

考虑车间铰接力的虚拟轨道列车循迹控制研究^{*}

李道洋 杨蔡进[†] 陆野 周文清 张卫华

(西南交通大学 轨道交通运载系统全国重点实验室, 成都 610031)

摘要 围绕一种新型城市道路交通运输系统——虚拟轨道列车,以三车体六轴双铰接车辆为例,针对长大型车辆动力学性能提高的问题,综合考虑车间铰接力、车辆行驶偏差及横向稳定性,提出了一种车辆循迹控制方法. 首先,使用模型预测控制(MPC)理论确定车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 转向角,根据单点预瞄原理确定车轴 A_2 转向角,基于扩展阿克曼转向原理确定车轴 A_3 和 A_5 转向角,实现车辆各轴协同转向和循迹运行. 其次,结合车间运动约束关系,考虑速度条件和纵向铰接力优化,基于纵向铰接力闭环补偿 PID 确立各车轮驱动力矩,实现车辆纵向速度跟踪. 最后,基于 TruckSim/Simulink 联合仿真,研究双移线和复合曲线工况下车辆动力学特性,结果表明:该控制方法不仅实现了良好的车辆循迹精度和横向稳定,还能显著减小车间铰接力,有效提高了长大型车辆动力学性能.

关键词 虚拟轨道列车, 车间铰接力, 循迹控制, 模型预测控制, 协同转向, 全轮驱动

中图分类号:U469.5

文献标志码:A

Research on Trajectory-Tracking Control of the Virtual Rail Train with Considering Hinge Forces Between the Vehicles^{*}

Li Daoyang Yang Caijin[†] Lu Ye Zhou Wenqing Zhang Weihua

(State Key Laboratory of Rail Transit Vehicle System, Southwest Jiao Tong University, Chengdu 610031, China)

Abstract Aiming at a new type of urban road transportation system, namely the virtual rail train, as an example of a double articulated vehicle system with three bodies and six axles, a trajectory-tracking control method is proposed considering the hinge forces between the vehicles, the operation deviation and the lateral stability of the vehicle system, to improve the dynamics performance of the long vehicle system. Firstly, the steering angles of all axles are determined to achieve the coordinated steering and trajectory-tracking of the vehicle, where the axles A_1 , A_4 , and A_6 steer according to the model predictive control (MPC) theory, the axle A_2 steers with the single point preview principle, and the axles A_3 and A_5 steer based on the extended Ackermann steering principle. Secondly, the driving torques of all wheels are determined based on the closed-loop compensation PID of the longitudinal hinge forces between the vehicles, to make the vehicle run at the desired longitudinal speed, considering the constraints of the vehicle motions, the vehicle speed condition and the optimization of hinge forces between the vehicles. Finally, based on the co-simulation of TruckSim and Simulink, the dynamic characteristics of the vehicle are studied with two conditions of double lane changing and compound curve. The results show that the present method not only achieves better tracking accuracy and lateral stability of the vehicle system, but

2024-08-29 收到第 1 稿, 2024-11-01 收到修改稿.

^{*} 国家重点研发计划(2018YFB101603-06), 四川省科技计划项目(2024NSFSC0439, 2020JDRC0008), National Key Research and Development Program (2018YFB101603-06), Sichuan Science and Technology Program (2024NSFSC0439, 2020JDRC0008).

[†] 通信作者 E-mail:ycj78_2012@163.com

also obviously reduces the hinge forces between the vehicles, which effectively improves the dynamics performance of the long vehicle system.

Key words virtual rail train, hinge forces between the vehicles, trajectory-tracking control, model predictive control, collaborative steering, all-wheel drive

引言

在“双碳”战略目标背景下,交通运输行业正朝着绿色低碳^[1]、智慧智能方向发展,绿色出行理念逐渐深入人心,乘坐公共交通工具已成为居民出行的首选.虚拟轨道列车融合了现代道路车辆和轨道车辆的技术特征,采用胶轮承载/转向及纯电驱动,具有建设周期短、成本低、运行灵活、运量可调和绿色环保等优点,是现有城市公共交通运输体系的有益补充^[2],已在湖南株洲、四川宜宾、江苏盐城和上海等城市进行了商业运营.

相较于城市普通公交车辆,虚拟轨道列车通常由多车体单元铰接形成,车身体长,由于没有物理轨道的约束,为适应在城市道路环境中运行,就需要主动控制列车车轮协同作动与转向,从而实现列车车体沿着既定区域内道路标识线循迹行驶的功能.针对虚拟轨道列车主动转向与循迹控制等问题,国内外学者已开展了相关研究^[3-11].Yin等^[3]研究了三车体六轴双铰接式虚拟轨道列车的循迹控制问题,以各车体质心与目标路径的横向偏差为控制目标,基于PID控制原理设计了各车轮转向策略,实现了列车沿着目标路径循迹行驶.该策略简单实用,易于工程实现,但控制参数整定困难.Yang等^[4]围绕虚拟轨道列车循迹控制问题,提出了一种全轮主动转向控制策略,该策略能够满足循迹要求,且具有良好的可扩展性.孙帮成等^[5]参照Translohr有轨电车结构设计了一种门式架构汽车列车(即虚拟轨道列车),基于列车运动学关系确定各车轴中心位姿偏差信息,提出了一种适用于多铰接式汽车列车的循迹控制方法,但该方法循迹精度受列车行驶速度影响较大.Leng等^[6]设计了一种新型龙门式架构的虚拟轨道列车,并提出了自适应预瞄PID循迹控制策略,该策略适应性较好,但在抗外界干扰方面有待进一步提高.Leng等^[7]围绕上述架构的虚拟轨道列车,进一步提出了分布式虚拟驾驶员模型,其核心思想是建立基于2范数的局

部跟踪目标函数,在驾驶员预瞄窗口寻找最优车辆横向加速度,从而实现最优局部轨迹,有效改善了列车的循迹能力.值得注意的是,上述研究往往注重列车循迹控制的实际效果,而忽略了诸如车间铰接力^[8]、轮胎磨损^[9]和道路附着状况^[10]等因素的影响.

虚拟轨道列车是一种多铰接式道路车辆,车身体长,轴重大,在运行过程中,受轴重分布不均及路面附着条件变化等影响,车辆加速/制动会形成车体纵向冲击,造成过大的车间铰接力,影响着车间铰接装置的服役寿命与行车安全.此外,从动力学角度看,车间铰接装置导致了相邻车体间运动的强耦合作用,过大的车间铰接力将直接影响车辆循迹控制精度,同时也会降低车辆的行驶稳定性.类似于长大重载货运列车的车钩力问题^[12-14],车间铰接力控制将是虚拟轨道列车今后研究的重点.

针对如何减小车辆多轴协同转向时车间铰接力问题,Wagner^[15]基于扩展阿克曼转向几何原理,提出了一种简单可行的方法:假设车辆各车体后轴中心均位于某动态圆上,且各车体的转动中心始终与该圆的圆心重合;基于首车的转向几何确定动态圆的圆心和半径,然后根据车辆运动学依次确定各车体后轴的转向角;最后,利用阿克曼转向几何确定车体前轴的转向角.在该方法中,除首车外的各车体后轴将沿着动态圆跟随首车后轴中心的行驶轨迹,实现车辆循迹运行,而后车前轴辅助转向,由于满足阿克曼转向几何关系,车间铰接力得到有效减小,但在车辆出入弯道时,上述假设条件与实际情况不相符,各车体的转动中心不再重合,会存在较大的车间铰接力.文献[16]进一步通过延时执行后车转向作动指令,从而保证后车继续沿期望路径运行,但滞后执行时间不易确定,且当时滞设置不合理,会引起较大的铰接力.同样,延时执行后车车轴转向措施也被应用在文献[15]的多铰接车辆转向和轨迹跟随研究中.

针对目前虚拟轨道列车研究存在的问题,本文

考虑车间铰接力和车辆横向稳定性优化,提出了一种循迹控制方法。首先,建立列车动力学方程。其次,运用模型预测理论和扩展阿克曼转向理论确定各车轴的转向,并基于车间运动约束关系和PID控制理论确定各车轮的驱动力矩,实现车辆的循迹运行控制。最后,利用 TruckSim/Simulink 联合仿真平台,研究了两种典型工况下虚拟轨道列车循迹动力学,着重分析了车间铰接力和车辆质心侧偏角变化情况。

1 问题提出和方法描述

如图1所示,虚拟轨道列车通过车载传感设备辨识道路上预先铺设的感应标识线并获取车辆运动姿态信息,确定车道线的相对位置关系,形成车轮转向决策,主动控制各车轮协同作动与转向,实现车体的类轨行驶。通常,列车的循迹控制与车辆

架构及动力学相关。结合道路车辆长度限制要求,本文针对一种三车体六轴双铰接式全轮转向/驱动的虚拟轨道列车,考虑车辆的车间铰接力和横向稳定性,研究列车循迹控制问题。

虚拟轨道列车循迹控制是典型的多目标控制问题。本文将研究所有车轴的主动转向与车轮的驱动控制问题;针对车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 转向控制,将上述车轴的位姿偏差和车辆横向稳定性作为优化目标,基于 MPC 控制理论确定最优车轴转角;针对车轴 A_2 转向控制,基于预瞄控制理论实时调整该车轴转向,辅助首车循迹;针对车轴 A_3 和 A_5 转向控制,考虑了车间铰接姿态协同,基于扩展阿克曼转向理论确定车轴转角;针对全轮驱动控制,考虑列车速度跟踪和车间纵向铰接力优化,基于扩展阿克曼转向理论和 PID 控制原理确定各车轮驱动力矩。上述控制过程的逻辑图如图1所示。

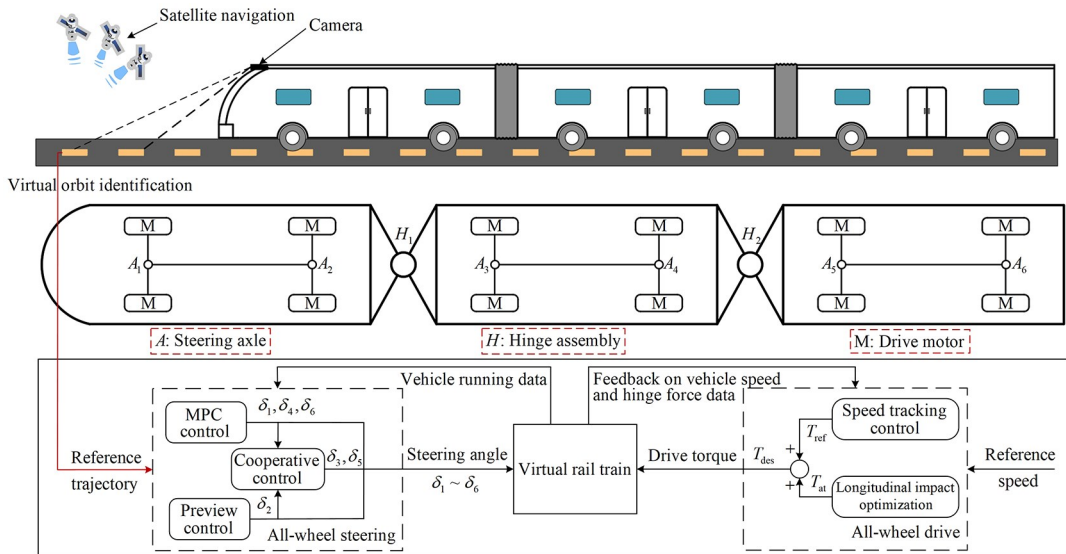


图1 虚拟轨道列车及循迹控制逻辑示意图

Fig.1 Schematic diagram of virtual rail train and tracking control logic

2 虚拟轨道列车模型

2.1 列车动力学模型

本文考虑虚拟轨道列车的单轨线模型^[17],如图2所示。假设 XOY 为大地坐标系; $x_i o_i y_i$ 为固结在第 i 节车体质心的车辆坐标系, γ_i 为第 i 节车体的横摆角速度, A_j 代表车辆第 j 根车轴, δ_j 为第 j 根车轴的转角,其中: $i=1,2,3$ 和 $j=1,2,\dots,6$; θ_1 和 θ_2 为车间铰接角; l 为车体的半倍轴距; c 为车间铰接点到车体质心的距离; F_{H2y2} 、 F_{H2y3} 和

F_{H2x2} 、 F_{H2x3} 分别为车体2和车体3在相应车间铰接点处的横向和纵向作用力。基于车辆动力学理论,列车动力学方程为^[17]

$$\begin{cases} m_1 v_{x1} (\dot{\beta}_1 + \gamma_1) = F_{y1} \cos \delta_1 + F_{y2} \cos \delta_2 - F_{H1y1} \\ I_{z1} \dot{\gamma}_1 = l F_{y1} \cos \delta_1 - l F_{y2} \cos \delta_2 + F_{H1y1} c \\ m_2 v_{x2} (\dot{\beta}_2 + \gamma_2) = F_{y3} \cos \delta_3 + F_{y4} \cos \delta_4 + F_{yH} \\ I_{z2} \dot{\gamma}_2 = l F_{y3} \cos \delta_3 - l F_{y4} \cos \delta_4 + M_{zH} \\ m_3 v_{x3} (\dot{\beta}_3 + \gamma_3) = F_{y5} \cos \delta_5 + F_{y6} \cos \delta_6 + F_{H2y3} \\ I_{z3} \dot{\gamma}_3 = l F_{y5} \cos \delta_5 - l F_{y6} \cos \delta_6 + F_{H2y3} c \end{cases} \quad (1)$$

式中, $F_{yH} = F_{H1y2} - F_{H2y2}$ 和 $M_{ZH} = F_{H1y2}c + F_{H2y2}c$, 其中 F_{H1y1} 和 F_{H1y2} 分别为车体1和车体2在相应车间铰接点处横向作用力, m_i 、 v_{xi} 、 I_{zi} 和 β_i 分别为第 i 节车体的质量、纵向速度、横摆转动惯量和质心侧偏角, F_{yj} 为第 j 根车轴处轮胎侧向力. 根据车间铰接角和车轴转向角的小角度假设, 可以得到^[18] $F_{H1y1} \approx F_{H1y2}$ 、 $F_{H2y2} \approx F_{H2y3}$ 、 $v_{x1} \approx v_{x2} \approx v_{x3} = v_x$, 并消除式(1)中车间铰接力^[18], 则式(1)可以简化为

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 m_i v_x (\dot{\beta}_i + \gamma_i) = \sum_{j=1}^6 F_{yj} \\ I_{z1} \dot{\gamma}_1 + m_1 v_x (\dot{\beta}_1 + \gamma_1) c = l_m F_{y1} + l_h F_{y2} \\ I_{z3} \dot{\gamma}_3 - m_3 v_x (\dot{\beta}_3 + \gamma_3) c = -l_h F_{y5} - l_m F_{y6} \\ I_{z2} \dot{\gamma}_2 + 2m_1 v_x (\dot{\beta}_1 + \gamma_1) c + m_2 v_x (\dot{\beta}_2 + \gamma_2) c \\ = l_m F_{y3} + l_h F_{y4} + 2c(F_{y1} + F_{y2}) \end{cases} \quad (2)$$

式中, $l_h = c - l$; $l_m = c + l$.

根据车间运动约束关系, 各车体的质心侧偏角满足如下关系式^[19]

$$\begin{cases} \dot{\beta}_2 - \dot{\beta}_1 + \frac{c}{v_x} \dot{\gamma}_1 + \frac{c}{v_x} \dot{\gamma}_2 = \gamma_1 - \gamma_2 \\ \dot{\beta}_3 - \dot{\beta}_2 + \frac{c}{v_x} \dot{\gamma}_2 + \frac{c}{v_x} \dot{\gamma}_3 = \gamma_2 - \gamma_3 \end{cases} \quad (3)$$

在轮胎侧偏角小角度假设下, 轮胎侧向力可以简化为^[19]

$$F_{yf} = C_f \left(\beta + \frac{l\gamma}{v_x} - \delta_f \right), F_{yr} = C_r \left(\beta - \frac{l\gamma}{v_x} - \delta_r \right) \quad (4)$$

式中, C_f 和 C_r 分别表示前后轴等效侧偏刚度.

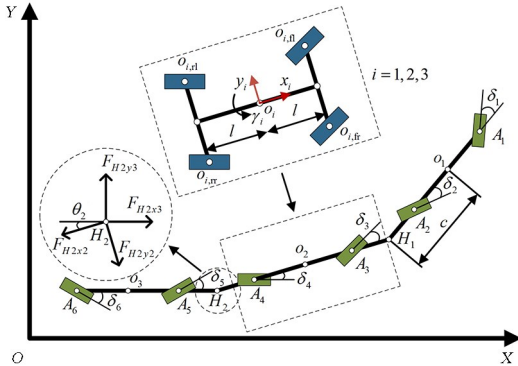


图2 虚拟轨道列车单轨线模型

Fig.2 Single-track model of the virtual rail train

2.2 控制点运动学模型

为了设计列车主动转向模型, 本文选取 A_1 、 A_4 和 A_6 轴中心为控制点, 其运动学模型为^[20]

$$\begin{cases} \dot{X}_{A1} = v_x \cos \psi_1 - (v_x \beta_1 + L \gamma_1) \sin \psi_1 \\ \dot{Y}_{A1} = v_x \sin \psi_1 + (v_x \beta_1 + L \gamma_1) \cos \psi_1 \\ \dot{X}_{A4} = v_x \cos \psi_2 - (v_x \beta_2 - L \gamma_2) \sin \psi_2 \\ \dot{Y}_{A4} = v_x \sin \psi_2 + (v_x \beta_2 - L \gamma_2) \cos \psi_2 \\ \dot{X}_{A6} = v_x \cos \psi_3 - (v_x \beta_3 - L \gamma_3) \sin \psi_3 \\ \dot{Y}_{A6} = v_x \sin \psi_3 + (v_x \beta_3 - L \gamma_3) \cos \psi_3 \end{cases} \quad (5)$$

式中, X_{A1} 、 X_{A4} 、 X_{A6} 和 Y_{A1} 、 Y_{A4} 、 Y_{A6} 分别表示车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 中心点在大地坐标系下的横坐标和纵坐标; ψ_i 表示第 i 节车体的横摆角.

联立式(2)~(5), 进一步将虚拟轨道列车循迹模型表达为状态空间表达式形式^[21]

$$\begin{cases} \dot{\xi}(t) = f[\xi(t), u(t)] \\ \eta = C\xi(t) \end{cases} \quad (6)$$

式中, $\xi = [\beta_1, \gamma_1, \beta_2, \gamma_2, \beta_3, \gamma_3, X_{A1}, Y_{A1}, X_{A4}, Y_{A4}, X_{A6}, Y_{A6}, \psi_1, \psi_2, \psi_3]^T$ 为状态量, $\eta = [\beta_1, \beta_2, \beta_3, X_{A1}, Y_{A1}, X_{A4}, Y_{A4}, X_{A6}, Y_{A6}, \psi_1, \psi_2, \psi_3]^T$ 为输出量, C 为输出量矩阵, $u = [\delta_1, \delta_4, \delta_6]^T$ 为控制量.

3 列车循迹控制

本节考虑车辆横向稳定性和车间铰接力, 设计列车循迹控制策略: 首先, 基于列车动力学模型和模型预测理论确定车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 的转向角; 其次, 基于单点预瞄和扩展阿克曼转向原理分别确定车轴 A_2 及 A_3 和 A_5 的转向角; 最后, 考虑列车车间运动约束关系和纵向铰接力反馈补偿设计了全轮驱动策略.

3.1 车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 轴转向

车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 为主动循迹轴, 其转向主要实现列车沿既定线路的循迹行驶. 下文将运用 MPC 控制理论建立车体质心侧偏角与循迹轴上控制点位姿的预测方程, 通过比较系统的实际输出与模型预测输出, 不断修正与优化各控制点的循迹误差和车体的质心侧偏角, 进而获得未来有限时刻的最优车轴转角控制率, 确定车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 转向角. 主要过程如下.

3.1.1 模型离散化与线性化

将式(6)进行离散化处理, 则在第 k 离散步, 系统状态方程为

$$\begin{cases} \xi_i(k+1) = F[\xi_i(k), u_i(k)] \\ \eta_i(k) = C_i \xi_i(k) \end{cases} \quad (7)$$

式中, $F = \xi_t(k) + T \cdot f[\xi_t(k), u_t(k)]$, 其中 T 为离散采样时间; $C_t = C$. 假设 t 时刻系统工作点为 $[\xi_t, u_t]$, 且在预测步内控制量不变, 第 k 离散步的状态量为 $\xi_t(k)$, 则第 $k+1$ 步满足

$$\xi_t(k+1) = F[\xi_t(k), u_t] \quad (8)$$

将式(7)的第一个方程在工作点 $[\xi_t, u_t]$ 进行泰勒展开并保留至一阶项, 可以得到

$$\xi_t(k+1) = F[\xi_t(k), u_t] + A_{k,t}[\xi_t(k) - \xi_t(k)] + B_{k,t}[u_t(k) - u_t] \quad (9)$$

式中, $A_{k,t}$ 和 $B_{k,t}$ 分别为 F 关于 ξ 和 u 的雅可比矩阵. 式(9)减去式(8), 并整理得到

$$\xi_t(k+1) = A_{k,t}\xi_t(k) + B_{k,t}u_t(k) + d_{k,t} \quad (10)$$

式中, $d_{k,t} = \xi_t(k+1) - A_{k,t}\xi_t(k) - B_{k,t}u_t$ 为线性化过程产生的误差.

3.1.2 预测模型搭建

定义 t 时刻系统更新的状态变量为

$$x_t(k) = [\xi_t(k)^T, u_t(k-1)^T]^T \quad (11)$$

则系统状态空间表达式为

$$\begin{cases} x_t(k+1) = \tilde{A}_{k,t}\xi_t(k) + \tilde{B}_{k,t}\Delta u_t(k) + \tilde{d}_{k,t} \\ \eta_t(k) = C_{k,t}x_t(k) \end{cases} \quad (12)$$

其中:

$$\tilde{A}_{k,t} = \begin{bmatrix} A_{k,t} & B_{k,t} \\ O & I \end{bmatrix}; \tilde{B}_{k,t} = \begin{bmatrix} B_{k,t} \\ I \end{bmatrix}$$

$$\tilde{d}_{k,t} = \begin{bmatrix} d_{k,t} \\ O \end{bmatrix}; \tilde{C}_{k,t} = [C_t \quad O]$$

假设预测时域为 N_p , 控制时域为 N_c , 控制增量为 Δu , 作如下简化

$$\begin{cases} A_{t+i,t} = A_{t,t}, i = 1, 2, \dots, N_p - 1 \\ B_{t+j,t} = B_{t,t}, j = 1, 2, \dots, N_c - 1 \end{cases} \quad (13)$$

定义 t 时刻系统输出为

$$Y_t = [\eta_t(t+1), \eta_t(t+2), \dots, \eta_t(t+N_p)]^T \quad (14)$$

定义 t 时刻系统输入为

$$\Delta U_t = [\Delta u_t(t), \Delta u_t(t+1), \dots, \Delta u_t(t+N_c-1)]^T \quad (15)$$

系统的输入与输出存在如下关系^[22]

$$Y_t = \Psi_t x_t(t) + \Theta_t \Delta U_t + \Gamma_t \Phi_t \quad (16)$$

其中:

$$\Psi_t = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t} \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^2 \\ \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_c} \\ \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p} \end{bmatrix}; \Phi_t = \begin{bmatrix} \tilde{d}_{t,t} \\ \tilde{d}_{t+1,t} \\ \vdots \\ \tilde{d}_{t+N_p-1,t} \end{bmatrix}$$

$$\Theta_t = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{t,t} \tilde{B}_{t,t} & O & \dots & O \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t} \tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t} \tilde{B}_{t,t} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_c-1} \tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_c-2} \tilde{B}_{t,t} & \dots & \tilde{C}_{t,t} \tilde{B}_{t,t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p-1} \tilde{B}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p-2} \tilde{B}_{t,t} & \dots & \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p-N_c} \tilde{B}_{t,t} \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_t = \begin{bmatrix} \tilde{C}_{t,t} & O & \dots & O \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t} & \tilde{C}_{t,t} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_c-1} & \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_c-2} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p-1} & \tilde{C}_{t,t} \tilde{A}_{t,t}^{N_p-2} & \dots & \tilde{C}_{t,t} \end{bmatrix}$$

由式(16)可知, 根据 t 时刻的状态量、控制量以及在预测时域内的控制增量可以推导得到系统每一步的状态量和输出量.

3.1.3 循迹轴的优化求解

考虑各车体的横向稳定性和循迹误差, 定义目标函数为^[23]

$$J = \min \left\{ \sum_{k=1}^{N_p} [\eta_t(k) - \eta_{t,\text{ref}}(k)]^T Q [\eta_t(k) - \eta_{t,\text{ref}}(k)] + \sum_{k=1}^{N_c-1} \Delta u_t^T(k) R \Delta u_t(k) + r \epsilon^2 \right\} \quad (17)$$

式中: $\eta_{t,\text{ref}}(k)$ 为第 k 步参考输出向量; Q 和 R 为权重矩阵; ϵ 为松弛因子; r 为 ϵ 的权重系数.

式(17)改写为标准二次型的形式

$$J = \min \left\{ \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \Delta U_t \\ \epsilon \end{bmatrix}^T H_t \begin{bmatrix} \Delta U_t \\ \epsilon \end{bmatrix} + G_t \begin{bmatrix} \Delta U_t \\ \epsilon \end{bmatrix} \right\} \quad (18)$$

其中:

$$H_t = \begin{bmatrix} 2(\Theta_t^T \tilde{Q} \Theta_t + \tilde{R}) & O \\ O & 2r \end{bmatrix}$$

$$G_t = [2E_t^T \tilde{Q} \Theta_t \quad 0]^T;$$

$$\mathbf{E}_t = \Psi_t \mathbf{x}_t(t) + \Gamma_t \Phi_t - \mathbf{Y}_{t,\text{ref}}$$

列车行驶时,车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 的实际转向角受执行机构的限制,需设定如下约束

$$\begin{cases} \Delta U_{\min} \leq \Delta U_t \leq \Delta U_{\max} \\ \mathbf{U}_{\min} \leq \mathbf{L} \Delta \mathbf{U}_t + \mathbf{U}_t \leq \mathbf{U}_{\max} \end{cases} \quad (19)$$

其中:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{I}_3$$

$N_c \times N_c$

由式(18)可知,结合当前时刻的状态量和上一时刻的控制量,可完成优化目标函数的求解,并在控制时域内得到最优控制增量序列

$$\Delta \bar{\mathbf{U}}_t = [\Delta \bar{\mathbf{u}}(t), \Delta \bar{\mathbf{u}}(t+1), \dots, \Delta \bar{\mathbf{u}}(t+N_c-1)]^T \quad (20)$$

将该序列中的第一个控制增量作为实际求解增量,进而求得当前时刻所需控制量,输出到列车系统中。在后续的控制周期中重复上述过程,可实现列车沿虚拟轨道的跟踪控制。

3.2 车轴 A_2 轴转向

车轴 A_2 主要辅助首车完成寻迹,同时可以提高车辆的行驶稳定性。下文基于单点预瞄控制理论确定 A_2 轴转角^[24]

$$\delta_2 = \text{atan}\left(\frac{Y_{p,\text{ref}} - Y_{A_2}}{X_{p,\text{ref}} - X_{A_2}}\right) - \psi_1 \quad (21)$$

式中, $X_{p,\text{ref}}$ 和 $Y_{p,\text{ref}}$ 分别为 A_2 轴处预瞄点在大地图坐标系的纵坐标与横坐标。

3.3 车轴 A_2 和 A_5 轴转向

前文已经获得了车轴 A_1 、 A_2 、 A_4 及 A_6 的转角 δ_1 、 δ_2 、 δ_4 及 δ_6 。考虑到长大型车辆在连续变曲率/大曲率等工况下铰接姿态的多变性及协调的复杂性,本节针对不同车体瞬心位置及车间接接姿态,基于扩展阿克曼转向原理设计车轴 A_3 及 A_5 的主动转向方法,基本原理如图 3 所示。

首先,由图 3 中三角形 $A_1O_1A_2$ 正弦定理关系求得 R_2 为

$$R_2 = \frac{2l \cos \delta_1}{\sin(\delta_1 + \delta_2)} \quad (22)$$

接着由三角形 $A_2O_1H_1$ 余弦定理关系求得 $R_{1,\text{rh}}$ 为

$$R_{1,\text{rh}} = \sqrt{l_h^2 + R_2^2 + 2R_2l_h \sin \delta_2} \quad (23)$$

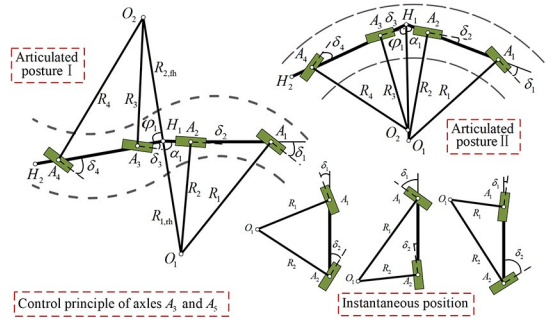


图 3 车轴 A_3 及 A_5 转向几何示意图

Fig. 3 Geometric schematic diagram of A_3 axle and A_5 axle turning

进一步可得到 α_1 为

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{R_2 \cos \delta_2}{R_{1,\text{rh}}}\right) \quad (24)$$

根据铰接关系可得到 φ_1 , 进而求得 R_4 为

$$R_4 = \frac{l_m \sin \varphi_1}{\cos(\delta_4 - \varphi_1)} \quad (25)$$

然后由三角形 $A_3O_2A_4$ 余弦定理关系求得 R_3 为

$$R_3 = R_4^2 + 4l^2 - 4R_4l \sin \delta_4 \quad (26)$$

最后求得车轴 A_3 的转角 δ_3 为

$$\delta_3 = \arccos\left(\frac{R_4 \cos \delta_4}{R_3}\right) \quad (27)$$

车轴 A_3 转角的正负号可根据前后车辆车间接接姿态判定。同理,可求得车轴 A_5 的转角 δ_5 。

3.4 车轮驱动力矩

3.4.1 期望力矩确定

区别于常规集中式驱动,本节考虑列车车间运动约束关系,如图 4 所示,根据车轮转速需求确定相应的驱动力矩,以便提高驱动功率利用率,且有利于协调车辆运动。

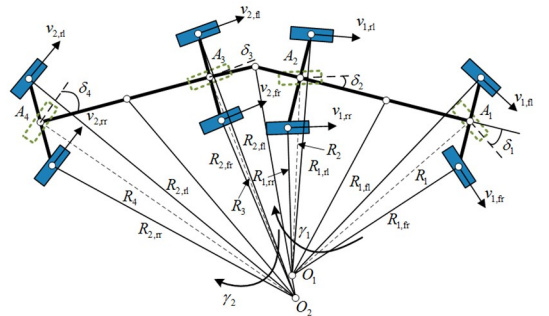


图 4 车间运动约束关系示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the motion constrain between the vehicles

以首车车轴 A_1 中心点速度等于目标车速为原则,考虑前轴转向半径可以得到首车期望横摆角速度,进而确定首车各车轮中心以及铰接点 H_1 的期望速度。然后根据前后车在铰接点处速度相同的

条件,可以确定第二节车体的期望横摆角速度,采用类似的方法进一步确定第二节车各车轮中心期望速度.同理,可以确定第三节车各车轮中心期望速度.根据车轮期望转速的定义,将期望速度除以车轮等效滚动半径即可得到所有车轮的期望转速.

考虑车轮期望转速与实际转速的偏差,采用 PID 控制可得到列车各车轮期望力矩

$$T_{is,ref} = k_p \left[e_{wis}(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e_{wis}(t) dt + T_d \frac{de_{wis}(t)}{dt} \right]$$

(28)

式中, $T_{is,ref}$ 和 e_{wis} 分别为第 i 节车体的第 s 个车轮的期望力矩和实际转速与期望转速的偏差,其中 $s = fl, fr, rl, rr$; k_p 为比例系数; T_i 和 T_d 分别为积分和微分时间常数.

3.4.2 力矩修正补偿

前文考虑了首车速度跟踪需求,基于列车车间运动约束关系获取各车轮期望力矩.但该方法存在如下不足:列车在转弯运行时,车间铰接姿态复杂多变,且后车不易跟踪期望车速,相邻车体间容易产生挤兑/拖曳.本节进一步考虑车间纵向冲击优化,对各车轮的驱动力矩进行补偿.

对于分布式驱动车辆,当相邻车体间干扰最小时,理想纵向铰接力应接近为零,将纵向铰接力的实际值与理想值的差作为控制量,基于 PID 理论获得补偿力矩 $T_{i,at}$ 并作用于第二、第三节车全部车轮.若将补偿力矩直接作用于各车轮,可能导致车间纵向铰接力振荡,影响系统稳定性,故本文设定加权系数补偿第二、第三节车的车轮转矩.则第二、第三节车各车轮实际需求力矩为

$$\begin{cases} T_{is,des} = T_{is,ref} + \rho_2 T_{i,at}, i = 2 \\ T_{is,des} = T_{is,ref} + \rho_3 T_{i,at}, i = 3 \end{cases}$$

(29)

式中, $T_{is,des}$ 为第 i 节车体第 s 个车轮的实际需求力矩, ρ_2 、 ρ_3 分别为第二、第三节车体补偿转矩的权重系数.

这里需要说明的是,轮毂电机驱动模型相当复杂,鉴于篇幅原因且简便起见,本文直接设定电机转矩最大值为 $1000 \text{ N} \cdot \text{m}^{[25]}$,限制各车轮驱动力矩,并作为实际转矩输入到列车系统中.

4 仿真分析

本节基于 Trucksim 和 Simulink 搭建虚拟轨道列车动力学仿真平台,考虑经典的双移线工况和复合曲线工况,研究列车循迹运动,分析车体间铰

接力和质心侧偏角变化情况.在仿真分析中,列车的主要参数见表 1.

表 1 虚拟轨道列车参数
Table 1 Virtual rail train parameters

Parameter	Unit	Value
The first unit mass m_1	kg	9140
The second unit mass m_2	kg	7140
The third unit mass m_3	kg	7140
Half wheelbase l	m	2.7
Distance between the hinge point and the center of mass c	m	5

4.1 双移线工况

参照 GB/T 25979—2010 和 ISO3888-1:2018 标准设置双移线工况,车辆目标行驶速度为 70 km/h ,路面附着系数为 0.85 .这里分别采用本文方法与文献[3]的方法研究列车在双移线换道过程中动力学特性.车辆质心侧偏角是评价车辆横向稳定性的重要指标之一.图 5 比较了两种方法中各车体质心侧偏角的最大值.数据统计分析表明:相较于文献[3]方法,本文方法中列车三节车体的质心侧偏角最大值分别减小了 5.1% 、 7.7% 和 10.1% .这是因为本文方法考虑了车辆横向稳定性优化,将各节车体质心侧偏角减小作为车轴转向的优化目标.

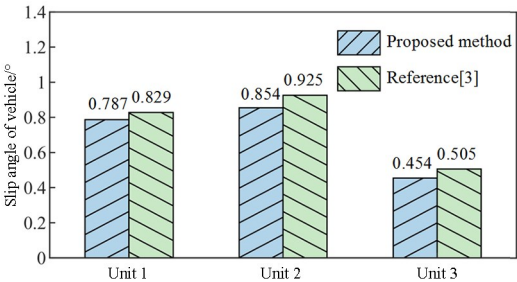
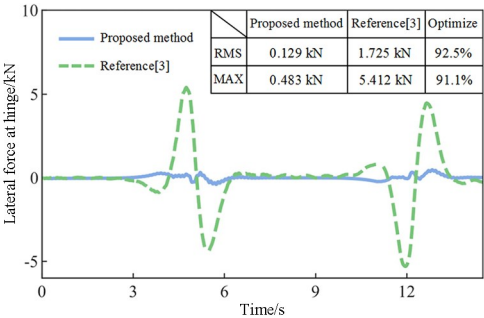


图 5 双移线工况中车体质心侧偏角最大值
Fig. 5 Maximum slip angle of the vehicle in the double lane change test

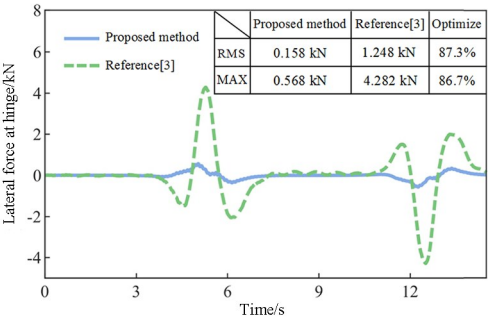
图 6 为双移线工况中车间铰接力变化的时程曲线图,其中实线和虚线分别表示本文方法和文献[3]方法的结果.从图 6(a)中可看出,采用文献[3]方法,车体 1 和车体 2 间的横向铰接力在换道始末会出现较大的峰值,约为 5 kN ,而由于考虑了车间姿态的协同,本文方法中横向铰接力波动不明显,其均方根值 RMS 和最大值 MAX 分别减小了 92.5% 和 91.1% .车体 2 和车体 3 间的横向铰接力也得到了明显降低,其均方根值和最大值分别减小了 87.3% 和 86.7% ,如图 6(b)所示.进一步分析车间纵向铰

接力变化情况,如图 6(c)和图 6(d)所示,不难看出本文的方法对纵向铰接力控制也有明显效果.相比文献[3]方法,本文方法中车体 1 和车体 2 间纵向

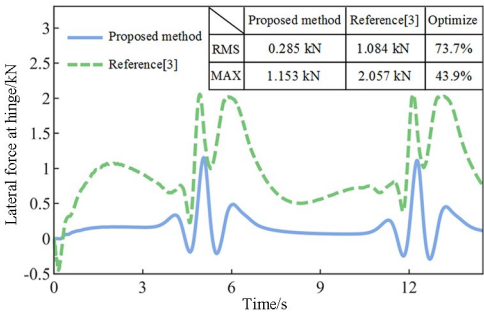
铰接力的均方根值和最大值分别减小了 73.7%和 43.9%,而车体 2 和车体 3 间纵向铰接力的均方根值和最大值分别减小了 66.1%和 49.8%.



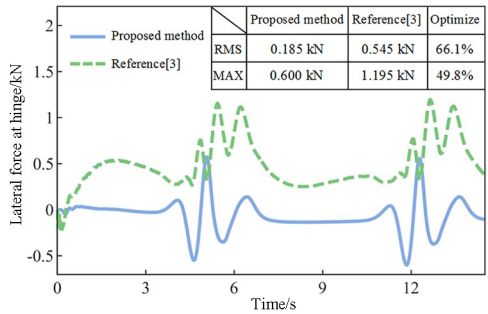
(a) 车体1和车体2间的横向铰接力
(a) Lateral hinge force between unit1 and unit2



(b) 车体2和车体3间的横向铰接力
(b) Lateral hinge force between unit2 and unit3



(c) 车体1和车体2间的纵向铰接力
(c) Longitudianl hinge force between unit1 and unit2



(d) 车体2和车体3间的纵向铰接力
(d) Longitudianl hinge force between unit2 and unit3

图 6 双移线工况中车间铰接力变化时程曲线
Fig. 6 Time schedule diagram of hinge force between the vehicles in the double lane change test

4.2 复合曲线工况

假设列车以时速 50 km/h 沿如图 7 所示的变曲率线路行驶,路面附着系数为 0.85.基于本文方法研究列车循迹控制,并与文献[3]和[15]中方法进行比较,主要结果如下.

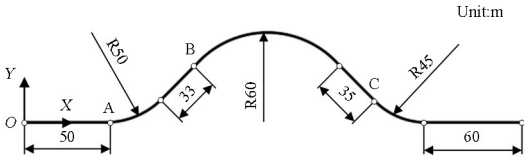
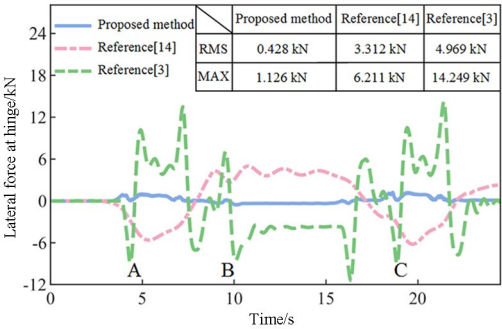
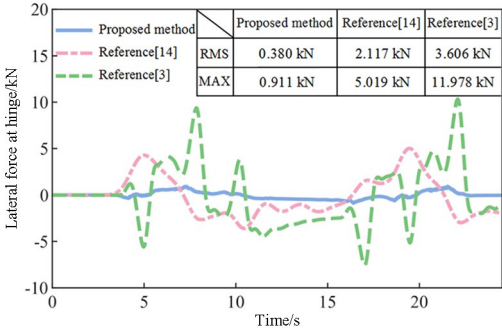


图 7 复合曲线路径
Fig. 7 The diagram of composite curve path

图 8 为复合曲线工况中车间横向铰接力变化时程曲线图.显然,在文献[3]和[15]方法中,当车辆由直道驶入图 7 中 A、B 及 C 点处弯道时,车体 1 和车体 2 间的横向铰接力显著增加,分别增加至 9 kN 和 6 kN 左右,如图 8(a)所示.此外,文献[3]中方法仅以单一的横向误差为目标控制车轮转向,车间横向铰接力呈现大幅振荡趋势,而本文方法同时考虑了车辆循迹精度、横向稳定性和车间铰接力,



(a) 车体1和车体2间的横向铰接力
(a) Lateral hinge force between unit1 and unit2

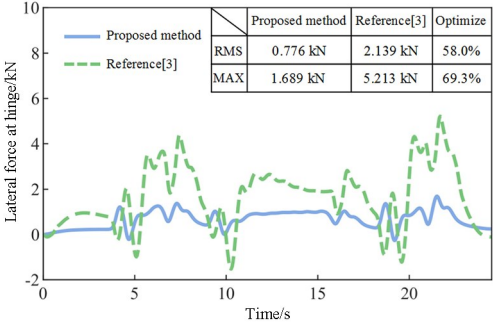


(b) 车体2和车体3间的横向铰接力
(b) Lateral hinge force between unit2 and unit3

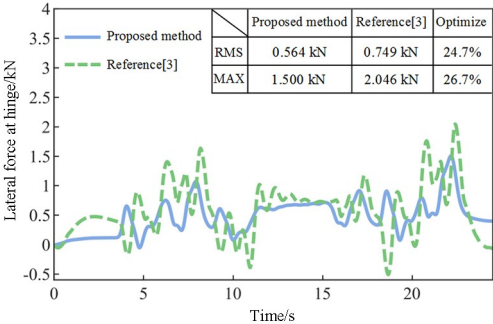
图 8 复合曲线工况中车间横向铰接力变化时程曲线
Fig. 8 Time schedule diagram of lateral hinge force between the vehicles in the composite curve test

车间横向铰接力波动不明显. 同样, 本文方法相较于其他两种方法也有效降低了车体 2 和车体 3 间的横向铰接力, 如图 8(b) 所示.

列车在行驶过程中, 车间纵向铰接力变化情况如图 9 所示. 从图 9(a) 中可以看出, 当仅以减小横向误差为目标进行转向控制时, 车体 1 和车体 2 间的纵向铰接力在列车进/出弯道时振荡明显, 而本文方法先根据车辆姿态运动学关系分配电机转矩, 又进一步运用 PID 理论, 基于纵向铰接力反馈加权补偿电机转矩, 纵向铰接力变化相对平缓. 此外, 车体 2 和车体 3 间的纵向铰接力总体较小, 本文方法与文献[3]方法的控制效果相当, 如图 9(b) 所示.



(a) 车体1和车体2间的纵向铰接力
(a) Longitudinal hinge force between unit1 and unit2



(b) 车体2和车体3间的纵向铰接力
(b) Longitudinal hinge force between unit2 and unit3

图 9 复合曲线工况中车间纵向铰接力变化时程曲线
Fig. 9 Time schedule diagram of longitudinal hinge force between the vehicles in the composite curve test

本文将车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 设定为主动循迹转向轴, 其他车轴进行辅助转向作动, 以减小车间铰接力, 提高车辆横向稳定性. 图 10 为上述车轴中心的运行轨迹. 从图 10 中可以看出, 各车轴中心的运行轨迹与目标路径较好吻合, 且与文献[3]方法相比较, 本文方法在标记为 I、II 和 III 等曲率突变的路段上车辆横向误差较小. 图 11 比较了两种方法中各车体质心侧偏角的最大值. 在复合曲线工况, 由于路径曲率多变, 且虚拟轨道列车车体较长, 当不考虑稳定性控制时, 各车体横向稳定性相对较

差, 如图 11 所示, 文献[3]方法中车体 1 的质心侧偏角最值高达 2.34° , 本文方法相较其减小了 65.6%, 车体 2、3 的质心侧偏角最值也相较减小了 19.8%、23.3%, 均取得了良好的优化效果, 有效改善了列车的横向稳定性.

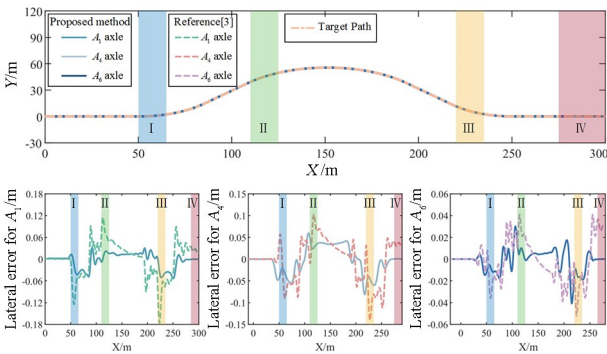


图 10 复合曲线工况中车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 中心运行轨迹与横向误差
Fig. 10 Running trajectory and lateral error of axes A_1 , A_4 and A_6 in the composite curve test

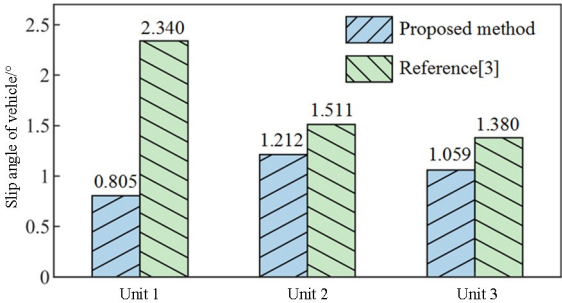


图 11 复合曲线工况中车体质心侧偏角最大值
Fig. 11 Maximum slip angle of the vehicle in the composite curve test

结合上述分析, 可以看出本文方法不仅取得了良好的车辆循迹精度和横向稳定性, 还有效地降低了车间铰接力, 提高了车间铰接装置的服役性能. 此外, 车间铰接力的优化减少了车体间运动相互干扰, 进而提高了车辆的循迹精度. 因此, 在长大型车辆循迹过程中, 需要考虑车间铰接力的控制.

5 结论

本文考虑了车间铰接力、车辆行驶误差和横向稳定性, 针对一种新型多铰接道路车辆—虚拟轨道列车, 提出了一种车辆循迹控制方法, 通过典型工况下列车循迹控制的仿真分析研究, 可以得到如下结论:

(1) 多铰接车辆具有多个车轴, 可结合不同车轴的功能制定相应的转向策略, 实现各车轴的协同控制. 在本文中, 车轴 A_1 、 A_4 和 A_6 转向主要实现

车辆循迹运行,而其他车轴辅助转向,以减小车间铰接力,提高车辆行驶的横向稳定性。

(2) 多铰接车辆在协同转向过程中需要综合考虑多个因素,以使车体具有良好的行驶特性,其中车间铰接力是需要着重考虑的因素。车间铰接力的优化与减小不仅可以提高铰接装置服役性能,还可以减小车体循迹误差。

(3) 在双移线工况和复合线路工况中,本文方法相较于文献中方法在车辆循迹精度、车间铰接力及车辆横向稳定性的控制方面均体现出明显优势。

参考文献

[1] 任利惠,李稳,冷涵,等. 轮胎式轨道交通车辆动力学研究现状与挑战[J]. 交通运输工程学报, 2021, 21(6): 8—30.

REN L H, LI W, LENG H, et al. Research on dynamics of rail transit vehicle with tire running gears: state-of-arts and challenges [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2021, 21(6): 8—30. (in Chinese)

[2] 张众华,杨蔡进,张卫华. 虚拟轨道列车超螺旋滑模自适应导向控制[J]. 交通运输工程学报, 2023, 23(5): 163—182.

ZHANG Z H, YANG C J, ZHANG W H. Adaptive guidance control of super-twisting sliding mode for virtual track train [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2023, 23(5): 163—182. (in Chinese)

[3] YIN Z H, ZHANG J Y, LU H Y. Establishment and comparison of a spatial dynamics model for virtual track train with different steering modes [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics, 2021, 235(3): 481—498.

[4] 杨一博,杨蔡进,陆野,等. 虚拟轨道列车全轮主动转向控制研究[J]. 动力学与控制学报, 2024, 22(6): 59—67.

YANG Y B, YANG C J, LU Y, et al. Research on all-wheel steering control of the virtual rail train [J]. Journal of Dynamics and Control, 2024, 22(6): 59—67. (in Chinese)

[5] 孙帮成,刘志明,崔涛,等. 汽车列车多轴转向控制方法及仿真研究[J]. 机械工程学报, 2019, 55(4): 154—163.

SUN B C, LIU Z M, CUI T, et al. Research on

multi-axis steering control method and simulation of train-like vehicle [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(4): 154—163. (in Chinese)

[6] LENG H, REN L H, JI Y J. Cascade modular path following control strategy for gantry virtual track train: time-delay stability and forward predictive model [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(7): 6969—6983.

[7] LENG H, REN L H, JI Y J. Path-following control strategy for gantry virtual track train based on distributed virtual driving model [J]. Vehicle System Dynamics, 2024, 62(1): 85—113.

[8] WANG Z H, LU Z G. Research on traction guidance cooperative control of virtual track train based on path-tracking and articulation hinge forces optimisation [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 2024, 238(12): 5469—5487.

[9] GHAZALI M. Path-following and tire loss investigation of a front in-wheel-drive electric vehicle with off-centre CG [J]. Mechanism and Machine Theory, 2023, 189: 105422.

[10] 查云飞,吕小龙,陈慧勤,等. 基于路面附着系数估计的车辆轨迹跟踪控制[J]. 汽车工程, 2023, 45(6): 1010—1021,1039.

ZHA Y F, LV X L, CHEN H Q, et al. Vehicle trajectory tracking control based on road adhesion coefficient estimation [J]. Automotive Engineering, 2023, 45(6): 1010—1021,1039. (in Chinese)

[11] 刘强,杨蔡进,张卫华,等. 基于阿克曼原理的4WID/4WIS汽车循迹控制研究[J]. 动力学与控制学报, 2023, 21(1): 36—44.

LIU Q, YANG C J, ZHANG W H, et al. Research on tracking control of 4 WID/4 WIS vehicle based on ackerman principle [J]. Journal of Dynamics and Control, 2023, 21(1): 36—44. (in Chinese)

[12] GE X, LING L, CHEN Z G, et al. Experimental assessment of the dynamic performance of slave control locomotive couplers in 20, 000-tonne heavy-haul trains [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 2021, 235(10): 1225—1236.

[13] JACKIEWICZ J. Coupler force reduction method for multiple-unit trains using a new hierarchical control system [J]. Railway Engineering Science, 2021, 29(2): 163—182.

[14] WEI L, ZENG J, QU S, et al. Longitudinal-vertical

- dynamics of a high-speed train rescued by locomotives during braking on grades [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2023, 61(6): 1476—1499.
- [15] WAGNER S, NITZSCHE G. Advanced steer-by-wire system for worlds longest busses [C]//2016 IEEE 19th International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC). New York, USA: IEEE, 2016: 1932—1938.
- [16] XIAO L, WANG K, ZHOU S, et al. An intelligent multiple-articulated rubber-tired vehicle based on automatic steering and trajectory following method [J]. *Journal of Vibration and Control*, 2022, 28(5/6): 507—519.
- [17] ZHANG Y B, KHAJEPOUR A, HASHEMI E, et al. Reconfigurable model predictive control for articulated vehicle stability with experimental validation [J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2020, 6(1): 308—317.
- [18] GUAN H, KIM K, WANG B. Comprehensive path and attitude control of articulated vehicles for varying vehicle conditions [J]. *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, 2017, 24(1): 65—95.
- [19] WANG B, ZHA H S, ZHONG G Q, et al. Integrated active steering control strategy for autonomous articulated vehicles [J]. *International Journal of Heavy Vehicle Systems*, 2020, 27(5): 565—599.
- [20] LIN F, ZHANG Y W, ZHAO Y Q, et al. Trajectory tracking of autonomous vehicle with the fusion of DYC and longitudinal-lateral control [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 32(1): 212—227.
- [21] 张雷, 赵宪华, 王震坡. 四轮轮毂电机独立驱动电动汽车轨迹跟踪与横摆稳定性协调控制研究[J]. *汽车工程*, 2020, 42(11): 1513—1521.
- ZHANG L, ZHAO X H, WANG Z P. Study on coordinated control of trajectory tracking and yaw stability for autonomous four-wheel-independent-driving electric vehicles [J]. *Automotive Engineering*, 2020, 42(11): 1513—1521. (in Chinese)
- [22] AMMOUR M, ORJUELA R, BASSET M. A MPC combined decision making and trajectory planning for autonomous vehicle collision avoidance [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(12): 24805—24817.
- [23] TIAN Y, YAO Q Q, WANG C Q, et al. Switched model predictive controller for path tracking of autonomous vehicle considering rollover stability [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2022, 60(12): 4166—4185.
- [24] PLOCHL M, EDELMANN J. Driver models in automobile dynamics application [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2007, 45(7/8): 699—741.
- [25] WANG X X, YE P L, ZHANG Y J, et al. Parameter optimization method for power system of medium-sized bus based on orthogonal test [J]. *Energies*, 2022, 15(19): 7243.