

弯曲波传播理论结合波动理论识别梁体结构损伤^{*}

李严晨 常军[†]

(苏州科技大学 土木工程学院, 苏州 215011)

摘要 为了解决基于模态参数的梁体结构局部损伤识别精度不高的问题,提出了一种弯曲波传播理论和波动理论相结合的损伤识别方法.首先,根据伯努利-欧拉梁模型研究承受弯曲变形的细长梁的运动方程,并对梁中弯曲波的传播进行了理论分析,得到梁中传播的弯曲波波速;其次,通过波动理论对梁中弯曲波进行识别;最后,基于梁刚度与弯曲波波速的关系构建了波传播时间损伤指标,识别结构损伤,包括损伤位置和损伤程度.数值模型和实验室试验对该方法的有效性进行了验证,也证实了该方法具有较好的抗噪性.

关键词 弯曲波传播, 波动理论, 波传播时间, 损伤识别, 梁体结构

中图分类号:U443

文献标志码:A

Flexural Wave Propagation Method Combined with the Wave Theory to Identify Damage in Beam Structures^{*}

Li Yanchen Chang Jun[†]

(School of Civil Engineering, SuZhou University of Science and Technology, Suzhou 215011, China)

Abstract To address the issue of low accuracy in local damage identification of beam structures based on modal parameters, a combined damage identification method integrating the theory of flexural wave propagation and wave theory is proposed. Firstly, the motion equation governing the flexural deformation of slender beams under the Bernoulli-Euler beam model is derived, and theoretical analysis of flexural wave propagation in the beam is conducted to obtain the wave propagation solution. Secondly, flexural wave in the beam is identified using wave theory. Finally, a damage index based on the relationship between beam stiffness and flexural wave velocity is constructed to identify structural damage, including its location and degree. The method is validated through numerical models and laboratory experiments, demonstrating it has good noise immunity.

Key words flexural wave propagation, wave theory, wave travel time, damage identification, beam structure

引言

如今,基于结构健康监测(SHM)的桥梁损伤

监测技术中大多是基于监测结构的动力特性(频率和振型等)的变化,这是结构的全局特性,取决于结构的整体刚度^[1,2].因此,当损伤是局部的时候,变

2024-09-28 收到第 1 稿,2024-11-19 收到修改稿.

^{*} 国家自然科学基金资助项目(51908395),江苏省研究生科研创新计划资助项目(KYCX23_3338),National Natural Science Foundation of China(51908395),Innovation Program for Postgraduate in Higher Education Institutions of Jiangsu Province of China(KYCX23_3338).

[†] 通信作者 E-mail:changjun21@126.com

化很小^[3],其对环境影响和边界条件的变化也很敏感,这些影响难以分离,并且可能对记录的响应产生类似破坏的影响^[4,5].相比之下,有研究表明波动法相对于振动法对损伤更为敏感,能够反映出结构振动时真实的时间效应^[6],且对土-结构相互作用不敏感.波动理论将动态系统的响应视为传播波的叠加,波在介质中传播时,其波形、幅值、相位和传播时间等相关参数取决于介质的本构关系,因此,波参数的识别可对系统刚度进行间接评估.

波动理论是基于结构响应分析的波传播方法,即结构的响应可以表示为通过结构传播、并从结构内外边界反射并相互干扰的波的叠加^[7,8].由于局部损伤造成的刚度变化会导致波的传播时间的变化^[9],这可以通过检测结构受损区域两侧记录的响应数据来识别.波传播时间的变化只取决于传感器之间物理性质的变化.

2006~2016年期间,Snieder等^[10]首次提出用地震干涉测量法来分析 Millikan 图书馆的建筑响应,并用反褶积波确定了建筑物的剪切速度和衰减. Todorovska 团队^[11-15]在此基础上,一直在做将波动理论应用于建筑物上的尝试,通过引入时移匹配算法(TSM)和非线性最小二乘拟合算法(LSQ)对脉冲响应函数法算法的改进以及梁模型的改进,从而提高了波速识别的分辨率和精度.2017年,马占雄^[16]基于波动的观点建立剪切波速指标,通过分析波速变化成功判别了结构中的损伤.2019年,Ubertaini等^[17]将波动理论成功应用在砌体结构,并通过三维有限元模型有效地验证了通过应变/加速度记录的波传播法能有效识别(检测、定位和量化)地震损伤.2021年,Rahmani等^[18]证明了 Timoshenko 梁是高层规则平面建筑在长周期范围内是一种较好的物理模型,且波形反演算法可以为 SHM 提供“应变型”基线,反映出结构的非线性弹性行为.同年,Girmay等^[19]研究了一维波在悬臂锥型结构剪切变形中的传播,提出了一种双楔形剪切梁模型,并成功应用于金字塔型钢框架摩天大楼上,使波动理论适用范围扩展至锥型结构.2022年,李旭等^[20]通过建立波能量指标,通过数值模拟和三层钢框架试验验证了该方法的适用性.同年,谭栋国等^[21]研究了二次到达波在平板结构中的传播,并成功应用于增材制造平板的缺陷定位.2023年,Rahmani等^[22]引入了波形反转算法的许多改

进,如阻尼常数的估计,并于 UCSD 和 NEES 振动台上成功应用于一个全尺寸的7层剪力墙建筑.

综上所述,目前研究主要应用于剪切型结构,但将其应用于弯曲振动为主的桥梁结构中进行监测和损伤识别仍有欠缺.为此,论文从弯曲波传播理论出发,构建基于梁刚度与弯曲波波速关系的波传播时间损伤指标,通过波动理论分析结构输出响应信号,进而得到桥梁各区段之间的波传播时间,并基于损伤指标对桥梁进行损伤识别.

1 弯曲波传播理论

对于弯曲运动的梁,可视为承受横向荷载的长条形单元,梁中质点的位移主要为垂直于轴线的横向位移,其受力状态用作用在横截面上的弯矩和剪力描述.

研究如图1所示细长梁承受弯曲变形的伯努利-欧拉梁模型波动问题,由文献[23]可得梁运动方程为:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right] + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \eta A \frac{\partial v}{\partial x} = q(x, t) \equiv q_v - \frac{\partial q_\varphi}{\partial x} \quad (1)$$

式中, I 为截面二阶矩, EI 为抗弯刚度, q_φ 为分布扭矩, q_v 为横向荷载, ρ 为密度, A 为截面积.

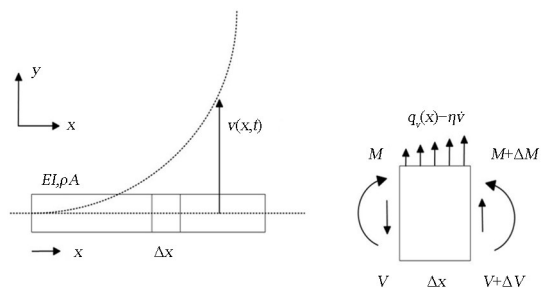


图1 弯曲的细长梁及典型承载单元
Fig.1 Slender beam in flexure and typical loaded element

假定梁的横截面在运动过程中保持平面且形状和大小不变,则对齐次微分方程进行谱分析:

$$\frac{d^2 \hat{v}}{dx^4} - \beta^4 \hat{v} = 0, \beta^2 \equiv \sqrt{\frac{\omega^2 \rho A - i\omega \eta A}{EI}} \quad (2)$$

式(2)的特解可从下式特解得到:

$$\frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} + \beta^2 \hat{v} = 0, \frac{d^2 \hat{v}}{dx^2} - \beta^2 \hat{v} = 0 \quad (3)$$

此形式表示梁存在两种不同的基本模式.由方程系数可知解具有指数形式 e^{-ikx} :

$$k_1 = \pm\beta, k_2 = \pm i\beta \quad (4)$$

则方程完备解为:

$$v(x, t) = \sum \left[\frac{\mathbf{A}e^{-i\beta x} + \mathbf{B}e^{-\beta x}}{\mathbf{C}e^{+i\beta x} + \mathbf{D}e^{+\beta x}} \right] e^{i\omega t} \quad (5)$$

第一项和第三项为第一模态,主要为行波解,而第二项和第四项为第二模态,主要为快衰波解,因此该模态不具有传播特性,只考虑第一项和第三项的行波解,得相应相速度为:

$$c \equiv \frac{\omega}{k} = \sqrt{\omega} \left[\frac{EI}{\rho A} \right]^{1/4} \quad (6)$$

在以弯曲运动为主的桥梁结构响应中,每区段的波传播时间为:

$$t = x/c = x / \sqrt{\omega} \left[\frac{EI}{\rho A} \right]^{1/4} \quad (7)$$

式中: x 为结构中传感器之间的距离; c 为结构中的波速。

以式(7)求得的波速为传递量,定义基于损伤的波传播时间的损伤指标 D 为:

$$D = \left| \frac{E_h - E_d}{E_h} \right| = \left| \frac{\left(\frac{1}{t_h} \right)^4 - \left(\frac{1}{t_d} \right)^4}{\left(\frac{1}{t_d} \right)^4} \right| \quad (8)$$

式中: E_h 和 E_d 分别代表结构健康状态下与损伤状态下的刚度; t_h 和 t_d 分别代表结构健康状态下与损伤状态下的波传播时间。

2 波动理论

波动理论是基于对穿过结构的波的速度度的空间分布的评估. 这是通过构建系统的格林函数来实现的,该函数描述了沿着监测结构部署的传感器组之间的弹性波传播. 为了测得桥梁不同区段波传播时间,采用脉冲响应函数法。

假设桥梁为线性时不变系统,参考传感器 $a(x_{\text{ref}}, t)$ 和任意传感器 $a(x, t)$ 的加速度记录可以在时域 t 中相关为:

$$a(x, t) = a(x_{\text{ref}}, t) * h(x, x_{\text{ref}}, t) \\ = \int_0^t a(x_{\text{ref}}, s) h(x, x_{\text{ref}}, t - s) ds \quad (9)$$

在频域中:

$$\hat{a}(x, \omega) = \hat{a}(x_{\text{ref}}, \omega) \hat{h}(x, x_{\text{ref}}, \omega) \quad (10)$$

式中, $*$ 表示卷积, $\wedge$ 表示为傅里叶变换, 函数 $\hat{h}(x, x_{\text{ref}}, \omega)$ 和 $h(x, x_{\text{ref}}, t)$ 分别表示为输出信号 $a(x, t)$ 与输入信号 $a(x_{\text{ref}}, t)$ 之间的传递函数

(transfer function, TF) 和脉冲响应函数 (impulse response function, IRF). 式(9)表示,在参考传感器的位置处, $x = x_{\text{ref}}$, $\hat{h}(x_{\text{ref}}, x_{\text{ref}}, \omega) = 1$, 因此, $\hat{h}(x_{\text{ref}}, x_{\text{ref}}, \omega) = \delta(t)$, $\delta(t)$ 为狄拉克函数. 由此, IRF 将系统的响应与参考传感器处施加的虚拟脉冲物理地关联. IRF 表示为:

$$h(x, x_{\text{ref}}, t) = F^{-1} \{ \hat{h}(x, x_{\text{ref}}, \omega) \} \\ = F^{-1} \left\{ \frac{\hat{a}(x, \omega)}{\hat{a}(x_{\text{ref}}, \omega)} \right\} \quad (11)$$

式中, F^{-1} 表示为傅里叶逆变换, 然而, 由于在实际生活中, 振动只能被离散采样, 所以仅针对有限频带内 $|\omega| < \omega_{\text{max}} = \pi F_s$ 获得 IRF. F_s 为采样频率.

$$h(x, x_{\text{ref}}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_{\text{max}}}^{+\omega_{\text{max}}} \hat{h}(x, x_{\text{ref}}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (12)$$

所以,在方程(11)中,IRF 的正则化公式如下所示:

$$h(x, x_{\text{ref}}, t) \approx F^{-1} \left\{ \frac{\hat{a}(x, \omega) \overline{\hat{a}(x_{\text{ref}}, \omega)}}{|\hat{a}(x_{\text{ref}}, \omega)|^2 + \epsilon} \right\} \quad (13)$$

式中, $\overline{\hat{a}(x_{\text{ref}}, \omega)}$ 表示为复共轭, 并且 ϵ 表示为避免数值不稳定性的正则化参数. 其值等于参考输入信号的平均功率的 10%, 该分析用于对波传播时间变化的检测识别。

IRF 提供了桥梁中传播的波形, 通过简单的峰值拾取分析来识别波速的空间分布, 如图 2 所示, 根据射线理论, 首先跟踪传感器之间的射线路径, 然后, 通过沿着识别的射线路径对它们相应 $h(x_{i+1}, t)$ 和 $h(x_i, t)$ 的 IRF 最大值进行峰值拾取, 可以获得在 x_{i+1} 和 x_i 处记录的响应之间的第 i 个时移 τ_i , τ_i 的时间分辨率取决于响应的采样频率. 脉冲的速度可以计算为 $v_i = l_i / \tau_i$, 其中 l_i 是传感器之间的间隔 $l_i = x_{i+1} - x_i$, τ_i 是 $h(x_i, t)$ 的 IRF 最大值所对应的时间. 在 N 个不同的传感器监测的桥梁中可以计算的 IRF 的数量等于 N , 因此, 识别的波速分布的分辨率为 $N-1$. 值得注意的是, 由于脉冲 v_i 的速度与第 i 个和第 $i+1$ 个传感器之间的结构刚度直接相关, 因此由于局部损伤所引起的刚度降低, 其形状可以表示为波传播时间的增加. 在此基础上, 将通过 IRF 识别到的波传播时间代入损伤指标(8)即可完成对桥梁的损伤识别。

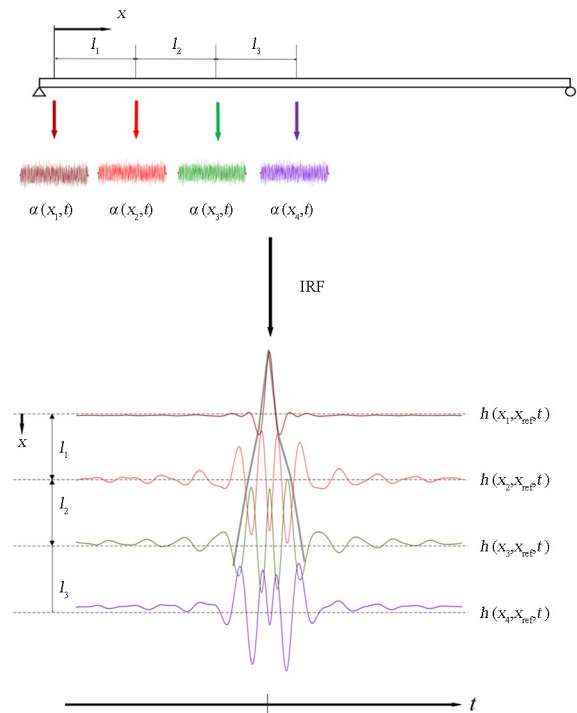


图 2 弯曲波传播理论结合波动理论识别桥梁响应示意图
Fig. 2 Schematic diagram of bridge response identification using the flexural wave propagation method combined with wave theory

3 案例分析

3.1 简支梁数值模型

采用 Abaqus 软件建立如图 3 所示的简支梁数值模型. 材料参数定义如下: 长 60 m, 截面为 0.8 m × 0.5 m, 密度为 2500 kg/m³, 弹性模量 $E = 3 \times 10^{10}$ N/m², 泊松比为 0.2. 主梁共划分为 6 个单元 (编号为 S1~S6) 和 7 个节点 (编号为 1~7).

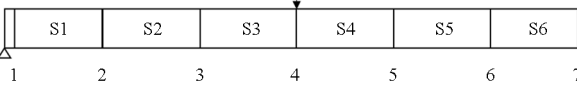


图 3 简支梁示意图
Fig. 3 Schematic diagram of simply supported beam

选用余弦子波作为激励^[24], 其表达式为:
$$F(t) = A \cos[2\pi f(t - t_0)] \exp[-Bf^2(t - t_0)^2]$$
 (14)

式中, A 为振幅; f 为激励源的中心频率; B 为阻尼常数, 通常取值为 1. 对简支梁模型输入余弦子波激励, 采样频率为 1000 Hz, 激励时长为 5 s, 激励信号见图 4.

由于基于 IRF 的波传播时间的时间分辨率取决于采样频率 F_s , 为保证识别精度要求, 采用线性插值方法来人为增大 F_s , 插值后的 F_s 为 10 000 Hz.

为了验证损伤指标识别结构损伤位置和损伤程度的精确性, 设置不同的损伤工况如表 1 所示, 并考虑噪声影响, 在简支梁试验中的加速度响应中添加信噪比 (signal to noise ratio, SNR) 分别为 60 dB、50 dB、40 dB 的高斯白噪声.

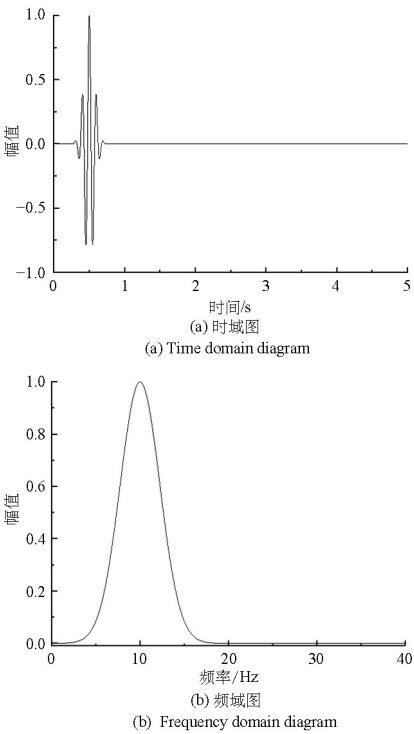


图 4 激励波形
Fig. 4 Waveform of excitation

表 1 简支梁不同损伤工况 Table 1 Simply supported beam with Different damage conditions		
损伤工况	损伤位置	损伤程度/(%)
一	S5	3
二	S1、S4	5、10
三	S2、S3、S4	15、25、35

以工况一为例, 将节点 1~7 的加速度时程信号线性插值后的数据采用式 (13) 进行计算得到区段 S1~S6 的 IRF 见图 5.

在图 5 中可以清晰地识别出两个准对称脉冲, 这与 Todorovska^[11] 在环境激励下获得的建筑结构波形一致. 通常, 波在整个结构中沿三个方向传播, 然而图 5 中波形的相对简单性表明, 波在梁体结构中的传播主要是一维的, 因此可以通过峰值偏移分析容易地计算波传播时间.

以节 1、7 点为参考点, 即假设分别在节点 1、7 输入虚脉冲, 求出各层 IRF 峰值的偏移时间, 进而

求解 S1~S6 单元的波传播时间,最后代入式(8)得到损伤指标.

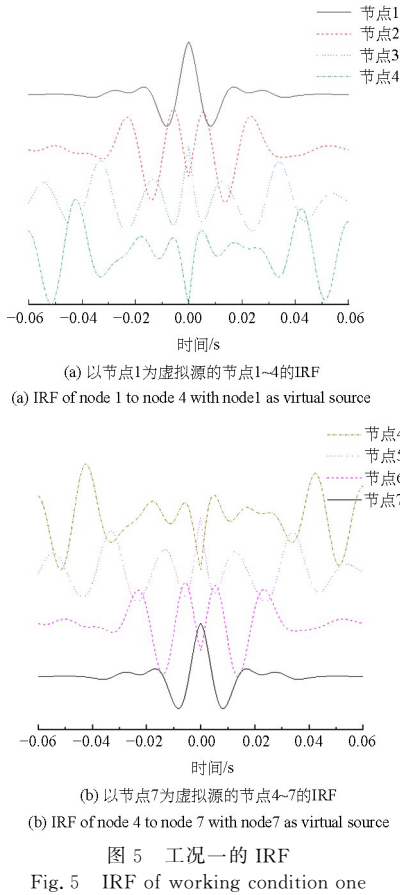


图 5 工况一的 IRF
Fig. 5 IRF of working condition one

表 2 和图 6 为不同损伤工况的识别结果. 从图 6 可以看出:(1)损伤指标对结构损伤程度的敏感性较好;(2)SNR 为 60 dB、50 dB 时,弯曲波波形识别波动较小,区段并未存在波传播时间的变化,依旧可准确判定结构损伤位置与损伤程度. SNR 为 40 dB 时,损伤识别精度降低,出现伪伤,但仍可以较准确地定位和基本定量. 由表 2 可知最大识别误差在 3.52%左右,识别精度高,因此结构在不同位置发生不同程度的多处损伤时,损伤指标能精确地

识别出损伤位置与程度,且能识别小损伤.

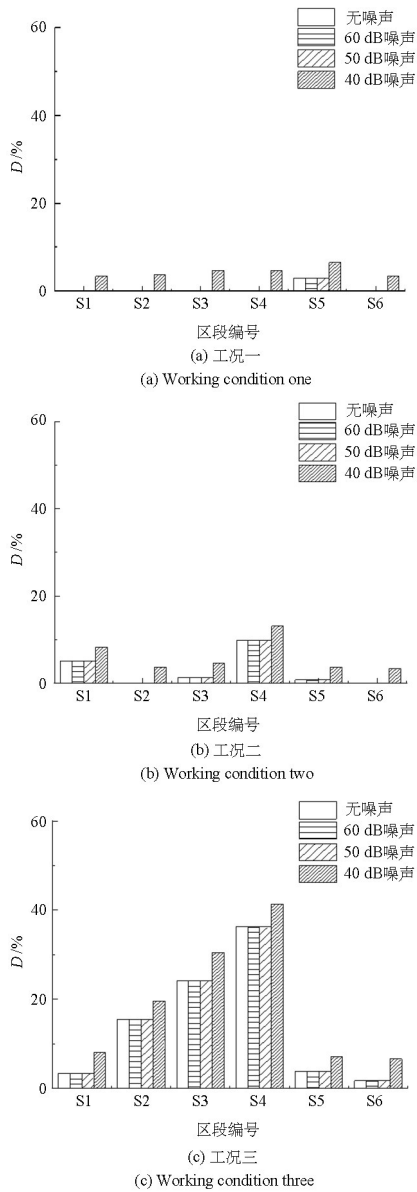


图 6 简支梁损伤识别结果

Fig. 6 Damage identification results of simply supported beam

综上所述,该方法能够识别简支梁单点及多点损伤的位置与损伤程度,且识别精度较高.

表 2 简支梁损伤识别结果

Table 2 Damage identification results of simply supported beam

损伤工况	理论值/(%)	传播时间/(s)	D/(%)	误差/(%)
一	3	1.10E-02	2.94	2.00
二	5、10	2.36E-02、8.60E-03	4.99、9.82	0.02、1.80
三	15、25、35	1.12E-02、9.00E-03、9.40E-03	15.50、24.12、36.23	3.33、3.52、3.51

3.2 连续梁数值模型

为进一步研究损伤指标应用于桥梁结构的适

用性,以连续梁为研究对象,在 Abaqus 中建立三跨连续梁模型,图中梁跨度为 36 m+36 m+36 m,截面为 0.8 m×0.5 m,在跨中位置施加余弦子波

激励,主梁共划分为 18 个单元(C1~C18),共 21 个节点,如图 7 所示.

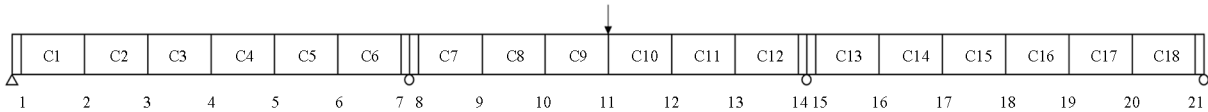


图 7 三跨连续梁有限元模型
Fig. 7 Finite element model of three-span continuous beam

设置连续梁三种损伤工况见表 3,并考虑噪声影响,在加速度响应中添加 SNR 分别为 40 dB、30 dB、20 dB 的高斯白噪声.

表 3 连续梁不同损伤工况
Table 3 Different damage conditions of continuous beam

损伤工况	损伤位置	损伤程度/(%)
一	C2	5
二	C7、C17	10、10
三	C3、C9、C13	20、10、40

对每跨进行单独处理,建立每跨各区段的 IRF.以损伤工况一中跨为例,以跨中节点 11 为虚拟源,并得到节点 8~14 的 IRF,C7~C12 区段的 IRF 如图 8 所示.

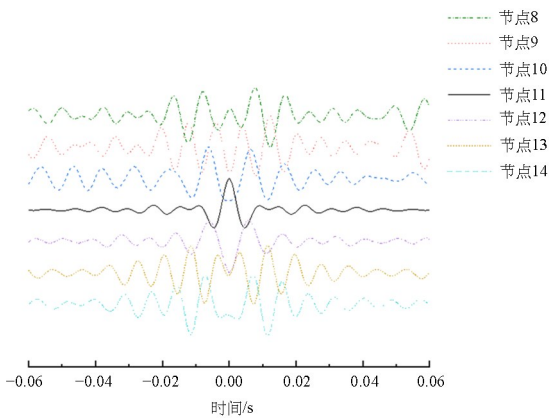


图 8 节点 8~14 的 IRF
Fig. 8 IRF of node 8 to node 14

连续梁的数据处理与简支梁相同,根据式(13)计算节点 1~21 的 IRF 峰值偏移时间,进而求解 C1~C18 单元的波传播时间,最后代入式(8)得到损伤指标,各个损伤工况的识别结果见表 4 与图 9.

从图 9 可以看出:(1)对于连续梁结构 5% 的微小损伤,损伤指标仍有效识别,其对连续梁结构损伤程度的敏感性较好;(2)SNR 为 40 dB、30 dB 时,依旧可准确判定结构损伤位置与损伤程度.

SNR 为 20 dB 时,损伤识别精度降低,出现伪伤,但仍可以较准确地定位和基本定量.由表 4 可知连续梁损伤程度识别精度较高,可见,弯曲波传播理论结合波动理论的桥梁结构损伤识别也能够识别连续梁单点及多点损伤的位置与损伤程度.

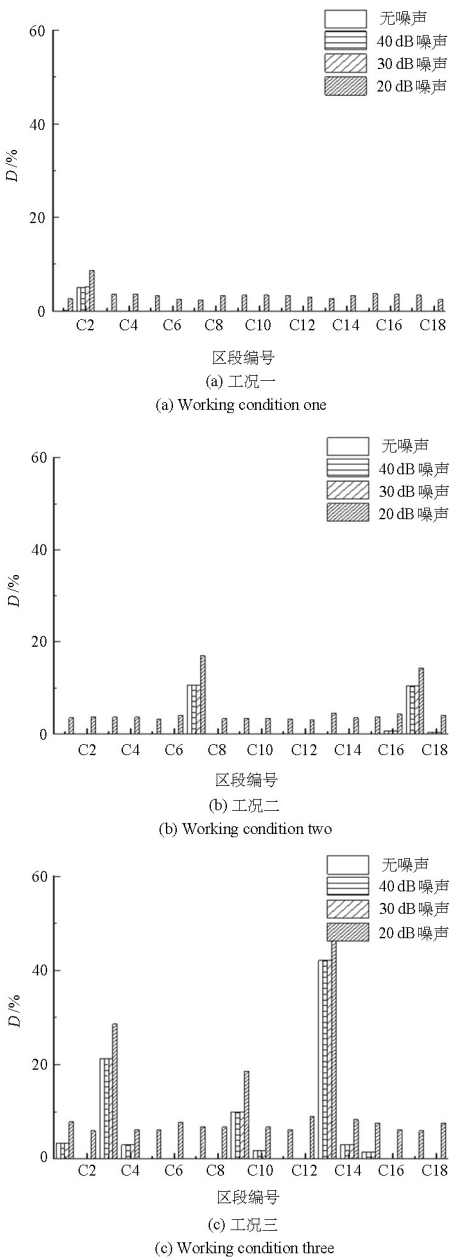


图 9 连续梁损伤识别结果
Fig. 9 Damage identification results of continuous beam

表 4 连续梁损伤识别结果
Table 4 Damage identification results of continuous beam

损伤工况	理论值/(%)	传播时间/(s)	$D/(%)$	误差/(%)
一	5	$6.60\text{E}-03$	5.35	7.00
二	10、10	$4.30\text{E}-03$ 、 $6.70\text{E}-03$	10.66、10.35	6.60、3.50
三	20、10、40	$6.10\text{E}-03$ 、 $5.90\text{E}-03$ 、 $4.70\text{E}-03$	21.21、9.87、42.09	6.05、1.30、5.23

3.3 简支梁试验

为进一步验证方法的可行性,建立如图 10 所示的亚克力材质的简支梁模型,长 1.5 m,尺寸为 0.2 m×0.019 m,分为 SP1~SP6,共 6 单元.简支梁损伤程度根据单元等效刚度计算,缺口深度为 d 的 2 个对称切口模拟损伤位置和损伤程度,单元的损伤程度为 $2d/L$.

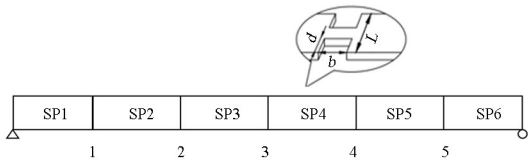


图 10 简支梁试验示意图
Fig. 10 Schematic diagram of simply supported beam test

对简支梁跨中进行简谐强迫振动,激励源由世救 YE1311 信号发生器、YE5873A 功率放大器及激振器组成.激振频率 13 Hz,采集健康状态和损伤状态下的加速度响应.响应的采样频率为 200 Hz.试验现场如图 11 所示.

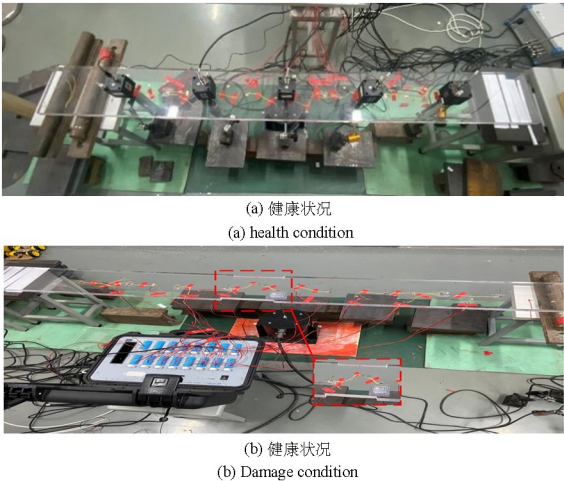


图 11 简支梁响应试验图片
Fig. 11 Schematic diagram of simply supported beam test

设置工况如表 5 所示.由于传感器型号的限制,导致采样频率与所需的波传播时间精度相差较大,为满足识别精度要求,论文中对各个工况下的加速

度响应进行线性插值,插值后的 F_s 为 40 000 Hz.

表 5 简支梁损伤工况
Table 5 Photos of response test of simply supported beam

损伤工况	损伤位置	损伤程度/(%)
一	SP3	10
二	SP3、SP5	30、20

将插值后的数据通过本文方法进行简支梁损伤识别,求取各区段的波传播时间.以一工况为例,节点 2、3 的 IRF 如图 12 所示.

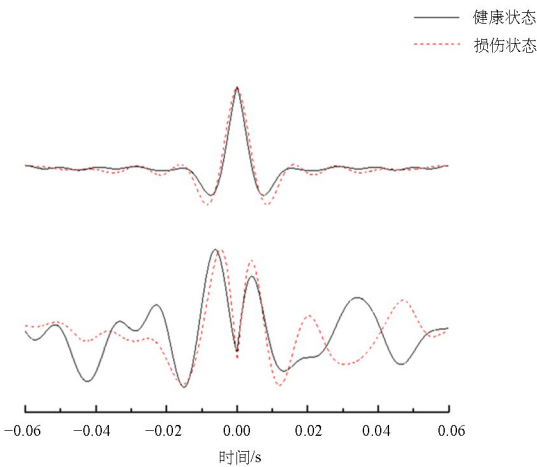


图 12 节点 2、3 的 IRF
Fig. 12 IRF of node 2 and node 3

分析图 12 识别结果可知:结构发生损伤时,峰值出现偏移,即 SP3 区段波传播时间增加,其波传播时间为 $4.18\text{E}-03$ s,代入式(8)得到损伤指标的值为约 9.68%,误差为 3.2%.

各个工况损伤识别结果如图 13 与表 6 所示.结果表明:论文提出的方法能够识别结构损伤,最大损伤误差约为 5.75%,虽其余区段也存有少许损伤,但损伤程度均在 3% 以下,总体上符合试验误差范围.

综上所述,通过实验室试验再次验证了所提出的损伤指标能够识别结构的损伤位置与损伤程度,且识别精度较高.

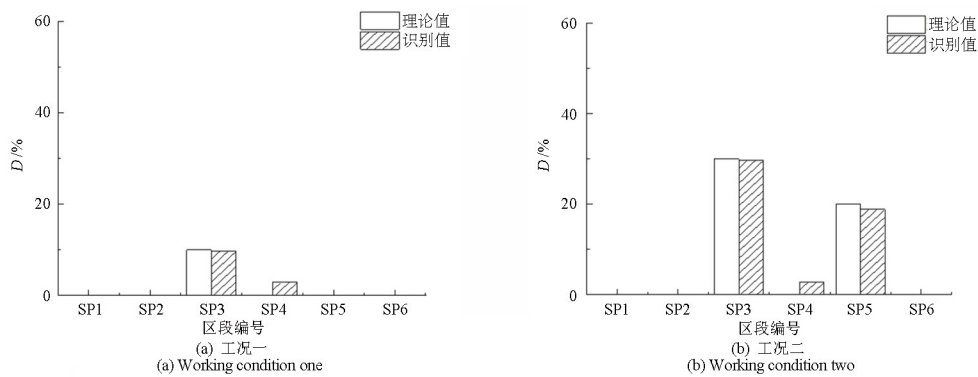


图 13 简支梁损伤识别结果
Fig. 13 Damage identification results of simply supported beam

表 6 简支梁试验识别结果
Table 6 Identification results of simply supported beam test

损伤工况	理论值/(%)	传播时间/(s)	D/(%)	误差/(%)
一	10	4.18E-03	9.68	3.20
二	30、20	4.45E-03、6.80 E-03	29.68、18.85	1.06、5.75

4 结论

本文提出了一种基于弯曲波传播特性与波动理论相结合的梁体结构损伤识别方法,基于其敏感便捷的优势,方法能够较精确地判定损伤位置及损伤程度.论文根据弯曲波传播理论构建了基于刚度的波传播时间损伤指标,应用波动理论分析了结构响应信号,并将损伤指标应用于试验及数值模型,得到了理想的识别结果,主要得出以下结论:

- (1)基于刚度的波传播时间损伤指标能够精确地识别梁体结构的损伤位置及程度,且不受损伤位置的限制,其空间分辨率与时间分辨率只取决于传感器的数量与采样频率;
- (2)所采用的方法在 $\text{SNR} \geq 50 \text{ dB}$ 条件下仍可以准确识别结构的损伤状况.

参考文献

[1] 邓扬,李爱群,丁幼亮,等.苏通大桥结构健康状态评估技术研究与应用(3):主梁损伤定位[J].防灾减灾工程学报,2010,30(3):336-340.
DENG Y, LI A Q, DING Y L, et al. Technology and application of structural health condition assessment for Sutong bridge (3): damage location identification of main girder[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2010, 30(3): 336-340. (in Chinese)

[2] 孙禹晗,王泽峰,宋智广.基于模态参数及小波变换的旋转梁结构损伤识别[J].动力学与控制学报,2023,21(1):51-59.
SUN Y H, WANG Z F, SONG Z G. Damage identification of rotating beams based on mode parameters and wavelet transform [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 51-59. (in Chinese)

[3] 肖青松,雷家艳,施伟,等.基于随机动力响应时程统计指标的结构损伤初步识别[J].动力学与控制学报,2019,17(6):567-574.
XIAO Q S, LEI J Y, SHI W, et al. Time-based stochastic dynamic response statistical characteristics for preliminary identification of structural damage [J]. Journal of Dynamics and Control, 2019, 17(6): 567-574. (in Chinese)

[4] DOEBLING S W, FARRAR C R, PRIME M B, et al. Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from change in their vibration characteristics; a literature review [J]. The Shock and Vibration Digest, 1996, 30(11):2043-2049.

[5] MA J, PINES D J. Damage detection in a building structure model under seismic excitation using dereverberated wave mechanics [J]. Engineering Structures, 2003, 25(3): 385-396.

[6] 戴东利,杨汉青,杨翔,等.基于波动理论的结构损伤识别研究进展[J].地震工程学报,2022,44(5):1001-1008.
DAI D L, YANG H Q, YANG X, et al. Recent ad-

- vances in structural damage identification based on wave theory: a review [J]. *China Earthquake Engineering Journal*, 2022, 44(5): 1001—1008. (in Chinese)
- [7] TODOROVSKA M I, IVANOVIĆ S S, TRIFUNAC M D. Wave propagation in a seven-story reinforced concrete building II. Observed wavenumbers [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2001, 21(3): 225—236.
- [8] 廖振鹏. 工程波动理论导论[M]. 2版. 北京: 科学出版社, 2002.
- LIAO Z P. Introduction to wave motion theories in engineering [M]. 2nd ed. Beijing: Science Press, 2002. (in Chinese)
- [9] TODOROVSKA M I, IVANOVIĆ S S, TRIFUNAC M D. Wave propagation in a seven-story reinforced concrete building I. Theoretical models [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2001, 21(3): 211—223.
- [10] SNIEDER R. Extracting the building response using seismic interferometry: theory and application to the Millikan library in Pasadena, California [J]. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 2006, 96(2): 586—598.
- [11] TODOROVSKA M I, TRIFUNAC M D. Impulse response analysis of the Van Nuys 7-storey hotel during 11 earthquakes and earthquake damage detection [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2008, 15(1): 90—116.
- [12] EBRAHIMIAN M, RAHMANI M, TODOROVSKA M I. Nonparametric estimation of wave dispersion in high-rise buildings by seismic interferometry [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2014, 43(15): 2361—2375.
- [13] EBRAHIMIAN M, TODOROVSKA M I. Wave propagation in a Timoshenko beam building model [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2014, 140(5): 04014018.
- [14] RAHMANI M, EBRAHIMIAN M, TODOROVSKA M I. Wave dispersion in high-rise buildings due to soil-structure interaction [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2015, 44(2): 317—323.
- [15] EBRAHIMIAN M, TRIFUNAC M D, TODOROVSKA M I. Prediction of building response at any level from recorded roof response: The Kanai-Yoshizawa formula revisited [J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, 80: 241—250.
- [16] 马占雄. 基于波动理论的结构损伤识别 [D]. 重庆: 重庆大学, 2017.
- MA Z X. Structural damage identification based on wave theory [D]. Chongqing: Chongqing University, 2017. (in Chinese)
- [17] GARCÍA-MACÍAS E, UBERTINI F. Seismic interferometry for earthquake-induced damage identification in historic masonry towers [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 132: 380—404.
- [18] RAHMANI M, TODOROVSKA M I. Structural health monitoring of a 32-storey steel-frame building using 50 years of seismic monitoring data [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2021, 50(6): 1777—1800.
- [19] TODOROVSKA M I, GIRMAY E A, WANG F B, et al. Wave propagation in a doubly tapered shear beam: Model and application to a pyramid-shaped skyscraper [J]. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 2022, 51(4): 764—792.
- [20] 李旭, 谢艳, 殷翅, 等. 环境激励下基于波动能量法的结构损伤识别 [J]. *世界地震工程*, 2022, 38(1): 80—89.
- LI X, XIE Y, YIN C, et al. Identification of structural damage based on wave energy method under ambient excitation [J]. *World Earthquake Engineering*, 2022, 38(1): 80—89. (in Chinese)
- [21] 谭栋国, 周加喜, 王凯, 等. 基于二次波的增材制造平板缺陷无损检测方法研究 [J]. *动力学与控制学报*, 2022, 20(1): 68—77.
- TAN D G, ZHOU J X, WANG K, et al. Damage detection in the additive manufacturing plate using the second arrival wave [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2022, 20(1): 68—77. (in Chinese)
- [22] RAHMANI M, TODOROVSKA M I, GRABINSKI J R, et al. Damage detection and localization in a full-scale slice of a seven-story shear wall building tested on the UCSD-NEES shake table [J]. *Journal of Structural Engineering*, 2023, 149(1): 04022223.
- [23] DOYLE J F. Wave propagation in structures [M]. Cham, Switzerland: Springer, 2021.
- [24] 李旭. 基于弹性波能量的结构损伤识别方法研究 [D]. 苏州: 苏州科技大学, 2021.
- LI X. Research on structural damage recognition method based on elastic wave energy [D]. Suzhou: Suzhou University of Science and Technology, 2021. (in Chinese)