

# 基于 Modelica 语言的运载火箭级间分离可靠性研究<sup>\*</sup>

张文丰<sup>1</sup> 蔡小双<sup>1</sup> 王庆涛<sup>2,3†</sup> 全一帆<sup>2</sup> 刘丁瑞<sup>1</sup> 蒲锦瑞<sup>4</sup> 王珺珑<sup>5</sup>

(1. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109)(2. 南京理工大学 物理学院, 南京 210094)

(3. 南京理工大学 复杂多体系统动力学全国重点实验室, 南京 210094)

(4. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

(5. 南京航空航天大学 航空航天结构力学及控制全国重点实验室, 南京 210016)

**摘要** 为了提高发射能力和性能, 几乎所有现役运载火箭都包含两个或更多子级。在发射过程中, 通过分离和抛弃已经燃尽推进剂的子级而逐渐减轻运载火箭重量, 对于保证运载火箭的安全性并确保成功发射起着至关重要的作用。火箭部件在制造、安装过程中难以避免地存在一定偏差, 这些偏差可能致使运载火箭未能按照预定的计划执行分离动作, 进而直接影响分离体的姿态稳定性, 甚至可能导致任务失败。文章介绍了运载火箭级间分离原理和动力学方程, 基于 Modelica 语言建立了考虑参数偏差的运载火箭一、二子级模型, 作用力模型, 爆炸螺栓模型, 分离间隙模型和初始状态模型, 并通过搭积木和连线的方式搭建了运载火箭级间分离系统 Modelica 模型; 通过与 Adams 模型对比仿真结果, 验证了模型的正确性; 由于火箭制造偏差、载荷偏差满足一定的概率分布规律, 如均匀分布、正态分布和威布尔分布, 使用蒙特卡洛打靶法对考虑这些偏差的运载火箭级间分离过程的可靠性进行了仿真计算分析, 指出该方法能够识别出级间分离的恶劣工况, 可为设计人员提供极限状态下的最小分离间隙, 从而优化分离系统的设计裕度。

**关键词** 级间分离, 可靠性, 分离间隙, Modelica 语言, 蒙特卡洛打靶法

中图分类号:V423. 4

文献标志码:A

## Reliability Study of Stage Separation of Launch Vehicles Based on Modelica<sup>\*</sup>

Zhang Wenfeng<sup>1</sup> Cai Xiaoshuang<sup>1</sup> Wang Qingtao<sup>2,3†</sup> Tong Yifan<sup>2</sup> Liu Dingrui<sup>1</sup> Pu Jinrui<sup>4</sup> Wang Junlong<sup>5</sup>

(1. Shanghai Aerospace Systems Engineering Institute, Shanghai 201109, China)

(2. School of Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

(3. National Key Laboratory of Complex Multibody System Dynamics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China) (4. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

(5. State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract** To enhance the launch capacity and performance, nearly all active launch vehicles incorporate two or more stages. During the launch process, gradual reduction of the launch vehicle mass is achieved by separating and discarding the spent propellant stages, which plays a vital role in ensuring the safety of the launch vehicle and successful launches. During the manufacturing and assembly processes of launch vehicle components, inherent deviations are inevitably encountered. These deviations may lead to a scenario where the launch vehicle is unable to execute separation maneuvers as per the intended plan, consequently directly impacting the stability of the separation body's attitude and potentially resulting in mis-

2024-07-19 收到第 1 稿, 2024-12-12 收到修改稿。

\* 国防基础科研计划资助项目(JCKY2023203A002), Defense Industrial Technology Development Program(JCKY2023203A002).

† 通信作者 E-mail: qtwang@njust.edu.cn

sion failure. The principles of stage separation of launch vehicles and dynamic governing equations are elucidated. Utilizing the Modelica language, models for the first stage and second stage of carrier rockets are developed to account for parameter deviations. Additionally, force models, explosive bolt models, separation gap models, and initial state models are established. These components are then assembled using a block-diagram and interconnection approach to construct a comprehensive Modelica model for the stage separation system of launch vehicles. The correctness of the model is verified through comparison of simulation results with an Adams model. Due to manufacturing and force deviations following certain probability distributions, such as uniform, normal, and Weibull distributions, a Monte Carlo shooting method is employed to conduct reliability simulation and analysis of the launch vehicle stage separation process that considers these deviations. The simulation results indicate that this approach can identify adverse conditions during stage separation, providing design engineers with the minimum separation gap under extreme scenarios, thus optimizing the design margin for the separation system.

**Key words** stage separation, reliability, separation gap, Modelica, Monte Carlo shooting method

## 引言

运载火箭是由多级火箭组成的空间运输系统,旨在将人造地球卫星、载人飞船、空间站和空间探测器等有效载荷送入预定轨道。运载火箭通常由两到四个子级组成,每个子级包括火箭结构、推进系统和飞行控制系统,各级之间通过间级段连接。在发射过程中,级间分离系统在抛弃已经燃尽推进剂的子级而逐渐减轻运载火箭重量的同时,必须最大限度地减少对有效载荷姿态的影响和发生的碰撞风险。在分离过程中若分离体的姿态变化过大或上下级在分离时发生接触,可能导致姿态失控,进而引发结构损坏,最终导致分离任务失败。航天发射历史上不乏由于级间分离不当而导致的发射失败案例<sup>[1]</sup>。因此,级间分离对于保证运载火箭的安全性并确保成功发射起着至关重要的作用。

火箭部件在制造、安装过程中难以避免地存在一定的偏差,体现在质量特性、初始条件、气动和动力特性等。这些偏差因素会显著影响分离过程,增加技术风险并限制飞行可靠性水平的提升。综合考虑多参数偏差可以更准确地预测和评估运载火箭的分离性能,进而设计更可靠的分离系统,减少故障风险,提高太空任务的成功率<sup>[2]</sup>。运载火箭关于分离可靠性研究的传统分析依赖于参数极限偏差组合的方法,忽略了系统参数的内在可变性。这限制了分离方案的精细化设计,有时还可能造成不必要的复杂性,阻碍飞行器性能的提高。为克服这些局限,现代研究倾向于引入不确定性到分离动力学

仿真模型中,从而进行更为精确的分离方案分析。这意味着在仿真模型中考虑各种不确定性因素,例如系统参数的变化范围、测量误差、环境条件的不确定性等。通过这种方式,分离动力学仿真模型能够更好地反映实际系统的工作情况,并允许对分离过程进行更准确的分析和优化,提高飞行器的总体性能,同时减少设计复杂性和碰撞风险<sup>[3]</sup>。

张华等<sup>[4]</sup>进行了航天器分离仿真过程的多参数敏感性分析、多参数叠加的分离极限工况分析及随机打靶分析等研究。张海瑞等<sup>[5]</sup>提出了一种使用改进主动学习 Kriging(IAK)研究高超声速飞行器分离问题的方法,可以有效地提高分离可靠性研究的精度,并给出了基于不确定度的可靠性分离建模分析方法。Zhu 等<sup>[6]</sup>提出了基于可靠性分析的有效载荷整流罩分离仿真方法,考虑到低空高速有效载荷整流罩的规律运动和工作条件,提出了分离系统的主要失效模式和失效准则,并通过辅助 3D 建模软件、空气动力学计算软件、有限元软件和多目标软件对其进行仿真。吕艳等<sup>[2]</sup>采用基于约束力方程的分离过程动力学方程来分析复杂受力条件下分离体的相对运动,给出不确定性分析方法,开发了分离过程 6 自由度仿真分析软件,针对典型算例,利用 Adams 商业软件对分离仿真软件分析结果进行了校验,取得了一致的结果;考虑各种偏差干扰,采用不确定性分析方法开展分离过程蒙特卡洛仿真,给出分离后飞行器状态的统计分析。Acquatella 等<sup>[7]</sup>利用 Modelica 语言开发了运载火箭级间分离模型,并在 Dymola 软件平台上实现了运

载火箭高效精确的级间分离仿真。

蒙特卡洛方法是以随机抽样技术为基础,对系统特性进行的一种模拟方法,该方法在考虑各种误差因素的情况下,对机械系统的力学性能进行分析,并在蒙特卡洛仿真试验数据基础上对其中涉及的某些物理量的理论值进行估计,给出一定置信水平下所研究的系统的可靠度。分离系统的可靠与否,即是否发生碰撞,主要以分离间隙为衡量指标,它与飞行器的参数偏差有关,偏差的绝对大小和类型很多时候是随机发生的,很难得到确定的数值,无法通过大量的实验来验证各因素对分离过程和分离结果的影响。但一般情况下,由于偏差或干扰满足一定概率分布,得到的分离间隙也应服从某种随机分布模型,因此分离可靠性问题满足应用蒙特卡洛方法的前提。

国内外学者在分离运动仿真方面开始将概率方法与传统方法相结合,以系统研究随机不确定性对分离过程的影响<sup>[8,9]</sup>。Roshanian 等<sup>[10]</sup>结合蒙特卡洛方法与分离运动仿真相结合,获得了分离运动参数的包络曲线,为分离过程中的不确定性提供了全面的分析。李慧通等<sup>[11]</sup>设计了一种新型级间分离方案,结合了级间冷分离和热分离的优点,并使用蒙特卡洛方法对分离体的相对运动进行了分析。沈晓凤等<sup>[12]</sup>在考虑小卫星偏心和加工误差等因素的基础上,进行了蒙特卡洛分析,并开展了弹簧分离机构的优化设计。颜驿濛<sup>[13]</sup>在 Adams 中建立了运载火箭分离机构动力学模型,开发了分离动力学仿真软件,该软件具有参数化建模、模型的刚柔耦合设置、仿真控制与计算、可靠性与灵敏度分析、仿真结果后处理等功能,分析了各参数对分离间隙影响的灵敏度,基于蒙特卡洛打靶仿真法对分离运动可靠性进行了分析研究,基于一次二阶矩法建立了可靠度模型,对分离系统可靠度进行了计算,并对分离数据进行假设性检验,验证了可靠度计算的正确性。Eramya 等<sup>[14]</sup>采用直接模拟蒙特卡洛方法对某型探空火箭的分离过程进行了数值模拟,并研究了推进器点火后第 1 s 内的流动和表面特性,以分析非定常流动对分离过程的影响。熊旭军、沙建科、贾如岩等<sup>[15-17]</sup>提出了多级运载火箭冷、热分离阶段的计算公式,并建立了相应的动力学模型和仿真模型,采用蒙特卡洛方法研究了分离体在强干扰条件下或由级间参数不确定性引起的偏移或偏斜情况下的分离安全性问题,以确定分离体之间是否存在

碰撞风险。彭迪等<sup>[18]</sup>认为直接模拟蒙特卡洛方法在预测最危险边界时不够精准,无法考虑到所有偏差条件,因此提出了多岛遗传算法与直接搜索算法相结合的组合优化策略,并针对低空高动压条件下的分离过程,提出了一种能够更快速、准确、有效地预测分离碰撞边界的分离碰撞风险包络分析方法。聂兆伟等<sup>[19,20]</sup>针对对称式飞行器级间冷分离方案,考虑了级间分离过程中的多个不确定性因素,采用活跃子空间方法将高维空间映射到降维空间,提供了适用于高维不确定性的飞行器级间分离可靠性分析方法;同时通过概率一区间混合模型来准确量化飞行器级间分离过程中的随机不确定性和认知不确定性的综合影响。

Modelica 语言是专为跨领域统一建模与仿真设计的,具备多个独特特点,包括面向对象的建模方法、支持非因果关系的可视化建模、基于方程的声明式语言、适用于混合系统的建模与仿真,以及支持跨多个物理领域和学科的建模。在国内外,许多传统的 CAD/CAE/自动化技术提供商已经开始开发基于 Modelica 的多领域统一建模与仿真平台软件,例如, Dymola、LMS AMESim、MapleSim、MWorks、OpenModelica 等。史世杰<sup>[21]</sup>建立了卫星的 Modelica 动力学模型和基础组件模型,并构建了卫星的闭环姿态控制系统模型,通过对控制器参数进行整体优化,实现了从初始姿态到期望姿态的卫星机动仿真,提高了系统的响应速度和控制精度。Liu 等<sup>[22]</sup>利用 Modelica 语言和 MWorks 建模仿真平台,将 Modelica 与 Adams 动力学仿真结果进行对比分析,证明了使用 Modelica 对卫星动力学进行建模仿真的正确性和可行性。Li 等<sup>[23]</sup>基于 Modelica 技术和 Dymola 建模仿真平台,对卫星抖动、姿态控制系统和时间延迟积分电荷耦合器件(TDI CCD)相机成像之间的耦合效应进行建模分析。Müller 等<sup>[24]</sup>基于 Modelica 语言对高空伪卫星(HAPS)进行了多物理仿真分析,建立了长期任务规划器、天气反应制导系统、飞行控制系统、综合环境模型和带有太阳能电力推进系统的 6 自由度模型,并对其进行仿真分析。Pu 等<sup>[25]</sup>基于 Modelica 语言提出了运载火箭级间分离系统模块化高效建模方法,将整个级间分离系统划分为若干与特定拓扑结构要素相对应的模块,通过模块间的灵活组合,可高效构建不同拓扑结构的运载火箭级间分离

仿真模型。Zhang等<sup>[26]</sup>建立了运载火箭级间分离系统的参数化Modelica模型,并与Adams模型对比,验证了参数化模型的正确性。他们还联合MWorks、CoppeliaSim、Matlab、MagicDraw等软件及Functional Mock-up Unit模块,提出了一个具有可扩展性、通用性和高成本效率的双模式数据集成框架,利用远程过程调用和中间交换模块的优势,解决了在单模集成下构建跨域数据链路的挑战<sup>[27]</sup>。

综上,本文基于前期工作建立的运载火箭一二子级模型、作用力模型、爆炸螺栓模型、分离间隙模型和初始状态模型等Modelica模型<sup>[25,26]</sup>,通过搭积木和连线的方式搭建了运载火箭级间分离系统模型,并通过与Adams模型对比仿真结果,验证了模型的正确性;更重要的是,使用蒙特卡洛打靶法对考虑参数偏差的运载火箭级间分离过程中的分离间隙进行了仿真计算和可靠性分析,指出该方法能够识别出级间分离的恶劣工况,可为设计人员提供极限状态下的最小分离间隙,从而优化分离系统的设计裕度。

## 1 理论模型

### 1.1 运载火箭级间分离原理

运载火箭级间分离原理如图1所示<sup>[26]</sup>。分离

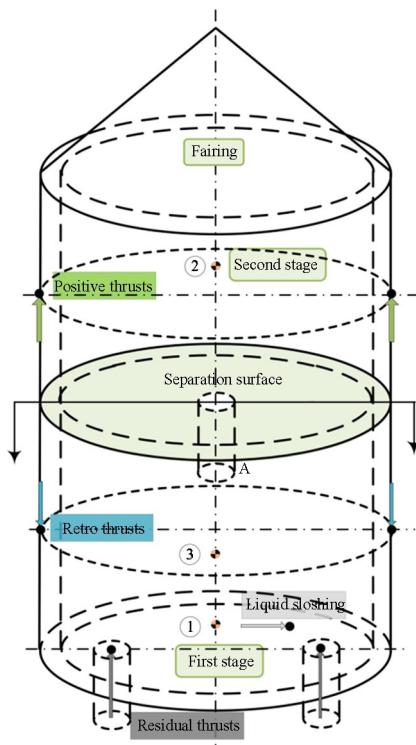


图1 运载火箭级间分离原理图<sup>[26]</sup>

Fig. 1 Stage separation theoretical model of launch vehicles<sup>[26]</sup>

过程中,一子级和二子级简化为刚体,图中①为一子级质心,②为二子级质心,③为整箭质心,A、B为二子级发动机。按分离时序,分离初期,全箭的作用力为一子级上主发动机提供的后效推力,可能持续到分离结束;解锁前一定时间,作用于二子级的正推火箭启动,该正推力持续到分离结束,不仅利于推进剂沉底推,并且可加速分离;解锁时,整箭从分离面断开,同时作用于一子级的反推火箭启动,提供反推力将一子级拉开,此时亦会在一子级贮箱底部施加晃动力。整个分离过程中主要考核二子级发动机A与一子级上端级间段间的最小间隙,二者不得发生碰撞。

### 1.2 动力学方程

运载火箭一、二子级刚体的6个自由度包括3个位置坐标和3个转角坐标,两级质心运动方程为

$$\begin{cases} \mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{F}_1^e + \mathbf{F}_1^c \\ \mathbf{M}_2 \ddot{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{F}_2^e + \mathbf{F}_2^c \end{cases} \quad (1)$$

式中为 $\mathbf{M}_1$ 和 $\mathbf{M}_2$ 分别为一、二子级刚体质量矩阵, $\mathbf{x}_1$ 和 $\mathbf{x}_2$ 为一、二子级在惯性坐标系下的位置坐标, $\mathbf{F}_1^e$ 和 $\mathbf{F}_2^e$ 为一、二子级所受到的外力, $\mathbf{F}_1^c$ 和 $\mathbf{F}_2^c$ 为受到的约束力。

在一、二子级各自连体坐标系下建立转动方程为

$$\begin{cases} \mathbf{I}_1 \dot{\boldsymbol{\omega}}_1 + \boldsymbol{\omega}_1 \times (\mathbf{I}_1 \boldsymbol{\omega}_1) = \mathbf{T}_1^e + \mathbf{T}_1^c + \boldsymbol{\rho}_1 \times \mathbf{F}_1^c \\ \mathbf{I}_2 \dot{\boldsymbol{\omega}}_2 + \boldsymbol{\omega}_2 \times (\mathbf{I}_2 \boldsymbol{\omega}_2) = \mathbf{T}_2^e + \mathbf{T}_2^c + \boldsymbol{\rho}_2 \times \mathbf{F}_2^c \end{cases} \quad (2)$$

式中 $\mathbf{I}_1$ 、 $\mathbf{I}_2$ 为一、二子级绕其质心的惯量矩阵, $\boldsymbol{\omega}_1$ 、 $\boldsymbol{\omega}_2$ 为一、二子级角速度矢量在各自连体基上的投影矢量, $\mathbf{T}_1^e$ 、 $\mathbf{T}_2^e$ 为一、二子级所受到的外力矩, $\mathbf{T}_1^c$ 和 $\mathbf{T}_2^c$ 为约束力矩, $\boldsymbol{\rho}_1$ 、 $\boldsymbol{\rho}_2$ 为约束力作用点到一、二子级质心矢量在连体基上的投影。

根据牛顿第三定律,一、二子级间的约束力和约束力矩大小相等、方向相反,即

$$\begin{cases} \mathbf{F}_1^c + \mathbf{F}_2^c = \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_1^c + \mathbf{T}_2^c + (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) \times \mathbf{F}_2^c = \mathbf{0} \end{cases} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{r}_1$ 、 $\mathbf{r}_2$ 为约束力对一、二子级作用点在惯性系中的位置矢量,并且有

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \boldsymbol{\rho}_1 + \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{r}_2 = \boldsymbol{\rho}_2 + \mathbf{x}_2 \end{cases} \quad (4)$$

文章使用爆炸螺栓模拟运载火箭一、二子级间约束,该约束描述为约束力作用点无相对位移和一、二子级的姿态角保持相等,即

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2 = \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\theta}_1 = \boldsymbol{\theta}_2 \end{cases} \quad (5)$$

式中  $\boldsymbol{\theta}_1$  和  $\boldsymbol{\theta}_2$  为一、二子级的姿态角. 分离结束后该约束方程失效. 这种约束方式易于利用 Modelica 语言实现.

## 2 运载火箭级间分离系统 Modelica 建模

作者在前期工作中已经基于 Modelica 语言建立了考虑偏差的运载火箭一二子级模型、作用力模型、爆炸螺栓模型、分离间隙模型、初始状态模型等<sup>[25]</sup>. 本文在前期工作的基础上, 以搭积木和连线的形式建立运载火箭级间分离系统的 Modelica 模型. 下面对上述 Modelica 模型作简要介绍.

### 2.1 一、二子级模型

由于设计与制造误差, 一、二子级实际质心位置与理想质心位置并不相同, 在分离过程中, 该偏差会对分离过程产生较大的影响. 如图 2 所示, 在理论尖点建立全局坐标系. 决定一、二子级实际质心位置的参数有: 位于箭体轴线的理想质心距理论尖点距离  $x_i^0$ 、质心轴向偏移  $\delta_{xi}$  (沿  $x$  正向为正)、质心横移  $\delta_{ri}$ 、质心横移周向角  $\alpha_i$  (以  $y$  轴为起点, 绕  $x$  轴正向转动为正),  $i=1,2$ .

以二子级为例, 其实际质心位置可表示为

$$\mathbf{r}_2 = (x_2^0 + \delta_{x2} \quad \delta_{r2} \cos \alpha_2 \quad \delta_{r2} \sin \alpha_2)^T \quad (6)$$

将一、二子级的质量、转动惯量等参数作为模

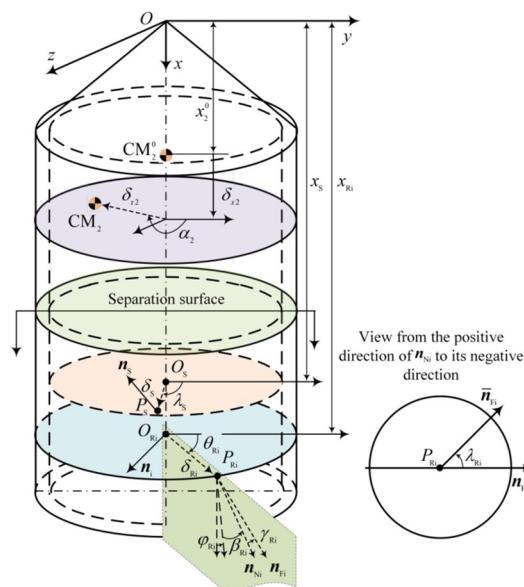


图 2 一、二子级质心及作用力位置和方向示意图

Fig. 2 Schematic diagram of mass centers of stage 1 and stage 2, and positions/directions of the active forces

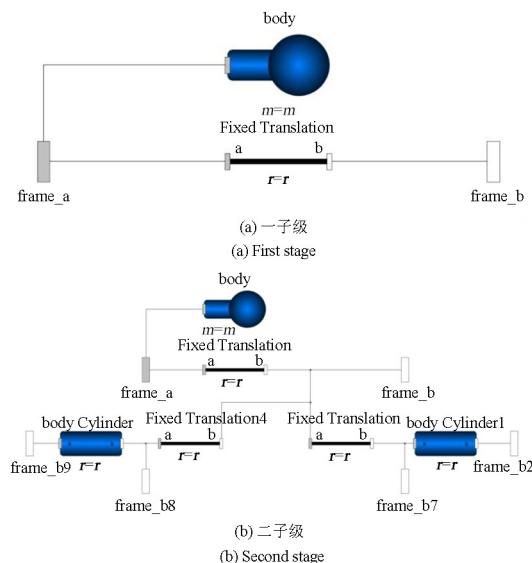


图 3 运载火箭一、二子级 Modelica 模型  
Fig. 3 Modelica models of the two stages of launch vehicles

型输入, 并考虑上述质心位置偏差, 使用 MWorks 基础模型库 Mechanics 包中的 BodyCylinder 组件构建一、二子级模型的 Modelica 模型, 如图 3 所示. 与一子级相比, 二子级还包含了 2 个发动机.

### 2.2 作用力模型

决定正推力、反推力和后效推力的作用位置的参数相同, 为距轴线距离 ( $\delta_P, \delta_R, \delta_A$ ), 距理论尖点距离 ( $x_P, x_R, x_A$ , 沿  $x$  正向为正), 方位角 ( $\theta_P, \theta_R, \theta_A$ , 以  $y$  向为起点, 绕  $x$  轴正向转动为正). 如图 2 所示, 以第  $i$  个反推力火箭为例, 其作用点  $P_{Ri}$  位于  $O_{Ri}$  所在的与  $Oxy$  平行的平面内, 其方位角为

$$\theta_{Ri} = \theta_{R0} + (i-1) \cdot \frac{2\pi}{n_R} \quad (7)$$

式中  $\theta_{R0}$  为初始方位角, 亦即第一颗反推力火箭的方位角,  $n_R$  为反推力火箭数量. 第  $i$  个反推力火箭作用力位置  $P_{Ri}$  点的坐标可表示为

$$\mathbf{r}_{Ri} = (x_{Ri} \quad \delta_{Ri} \cos \theta_{Ri} \quad \delta_{Ri} \sin \theta_{Ri})^T \quad (8)$$

决定正推力、反推力、后效推力的作用方向的参数也相同, 为安装角 ( $\varphi_P, \varphi_R, \varphi_A$ )、喷管出口角 ( $\beta_P, \beta_R, \beta_A$ )、偏斜角 ( $\gamma_P, \gamma_R, \gamma_A$ ) 以及偏斜周向角 ( $\lambda_P, \lambda_R, \lambda_A$ ), 并假设每个小火箭的安装角、喷管出口角和偏斜角均发生于箭体轴线和力作用点组成的平面内, 如图 2 所示. 以第  $i$  个反推力火箭为例, 其安装角、喷管出口角和偏斜角位于  $O, O_{Ri}, P_{Ri}$  三点组成的平面内, 亦即三个角围绕该平面法线  $\mathbf{n}_i$  方法转动. 易得  $\mathbf{n}_i$  为

$$\mathbf{n}_i = (0 \ -\sin\theta_{Ri} \ \cos\theta_{Ri})^T \quad (9)$$

要确定第  $i$  个反推火箭的反推力作用方向  $\bar{\mathbf{n}}_{Fi}$ , 先要确定喷管出口方向  $\mathbf{n}_{Ni}$  和不存在偏斜周向角  $\lambda_{Ri}$  时反推力方向  $\mathbf{n}_{Fi}$ , 再使  $\mathbf{n}_{Fi}$  绕喷管出口方向  $\mathbf{n}_{Ni}$  转动偏斜周向角  $\lambda_{Ri}$ , 即可得  $\bar{\mathbf{n}}_{Fi}$ 。据此<sup>[25]</sup>

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{Ni} = \mathbf{R}_{Ni} (1 \ 0 \ 0)^T \\ \mathbf{n}_{Fi} = \mathbf{R}_{Fi} (1 \ 0 \ 0)^T \\ \bar{\mathbf{n}}_{Fi} = \mathbf{R}_{FN} \mathbf{n}_{Fi} \end{cases} \quad (10)$$

式中三个旋转矩阵定义为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{Ni} &= \mathbf{I} + \sin(\varphi_{Ri} + \beta_{Ri}) \tilde{\mathbf{n}}_i + \\ &\quad [1 - \cos(\varphi_{Ri} + \beta_{Ri})] \tilde{\mathbf{n}}_i^2 \\ \mathbf{R}_{Fi} &= \mathbf{I} + \sin(\varphi_{Ri} + \beta_{Ri} + \gamma_{Ri}) \tilde{\mathbf{n}}_i + \\ &\quad [1 - \cos(\varphi_{Ri} + \beta_{Ri} + \gamma_{Ri})] \tilde{\mathbf{n}}_i^2 \\ \mathbf{R}_{FN} &= \mathbf{I} + \sin(\lambda_{Ri}) \tilde{\mathbf{n}}_{Ni} + [1 - \cos(\lambda_{Ri})] \tilde{\mathbf{n}}_{Ni}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\tilde{\mathbf{n}}_i$ 、 $\tilde{\mathbf{n}}_{Ni}$  分别为  $\mathbf{n}_i$  和  $\mathbf{n}_{Ni}$  的反对称矩阵形式。

考虑上述参数, 使用 MWorks 基础模型库 Mechanics 包中的 FixedRotation 组件, 建立包含位置和方向的作用力 Modelica 模型, 如图 4 所示。

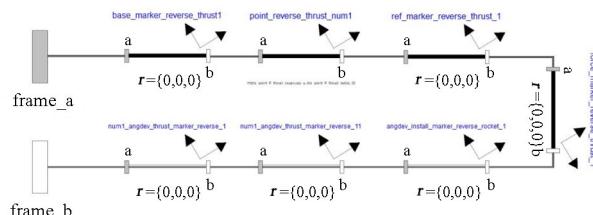


图 4 运载火箭作用力 Modelica 模型

Fig. 4 Modelica model of active forces of launch vehicles

如图 2 所示, 晃动力作用面为参考点  $Q_s$  所在横截面, 决定其作用位置  $P_s$  的参数有参考点距理论尖点距离  $x_s$ 、距轴线距离  $\delta_s$  和绕  $x$  轴正向旋转的周向角  $\lambda_s$ , 其位置可表示为

$$\mathbf{r}_s = (x_s \ \delta_s \cos\lambda_s \ \delta_s \sin\lambda_s)^T \quad (12)$$

其方向可由  $O_s P_s$  绕  $x$  轴正向旋转  $90^\circ$  得到, 即

$$\mathbf{n}_s = (0 \ -\sin\lambda_s \ \cos\lambda_s)^T \quad (13)$$

晃动力的 Modelica 模型与正推力、反推力和后效推力类似, 此处不再赘述。

这里需要指出, 一般地, 当发动机关机后, 推力并不是立刻减为 0, 而是存在后效推力, 该推力形如抛物线减小至 0, 如图 5 中 CD 段所示。故这里使用最小二乘法对关机段实测数据进行拟合, 从而得到后效推力, 绘制拟合曲线, 如图 6 所示。

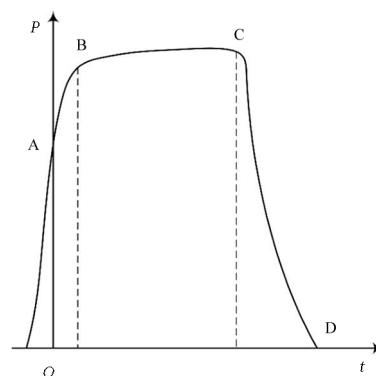


图 5 发动机推力曲线示意图

Fig. 5 Schematic diagram of thrust curve of rocket engines

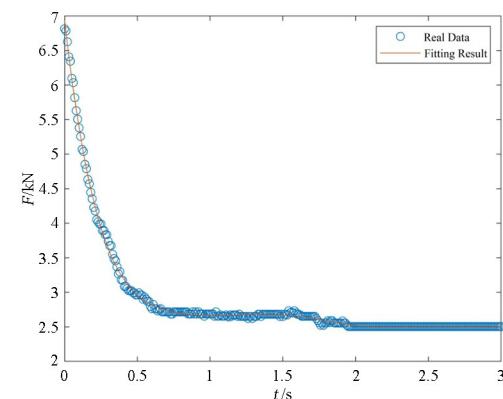


图 6 后效推力曲线

Fig. 6 The residual thrust curve

## 2.3 爆炸螺栓模型

爆炸螺栓起着在一、二级分离前连接一子级与二子级并在分离时刻断开的作用。使用 MWorks 基础模型库 Mechanics 包中 ForceAndTorque 组件作为力与力矩的输入, 组件 relativeSensor 用于测量分离距离。在分离瞬间通过输入信号使与之相连的运载火箭一、二子级断开连接, 并通过 ForceAndTorque 组件对一、二子级火箭施加反推力和力矩, 建立爆炸螺栓的 Modelica 模型, 如图 7 所示。

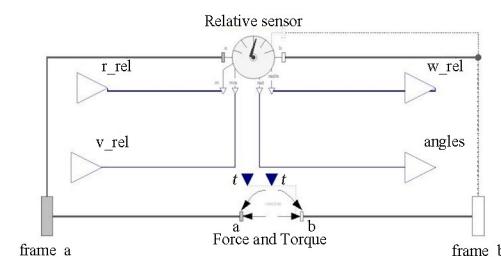


图 7 运载火箭爆炸螺栓 Modelica 模型  
Fig. 7 Modelica model of explosive bolts of launch vehicles

## 2.4 分离间隙模型

运载火箭级间分离时的间隙为二级火箭的圆柱喷管与一级火箭管壁之间的最小距离。由于

MWorks 软件数值计算能力有限,本文通过 MWorks 调用 C++ 程序实现运载火箭级间分离间隙计算功能. 该程序首先根据 MWorks 计算得到的位置信息构造可能发生碰撞的两个圆柱体, 其中一个被离散为网格模型, 然后判断两个圆柱体是否发生了碰撞, 最后将最小距离及发生位置返回给 MWorks. 该程序的核心算法为 `collide` 函数, 其计算过程概括如下:

- (1)根据碰撞请求中的参数,实时更新物体的位置和方向,计算包围盒等;
  - (2)使用包围盒算法进行粗略、快速的碰撞检测;
  - (3)如果包围盒相交,则对圆柱体表面进行更精细的碰撞检测;
  - (4)若检测到碰撞,则根据圆柱体的运动轨迹计算碰撞时刻的位置;
  - (5)输出是否发生碰撞、碰撞点的位置、碰撞的法线方向等信息.

## 2.5 初始状态模型

为了便于研究初始角速度  $\omega_0$  的特性对分离过程的影响,故建立初始状态模型. 使用 MWorks 基础模型库 Mechanics 包中 FreeMotion 组件作为初始速度或初始角速度的输入, 使用 MWorks 基础模型库 Mechanics 包中的 FixedTranslation 组件来确定施加初始状态的位置. 建立的模型如图 8 所示.

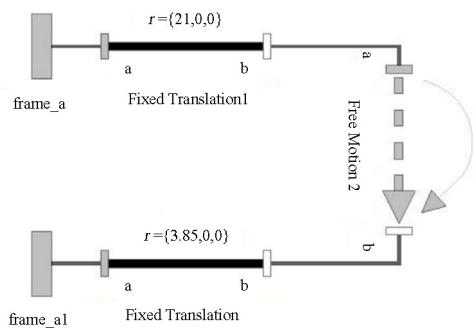


图 8 运载火箭初始状态 Modelica 模型

Fig. 8 Modelica model of initial conditoins of launch vehicles

## 2.6 级间分离系统模型

基于上述一二子级模型、作用力模型、爆炸螺栓模型、分离间隙模型和初始状态模型,采用搭积木和连线的方式,可快速搭建运载火箭级间分离系统模型,如图 9 所示。

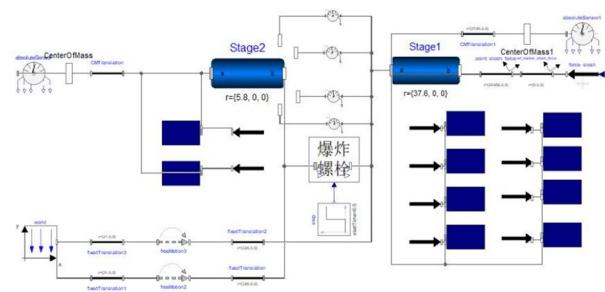


图 9 级间分离系统 Modelica 模型

Fig. 9 Modelica model of stage separation system of launch vehicles

### 3 级间分离系统 Modelica 模型校验

本节使用上节搭建的运载火箭级间分离系统 Modelica 模型与 Adams 模型进行对比, 以达到模型校验的目的. 级间分离系统参数除上述参数外, 还包括如下参数: 正反推力和后效推力的启动不同步时间( $\Delta t_p$ 、 $\Delta t_R$ ), 正反推力(单台)和晃动力的大小( $P_p$ 、 $P_R$ 、 $P_S$ ), 正反推火箭和晃动力的起始时间( $t_p^S$ 、 $t_p^W$ 、 $t_S^S$ )和工作时长( $t_p^W$ 、 $t_p^W$ 、 $t_S^W$ ). 所有参数取值如表 1 所示.

表 1 级间分离系统参数

Table 1 Parameters of stage separation system

Parameter	Value
Retro engines	
$n_R$	8
$\Delta t_R / \text{s}$	0.005
$P_R / \text{N}$	10 750
$t_R^W / \text{s}$	0.9
$t_R^S / \text{s}$	0.5
$\delta_R / \text{m}$	1.9
$x_R / \text{m}$	41
$\theta_{R0} / (\circ)$	22
$\gamma_R / (\circ)$	0
$\lambda_R / (\circ)$	0
$\varphi_R / (\circ)$	0
$\beta_R / (\circ)$	22
Positive engines	
$n_p$	2
$\Delta t_p / \text{s}$	0.01
$P_p / \text{N}$	2200
$t_p^W / \text{s}$	4
$t_p^S / \text{s}$	0
$\delta_p / \text{m}$	2
$x_p / \text{m}$	15
$\theta_{p0} / (\circ)$	20
$\gamma_p / (\circ)$	0
$\lambda_p / (\circ)$	0
$\varphi_p / (\circ)$	0
$\beta_R / (\circ)$	22
Residual thrusts	
$n_A$	4

表1(续)  
Table 1(continued)

Parameter	Value
Residual thrusts	$\delta_A/m$ 1.2
	$x_A/m$ 50
	$\theta_{A0}/(^{\circ})$ 45
	$\gamma_A/(^{\circ})$ 35
	$\lambda_A/(^{\circ})$ 0.222
	$\varphi_A/(^{\circ})$ 1
	$\beta_A/(^{\circ})$ 0
Sloshing force	$P_S/N$ 150
	$t_S^W/s$ 1
	$t_S^S/s$ 0.5
	$x_S/m$ 44.106
	$\delta_S/m$ 0
	$\lambda_S/(^{\circ})$ 0
Stage 1	$x_1^0/m$ 45
	$\delta_{r1}/m$ 0.05
	$\delta_{x1}/m$ 0
	$\alpha_1/(^{\circ})$ 40
	$M_1/kg$ 25 555
	$I_{x1}/(kg \cdot m^2)$ 55 554
	$I_{y1}/(kg \cdot m^2)$ 3 111 171
	$I_{z1}/(kg \cdot m^2)$ 3 111 171
	$x_2^0/m$ 12
Stage 2	$\delta_{r2}/m$ 0.02
	$\delta_{x2}/m$ 0
	$\alpha_2/(^{\circ})$ 45
	$M_2/kg$ 60 000
	$I_{x2}/(kg \cdot m^2)$ 22 222
	$I_{y2}/(kg \cdot m^2)$ 444 411
Other	$I_{z2}/(kg \cdot m^2)$ 444 411
	$\omega_0/(^{\circ}/s)$ 0.5

计算得到了运载火箭一子级和二子级质心的位移、速度、加速度、角速度、角加速度时间历程曲线,如图10和图11所示。从图中可以看出,在级间分离前(0.5 s分离),火箭受到正推力和后效推力的作用,一、二子级运动状态保持一致。随着后效推力逐渐减小,一、二子级的轴向加速度也减小,速度缓慢增加。0.5 s时,级间分离,反推火箭启动,并且由于其冲量较大,导致一子级轴向加速度急剧反向增加。二子级由于失去后效推力的作用,其轴向加速度急剧减小。级间分离后,一子级受到反推火箭的作用,其轴向速度朝着相反的方向增加,而二子级由于受到正推力的作用,轴向速度缓慢增加。反推火箭在1.4 s时停止工作,此时一子级仅受后效推力的作用。

用,其轴向加速度急剧减小,最终趋于稳定。

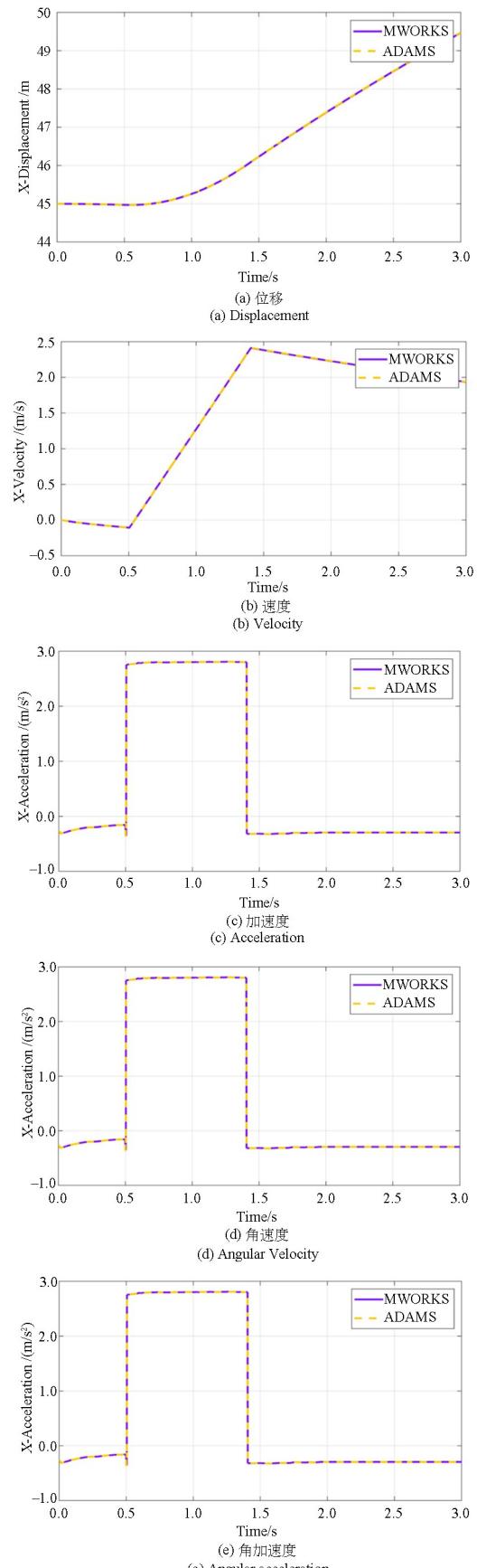


图10 一子级X向位移、速度、加速度、角速度和角加速度  
Fig. 10 The displacement, velocity, acceleration, angular velocity and angular acceleration of stage 1 in X direction

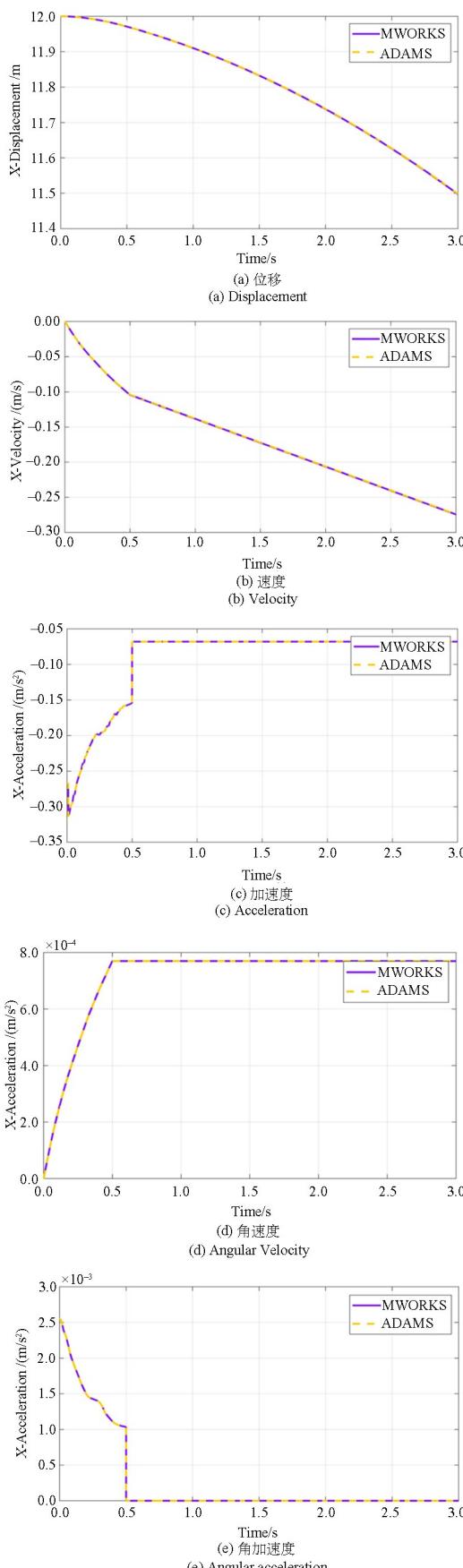


图 11 二子级 X 向位移、速度、加速度、角速度和角加速度  
Fig. 11 The displacement, velocity, acceleration, angular velocity and angular acceleration of stage 2 in X direction

使用 Modelica 模型和 Adams 模型计算得出的结果完全吻合, 证明了建立的运载火箭级间分离系统 Modelica 模型的正确性.

#### 4 级间分离系统可靠性分析

这里假设运载火箭级间安全分离的条件为: 最小分离间隙不小于 100 mm, 完全脱开时间不大于 5 s. 首先给定系统所期待达到的可靠度  $R_0 = 0.9995$ , 为了达到该可靠度需要进行的最小总试验次数为

$$N_T = \frac{1}{1 - R_0} = 2000 \quad (14)$$

由于运载火箭级间分离参数较多, 为保证可靠性分析的准确性, 这里取  $N_T = 5000$ . 通过安全分离试验次数  $N_s$  和总试验次数  $N_T$ , 可得到可靠度计算值, 即<sup>[28]</sup>

$$R = N_s / N_T \quad (15)$$

##### 4.1 参数分布形式

在分离过程中, 火箭的分离结果会受到火箭部件制造偏差、载荷偏差等因素的影响, 而火箭制造偏差、载荷偏差等都满足一定的分布规律. 故使用蒙特卡洛打靶研究级间分离系统的可靠性, 计算分离间隙, 寻找级间分离的恶劣工况. 根据参数的性质, 对其按照特定分布形式进行离散化概率分布, 使用 MWorks 软件中模型试验平台进行打靶仿真计算. 参数的主要分布方式为均匀分布、威布尔分布和正态分布, 如表 2、表 3 和表 4 所示.

表 2 均匀分布参数

Table 2 Parameters obeying uniform distribution

Parameter	Min.	Max.
$\gamma_A /(^{\circ})$	0	360
$\alpha_1 /(^{\circ})$	0	360
$\alpha_2 /(^{\circ})$	0	360
$\lambda_s /(^{\circ})$	0	360

表 3 威布尔分布参数

Table 3 Parameters obeying Weibull distribution

Parameter	Scale parameter	Shape parameter
$\lambda_A /(^{\circ})$	7.5	1
$\delta_{r1} /m$	33	2
$\delta_{r2} /m$	2.2	2

表4 正态分布参数  
Table 4 Parameters obeying normal distribution

Parameter	Min.	Max.	Mean	Variance	
Positive engine	$P_p/N$	2000	2400	2200	67
	$t_p^s/s$	0	0.02	0.01	0.003
	$t_p^w/s$	3.85	4.15	4	0.05
Retro engine	$P_r/N$	9212.5	12 287.5	10 750	513
	$t_r^s/s$	0	0.01	0.005	0.002
	$t_r^w/s$	0.844	0.956	0.9	0.02
Stage 1	$M_1/kg$	23 905	27 205	25 555	550
	$\delta_{r1}/m$	0	-0.4	0.4	0.13
	$I_{x1}/(kg \cdot m^2)$	53 734.4	57 373.6	55 554	607
	$I_{y1}/(kg \cdot m^2)$	2 330 313	3 892 029	3 111 171	260 286
	$I_{z1}/(kg \cdot m^2)$	2 330 313	3 892 029	3 111 171	260 286
Stage 2	$M_2/kg$	49 890.6	70 109.4	60 000	3370
	$\delta_{r2}/m$	0	-1.4	1.4	0.47
	$I_{x2}/(kg \cdot m^2)$	19 402.1	20 669.9	22 222	211
	$I_{y2}/(kg \cdot m^2)$	411 614	477 208	444 411	10 932
	$I_{z2}/(kg \cdot m^2)$	411 614	477 208	444 411	10 932

以服从正态分布的反推力大小、服从威布尔分布的后效推力偏斜周向角和服从均匀分布的质心横移方向为例,取5000组随机数,并绘制其参数概率分布示意图,如图12所示。

对表2~表4中各参数分别按照各自分布形式生成5000组随机数并随机组合进行5000次打靶仿真计算。因验证级间分离是否成功的主要指标为分离间隙最小值,故数据处理时仅计算分离最小间隙。运载火箭级间分离的指标要求为:分离间隙大于100 mm,完全脱开时间小于5 s。

下面将打靶仿真分为三种工况,每种工况均打靶5000次。服从概率分布的参数按照表2~表4进行选取,其余参数参考表1,称该种工况为正常工况。

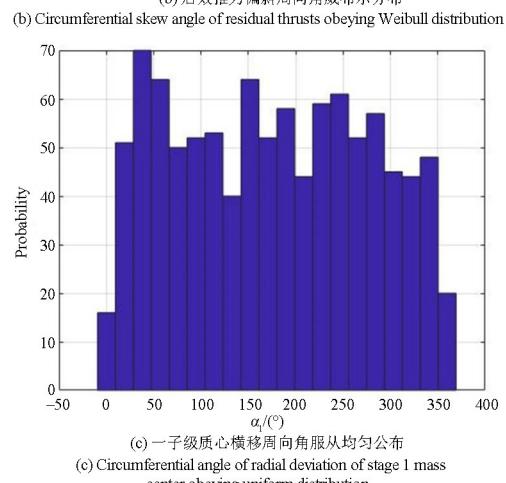
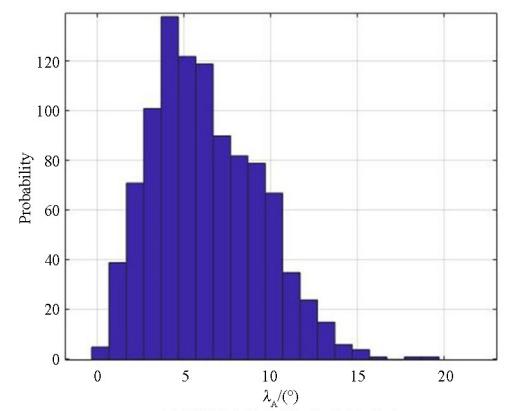
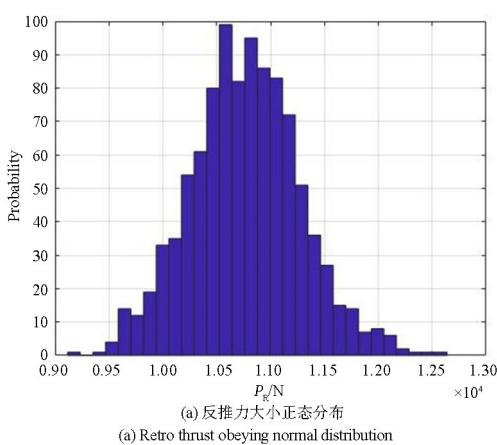


图12 参数不同分布示意图  
Fig. 12 Different distributions of three parameters

工况二、三和工况一的不同之处是分别选取了正推火箭失效和反推火箭失效的情况,打靶仿真该恶劣工况下火箭分离的可靠性。本文选取二子级正推火箭数量为2枚,且呈对称分布,选取一子级反推火箭数量为8枚,因2枚之间相距较近,故将2枚看作1组,共4组,呈均匀分布,如图13所示。

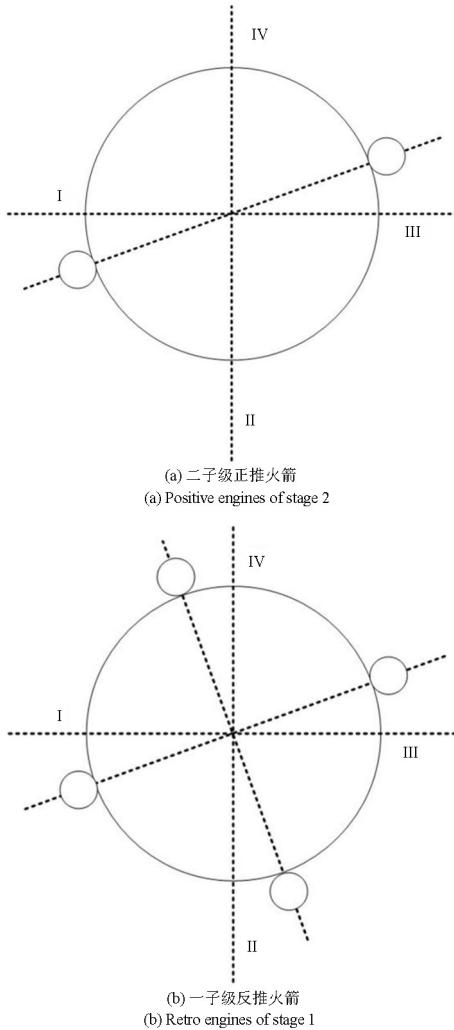


图13 正反推火箭分布示意图

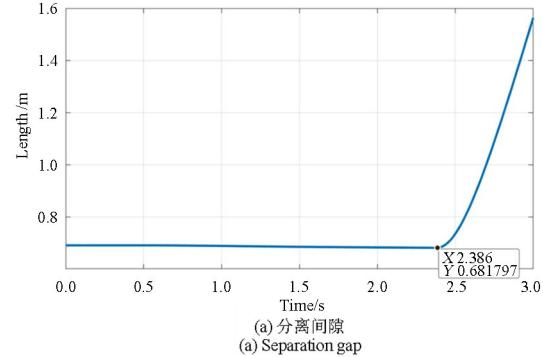
Fig. 13 Distribution diagram of positive and retro engines

## 4.2 工况一:正常工况

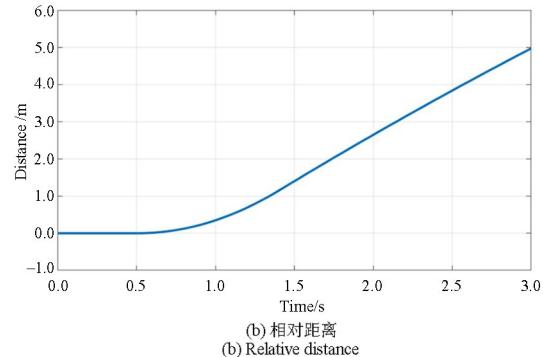
正常工况下打靶5000次,其中某次的一、二子级的分离间隙、相对距离和相对速度的时间历程图如图14所示。从图中可以发现,一子级与二子级在约0.5 s时发生分离,分离距离、分离间隙、一子级与二子级相对速度在0.5 s前均为0。分离距离在0.5 s后逐渐增大。分离间隙在约0.5 s后逐渐减小并且在一子级与二子级完全脱开时达到最小,一子级与二子级完全脱开后分离间隙逐渐增大。分离速度在约0.5 s后逐渐增大,在约1.4 s时,由于反推火箭停止工作所以分离速度缓慢减小直到分离结

束。在正常工况下整个分离过程中最小间隙为681.59 mm,完全脱开时间为2.38 s,分离间隙大于100 mm,完全脱开时间小于5 s,满足安全分离要求。

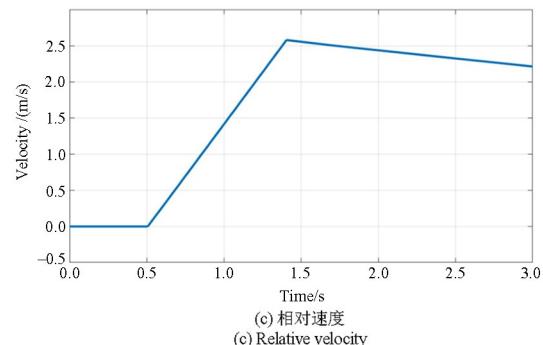
正常工况下打靶5000次,一、二子级的分离间隙时间历程图如图15所示。从图中可以发现,每次打靶结果中都存在最小间隙,比较所有最小间隙并找出其中的最小值,对应工况为正常工况下最为恶



(a) 分离间隙  
(a) Separation gap



(b) 相对距离  
(b) Relative distance



(c) 相对速度  
(c) Relative velocity

图14 工况一中某次分离间隙、相对距离和相对速度时间历程图

Fig. 14 Time history of stage separation gap, relative distance

and velocity in one sub-case of Case 1

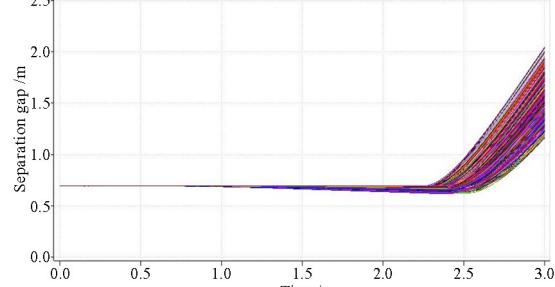


图15 工况一分离间隙时间历程图

Fig. 15 Time history of stage separation gap in Case 1

劣的情况,此时最小间隙为 606.782 mm,完全脱开时间为 2.478 s. 该工况下最小间隙频率分布图如图 16 所示. 结合图 15 和图 16 可知,在 5000 次打靶中,最小分离间隙均不小于 100 mm,完全脱开时间均不大于 5 s,所有打靶试验均满足安全分离要求.

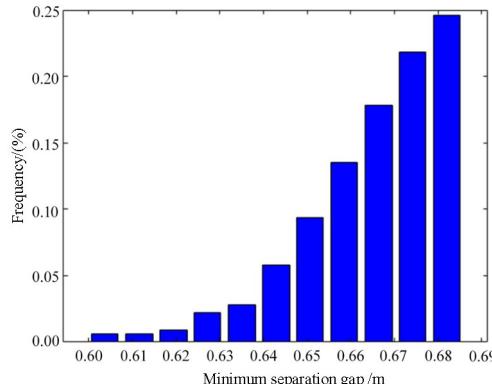


图 16 工况一最小间隙频率分布图

Fig. 16 Frequency distribution of minimum separation gap in Case 1

#### 4.3 工况二:正推火箭失效

正推火箭作用是在级间冷分离时使贮箱内的液体推进剂沉底并稳定排出,以保证二子级发动机正常启动. 由于正推火箭推力较小,对分离过程不起主要作用,故对分离间隙等影响较小. 下面分别取一枚正推火箭失效和两枚正推火箭失效两种工况进行仿真分析.

一枚正推火箭失效工况下打靶 5000 次,一、二子级的间隙时间历程图和最小间隙频率分布分别如图 17 和图 18 所示. 一枚正推火箭失效工况下最恶劣情况的最小间隙为 597.579 mm,完全脱开时间为 2.508 s. 分离间隙大于 100 mm,完全脱开时间小于 5 s,所有打靶试验均满足安全分离要求. 与正常工况相比,由于一枚正推火箭失去作用,导致完全脱开时间延后,分离最小间隙减小.

两枚正推火箭失效工况下打靶 5000 次,一、二子级的间隙时间历程图和最小间隙频率分布分别如图 19 和图 20 所示. 最恶劣情况的最小间隙为 604.665 mm,完全脱开时间为 2.448 s. 分离间隙大于 100 mm,完全脱开时间小于 5 s,所有打靶试验均满足安全分离要求. 与正常工况相比,由于两枚反推火箭均失去作用,导致完全脱开时间延后. 还可以发现,两枚正推火箭均失效时,最小间隙相较于一枚正推火箭失效时增大. 这是由于正推火箭为对称分布[图 13(a)],仅失效一枚正推火箭时会对二子级质心产生额外力矩,使二子级绕垂直轴线

方向旋转,进而使最小间隙小于两枚正推火箭同时失效的情况.

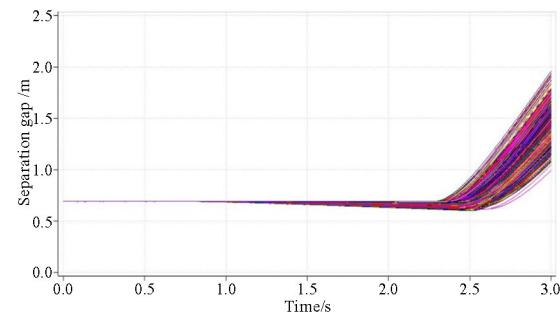


图 17 工况二分离间隙时间历程图(一枚正推火箭失效)

Fig. 17 Time history of stage separation gap in Case 2 with one positive engine failure

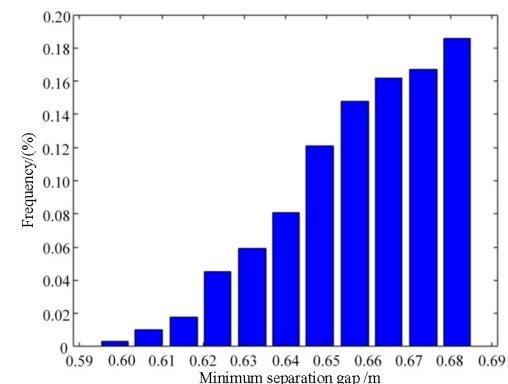


图 18 工况二最小间隙频率分布图(一枚正推火箭失效)

Fig. 18 Frequency distribution of minimum separation gap in Case 2 with one positive engine failure

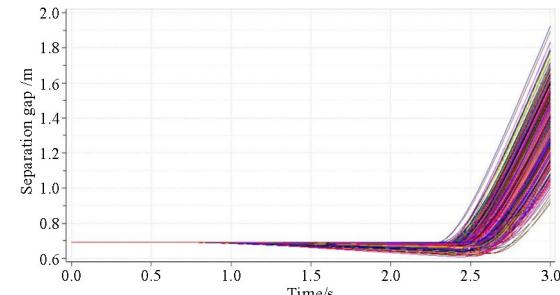


图 19 工况二分离间隙时间历程图(两枚正推火箭失效)

Fig. 19 Time history of stage separation gap in Case 2 with two positive engines failure

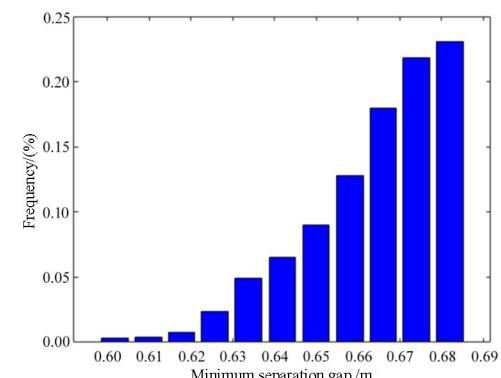


图 20 工况二最小间隙频率分布图(两枚正推火箭失效)

Fig. 20 Frequency distribution of minimum separation gap in Case 2 with two positive engines failure

#### 4.4 工况三:反推火箭失效

相较于附加于二子级的正推火箭,附加于一子级的反推火箭推力较大,在运载火箭级间分离的过程中起主要作用,它的失效会对分离产生较大的影响。这里分别取一枚反推火箭失效和两枚反推火箭失效两种工况进行仿真分析。

一枚反推火箭失效工况下打靶 5000 次,一、二子级的间隙时间历程图和最小间隙频率分布分别如图 21 和图 22 所示。一枚反推火箭失效工况下最恶劣情况的最小间隙为 503.057 mm,完全脱开时间为 2.64 s,所有打靶试验均满足安全分离要求。与工况一、二相比,由于一枚反推火箭失去作用,导致完全脱开时间延后,分离最小间隙减小。

两枚反推火箭失效共可分为三种失效情况(图 23):同一组两枚反推火箭均失效;对称的两组中各失效一枚反推火箭;同侧的两组中各失效一枚反推火箭。不难分析得出,当同一组两枚反推火箭均失效时,对火箭质心产生的力矩最大,会使一子级绕垂直轴线方向产生更快的旋转,故分离最小间隙更小,是两枚反推火箭失效工况下最恶劣的情况,故后续打靶只分析同组两枚反推火箭失效的情况。

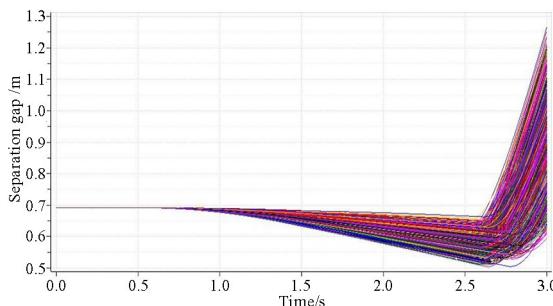


图 21 工况三分离间隙时间历程图(一枚反推火箭失效)  
Fig. 21 Time history of stage separation gap in Case 3 with one retro engine failure

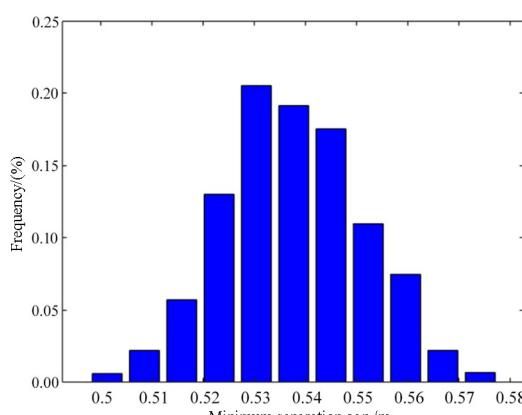


图 22 工况三最小间隙频率分布图(一枚反推火箭失效)  
Fig. 22 Frequency distribution of minimum separation gap in Case 3 with one retro engine failure

同组两枚反推火箭失效工况下打靶 5000 次,一、二子级的间隙时间历程图和最小间隙频率分布分别如图 24 和图 25 所示。两枚反推火箭失效工况下最恶劣情况的最小间隙为 283.124 mm,完全脱开时间为 3.016 s,所有打靶试验均满足安全分离要求。但与前述所有工况相比,最小分离间隙显著减小,完全脱开时间显著增加。

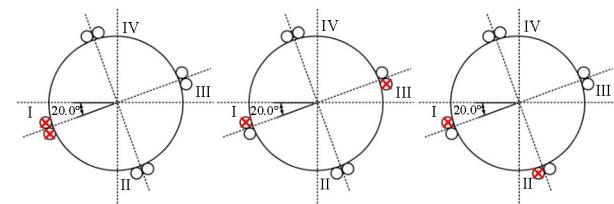


图 23 两枚反推火箭失效示意图  
Fig. 23 Schematic diagram of failures of two retro engines

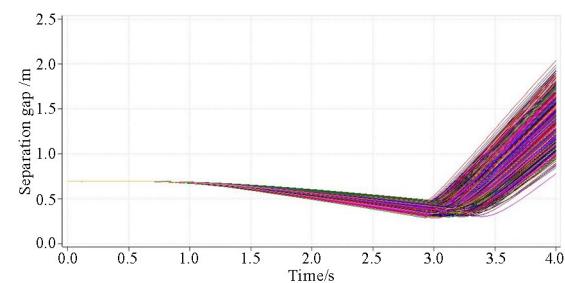


图 24 工况三分离间隙时间历程图(两枚反推火箭失效)  
Fig. 24 Time history of stage separation gap in Case 3 with two retro engines failure

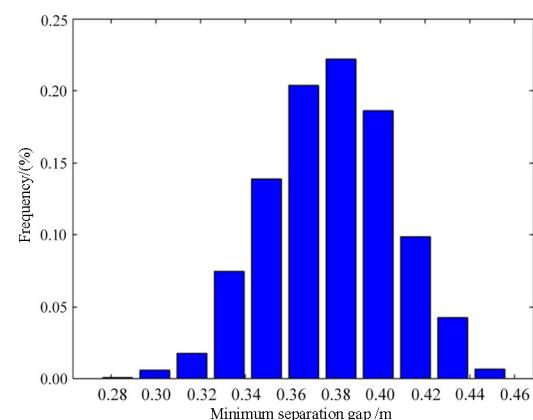


图 25 工况三最小间隙频率分布图(两枚反推火箭失效)  
Fig. 25 Frequency distribution of minimum separation gap in Case 3 with two retro engines failure

## 5 结论

文章推导了运载火箭级间分离原理和动力学方程,基于 Modelica 语言建立了考虑参数偏差的运载火箭一二子级模型、作用力模型、爆炸螺栓模型、最小间隙模型和初始状态模型,并通过搭积木和连线的方式搭建了运载火箭级间分离系统 Modelica 模型。通过与 Adams 模型的仿真结果进行对比,发现两种模型结果吻合得很好,验证了本

文建立的运载火箭级间分离系统Modelica模型的正确性。考虑若干存在偏差的级间分离参数服从正态、均匀、威布尔等概率分布,使用蒙特卡洛打靶法对运载火箭正常分离、正推火箭失效、反推火箭失效等几种工况下的级间分离过程的最小间隙和完全脱开时间进行了仿真计算,分析了级间分离的可靠性,通过分析所有打靶试验发现三种工况均满足安全分离要求、可靠性要求;与正常工况相比,正推火箭失效和反推火箭失效两种工况分离间隙的最小值减小,一、二子级间完全脱开时间增大,其中同组两枚反推火箭同时失效的情况对级间分离的影响最为显著,可为设计人员提供极限状态下的最小分离间隙,从而优化分离系统的设计裕度。

## 参考文献

- [1] 徐大富,张哲,吴克,等.垂直起降重复使用运载火箭发展趋势与关键技术研究进展[J].科学通报,2016,61(32): 3453—3463.  
XU D F, ZHANG Z, WU K, et al. Recent progress on development trend and key technologies of vertical take-off vertical landing reusable launch vehicle [J]. Chinese Science Bulletin, 2016, 61 (32): 3453—3463. (in Chinese)
- [2] 吕艳,钟杰华,尹世明.基于不确定性分析的级间分离建模与仿真[J].飞行力学,2019,37(2):72—76.  
LYU Y, ZHONG J H, YIN S M. Modeling and simulation of stage-separation based on uncertainty analysis [J]. Flight Dynamics, 2019, 37(2): 72—76. (in Chinese)
- [3] HU X Z, CHEN X Q, ZHAO Y, et al. Active subspace approach to reliability and safety assessments of small satellite separation [J]. Acta Astronautica, 2017, 131: 159—165.
- [4] 张华,胡震宇,刘汉武,等.基于多参数偏差影响的航天器分离动力学仿真研究[J].力学与控制学报,2018,16(4): 295—301.  
ZHANG H, HU Z Y, LIU H W, et al. Research on dynamic simulation of on-orbit aircraft separation based on multiple parameters deviation influence [J]. Journal of Dynamics and Control, 2018, 16 (4): 295—301. (in Chinese)
- [5] 张海瑞,王浩,王尧,等.基于不确定性的飞行器分离可靠性建模与分析方法[J].宇航学报,2019,40(4): 378—385.  
ZHANG H R, WANG H, WANG Y, et al. Uncertainty-based reliability modeling and analysis method of flight vehicle separation [J]. Journal of Astronautics, 2019, 40(4): 378—385. (in Chinese)
- [6] ZHU X C, LI H Y, YU T X, et al. Research on reliability analysis for low-altitude and high-speed payload fairing separation [C]//2013 International Conference on Quality, Reliability, Risk, Maintenance, and Safety Engineering (QR2MSE). New York: IEEE, 2013: 90—94.
- [7] ACQUATELLA B P, REINER M J. Modelica stage separation dynamics modeling for end-to-end launch vehicle trajectory simulations [C]//Proceedings of the 10th International Modelica Conference. Linköping, Switzerland: LiU Electronic Press, 2014.
- [8] 孙平,刘昆.小型固体运载器一、二级分离动力学与仿真研究[J].国防科技大学学报,2010,32(2):27—32.  
SUN P, LIU K. Axial stage separation with close-loop attitude control of a small solid launcher [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(2): 27—32. (in Chinese)
- [9] 沙建科,徐敏,施雨阳.基于蒙特卡洛模拟的导弹级间分离干扰仿真[J].科学技术与工程,2014,14(23): 306—310.  
SHE J K, XU M, SHI Y Y. Simulation of disturbance of missile stage separation based on Monte Carlo method [J]. Science Technology and Engineering, 2014, 14(23): 306—310. (in Chinese)
- [10] ROSHANIAN J, TALEBI M. Monte Carlo simulation of stage separation dynamics of a multistage launch vehicle [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2008, 29(11): 1411—1426.
- [11] 李慧通,赵阳,黄意新,等.新型级间分离方案设计与仿真[J].固体火箭技术,2016,39(4): 580—587.  
LI H T, ZHAO Y, HUANG Y X, et al. Design and simulation of new stage separation scheme [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2016, 39(4): 580—587. (in Chinese)
- [12] 沈晓凤,肖余之,杜三虎,等.基于蒙特卡罗方法的小卫星偏心分离动力学分析[J].上海航天,2014,31(1): 12—17, 72.  
SHEN X F, XIAO Y Z, DU S H, et al. Dynamic simulation of eccentric sub-satellite based on Monte Carlo method [J]. Aerospace Shanghai, 2014, 31 (1): 12—17, 72. (in Chinese)
- [13] 颜驿蒙.运载火箭分离动态仿真及可靠性分析[D].

- 南京:南京航空航天大学,2020.
- Yan Y M. Dynamics and reliability analysis of launch vehicle separation [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020 (in Chinese)
- [14] ERAMYA A, CLINE J, BRAUNSTEIN M, et al. Transient modeling of high-altitude rocket-stage separation [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 2008, 45(4): 698–705.
- [15] 熊旭军. 级间分离中的参数不确定性对箭体响应的影响[J]. 科技视界, 2017(8): 4–7.
- XIONG X J. Separation dynamics of a multistage launch vehicle considering parameter uncertainty [J]. Science & Technology Vision, 2017(8): 4–7. (in Chinese)
- [16] 沙建科, 徐敏, 施雨阳. 导弹级间分离干扰力学仿真研究[J]. 应用力学学报, 2014, 31(3): 364–369, 488.
- SHA J K, XU M, SHI Y Y. Analysis of interference factors on missile separation [J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2014, 31(3): 364–369, 488. (in Chinese)
- [17] 贾如岩, 江振宇, 张为华. 高超声速飞行器级间分离偏差干扰仿真[J]. 固体火箭技术, 2012, 35(5): 578–582.
- JIA R Y, JIANG Z Y, ZHANG W H. Simulation of off-nominal parameters disturbance of hypersonic vehicle stage separation [J]. Journal of Solid Rocket Technology, 2012, 35(5): 578–582. (in Chinese)
- [18] 彭迪,任怀宇,刘辉,等. 低空大动压级间分离碰撞边界预示方法[J]. 宇航学报,2015,36(5):504–509.
- PENG D, REN H Y, LIU H, et al. Prediction method for interstage separation collision boundary under condition of low altitude and high dynamic pressure [J]. Journal of Astronautics, 2015, 36(5): 504–509. (in Chinese)
- [19] 聂兆伟, 王浩, 秦梦, 等. 高维不确定性条件下飞行器级间分离可靠性评估[J]. 宇航学报, 2021, 42(12): 1525–1531.
- NIE Z W, WANG H, QIN M, et al. Reliability assessment of flight vehicle stage separation considering high-dimensional uncertainties [J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(12): 1525–1531. (in Chinese)
- [20] 聂兆伟, 王浩, 秦梦, 等. 混合不确定条件下的飞行器级间分离可靠性分析[J]. 国防科技大学学报, 2022, 44(3): 104–111.
- NIE Z W, WANG H, QIN M, et al. Reliability analysis of flight vehicle stage separation under mixed uncertainties [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2022, 44(3): 104–111. (in Chinese)
- [21] 史世杰. 基于 Modelica 的卫星动力学与姿态控制系统建模与仿真分析[D]. 武汉:华中科技大学,2021.
- SHI S J. Modeling and simulation of satellite dynamics and attitude control system based on Modelica [D]. Wuhan: Huazhong University of Science & Technology, 2021. (in Chinese)
- [22] LIU Y, SHANGGUAN D, YAO J, et al. Modeling and simulation of satellite attitude dynamics and control system using modelica [J]. Journal of Physics: Conference Series, 2019, 1215: 012014.
- [23] LI Y, ZHEN Y, MA X, et al. Modeling the coupling effect of jitter and attitude control on tdcicd camera imaging [C]//Image & Signal Processing for Remote Sensing XXII. Bellingham, WA, USA: International Society for Optics and Photonics, 2016.
- [24] MÜLLER R, KIAM J J, MOTHES F. Multiphysical simulation of a semi-autonomous solar powered high altitude pseudo-satellite [C]// IEEE Aerospace Conference. New York: IEEE, 2018.
- [25] PU J R, WANG Q T, LIU Z D, et al. Modeling and simulation of stage separation system of launch vehicles based on MWorks [C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Mechanical System Dynamics (ICMSD 2023). Singapore: Springer, 2023: 3853–3874.
- [26] ZHANG W F, CAI X F, LIU Z D, et al. Parameterized modelling of stage separation of launch vehicles with Modelica [C]//Proceedings of the 2nd International Conference on Mechanical System Dynamics. (ICMSD 2023). Singapore: Springer, 2023: 3997–4016.
- [27] ZHANG W F, CAI X S, LIU Z D, et al. A dual-mode integration framework and application to agile feedback design of launch vehicles [J]. International Journal of Mechanical System Dynamics, 2024, 4(2): 226–239.
- [28] 黄峰. 基于蒙特卡洛方法的航天器分离可靠性分析[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2016.
- HUANG F. Reliability analysis of spacecraft separation based on monte carlo method [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2016. (in Chinese)