表面突加热载荷的简支梁动力学响应进行了研究,指出在结构发生热致振动的情况下不可忽视热应力方程中的惯性项,即不能将热致振动问题当作准静态来进行研究.随后Boley定义了“Boley参数”作为热致振动是否会发生的判据<sup>[4]</sup>.Thornton和Foster<sup>[5]</sup>对航天器臂架的建模和分析进行了描述,并对弯曲热颤振进行了数值模拟.除此之外,两人针对哈勃望远镜运行过程中产生的热致振动问题,利用梁模型揭示了其振动机理,总结了弯曲振动稳定性的判据<sup>[6]</sup>.

以上的研究工作致力于构建航天器大柔性结构热致振动现象的机理模型,揭示了航天器在轨运行中的振动机制,为当时的工程设计提供理论指导.随后,有限元方法被广泛采用于航天器热致振动领域的研究,提高了结构热致振动的计算精度.薛明德等<sup>[7]</sup>提出了傅里叶温度单元,提高了瞬态热-结构动力学的计算效率.郑士昆等<sup>[8]</sup>通过建立

时变温度场模型,分析了航天器进出地球阴影区时空间桁架结构的热致振动响应,并通过试验验证与在轨数据分析的手段验证了数值结果的有效性.陈夜等<sup>[9]</sup>分析了进、出地影期间,由于温度突变在多柔性附件卫星上产生的振动效应,提出了振动响应的解耦分析方法. Bigdeli等<sup>[10]</sup>针对国际空间站太阳翼结构在微重力环境下的热致振动问题,采用SINDA和TRASYS有限元软件计算了结构温度场,采用MSC/NAS-TRAN求解了结构动力学响应.张弛等<sup>[11]</sup>针对航天薄壁管和薄壁板两种典型结构,使用ANSYS热-结构耦合单元分析了两种典型航天器结构的尺寸参数对热致振动的影响因素.有限元方法在热致振动领域的应用提升了计算能力,使得分析规模从单一附件的振动分析上升到构件级乃至整星级的水平.邢晓峰等<sup>[12]</sup>针对中心舱体和附属薄壁杆件组成的复杂空间结构提出了一种考虑多重耦合效应的空间结构热致振动模型,提高了预测精度.

空间大柔性结构因其具有结构厚度薄、跨度大、受力后变形显著的特点,在其发生热致振动的过程中表现出明显的几何非线性特征<sup>[13]</sup>.1996年,Shabana教授基于连续介质力学和有限单元法提出了绝对节点坐标方法(absolute nodal coordinate formulation, ANCF),该方法的节点坐标不再采用无限小位移或有限转动假设,而是采用绝对位移和全局斜度矢量作为元素的坐标,非常适合用来分析大变形、大转动的动力学问题<sup>[14]</sup>,绝对节点坐标法是目前广泛应用于大变形柔性体系统动力学分析的方法<sup>[15]</sup>.田强<sup>[16]</sup>基于连续介质力学理论详细阐述了ANCF梁单元弹性力的推导方式,并采用ANCF和增广拉格朗日方法提出了一种求解动力学方程的高效混合算法.李媛媛<sup>[17]</sup>基于ANCF建立复合太阳翼的热-结构动力学方程,对受热载荷的含间隙铰链连接的柔性太阳翼系统进行刚-柔-热耦合动力学分析.龚浩然等<sup>[18]</sup>针对航天器天线结构,采用ANCF和热-结构耦合理论,建立了柔性梁的数学模型,分析了天线结构由于万有引力梯度和地球阴影引起的结构振动响应.

综上所述,目前的研究能够合理阐释热致振动的产生机制及其发生条件,并且可以通过绝对节点坐标法、有限元法等手段对结构的动力学响应进行有效分析.然而,在实际工程应用中,当大柔性部件

受到突加热载荷时,系统从初始状态至达到热平衡需要经历一个特定的时间过程,这段时间内系统不会立刻发生振动,我们称这段时间为逃逸时间(escape time). 探讨逃逸时间的影响因素对于指导航天器整体设计、材料选用等方面具有重要意义,有助于提升航天器的综合性能、可靠性和安全性.

本文以太阳翼帆板为研究对象,将其视为大柔性厚板结构,对其进行了模型简化. 考虑太阳辐射热流均匀地照射在板表面并沿厚度方向传递的条件,结合连续介质力学的相关理论,构建了考虑热效应的柔性板单元的弹性力表达式. 采用绝对节点坐标方法与 Mindlin 板理论,结合拉格朗日乘子法,建立了大柔性厚板的运动—约束动力学模型,对其动力学响应进行了求解. 在此基础上,利用数值仿真方式,分析了板厚、板长、太阳辐射热流入射角度等因素对大柔性附件热致振动行为中逃逸时间的影响机制.

## 1 基于 ANCF 的柔性板单元

如图 2 所示,  $OXYZ$  代表全局坐标系,  $oxyz$  代表单元局部坐标系,基于绝对节点坐标方法,柔板单元上任意点的节点坐标写为:

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \mathbf{S}_m(x, y, z) \mathbf{q}_e(t) \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{S}_m$  是关于空间坐标  $x, y, z$  的单元形函数矩阵,  $\mathbf{q}_e$  是与时间  $t$  相关的节点坐标矢量,由节点位置和斜率坐标组成.

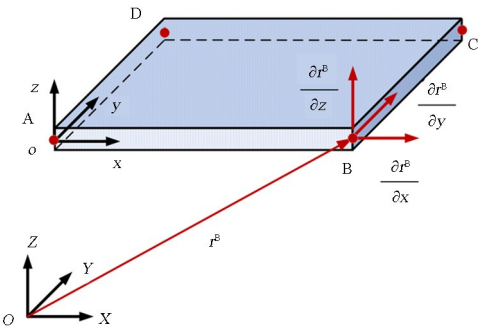


图 2 基于 ANCF 的柔性板单元模型  
Fig. 2 Flexible plate element model based on ANCF

在 Shabana 提出的单元中,形函数是三个空间单元参数  $x, y$  和  $z$  的函数,可以对单元横截面的变形进行表征. 这种表示包含单元横截面的变形. 对于柔性板单元上的任意节点  $n$  ( $n = A, B, C, D$ ),其节点坐标矢量定义如下:

$$\mathbf{q}_e^n = \left[ (\mathbf{r}^n)^T \quad \left( \frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial x} \right)^T \quad \left( \frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial y} \right)^T \quad \left( \frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial z} \right)^T \right]^T \quad (2)$$

式中  $\mathbf{r}^n$  为节点  $n$  在全局坐标系下的位置矢量:

$$\mathbf{r}^n = [r_1^n \quad r_2^n \quad r_3^n]^T,$$

$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial x}$  为节点  $n$  的位置矢量对空间坐标  $x$  的梯度:

$$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial x} = \left[ \frac{\partial r_1^n}{\partial x} \quad \frac{\partial r_2^n}{\partial x} \quad \frac{\partial r_3^n}{\partial x} \right]^T,$$

$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial y}$  为节点  $n$  的位置矢量对空间坐标  $y$  的梯度:

$$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial y} = \left[ \frac{\partial r_1^n}{\partial y} \quad \frac{\partial r_2^n}{\partial y} \quad \frac{\partial r_3^n}{\partial y} \right]^T,$$

$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial z}$  为节点  $n$  的位置矢量对空间坐标  $z$  的梯度:

$$\frac{\partial \mathbf{r}^n}{\partial z} = \left[ \frac{\partial r_1^n}{\partial z} \quad \frac{\partial r_2^n}{\partial z} \quad \frac{\partial r_3^n}{\partial z} \right]^T.$$

由图 2 得知,板单元的节点坐标矢量:

$$\mathbf{q}_e = [(\mathbf{q}_e^A})^T \quad (\mathbf{q}_e^B})^T \quad (\mathbf{q}_e^C})^T \quad (\mathbf{q}_e^D})^T]^T \quad (3)$$

从式(2)、式(3)得知,柔性板单元的每个节点包含 12 个分量,每个单元包含 48 个分量,单元的自由度为 48.

形函数表达式为:

$$\mathbf{S}_m = [\mathbf{S}_1 \mathbf{I} \quad \mathbf{S}_2 \mathbf{I} \quad \mathbf{S}_3 \mathbf{I} \quad \cdots \quad \mathbf{S}_{14} \mathbf{I} \quad \mathbf{S}_{15} \mathbf{I} \quad \mathbf{S}_{16} \mathbf{I}] \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{I}$  为  $3 \times 3$  的单位矩阵,  $S_i$  ( $i = 1 \sim 16$ ) 的表达式为:

$$\begin{cases} S_1 = (2\xi + 1)(\xi - 1)^2(2\eta + 1)(\eta - 1)^2 \\ S_2 = a\xi(\xi - 1)^2(2\eta + 1)(\eta - 1)^2 \\ S_3 = -b\eta(\xi - 1)^2(2\xi + 1)(\eta - 1)^2 \\ S_4 = t\xi(\xi - 1)(\eta - 1) \\ S_5 = -\xi^2(2\xi - 3)(2\eta + 1)(\eta - 1)^2 \\ S_6 = a\xi^2(\xi - 1)(2\eta + 1)(\eta - 1)^2 \\ S_7 = -b\eta\xi^2(2\xi - 3)(\eta - 1)^2 \\ S_8 = -t\xi\xi(\eta - 1) \\ S_9 = \eta^2\xi^2(2\xi - 3)(2\eta - 3) \\ S_{10} = -a\eta^2\xi^2(\xi - 1)(2\eta - 3) \\ S_{11} = -b\eta^2\xi^2(\eta - 1)(2\xi - 3) \\ S_{12} = t\eta\xi\xi \\ S_{13} = -\eta^2(2\xi + 1)(\xi - 1)^2(2\eta - 3) \\ S_{14} = -a\xi\eta^2(\xi - 1)^2(2\eta - 3) \\ S_{15} = b\eta^2(2\xi + 1)(\xi - 1)^2(\eta - 1) \\ S_{16} = -t\eta\xi(\xi - 1) \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $\xi = x/a$ ,  $\eta = y/b$ ,  $\zeta = z/h$ .  $a$ 、 $b$ 、 $h$  分别为单元长度、宽度、厚度.

### 1.1 质量矩阵与广义外力矢量

由于单元形函数只与位置坐标有关, 与时间  $t$  无关, 因此, 将式(1)对时间  $t$  进行求导, 即可得到板单元中任意一点的绝对速度:

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{S}\dot{\mathbf{q}}_e \quad (6)$$

上式中,  $\dot{\mathbf{r}}$  为  $\mathbf{r}$  对时间  $t$  的导数,  $\dot{\mathbf{q}}_e$  为单元广义节点坐标矢量  $\mathbf{q}_e$  对时间  $t$  的导数, 即单元的广义节点速度矢量. 根据式(5), 可以进一步得到板单元的动能表达式, 即:

$$T_e = \frac{1}{2} \int_V \rho \dot{\mathbf{r}}^T \dot{\mathbf{r}} dV = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_e^T \int_V \rho \mathbf{S}_m^T \mathbf{S}_m dV \dot{\mathbf{q}}_e = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}_e^T \mathbf{M}_e \dot{\mathbf{q}}_e \quad (7)$$

其中,  $\rho$  为材料密度,  $V$  为单元体积,  $\mathbf{M}_e$  为单元的常质量矩阵, 且  $\mathbf{M}_e = \int_V \rho \mathbf{S}_m^T \mathbf{S}_m dV$ . 常数质量矩阵是绝对节点坐标方法与经典多柔性体系统描述方法的重要区别之一.

当有外力  $\mathbf{F}_p$  作用在板单元的任意点上, 则该外力的虚功可以写为:

$$\delta P_{eF} = \delta \mathbf{r}^T \mathbf{F}_p = \delta \mathbf{q}_e^T \mathbf{Q}_e \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{Q}_e = \mathbf{S}^T \mathbf{F}_p$  为板单元的广义外力阵.

### 1.2 弹性力

基于 Mindlin 板理论, 柔性板单元的应变能可以写为:

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\varepsilon}_m^T \mathbf{E}_m \boldsymbol{\varepsilon}_m dV \quad (9)$$

其中,  $\boldsymbol{\varepsilon}_m = [\varepsilon_{xx} \quad \varepsilon_{yy} \quad \varepsilon_{zz} \quad 2\varepsilon_{xy} \quad 2\varepsilon_{xz} \quad 2\varepsilon_{yz}]^T$ . 此时,  $\mathbf{E}_m$  表示各项同性线弹性材料的弹性系数矩阵, 写为:

$$\mathbf{E}_m = \begin{bmatrix} 1 & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-\nu)}{2} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{(1-\nu)}{2} & 0 \\ & & & & & \frac{(1-\nu)}{2} \\ \text{sym.} & & & & & \end{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} \quad (10)$$

### 1.3 温度场分析

在热分析中, 本文假设太阳辐射热流是均匀地照射在柔性板的表面上, 因此只考虑沿着板厚度方向的热传导. 在外部热流作用下, 热流吸收项表示为:

$$q_s = \alpha S_0 \cos \theta \quad (11)$$

其中,  $\alpha$  为热流吸收系数,  $S_0$  为热流强度 ( $\text{W}/\text{m}^2$ ),  $\theta$  为热流入射角度.

热传导微分方程可以写为:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{k}{\rho c} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) = \frac{q_s}{\rho c} \quad (12)$$

其中,  $T$  表示物体的绝对温度,  $k$  表示导热率,  $\rho$  表示物体密度,  $c$  表示物体比热容,  $q_s$  表示热载荷.

航天器附件在太空环境下不可避免会受到各种辐射作用, 根据斯蒂芬-玻尔兹曼辐射定律, 辐射项可以写为:

$$\dot{E}_b = \sigma \epsilon T^4 \quad (13)$$

其中  $\sigma$  为斯蒂芬-玻尔兹曼常数 [ $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ ],  $\epsilon$  为外表面发射率.

在考虑一维导热情况下, 利用加权余量法, 将方程(12)中的比热容、导热率、热载荷替换为有限单元矩阵形式的热容阵  $\mathbf{C}$ 、导热阵  $\mathbf{K}$ 、热载荷阵  $\mathbf{Q}_s$ , 其表达式如式(14)所示:

$$\mathbf{C} = \frac{\rho c h}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \frac{k}{h} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{Q}_s = \alpha_s S_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

若考虑热辐射, 其结构上下表面的边界条件写为:

$$k \frac{\partial T(z, t)}{\partial t} \bigg|_{z=\frac{h}{2}} = \epsilon \sigma T^4(z, t) \bigg|_{z=\frac{h}{2}} \quad (15)$$

### 1.4 考虑热效应下的弹性力

基于连续介质力学, 考虑热效应情况下第二 Piola-Kirchhoff 应力张量表达式:

$$\boldsymbol{\sigma}_{P2} = \mathbf{E}_m : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_T) \quad (16)$$

对于各向同性的板材料, 柔性板单元的热应变表达为:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_T = [\varepsilon_{xx}^T \quad \varepsilon_{yy}^T \quad \varepsilon_{zz}^T \quad 2\varepsilon_{xy}^T \quad 2\varepsilon_{xz}^T \quad 2\varepsilon_{yz}^T]^T = \boldsymbol{\alpha} \cdot \Delta T(x, y, z, t) \quad (17)$$

其中,  $\Delta T(x, y, z, t) = T(x, y, z, t) - T_0(x, y, z, t_0)$ ,  $T(x, y, z, t)$  为当前时刻下的温度,  $T_0(x, y, z, t_0)$  为初始时刻下的温度,  $\boldsymbol{\alpha}$  为热膨胀系数.  $\varepsilon_{xx}^T$ 、 $\varepsilon_{yy}^T$ 、 $\varepsilon_{zz}^T$  表示  $x$ 、 $y$ 、 $z$  方向的正应变. 由于温度变化



不会引起切向应变,即切向热应变为零。

柔性板单元的应变能  $U_m$  表达式如式(9)所示。将考虑热效应的应变代入应变能式,可以进一步分为  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  三部分:

$$\begin{cases} U_1 = \int_V \frac{E}{2(1-\nu^2)} [(\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau)^2 + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau)^2 + (\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau)^2] dV \\ U_2 = \int_V \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} [(\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau)(\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau) + (\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau)(\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau) + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau)(\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau)] dV \\ U_3 = \int_V \frac{E}{(1+\nu)} [\epsilon_{xy}^2 + \epsilon_{xz}^2 + \epsilon_{yz}^2] dV \end{cases} \quad (18)$$

将式(18)对广义坐标求偏导,并化简成:

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial q_e} = \int_V \frac{E}{(1-\nu^2)} \left[ (\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial q_e} + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{yy}}{\partial q_e} + (\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{zz}}{\partial q_e} \right] dV \\ \frac{\partial U_2}{\partial q_e} = \int_V \frac{\nu E}{(1-\nu^2)} \left[ (\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{zz}}{\partial q_e} + \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial q_e} (\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau) + (\epsilon_{xx} - \epsilon_{xx}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{yy}}{\partial q_e} + \frac{\partial \epsilon_{xx}}{\partial q_e} (\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau) + (\epsilon_{yy} - \epsilon_{yy}^\tau) \frac{\partial \epsilon_{zz}}{\partial q_e} + \frac{\partial \epsilon_{yy}}{\partial q_e} (\epsilon_{zz} - \epsilon_{zz}^\tau) \right] dV \\ \frac{\partial U_3}{\partial q_e} = \int_V \frac{2E}{(1+\nu)} \left[ \epsilon_{xy} \frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial q_e} + \epsilon_{xz} \frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial q_e} + \epsilon_{yz} \frac{\partial \epsilon_{yz}}{\partial q_e} \right] dV \end{cases} \quad (19)$$

综上所述,考虑热效应下的柔性板单元的弹性力表达式可以写为:

$$Q_m = \frac{\partial U_1}{\partial q_e} + \frac{\partial U_2}{\partial q_e} + \frac{\partial U_3}{\partial q_e} \quad (20)$$

### 1.5 动力学方程

本文采用传统的有限单元方法获取系统结点坐标下的质量矩阵、弹性力、广义外力矩阵,再通过坐标转换的方式获取单元节点坐标下的矩阵,进而采用绝对结点坐标方法建立系统动力学方程。定义  $B_e$  为单元节点坐标和系统节点坐标的转换矩阵,则有  $q_e = B_e q$ , 其中  $q$  为板系统的节点坐标。 $B_e$  是由 0 和 1 组成的矩阵,长度为系统总体自由度数,宽度为单元的自由度数。综上所述,系统质量矩阵,弹性力与广义外力的表达为:

$$\begin{cases} M = \sum_{e=1}^n B_e^T M_e B_e \\ F = \sum_{e=1}^n B_e^T F_e \\ Q = \sum_{e=1}^n B_e^T Q_e \end{cases} \quad (21)$$

上式中,  $n$  为划分单元个数。之后,采用拉格朗日乘子法引入约束方程,最终得到系统的微分代数方程组(DAEs):

$$\begin{cases} M\ddot{q} + \Phi_q^T \lambda = Q - F \\ \Phi(q, t) = 0 \end{cases} \quad (22)$$

其中,  $\Phi$  为系统的约束方程,  $\Phi_q$  为约束方程  $\Phi$  对广义坐标的偏导数矩阵,  $\lambda$  为 Lagrange 乘子。

## 2 仿真分析

本文采用参考文献[19]中提出的 ANCF 厚板单元案例进行算法验证。柔性板参数为长度  $L = 0.3$  m, 宽度  $b = 0.3$  m, 厚度  $h = 0.01$  m, 弹性模量  $E = 1 \times 10^5$  Pa, 泊松比  $\nu = 0.3$ , 密度  $\rho = 7810$  kg/m<sup>3</sup>。如图 3 所示, 柔性板仅在 C 点有一铰链约束, 其余部位自由, 在重力作用下自由下落, 取  $g = 9.8$  m/s<sup>2</sup>。将柔性板区域划分为 4 个单元, 绘制 A 点和 B 点的时频响应曲线, 结果如图 4 所示, 与文献[15]的结果具有较高的一致性。文献结果如图 5 所示。

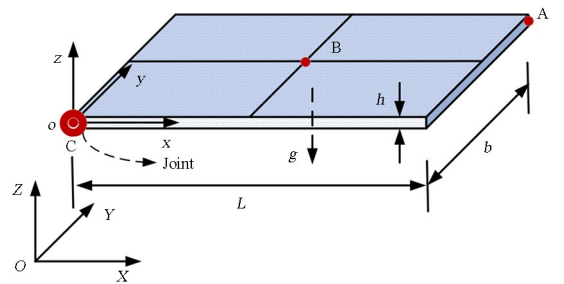


图 3 一点铰接的柔性板模型

Fig. 3 Single-point articulated flexible plate model

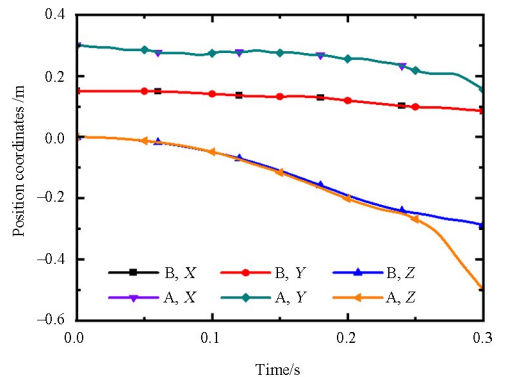


图 4 柔性板 A、B 点的响应

Fig. 4 Response of A and B point on the flexible plate

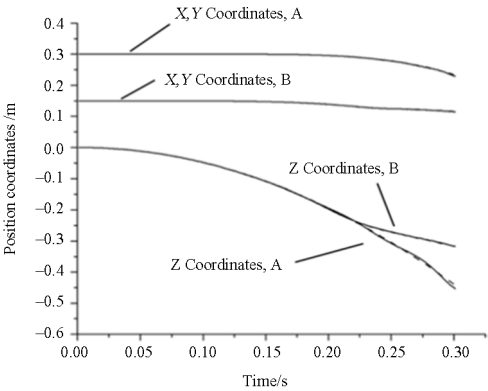


图 5 文献[19]中的计算结果  
Fig. 5 The calculation results in reference [19]

根据推导得到的柔性板在热效应下的弹性力，本小结采用一受突加强热流作用下的悬臂柔性板进行结构热致振动计算，悬臂柔性板模型如图 6 所示. 结构参数如表 1 所示.

图 7 显示了在厚板模型长度  $L=2\text{ m}$  的条件下, A 点和 B 点在竖直方向上的绝对位移曲线. 由图 5 可知, 在突加强热流的作用下, 柔性悬臂板的自由边缘上的 A 点和 B 点在 Z 方向上产生振动, 即发生了热致振动.

值得注意的是, 在沿厚度方向受到突加强热流影响的柔性悬臂板中, 从  $t=0\sim8\text{ s}$  的时间段内, 悬臂板保持静止不发生变形, 这段时间被定义为逃逸

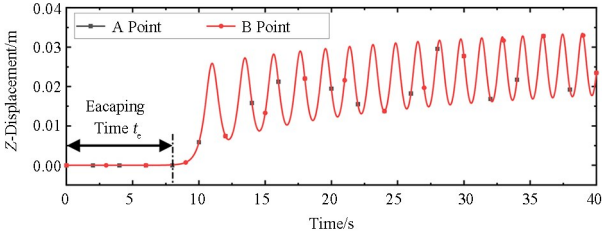


图 7 自由端 A 点、B 点的 Z 方向响应曲线  
Fig. 7 The Z-direction response curves at the free ends A and B points

时间. 逃逸时间现象主要出现在扁平几何非线性结构受到突加强热流作用的情况下, 这类结构通常具有较强的约束. 原因在于, 突加强热流作用下, 结构会产生非零的热弯矩, 而简单的约束如简支无法提供足够的补偿力矩来维持结构的静止状态. 相比之下, 固定约束能够提供这种补偿力矩, 使得结构能够保持短暂的静止.

图 8 展示了 2019 年文献[20]中一个扁平几何非线性梁结构在突加强热流作用下出现的逃逸时间现象. 逃逸现象的存在突出了在扁平结构快速加热分析中进行非线性分析的重要性, 尤其是在结构受到强约束影响时.

将悬臂板模型的长度分别设定为  $L=2\text{ m}$ 、 $4\text{ m}$ 、 $6\text{ m}$ , 图 9 呈现了自由端 A、B 点在不同长度下的响应曲线对比. 依据热—结构动力学理论可知, 当热响应特征时间远大于结构响应特征时间时, 位移振动的幅值会显著降低. 如图 9 所示, 随着悬臂板长度的增加, 热响应特征时间与结构响应特征时间的比值逐渐减小, 导致热致振动的幅值逐渐增

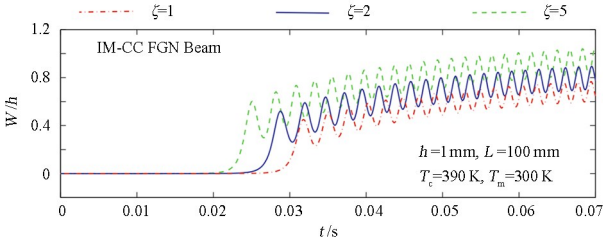


图 8 文献[20]中几何非线性梁结构的热致振动  
Fig. 8 Thermal-induced vibration of geometrically nonlinear beam structures in reference [20]

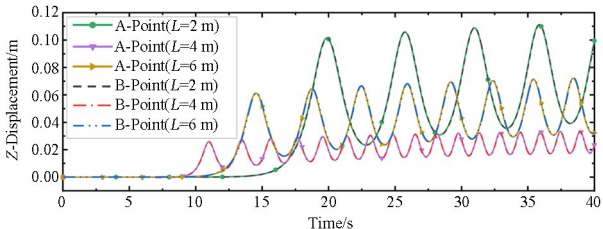


图 9 不同长度下自由端 Z 方向响应曲线  
Fig. 9 Response curves in the Z-direction for different lengths at the free end

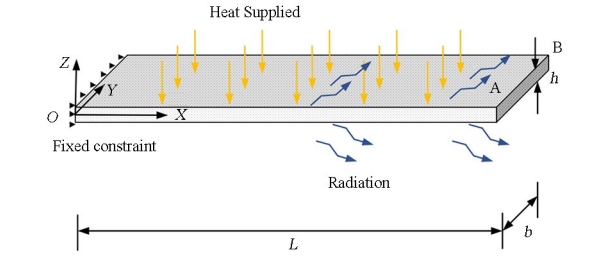


图 6 太阳辐射热流作用下的悬臂板结构  
Fig. 6 The cantilever plate structure under the action of solar radiation heat flow

表 1 悬臂板的结构参数

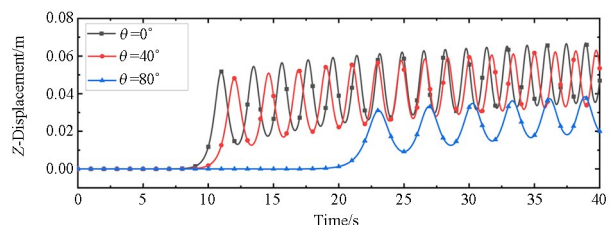
Table 1 Structural parameters of cantilever plate			
Structural parameters	Value	Structural parameters	Value
$E/(\text{GPa})$	1.51	$L/(\text{m})$	2
$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	3200	$b/(\text{m})$	0.1
$k/[\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})]$	156	$h/(\text{m})$	0.005
$c/[\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})]$	947	$\sigma/[\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)]$	$5.67\times10^{-8}$
$\alpha_T/(1/\text{K})$	$2\times10^{-6}$	$\epsilon$	0.28
$\alpha_S$	0.5	—	—

大.同时,随着悬臂板长度的增加,逃逸时间也随之增长.

为了深入探讨逃逸时间的影响因素,图 10 展示了当热流入射角度  $\theta$  分别为  $0^\circ$ 、 $40^\circ$ 、 $80^\circ$  时,三种不同长度的悬臂柔性板结构自由端 A 点在竖直方向上的绝对位移响应.观察图 10 可以发现,在柔性板长度  $L$  分别为 2 m、4 m、6 m 的条件下,随着热流入射角度  $\theta$  从  $0^\circ$  变为  $40^\circ$ 、 $80^\circ$ ,热流强度减弱,导致热致振动幅值逐渐降低,同时逃逸时间也在不断延长.

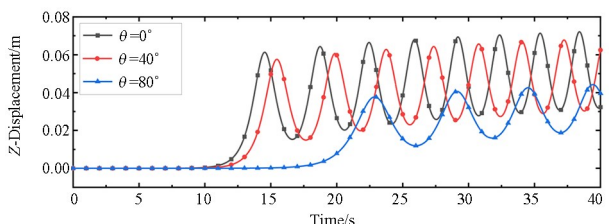
调整悬臂柔性板结构的厚度参数,分别设  $h$  为 0.005 m、0.007 m、0.009 m.图 11 展示了在这三种厚度参数下,结构自由端 A 点在竖直方向上的位移响应曲线.改变悬臂柔性板结构的宽度参数分别  $b$  为 0.1 m、0.2 m、0.3 m,比较了不同宽度参数对结构自由端 A 点在竖直方向上的位移响应的影

响,结果如图 12 所示.在此过程中,热流入射角度  $\theta$  保持为  $0^\circ$ .



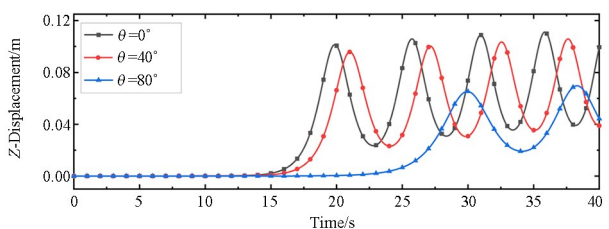
(a)  $L=2$  m 情况下热流入射角度对竖向响应的影

响 (a) The influence of the angle of thermal incident on the vertical response under the condition of  $L=2$  m



(b)  $L=4$  m 情况下热流入射角度对竖向响应的影

响 (b) The influence of the angle of thermal incident on the vertical response under the condition of  $L=4$  m



(c)  $L=6$  m 情况下热流入射角度对竖向响应的影

响 (c) The influence of the angle of thermal incident on the vertical response under the condition of  $L=6$  m

图 10 不同长度的悬臂柔性板结构自由端绝对竖向位移响应  
Fig. 10 Longitudinal displacement response at the free end of cantilevered flexible plate structures with different lengths

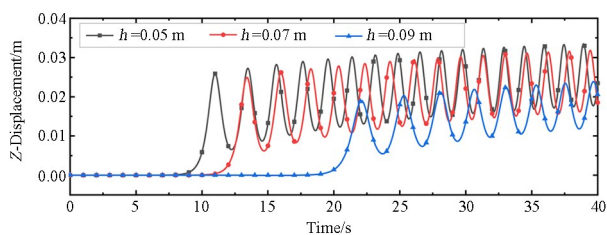


图 11 不同厚度的悬臂柔性板结构自由端绝对竖向位移响应

Fig. 11 Longitudinal displacement response at the free end of cantilevered flexible plate structures with different thicknesses

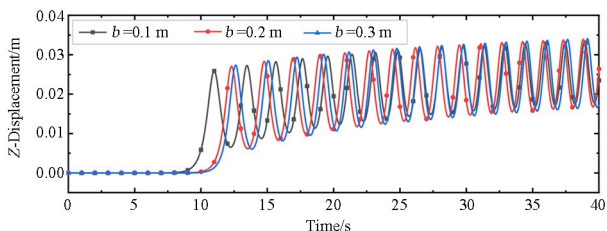


图 12 不同宽度的悬臂柔性板结构自由端绝对竖向位移响应

Fig. 12 Longitudinal displacement response at the free end of cantilevered flexible plate structures with different width

的热致振动幅值显著降低.这是因为厚度的增加导致热响应特征时间延长,同时结构响应特征时间缩短.此外,厚度的增加也使得逃逸时间明显增长.从图 12 中可以观察到,当柔性悬臂板的宽度参数发生变化时,随着宽度参数  $b$  的增加,热致振动幅值以较慢的速度减小,逃逸时间也逐渐增长,但增长速度相对较慢.

针对利用 ANCF 厚板单元构建的悬臂柔性板结构,在受到突加热流影响时,会沿着厚度方向发生振动,即热致振动.同时,在热流作用的初始阶段,这种结构会表现出逃逸时间现象.经过数值分析,发现逃逸时间的长度与热流强度成反比,与结构的尺寸参数(包括长度、宽度、厚度)成正比.其中,长度和厚度参数的变化对逃逸时间的影响尤为显著.

### 3 结论

本研究将太阳能帆板抽象为柔性板模型,并通过连续介质力学原理,推导了 ANCF 厚板单元的弹性力计算公式.在此基础上,推导了厚板单元在热效应作用下的弹性力计算公式,通过拉格朗日乘子法引入约束,建立了 ANCF 厚板结构的运动—约束动力学模型,并求解了其动力学响应.通过探讨柔性悬臂板在太阳辐射热载荷影响下的热—结构动力学行为,得到如下主要结论:

(1)在突加热流情况下,结构会产生非零的热

弯矩,含有固定约束的板结构能够补偿这一力矩,使得结构保持短暂的静止状态,出现逃逸时间现象.随着热流入射角度 $\theta$ 从 $0^\circ$ 变为 $40^\circ$ 、 $80^\circ$ 时,热流强度减弱,导致热致振动幅值逐渐降低,同时逃逸时间也在不断延长.

(2)在同等热载荷激励的情况下,结构逃逸时间与结构的尺寸参数(包括长度、宽度、厚度)成正比,相比于板宽,板厚与板长对结构逃逸时间影响更为显著.

(3)太阳热辐射入射角度、板厚、板长均会对结构振动响应幅值产生影响.其中,入射角度与板长对结构振动响应的影响更为显著.

## 参考文献

- [1] PUIG L, BARTON A, RANDO N. A review on large deployable structures for astrophysics missions [J]. *Acta Astronautica*, 2010, 67: 12–26.
- [2] 曹登庆, 白坤朝, 丁虎, 等. 大型柔性航天器动力学与振动控制研究进展[J]. *力学学报*, 2019, 51(1): 1–13.  
CAO D Q, BAI K C, DING H, et al. Advances in dynamics and vibration control of large-scale flexible spacecraft [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(1): 1–13. (in Chinese)
- [3] BOLEY B A. Thermally induced vibrations of beams [J]. *Journal of Aeronautical Science*, 1956, 23(2): 179–181.
- [4] BOLEY B A. Approximate analyses of thermally induced vibrations of beams and plates [J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1972, 39(1): 212.
- [5] THORNTON E, FOSTER R. Dynamic response of rapidly heated space structures [C]//*Proceedings of the 33rd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*. Reston, Virigina: AIAA, 1992: 2207.
- [6] THORNTON E A, KIM Y A. Thermally induced bending vibrations of a flexible rolled-up solar array [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1993, 30(4): 438–448.
- [7] 薛明德, 向志海. 大型空间结构的热-动力学耦合问题及其有限元分析[J]. *固体力学学报*, 2011(增刊1): 318–328.  
XUE M D, XIANG Z H. Thermal-dynamic coupling problem of large space structures and its FEM analysis [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2011, 32(S1): 318–448. (in Chinese)
- [8] 郑士昆, 宋燕平, 赵将, 等. 大型环形桁架天线进出地影期热致振动特性研究[J]. *中国科学: 物理学 天文学*, 2017, 47(10): 69–76.  
ZHENG S K, SONG Y P, ZHAO J, et al. Research on thermally induced vibration of large hoop truss antenna moving through Earth's shadow [J]. *Scientia Sinica: Physica, Mechanica & Astronomica*, 2017, 47(10): 69–76. (in Chinese)
- [9] 陈夜, 王开浚, 沈海军, 等. 多柔性附件卫星热致振动特性研究[J]. *航天器工程*, 2022, 37(2): 78–84.  
CHEN Y, WANG K J, SHEN H J, et al. Study on thermally induced vibration characteristics of satellites with multi-flexible appendages [J]. *Spacecraft Engineering*, 2022, 37(2): 78–84. (in Chinese)
- [10] BIGDELI B. A finite element thermal-structural analysis of the mast of the international space station [C]//*Proceedings of the 41st Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and Exhibit*. Reston, Virigina: AIAA, 2000: 1735.
- [11] 张弛, 董广明, 赵发刚. 航天器典型结构热致振动产生条件结构影响因素分析[J]. *噪声与振动控制*, 2020, 40(5): 33–38.  
ZHANG C, DONG G, ZHAO F. Structural factors analysis of thermally induced vibrations of typical spacecraft structures [J]. *Noise And Vibration Control*, 2020, 40(5): 33–38. (in Chinese)
- [12] 邢晓峰, 沈振兴, 胡国龙, 等. 中心舱体与薄壁梁刚-柔耦合系统的热弹性-结构动力学分析[J]. *固体力学学报*, 2021, 42(4): 434–442.  
XING X F, SHEN Z X, HU G L, et al. Thermoelastic-structural dynamics analysis of rigid-flexible coupling system for the hub with a thin-walled beam [J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2021, 42(4): 434–442. (in Chinese)
- [13] 时浩翔, 宋晓娟. 充液挠性航天器时变滑模控制及振动抑制[J]. *动力学与控制学报*, 2024, 22(7): 19–28.  
SHI H X, SONG X J. Time-varying sliding mode control and vibration suppression of liquid-filled flexible spacecraft [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2024, 22(7): 19–28. (in Chinese)
- [14] SHABANA A A. Definition of the slopes and the finite element absolute nodal coordinate formulation



[J]. Multibody System Dynamics, 1997, 1(3): 339—348.

[15] 常汉江, 蔡毅鹏, 高庆, 等. 基于等几何分析的柔性多体系统建模方法研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(3): 1—16.

CHANG H J, CAI Y P, GAO Q, et al. Research of flexible multibody system modeling based on isogeometrical analysis [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(3): 1—16. (in Chinese)

[16] 田强. 基于绝对节点坐标方法的柔性多体系统动力学研究与应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2009.

TIAN Q. Flexible multibody dynamics research and application based on the absolute nodal coordinate method [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2009. (in Chinese)

[17] 李媛媛. 考虑铰链间隙的太阳翼刚柔耦合多体动力学特性研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.

LI Y Y. Study of rigid flexible coupling multibody dynamics of solar array considering joint clearance [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)

[18] 龚浩然, 曹善成, 王博, 等. 热辐射及重力梯度对大型空间柔性梁结构振动影响分析 [J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(11): 1—9.

GONG H R, CAO S C, WANG B, et al. Analysis of the influence of thermal radiation and gravity gradient on the vibration of spatial flexible beam [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(11): 1—9. (in Chinese)

[19] DUFVA K, SHABANA A A. Analysis of thin plate structures using the absolute nodal coordinate formulation [J]. Journal of Multi-Body Dynamics, 2005, 219(4): 345—355.

[20] HETNARSKI R B, ESLAMI M R. Thermal stresses-advanced theory and applications [M]. 2th ed. Cham, Switzerland: Springer, 2019.