

基于 SPH 的充液柔性航天器耦合特性分析^{*}

曹凯^{1,2} 尤伟¹ 李海洋¹ 李爽^{2†}

(1. 深空探测实验室, 合肥 230088)

(2. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 211106)

摘要 随着航天探索任务不断复杂, 新型航天器往往携带大质量占比的液体燃料, 同时大量柔性材料在航天器设计与制造中得到广泛应用, 充液柔性航天器变得越来越普遍。目前航天工程中对于充液柔性航天器动力学与控制的研究仍限于柔性附件离散模型和液体晃动等效力学模型, 溢出效应和液体大幅晃动难以处理, 导致在轨控制的研究不够全面和深入。针对充液柔性航天器的复杂耦合特性分析问题, 文中采用光滑粒子流体力学 (SPH) 法和分布参数法对充液柔性航天器进行了建模与分析。首先, 采用 SPH 法对液体晃动进行建模, 并推导了非惯性系下液体晃动作用力和力矩, 增强了处理液体非线性晃动的能力; 接着, 采用哈密顿原理和分布参数法, 平衡 SPH 法和航天器动力学模型间的计算步长, 将液体晃动模型集成到柔性航天器刚-柔耦合模型中, 建立了充液柔性航天器刚-柔-液耦合动力学模型。在该模型的基础上, 设计了柔性附件对称振动和反对称振动两种工况进行数值仿真, 对比刚-柔耦合模型, 分析了两种工况下的刚-柔-液三者间耦合关系。仿真结果表明, 液体晃动会吸收柔性附件的振动能量, 激发刚体振荡, 使得刚-柔耦合模型不再满足对称振动或反对称振动特性。

关键词 充液柔性航天器, 光滑粒子流体力学, 刚-柔-液耦合特性, 分布参数模型

中图分类号: V412.4+2

文献标志码: A

The Analysis of Coupling Behaviors of Fluid-Filled Flexible Spacecraft Based on the SPH Method^{*}

Cao Kai^{1,2} You Wei¹ Li Haiyang¹ Li Shuang^{2†}

(1. Deep Space Exploration Laboratory, Hefei 230088, China)

(2. College of Astronautics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China)

Abstract As space exploration missions put higher requirements on spacecraft, new spacecraft often carry liquid fuels with large mass proportions, while a large number of flexible materials are widely used in spacecraft design and construction. Presently, the exploration of the dynamics and control of such spacecraft in aerospace engineering remains confined to discrete models of flexible appendages and equivalent mechanical representations of liquid sloshing. Challenges such as spillover effects and the non-linearity inherent in liquid sloshing pose formidable obstacles, impeding the depth and comprehensiveness of research into in-orbit control. In this paper, the smooth particle hydrodynamics (SPH) method and the distributed parameter method are used to model and analyse the liquid-filled flexible spacecraft with respect to the complex coupling characteristics. Firstly, the sloshing part of the liquid is modeled by the SPH method, and the liquid sloshing force and torque are calculated by the SPH method in a non-

2024-05-29 收到第 1 稿, 2024-10-22 收到修改稿。

^{*} 国家自然科学基金资助项目 (11972182, 12102265), 深空探测实验室前沿科研计划项目 (GC04FY1003ZC3ZT-2325), 深空探测全国重点实验室课题 (NKLDSE2023A005), National Natural Science Foundation of China (11972182, 12102265), Frontier Scientific Research Program of Deep Space Exploration Laboratory (GC04FY1003ZC3ZT-2325), National Key Laboratory of Deep Space Exploration (NKLDSE2023A005).

inertial system; then, a liquid-filled flexible spacecraft rigid-flexible-liquid coupled dynamics model was established by adopting Hamilton's principle and the distributed parameter method, balancing the computational steps between the SPH method and the spacecraft dynamics model, and integrating the liquid sloshing model into the rigid-flexible coupled model of the flexible spacecraft. Based on this model, two cases of symmetric vibration and antisymmetric vibration are designed for numerical simulation, and the coupling relationship between rigid-flexible-liquid is analysed in comparison with the rigid-flexible coupling model. The simulation results show that the liquid sloshing absorbs the vibration energy of the flexible appendages and excites the oscillation of the rigid body, which makes the rigid-flexible coupling model no longer satisfy the symmetric vibration or anti-symmetric vibration characteristics.

Key words fluid-filled flexible spacecraft, sooth particle hydrodynamics method, rigid-flexible-fluid coupling behaviour, distributed parameter model

引言

随着航天技术不断发展,对航天器在轨寿命也提出了更高要求,航天器上液体燃料的比重随之不断增加,液体晃动现象变得不可忽略.同时,为了提高载荷质量占比、增强航天器功能,航天器上柔性材料的应用逐渐增加.因此,新型航天器往往携带大型柔性附件,同时中心刚体携带大质量占比的液体贮箱,整体呈现出刚—柔—液耦合特性,又被称为充液柔性航天器.例如,欧洲航天局木星冰卫星探测器 JUICE^[1],携带了 10.6 m 长可展开桁架,16 m 长可展开天线以及总长可达 25 m 的十字形太阳能帆板,液体燃料总重约 3650 kg,约占总质量的 60%.为了保证这类航天器在轨任务的执行精度,需要对刚—柔—液耦合特性进行详细分析,设计合适的控制策略降低柔性附件振动以及补偿液体晃动的影响,而这首先就需要建立准确的刚—柔—液耦合动力学模型.

国内外学者对充液柔性航天器动力学建模与控制进行了相关研究,取得了众多成果. Liu 等^[2]针对带有柔性太阳能帆板的充液航天器控制问题进行了研究,采用球面摆等效力学模型和假设模态法分别对晃动液体和柔性太阳能帆板进行建模,并基于拉格朗日法建立刚—柔—液耦合动力学模型. Deng 等^[3]对充液航天器姿态控制问题进行了研究,采用运动脉动球等效力学模型对液体晃动进行了建模,采用假设模态法对柔性附件进行建模. Yan 等^[4]对带有柔性附件的部分充液柔性航天器发展了姿态稳定性分析方法,采用单摆等效力学模型对液体晃动进行建模,柔性附件则简化为线性剪

切梁模型进行分析. 刘峰等^[5]提出了变参数刚体摆复合模型,基于该模型对燃料消耗下充液柔性航天器大范围运动时液体非线性晃动问题进行了研究,推导了航天器轨道—姿态—晃动耦合动力学方程. Liu 等^[6]针对含有多个贮箱的柔性航天器液体大幅晃动问题,采用 Kane 法和约束曲面等效力学模型对液体晃动进行建模,并采用几何非线性变形假设对考虑动力刚化的柔性附件进行建模. 闫玉龙等^[7]采用 Kirchhoff-Love 薄板理论对含有板类柔性附件和曲壁轴对称充液贮箱的航天器系统进行了研究,通过变分原理和速度势函数得到了液体晃动控制方程,基于该动力学方程对刚—柔—液耦合特性进行了分析. 李晓玉等^[8]采用多维模态法对横向激励下圆贮箱壁中的液体非线性晃动问题进行了研究,推导了贮箱壁的晃动力和晃动力矩的解析表达式,建立了航天器刚体部分平动和液体耦合的非线性动力学方程. 于嘉瑞等^[9]采用等几何分析法对气—液混合液体大幅晃动问题进行了建模,并基于该模型建立了携带柔性帆板的充液航天器耦合动力学模型. Wu 等^[10]基于绝对节点坐标法和拉格朗日原理对带有柔性附件的充液卫星进行了建模,其中液体部分采用 8 节点绝对节点坐标固体有限元表示,柔性太阳能帆板采用 4 节点绝对节点坐标薄板单元表示,并通过罚函数表示液体的不可压缩性. Kotsarinis 等^[11]采用光滑粒子流体力学(SPH)法对航天器机动时液体燃料的晃动行为及阻尼大小进行了研究. Yu 等^[12]基于 SPH 法和动量守恒定律发展了充液航天器贮箱内燃料非惯性系下晃动作用力和力矩的快速计算方法,并基于 OpenMP 进行并行计算提高运算效率. 张诗琪等^[13]采用

SPH 法建立了充液刚体动力学模型,基于达朗贝尔原理推导了简化的晃动力和力矩,在刚体约束方程的基础上建立了刚一液耦合动力学模型。

虽然众多学者进行了大量的研究,取得了瞩目的成果,但是充液柔性航天器动力学建模与控制的研究中仍然存在一些问题有待深入研究。首先,柔性附件建模一般采用有限模态法,不可避免带来溢出效应,影响控制效果。其次,液体晃动建模方面主要分为三类:等效力学法、解析法和数值计算法,但这三者均存在一些问题。工程中采用等效力学模型对液体晃动进行建模^[2-6]最为常见,包括运动脉动球模型^[3,14]、单摆/复合摆模型^[2,4,5]、弹簧-质量块模型^[15]等。虽然等效力学模型建模简单,但是难以处理液体非线性大幅晃动问题,同时难以描述液面形状。另外,等效力学模型参数辨识比较困难,往往需要数值方法或者实验方法辅助确定。采用解析法对液体晃动进行研究^[7,8]可以获得解析解,方便后续运算,但解析法往往推导烦琐,求解困难,且同样难以处理液体非线性大幅晃动问题,难以描述液面形状。随着计算机的发展,数值计算方法对液体晃动进行模拟^[9,10]成为新的研究趋势,即计算流体力学(CFD)法。传统的 CFD 法包括有限元法^[10,16]、边界元法^[9,17]等,其适用范围广泛,能够处理液体大幅晃动工况,但是难以处理自由表面、液固混合等问题。SPH 法作为 CFD 法中的一种,具有准确描述液体晃动行为、无网格化、易于模拟重力环境以及对贮箱形状要求低等特点,在航天器液体晃动力学分析中得到了迅速发展。但是现有采用 SPH 法对充液航天器液体晃动的研究^[11-13]中只考虑了液体晃动对贮箱的影响,并未考虑航天器自身运动以及柔性附件振动,未能建立充液柔性航天器刚一柔-液耦合动力学模型,对刚一柔-液耦合特性的分析不够全面和深入。对于 SPH 法自身来讲,粒子数目较多、计算步长较小、计算耗时较长,航天器自身运动导致粒子边界实时变化,如何将 SPH 法应用到充液柔性航天器动力学与控制中是一个难点。

因此,本文采用 SPH 法对充液柔性航天器中的液体晃动问题进行描述,推导了非惯性系下 SPH 法的晃动作用力和力矩计算方法;采用变分法和哈密顿原理,平衡 SPH 法和航天器动力学模型间计算步长,集成液体晃动模型和分布参数模型,建立了充液柔性航天器动力学模型。本文的章

节分布如下:第一节介绍 SPH 下的液体晃动动力学模型;第二节介绍充液柔性航天器的刚一柔-液耦合动力学模型;第三节设置了两种仿真工况进行数值仿真验证,分析了耦合特性;第四节进行了总结。

1 基于 SPH 法的液体晃动动力学建模

1.1 SPH 法简介

SPH 方法的核心思想之一为核函数近似。核函数近似法的原理为:对于一个连续的光滑函数 $f(r)$,在定义域 Ω 内任意一点 x 处的函数值可以表示为

$$f(x) = \int_{\Omega} f(x') \delta_D(x - x') dx' \quad (1)$$

其中, δ_D 为狄拉克函数。

由于狄拉克函数 δ_D 连续但不可导的性质会对计算带来不便,且在实际应用中理想的 δ_D 函数并不存在,因此,常采用光滑核函数来近似替代狄拉克函数:

$$f(x) \approx \int_{\Omega} f(x') W(x - x', h) dx' \quad (2)$$

其中, $W(x - x', h)$ 为 SPH 法中的光滑核函数; h 为光滑长度, κ 是光滑因子, h 和 κ 一同决定光滑函数影响域的范围。

光滑核函数应该满足正则化条件、强尖峰函数性质和紧支性条件等。本文选择 B-样条函数作为光滑核函数, B-样条函数的具体形式为^[18]

$$W(R, h) = \alpha_d \times \begin{cases} \frac{2}{3} - R^2 + \frac{1}{2}R^3 & 0 \leq R < 1 \\ \frac{1}{6}(2 - R)^3 & 1 \leq R < 2 \\ 0 & R \geq 2 \end{cases} \quad (3)$$

其中,在处理一维、二维和三维问题时,式中 α_d 的取值分别为 $1/h$ 、 $15/7\pi h^2$ 、 $3/2\pi h^3$; R 是点 x 和 x' 之间的相对距离,定义为: $R = r/h = |x - x'|/h$ 。

在 SPH 法中,通过有限个具有独立质量和密度的粒子的相互作用表示系统的整体运动特性,其核心思想就是粒子近似。假设第 j 个粒子的体积为 ΔV_j ,粒子的密度为 ρ_j ,则粒子的质量 m_j 可表示为

$$m_j = \Delta V_j \rho_j \quad (4)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, N$, 表示粒子的编号, N 表示粒子所在支持域内的所有粒子总数。

根据式(4),则函数 $f(x)$ 的核函数近似表示可改写为支持域内所有粒子的求和形式:

$$\begin{aligned}\langle f(\mathbf{x}) \rangle &= \int_{\Omega} f(\mathbf{x}') W(\mathbf{x} - \mathbf{x}', h) d\mathbf{x}' \\ &\approx \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \Delta V_j \\ &= \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h) \frac{m_j}{\rho_j}\end{aligned}\quad (5)$$

同理,函数的空间导数的核函数近似也可用支持域内的粒子求和形式进行表示:

$$\langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}) \rangle = - \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) [\nabla \cdot W(\mathbf{x} - \mathbf{x}_j, h)] \frac{m_j}{\rho_j} \quad (6)$$

令 $W_{ij} = W(\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j, h)$,则粒子 i 处的函数及其函数的导数的粒子近似最终可写为

$$\begin{aligned}\langle f(\mathbf{x}_i) \rangle &= \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) W_{ij} \\ \langle \nabla \cdot f(\mathbf{x}_i) \rangle &= - \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{x}_j) [\nabla \cdot W_{ij}]\end{aligned}\quad (7)$$

其中

$$\nabla \cdot W_{ij} = - \nabla \cdot W_{ij} = \frac{\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} = \frac{\mathbf{x}_{ij}}{r_{ij}} \frac{\partial W_{ij}}{\partial r_{ij}} \quad (8)$$

1.2 基于 SPH 法的 Navier-Stokes 方程

拉格朗日描述下的流体力学动力学方程由一系列偏微分方程组成,即 Navier-Stokes (N-S) 方程,其中包括了质量守恒方程、动能守恒方程和能量守恒方程.在此,我们采用 α 和 β 表示坐标方向,采用哑指标法表示求和,则等熵流体(忽略能量方程)的 N-S 方程的偏微分方程组如下所示:

(1) 连续性方程

$$\frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial \mathbf{v}^\beta}{\partial \mathbf{x}^\beta} \quad (9)$$

(2) 动量方程

$$\frac{d\mathbf{v}^a}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}^{a\beta}}{\partial \mathbf{x}^\beta} + \mathbf{f}_{\text{out}} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{f}_{\text{out}}$ 表示单位质量所受到的体积力; $\boldsymbol{\sigma}$ 表示总应力张量,由各向同性压力 p 和黏性应力 τ 两部分组成.当考虑牛顿流体时,总应力张量表示为:

$$\boldsymbol{\sigma}^{a\beta} = -p\delta^{a\beta} + \mu \boldsymbol{\varepsilon}^{a\beta} \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{a\beta} = \frac{\partial \mathbf{v}^\beta}{\partial \mathbf{x}^a} + \frac{\partial \mathbf{v}^a}{\partial \mathbf{x}^\beta} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta^{a\beta} \quad (12)$$

其中, $\delta^{a\beta}$ 是 Kronecker 符号,当且仅当 $\alpha = \beta$ 时, $\delta^{a\beta} = 1$,其他情况均为 0.

考虑粒子之间的对称性,基于核函数近似和粒子近似,对 N-S 方程式(9)和式(10)进行离散,以获得 SPH 形式的离散方程.首先,对连续方程式(9)采用连续密度法进行粒子近似表示:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{v}_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (13)$$

其中, $\mathbf{v}_{ij}^\beta = \mathbf{v}_i^\beta - \mathbf{v}_j^\beta$.

同样地,对动量方程式(10)进行粒子近似可以得到两种形式的 SPH 离散格式:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} &= - \sum_{j=1}^N m_j \frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \\ &\quad \sum_{j=1}^N m_j \frac{\mu_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^{a\beta} + \mu_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^{a\beta}}{\rho_i \rho_j} \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{f}_{\text{out}}\end{aligned}\quad (14)$$

和

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} &= - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \\ &\quad \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\mu_i \boldsymbol{\varepsilon}_i^{a\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \boldsymbol{\varepsilon}_j^{a\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} + \mathbf{f}_{\text{out}}\end{aligned}\quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\varepsilon}_i^{a\beta} &= \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{v}_{ji}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{v}_{ji}^a \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} - \\ &\quad \left(\frac{2}{3} \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} \mathbf{v}_{ji} \cdot \nabla W_{ij} \right) \delta^{a\beta}\end{aligned}\quad (16)$$

1.3 晃动作用力和力矩计算

引言中我们已经提到了目前 SPH 法在航天器动力学与控制的应用中存在一些问题,其中一点是航天器自身运动导致粒子边界实时变化.因此,本节将采用非惯性系下的 SPH 方程计算液体晃动的的作用力和力矩^[19,20],避免动边界实时变化导致边界粒子实时更新,降低计算复杂度.在航天器的本体系中,SPH 粒子系的运动可视为在非惯性坐标系内的运动.如图 1 所示,航天器由航天器本体和内部液体贮箱组成, O 为航天器质心, $O_0-X_0Y_0Z_0$ 为惯性坐标系; O_b 为航天器质心位置, $O_b-x_b y_b z_b$ 为航天器质心本体坐标系; P 点为贮箱内的参考点,相对于贮箱静止;粒子 i 表示 SPH 系中的任意一个粒子; $\mathbf{R}_O$ 表示航天器质心在惯性系下的位置矢量; $\mathbf{R}_i$ 表示粒子 i 在惯性系下的位置矢量; $\mathbf{r}_p$ 表示 p 点在本体坐标系下的位置矢量; $\mathbf{r}_i$ 表示粒子 i 相对于点 p 的位置矢量.

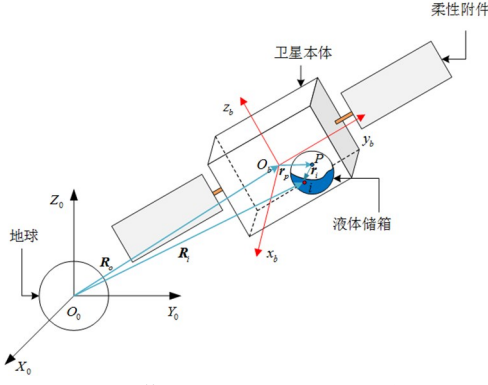


图1 液体贮箱及SPH粒子位置示意图

Fig. 1 Diagram of liquid tank and SPH particle positions

粒子 i 在惯性系 $O_0-X_0Y_0Z_0$ 下的位置可表示为

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_O + \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i \quad (17)$$

因此,粒子 i 的速度 $\mathbf{V}_i$ 可表示为

$$\mathbf{V}_i = \frac{d(\mathbf{R}_O + \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i)}{dt} = \mathbf{V}_O + \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i) \quad (18)$$

其中, $\mathbf{V}_O$ 表示航天器质心的速度; $\mathbf{v}_i$ 表示粒子 i 相对于航天器质心本体系的速度; $\boldsymbol{\omega}$ 表示航天器的角速度. 对式(18)求导可得

$$\begin{aligned} \frac{D\mathbf{V}_p}{Dt} &= \frac{D[\mathbf{V}_O + \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i)]}{Dt} \\ &= \frac{D\mathbf{V}_O}{Dt} + \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_i + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i) + \\ &\quad \boldsymbol{\omega} \times [\mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i)] \\ &= \frac{D\mathbf{V}_O}{Dt} + \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i) + \\ &\quad \boldsymbol{\omega} \times [\boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i)] + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_i \\ &= \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} - \mathbf{f}_{\text{inertial},i} \end{aligned} \quad (19)$$

其中, $D(\cdot)/Dt$ 表示矢量对时间求导的绝对导数, $d(\cdot)/dt$ 表示在本体系中求导的相对导数; $D\mathbf{V}_O/Dt$ 表示航天器质心的平动加速度; $d\mathbf{v}_i/dt$ 表示粒子相对于本体系的相对加速度; $d\boldsymbol{\omega}/dt$ 表示航天器的角加速度; $\mathbf{f}_{\text{inertial},i}$ 表示粒子 i 受到的非惯性系中的惯性力.

在式(19)中定义了惯性加速度后,将其引入非惯性系下的 SPH 方程中,可得到非惯性系下的 SPH 离散方程为:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} - \mathbf{f}_{\text{inertial},i}^a &= \mathbf{f}_{\text{in},i}^a + \mathbf{f}_{\text{out},i}^a \\ \frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} &= \mathbf{f}_{\text{in},i}^a + \mathbf{f}_{\text{out},i}^a + \mathbf{f}_{\text{inertial},i}^a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \\ &\quad \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\mu_i \epsilon_i^{a\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \epsilon_j^{a\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} - \left[\frac{D\mathbf{V}_0}{Dt} + \right. \\ &\quad \left. \boldsymbol{\beta} \times \mathbf{r}_{\text{ref}} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{\text{ref}}) + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_i \right]^a + \\ &\quad \mathbf{f}_{\text{out},i}^a \end{aligned} \quad (20)$$

其中, $\mathbf{r}_{\text{ref}} = \mathbf{r}_p + \mathbf{r}_i$ 表示粒子 i 相对于本体坐标系的位置矢量; $\boldsymbol{\beta}$ 表示航天器角加速度; $\mathbf{f}_{\text{in},i}$ 表示粒子 i 受到的粒子间作用力; $\mathbf{f}_{\text{out},i}$ 表示粒子 i 受到的外力.

通过式(20),我们即可通过航天器自身运动状态(平动加速度、角速度、角加速度等),对液体贮箱内的粒子施加惯性力,进而可以获得非惯性系下的粒子运动,为后续动边界仿真及晃动作用力和力矩求解奠定基础.

在获得非惯性系下的 SPH 离散动力学方程后,我们根据质点系动量定理和动量矩定理获得液体晃动的作用力和力矩. 液体晃动对贮箱的作用力和作用力矩为:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{slosh}} &= -\mathbf{F}_{\text{contact}} \\ &= \mathbf{F}_{\text{inertial}} + \mathbf{F}_{\text{out}} - \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} \\ &= m \left[\sum_{i=1}^N \mathbf{f}_{\text{inertial},i} + \mathbf{f}_{\text{out},i} - \frac{\Delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i)}{\Delta t_d} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\text{slosh}} &= -\mathbf{M}_{\text{contact}} \\ &= m \left\{ \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{\text{inertial},i} + \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{\text{out},i}) - \frac{\Delta[\sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i)]}{\Delta t_d} \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{F}_{\text{contact}}$ 、 $\mathbf{M}_{\text{contact}}$ 分别表示贮箱箱体表面受到的液体作用力和力矩; $\mathbf{F}_{\text{slosh}}$ 、 $\mathbf{M}_{\text{slosh}}$ 分别表示液体对贮箱的作用力和力矩; $\mathbf{F}_{\text{inertial}}$ 表示非惯性系中的惯性力; $\mathbf{F}_{\text{out}}$ 表示体积力(包括重力), $\mathbf{f}_{\text{out},i}$ 表示粒子 i 受到的体积力; Δt_d 代表航天器动力学积分仿真时间步长; $\Delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i)$ 表示所有粒子(1~N)速度在 Δt_d 时间内的改变量的矢量和; $\Delta[\sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i)]$ 表示所有粒子(1~N)单位质量角动量在 Δt_d 时间内的改变量的矢量和.

2 刚—柔—液耦合动力学模型

充液柔性航天器结构如图2所示,整体由三部

分组成:中心刚体、刚体两侧柔性附件以及刚体内部液体贮箱。其中, $O-XY$ 表示惯性坐标系, $O-x_2y_2$ 表示航天器固连坐标系, $O-x_3y_3$ 、 $O-x_4y_4$ 分别表示右侧和左侧柔性附件局部坐标系; J 、 M 、 R 、 θ 分别表示中心刚体转动惯量、质量、半径和姿态角; L_1 、 L_2 分别表示右侧和左侧柔性附件长度; ρ_1 、 ρ_2 分别表示右侧和左侧柔性附件线密度; EI_1 、 EI_2 分别表示右侧和左侧柔性附件弹性模量; M_1 、 M_2 分别表示右侧和左侧柔性附件末端负载质量; ξ_1 、 ξ_2 分别表示右侧和左侧柔性附件挠度; τ 表示施加在中心刚体上的控制力矩, F_X 、 F_Y 表示施加在中心刚体上的控制力; O_f 表示液体贮箱中心点在中心刚体中的位置, r 表示液体贮箱的半径。

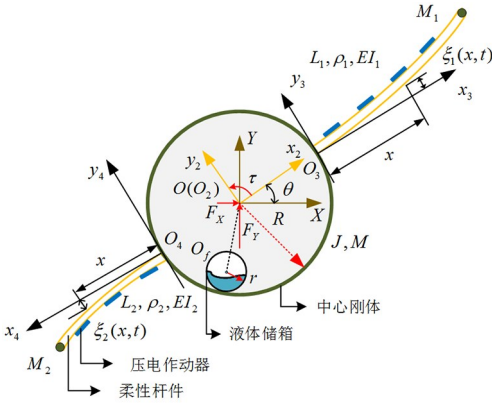


图2 充液柔性航天器示意图

Fig. 2 Diagram of a liquid-filled flexible spacecraft

在得到液体晃动的作用力和作用力矩以后,采用哈密顿原理 $\int_{t_1}^{t_2} (\delta E_k - \delta E_p + \delta W) dt = 0$ 建立充液柔性航天器刚-柔-液耦合动力学模型。

系统动能表达式 E_k :

$$E_k = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M (\dot{X}^2 + \dot{Y}^2) + \frac{1}{2} \int_0^{L_1} \rho_1(x) \cdot \{ (x+R)^2 \dot{\theta}^2 + 2(x+R) \dot{\theta} \dot{\xi}_1(x,t) + \dot{\xi}_1^2(x,t) + \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + 2[(x+R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_1(x,t)] (\dot{X} \cos \theta - \dot{Y} \sin \theta) \} dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} \rho_2(x) \{ (x+R)^2 \dot{\theta}^2 + 2(x+R) \dot{\theta} \dot{\xi}_2(x,t) + \dot{\xi}_2^2(x,t) + \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + 2[(x+R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_2(x,t)] (\dot{X} \cos \theta - \dot{Y} \sin \theta) \} dx + \frac{1}{2} M_1 [(L_1 + R)^2 \dot{\theta}^2 + 2(L_1 + R) \dot{\theta} \dot{\xi}_1(L_1, t) + \dot{\xi}_1^2(L_1, t) + \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + 2[(L_1 + R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_1(L_1, t)] (\dot{X} \cos \theta -$$

$$\dot{Y} \sin \theta)] + \frac{1}{2} M_2 [(L_2 + R)^2 \dot{\theta}^2 + 2(L_2 + R) \dot{\theta} \dot{\xi}_2(L_2, t) + \dot{\xi}_2^2(L_2, t) + \dot{X}^2 + \dot{Y}^2 + 2[(L_2 + R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_2(L_2, t)] (\dot{X} \cos \theta - \dot{Y} \sin \theta)] \quad (23)$$

其中, X 、 Y 分别表示惯性系下中心刚体沿 $O-X$ 、 $O-Y$ 的位移。

系统势能表达式 E_p :

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^{L_1} EI_1(x) \xi_{1xx}^2 dx + \frac{1}{2} \int_0^{L_2} EI_2(x) \xi_{2xx}^2 dx \quad (24)$$

系统非保守力做功表达式 W :

$$W = \int (\tau + M_{\text{slosh}}) d\theta + \int (F_X + F_{\text{slosh}, X}) dX + \int (F_Y + F_{\text{slosh}, Y}) dY + \int_0^{L_1} \frac{M_{b1}^2(x, t)}{2E_b I_b} dx + \int_0^{L_2} \frac{M_{b2}^2(x, t)}{2E_b I_b} dx \quad (25)$$

其中, M_{b1} 、 M_{b2} 分别表示作动器施加在右侧和左侧柔性附件上的力矩。

将式(23)~(25)代入哈密顿方程即可计算得到系统动力学方程,具体推导过程可参考文献[21]。最终,基于 SPH 法的充液柔性航天器刚-柔-液耦合动力学方程如下:

$$0 = \tau + M_{\text{slosh}} - J \ddot{\theta} - \int_0^{L_1} \rho_1(x) (x+R)^2 \ddot{\theta} dx - \int_0^{L_1} \rho_1(x) (x+R) \ddot{\xi}_1(x, t) dx - \int_0^{L_1} \rho_1(x) (x+R) (\ddot{X} \cos \theta - \ddot{Y} \sin \theta - \dot{X} \dot{\theta} \sin \theta - \dot{Y} \dot{\theta} \cos \theta) dx - \int_0^{L_1} \rho_1(x) [(x+R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_1(x, t)] (\dot{Y} \sin \theta + \dot{X} \cos \theta) dx - \int_0^{L_2} \rho_2(x) (x+R)^2 \ddot{\theta} dx + \int_0^{L_2} \rho_2(x) (x+R) \ddot{\xi}_2(x, t) dx + \int_0^{L_2} \rho_2(x) (x+R) (\ddot{X} \cos \theta - \ddot{Y} \sin \theta - \dot{X} \dot{\theta} \cos \theta) dx - \int_0^{L_2} \rho_2(x) \cdot [- (x+R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_2(x, t)] (\dot{Y} \sin \theta + \dot{X} \cos \theta) dx - M_1 (L_1 + R) [(L_1 + R) \ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(L_1, t)] - M_1 (L_1 + R) (\ddot{X} \cos \theta - \ddot{Y} \sin \theta - \dot{X} \dot{\theta} \sin \theta - \dot{Y} \dot{\theta} \cos \theta) - M_1 [(L_1 + R) \dot{\theta} + \dot{\xi}_1(L_1, t)] (\dot{Y} \sin \theta + \dot{X} \cos \theta) + M_2 (L_2 + R) [-(L_2 + R) \ddot{\theta} + \ddot{\xi}_2(L_2, t)] + M_2 (L_2 + R) (\ddot{X} \cos \theta - \ddot{Y} \sin \theta - \dot{X} \dot{\theta} \sin \theta - \dot{Y} \dot{\theta} \cos \theta) - M_2 [-(L_2 + R) \dot{\theta} +$$

$$\dot{\xi}_2(L_2, t)](\dot{Y}\sin\theta + \dot{X}\cos\theta) \quad (26)$$

$$\begin{aligned} 0 = & F_X + F_{\text{slosh}, X} - M\ddot{X} - M_1\ddot{X} - M_2\ddot{X} - \\ & \int_0^{L_1} [\rho_1(x)\ddot{X}]dx - \int_0^{L_2} [\rho_2(x)\ddot{X}]dx + \\ & \int_0^{L_1} \{\rho_1(x)[(x+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_1(x, t)]\dot{\theta}\cos\theta + \\ & \rho_1(x)[(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(x, t)]\sin\theta\}dx + \\ & \int_0^{L_2} \{\rho_2(x)[-(x+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_2(x, t)]\dot{\theta}\cos\theta + \\ & \rho_2(x)[-(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_2(x, t)]\sin\theta\}dx + \\ & M_1[(L_1+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_1(L_1, t)]\dot{\theta}\cos\theta + M_1[(L_1+ \\ & R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(L_1, t)]\sin\theta + M_2[-(L_2+R)\dot{\theta} + \\ & \dot{\xi}_2(L_2, t)]\dot{\theta}\cos\theta + M_2[-(L_2+R)\ddot{\theta} + \\ & \ddot{\xi}_2(L_2, t)]\sin\theta \quad (27) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 = & F_Y + F_{\text{slosh}, Y} - M\ddot{Y} - M_1\ddot{Y} - M_2\ddot{Y} - \\ & \int_0^{L_1} [\rho_1(x)\ddot{Y}]dx - \int_0^{L_2} [\rho_2(x)\ddot{Y}]dx + \\ & \int_0^{L_1} \{\rho_1(x)[(x+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_1(x, t)]\sin\theta\dot{\theta} - \\ & \rho_1(x)[(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(x, t)]\cos\theta\}dx + \\ & \int_0^{L_2} \{\rho_2(x)[-(x+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_2(x, t)]\sin\theta\dot{\theta} - \\ & \rho_2(x)[-(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_2(x, t)]\cos\theta\}dx + \\ & M_1[(L_1+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_1(L_1, t)]\dot{\theta}\sin\theta - \\ & M_1[(L_1+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(L_1, t)]\cos\theta + \\ & M_2[-(L_2+R)\dot{\theta} + \dot{\xi}_2(L_2, t)]\dot{\theta}\sin\theta - \\ & M_2[-(L_2+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_2(L_2, t)]\cos\theta \quad (28) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 = & \int_0^{L_1} -\rho_1(x)[(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_1(x, t)]dx + \\ & \int_0^{L_1} -\rho_1(x)(\dot{Y}\cos\theta - \dot{Y}\dot{\theta}\sin\theta - \ddot{X}\sin\theta - \\ & \dot{X}\dot{\theta}\cos\theta)dx - \int_0^{L_1} EI_1(x)\xi_{1xxx}dx + \\ & \int_0^{L_1} M_{b1}(x, t)_{xx}dx \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 = & \int_0^{L_2} -\rho_2(x)[-(x+R)\ddot{\theta} + \ddot{\xi}_2(x, t)]dx + \\ & \int_0^{L_2} -\rho_2(x)(\dot{Y}\cos\theta - \dot{Y}\dot{\theta}\sin\theta - \ddot{X}\sin\theta - \\ & \dot{X}\dot{\theta}\cos\theta)dx - \int_0^{L_2} EI_2(x)\xi_{2xxx}dx + \\ & \int_0^{L_2} M_{b2}(x, t)_{xx}dx \quad (30) \\ & \xi_1(0, t) = \xi_2(0, t) = 0 \end{aligned}$$

$$\xi_{1x}(0, t) = \xi_{2x}(0, t) = 0$$

$$\xi_{1xx}(L_1, t) = \xi_{2xx}(L_2, t) = 0$$

$$\begin{aligned} & M_1(\dot{Y}\cos\theta - \dot{Y}\dot{\theta}\sin\theta - \ddot{X}\sin\theta - \dot{X}\dot{\theta}\cos\theta) \\ = & EI_1(L_1)\xi_{1xxx}(L_1, t) - M_1[(L_1+R)\ddot{\theta} + \\ & \ddot{\xi}_1(L_1, t)] \\ & M_2(\dot{Y}\cos\theta - \dot{Y}\dot{\theta}\sin\theta - \ddot{X}\sin\theta - \dot{X}\dot{\theta}\cos\theta) \\ = & EI_2(L_2)\xi_{2xxx}(L_2, t) - M_2[-(L_2+R)\ddot{\theta} + \\ & \ddot{\xi}_2(L_2, t)] \quad (31) \end{aligned}$$

$$\frac{d\rho_i}{dt} = \sum_{j=1}^N m_j \mathbf{v}_{ij}^\beta \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{v}_i^a}{dt} = & - \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{p_i}{\rho_i^2} + \frac{p_j}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^a} + \\ & \sum_{j=1}^N m_j \left(\frac{\mu_i \epsilon_i^{a\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\mu_j \epsilon_j^{a\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial \mathbf{x}_i^\beta} - \\ & [\ddot{\mathbf{a}} + \ddot{\theta} \times \mathbf{r}_{\text{ref}} + \dot{\theta} \times (\dot{\theta} \times \mathbf{r}_{\text{ref}}) + 2\dot{\theta} \times \mathbf{v}_i]^a + \\ & \mathbf{f}_{\text{out}, i}^a \quad (33) \end{aligned}$$

$$\mathbf{F}_{\text{slosh}} = m \left[\sum_{i=1}^N \mathbf{f}_{\text{inertial}, i} + \mathbf{f}_{\text{out}, i} - \frac{\Delta(\sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i)}{\Delta t_d} \right] \quad (34)$$

$$\mathbf{M}_{\text{slosh}} = m \left\{ \sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{\text{inertial}, i} + \mathbf{r}_i \times \mathbf{f}_{\text{out}, i}) - \frac{\Delta[\sum_{i=1}^N (\mathbf{r}_i \times \mathbf{v}_i)]}{\Delta t_d} \right\} \quad (35)$$

其中,式(26)~(28)为航天器中心刚体的动力学方程,包含了液体晃动和柔性附件振动的耦合项;式(29)~(31)为柔性附件振动方程,其中式(29)和式(30)分别表示右侧和左侧柔性附件的振动方程,包括了中心刚体耦合项,后续仿真分析中采用假设模态法对其进行离散;式(31)表示边界条件;式(32)和式(33)为液体晃动 SPH 离散动力学方程,包含了中心刚体耦合项;式(34)和式(35)用于计算液体燃料和航天器之间的相互作用力和力矩。

值得注意的是,上述方程针对柔性附件建立了分布参数模型,系统没有离散,后续可直接针对该系统设计连续系统控制器,避免了溢出效应影响。而后续仿真中采用假设模态法离散仅仅为了仿真展示,对溢出效应并无影响^[22]。另外,SPH 离散动力学仿真时间步长远小于航天器系统动力学仿真步长。因此,进行数值计算时,在一个航天器仿真步长内,认为航天器的中心刚体相关信息(平动加速度、角速度、角加速度等)不发生改变,计算该时间

步长内的液体晃动粒子运动情况;当仿真步长结束时,更新晃动作用力和作用力矩,计算该时刻的航天器系统状态,更新中心刚体相关信息. 通过此步骤的处理,平衡 SPH 法和航天器动力学仿真步长,能够初步解决两者间计算一致性问题,为后续 SPH 法的应用提供思路.

3 数值仿真

首先,本节研究对象如图 2 所示,由中心刚体、柔性附件、液体燃料三者组成刚—柔—液耦合航天器系统. 中心刚体及柔性附件参数设置为两侧柔性附件采用对称配置, $L_1=L_2=5\text{ m}$, $M_1=M_2=5\text{ kg}$,其他参数设置见表 1 所示. 球形贮箱半径 $r=0.5\text{ m}$,初始燃料高度 0.3 m ,考虑微重力环境,微重力设置为 $g=0.000\text{ 1 m/s}^2$. 为了简化计算以及保持质心位置,假设球形贮箱中心在刚体坐标系 $O_2-x_2y_2$ 的原点处,且液体晃动为小幅晃动不改变质心位置. 液体燃料为甲基肼(MMH),密度为 874.4 kg/m^3 ,动力黏性系数为 $4.189\times10^{-4}\text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$. 初始液面高度设置为 0.3 m ,初始实粒子间距 0.02 m ,每个粒子质量为 0.3498 kg ,总的液体质量约为 171 kg ,约为航天器主体(中心刚体+液体)质量的 46% . 液体晃动 SPH 仿真时间间隔为 $\Delta t=0.0001\text{ s}$,航天器动力学仿真时间间隔为 $\Delta t_d=0.01\text{ s}$,即每隔 100 个 SPH 仿真步长进行一次航天器动力学积分计算. 由于仿真计算较慢,本算例中仿真时间设置为 30 s . 后续算例测试均在一台配置 6 核 12 线程的 Intel i7 处理器和 16 GB 内存的个人电脑上完成,预平衡时间 6 s 仿真耗时约为 20 min .

表 1 仿真参数设置
Table 1 Setting of simulation parameters

Parameters	Value
M/kg	200
$J/(\text{kg}\cdot\text{m}^2)$	160
R/m	2
M_1/kg	5
M_2/kg	5
L_1/m	5
L_2/m	5
$EI/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$	120
$\rho/(\text{kg/m})$	20

微重力环境下,SPH 法下球形贮箱及其内部液体的初始液面如图 3 所示. 经过约 6 s 的预平衡后,预平衡状态的球形贮箱及其内部液体的预平衡液面如图 4 所示,此时受微重力环境影响,液面呈现内凹形状.

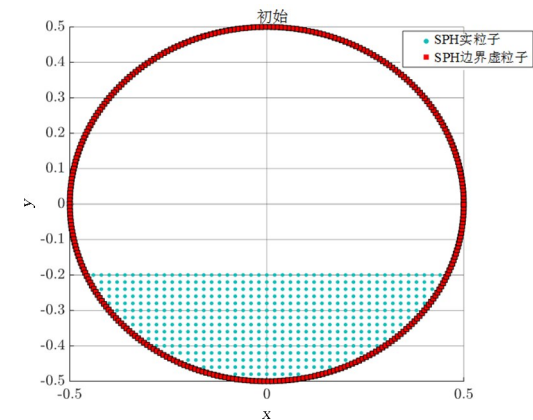


图 3 球形贮箱初始液面展示
Fig. 3 Demonstration of initial liquid level for spherical tank

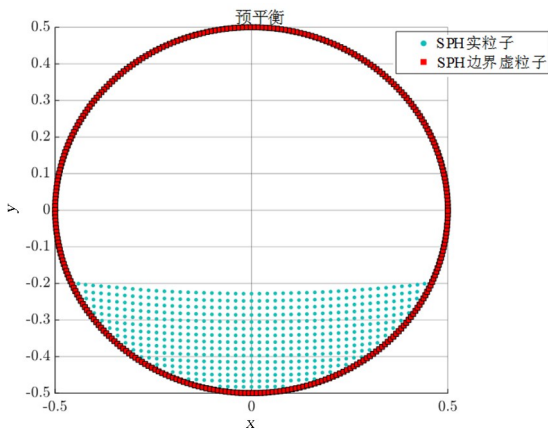


图 4 微重力环境球形贮箱预平衡液面展示
Fig. 4 Demonstration of pre-equilibrium liquid level for spherical tanks in a micro-gravity condition

为了验证微重力环境下 SPH 法以及非惯性系下晃动作用力和力矩计算方法的准确性和适用性,采用 Fluent 商业软件计算结果作为对比进行了验证. 对球形贮箱施加水平方向激励, $x=0.05\sin(2\pi\cdot0.2t)$. SPH 法和 Fluent 得到的晃动作用力和力矩变化曲线见图 5~7.

从图 5 可以看出,在微重力环境水平激励时,SPH 法得到的水平方向晃动作用力与 Fluent 得到的结果较为接近. 激励初始阶段,Fluent 得到的结果存在剧烈振荡,并随时间快速收敛. 当 Fluent 结果振荡收敛时,可以看到两者之间相位几乎一致,均呈现正弦波曲线. 两者最大幅值误差约为 3 N ,在可接受范围内. 图 6 展示了重力方向晃动作用力

变化曲线. 由于重力方向上不施加激励同时重力较小, 因此, 重力方向上晃动作用力较小. SPH 法得到的结果随时间推移收敛到 0 N 附近; Fluent 结果在 0 N 附近振荡. 整体来说, 两者之间误差较小, 满足精度要求. 图 7 展示了晃动作用力矩变化曲线. 可以看出 SPH 和 Fluent 两者相位几乎一致, 幅值相差不大, Fluent 的晃动作用力在重力方向振荡导致曲线不是完全吻合, 但满足精度要求. 综上, 可以认为 SPH 法计算得到的液体晃动作用力和力矩满足航天器动力学仿真所需精度.

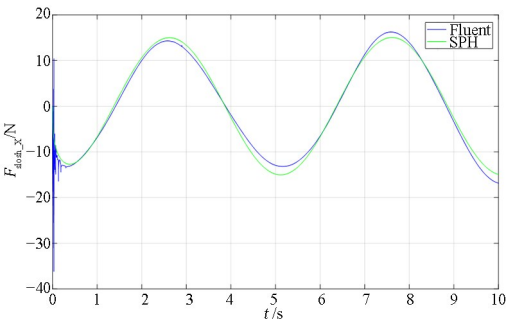


图 5 微重力环境激励下贮箱水平方向晃动作用力
Fig. 5 Horizontal sloshing force on tanks by excitation in a microgravity condition

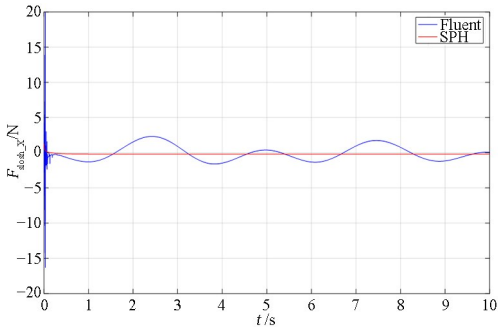


图 6 微重力环境激励下贮箱竖直方向晃动作用力
Fig. 6 Vertical sloshing force on tanks by excitation in a microgravity condition

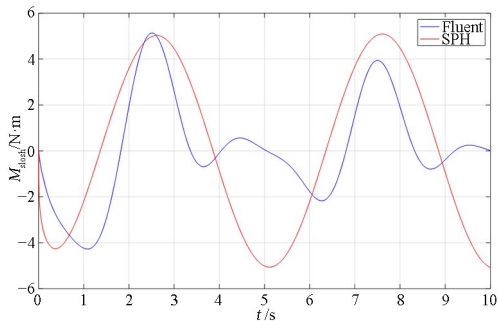


图 7 微重力环境激励下贮箱晃动作用力矩
Fig. 7 Torque on tanks by excitation in a microgravity condition

为了更加清晰地展示刚—柔—液耦合特性, 以不考虑液体晃动的刚—柔耦合模型 (rigid-flexible coupled model, RF model) 作为对比, 基于刚—

柔—液耦合模型 (rigid-flexible-liquid coupled model, RFL model), 采用了对称振动和反对称振动两种工况进行分析, 仿真结果如图 8~11 所示.

3.1 对称振动

图 8~11 展示了对称振动初始条件下, 刚—柔—液耦合模型以及刚—柔耦合模型下的系统振动情况. 首先, 图 8 中展示了两种模型下右侧和左侧柔性附件末端点的振动情况. 从图中可以看出, 两种模型在对称初始条件下均保持对称振动, 两侧柔性附件末端点的振动曲线完全一致. 图 9、图 10 中对中心刚体姿态角和 O-X 轴方向的位置振动进行了展示, 同时也佐证了对称振动初始条件下两侧柔性附件振动也保持对称的特性. 同时, 从图中可

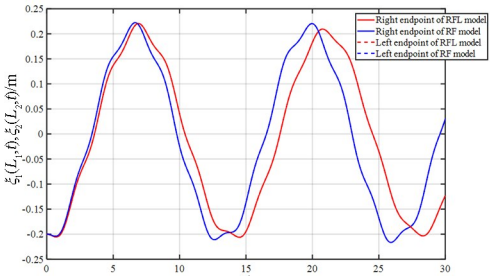


图 8 刚—柔—液耦合模型和刚—柔耦合模型中两侧柔性附件末端点振动曲线
Fig. 8 Vibration curves of end points of flexible appendages in RFL model and RF model

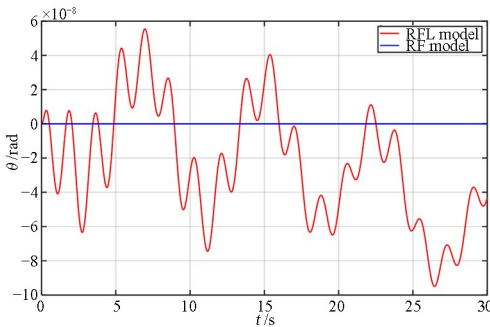


图 9 中心刚体姿态角变化曲线
Fig. 9 Variation curve of attitude angle of central hub

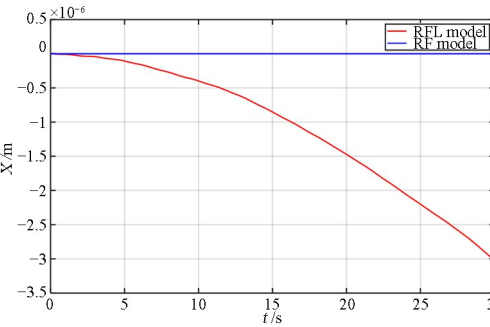


图 10 中心刚体轴 O-X 方向位置变化曲线
Fig. 10 Variation curve of the position of the central hub along the O-X direction

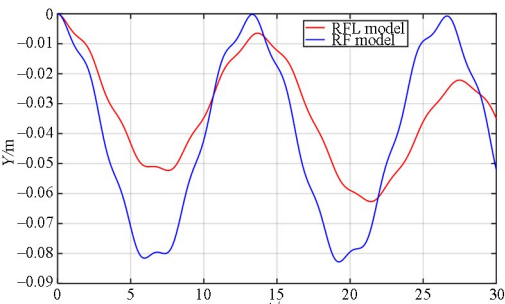


图 11 中心刚体 $O-Y$ 轴方向位置变化曲线
Fig. 11 Variation curve of the position of the central hub along the $O-Y$ direction

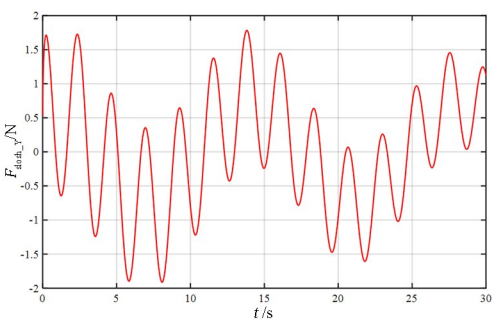


图 13 $O-Y$ 方向晃动作用力 $F_{slosh,Y}$ 曲线
Fig. 13 Variation curve of $F_{slosh,Y}$ along the $O-Y$ direction

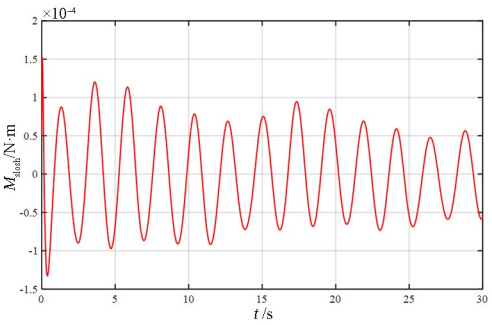


图 14 晃动作用力矩 M_{slosh} 曲线
Fig. 14 Variation curve of M_{slosh}

以看出,刚—柔—液耦合模型下末端点的振动幅值略微小于刚—柔耦合模型下的柔性附件末端点振动幅值,其振动相位要稍微快于刚—柔耦合模型下的振动相位.该现象出现的可能原因是液体不仅随中心刚体进行运动,其本身还进行晃动.因此,柔性附件的振动能量小部分提供给液体晃动,导致其振动幅值降低;由于液体晃动初始阶段对中心刚体的作用较小,相比于刚—柔耦合模型中心刚体整体质量较低,因此,柔性附件振动较快,但随着时间推移相位差逐渐保持不变.图 11 展示了中心刚体 $O-Y$ 轴方向的位置振动.从图中可以看出,刚—柔—液耦合模型的振动幅值明显小于刚—柔耦合模型,这是由于液体晃动占据了原本中心刚体的能量,导致中心刚体振动幅值下降.

图 12~14 展示了刚—柔—液耦合模型在对称振动初始条件下液体晃动对贮箱的作用力和力矩.图 12 和图 14 分别展示了液体晃动对贮箱沿 $O-X$ 方向的作用力以及对贮箱的作用力矩,从图中可以看出两者几乎为 0,可以忽略不计.同时,图 13 展示了中心刚体受到的沿 $O-Y$ 方向的作用力,其幅值不再保持在 0 附近,最大幅值约为 2 N.值得注意的是,由于 SPH 粒子初始位置是贮箱底部,同时贮箱水平放置,中心刚体的姿态角为 0 rad,即中心刚体也水平.因此,在对称振动初始条件下,贮箱沿

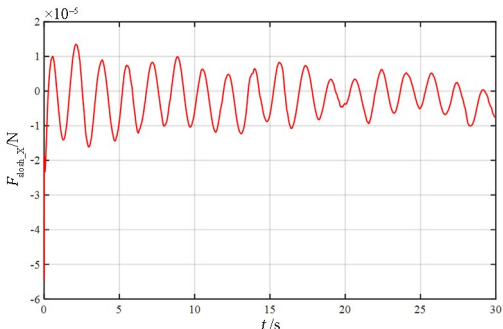


图 12 $O-X$ 方向晃动作用力 $F_{slosh,X}$ 曲线
Fig. 12 Variation curve of $F_{slosh,X}$ along the $O-X$ direction

竖直方向振动对液体施加激励,液体对贮箱施加的反作用力则保持在竖直方向,这与图 12~14 中展示的结果相吻合.

3.2 反对称振动

图 15~18 展示了反对称振动初始条件下系统振动情况.与先前对称振动的情况类似,图 15 展示的两种模型中柔性附件末端点振动呈现反对称振动的现象.从图中可以明显看出,随着时间的推移,刚—柔—液耦合模型中柔性附件末端点的振动幅值逐渐下降,同时两者间的相位逐渐出现偏差,刚—柔—液耦合模型的振动相位略微超前.这与对称振动中的现象相似,均是由于液体晃动吸收了部分能量.图 16~18 展示的刚体姿态角以及位置振动曲线表明,非对称初始条件下,中心刚体不再呈现出非对称振动下的情形.此时,中心刚体的姿态角随时间逐渐降低,沿 $O-X$ 轴和 $O-Y$ 轴的位置振动幅值不断增加.这是由于虽然将液体贮箱置于中心刚体的中心位置,但是由于粒子初始位置位于贮箱下半部分,当中心刚体在非对称振动初始条件下开始转动时,由于液体燃料的偏置振动,对中心刚体施加指向 $O-XY$ 第四象限的力,导致中心刚体位置产生振动.这一现象可以从图 19~21 展示的晃动作用力和力矩得到验证.图 19 中沿 $O-X$ 轴晃

动作用力在仿真开始阶段较大,随着时间增加幅值逐渐稳定.图 20 中沿 $O-Y$ 轴晃动作用力幅值较小,且随时间逐渐降低.图 21 中晃动作用力矩幅值逐渐降低,最后趋于平衡.上述现象也是由于液体贮箱偏置导致的.初始阶段中心刚体姿态角较小,

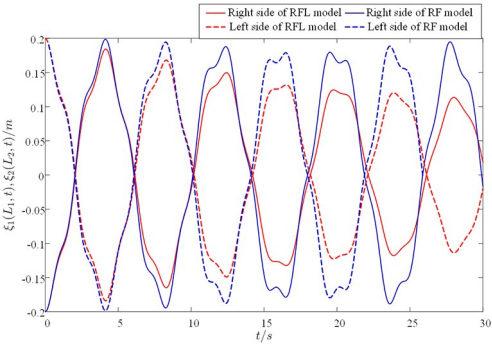


图 15 刚—柔—液耦合模型和刚—柔耦合模型两侧柔性附件末端点振动曲线
Fig. 15 Vibration curves of end points of flexible appendages in RFL model and RF model

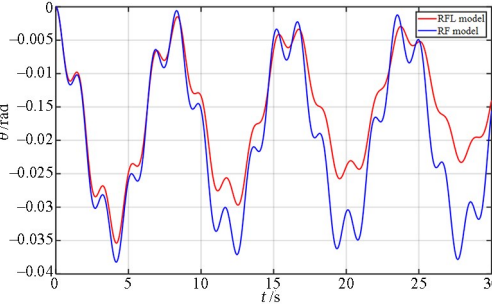


图 16 中心刚体姿态角变化曲线
Fig. 16 Variation curve of attitude angle of central hub

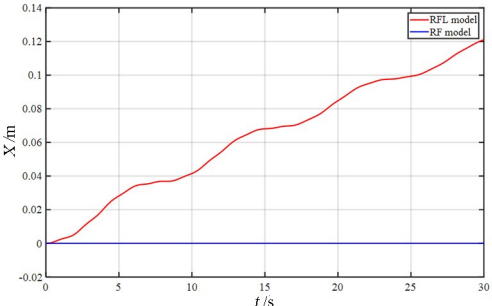


图 17 中心刚体 $O-X$ 轴方向位置变化曲线
Fig. 17 Variation curve of the position of the central hub along the $O-X$ direction

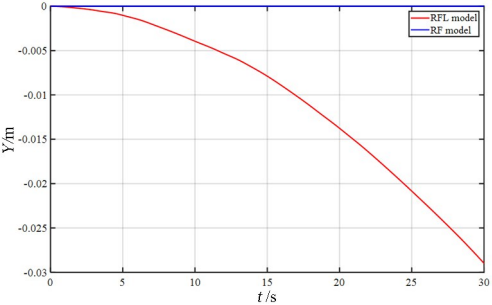


图 18 中心刚体 $O-Y$ 轴方向位置变化曲线
Fig. 18 Variation curve of the position of the central hub along the $O-Y$ direction

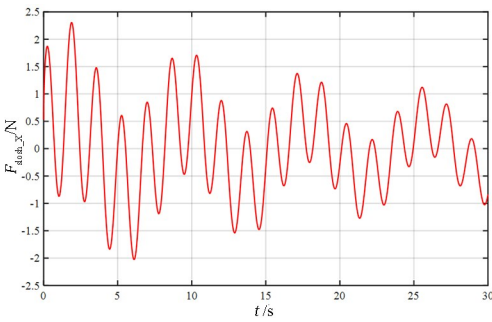


图 19 $O-X$ 方向晃动作用力 F_{sloshX} 曲线
Fig. 19 Variation curve of F_{sloshX} along the $O-X$ direction

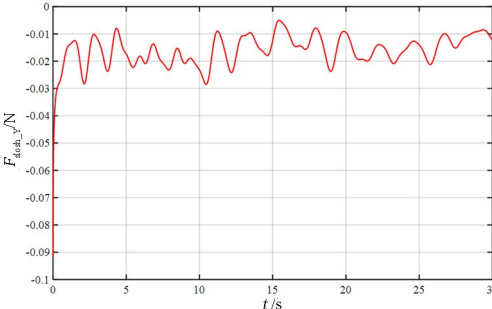


图 20 $O-Y$ 方向晃动作用力 F_{sloshY} 曲线
Fig. 20 Variation curve of F_{sloshY} along the $O-Y$ direction

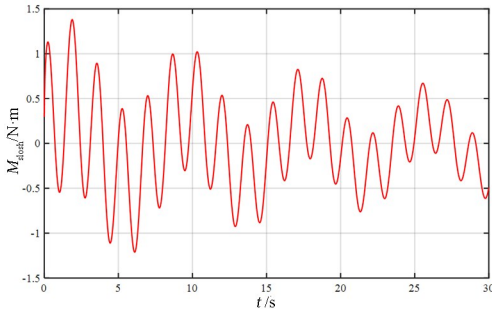


图 21 晃动作用力矩 M_{slosh} 曲线
Fig. 21 Variation curve of M_{slosh}

液体晃动产生的作用力主要沿 $O-X$ 轴方向.同时,随着仿真时间增加,液体晃动逐渐趋于平衡,晃动频率与柔性附件振动以及中心刚体姿态振荡保持一致,此时晃动作用力和力矩逐渐稳定.

4 结论

本文基于 SPH 法和分布参数法,提出了充液柔性航天器的刚—柔—液耦合动力学模型.在液体晃动部分,采用 SPH 法进行建模,能够处理液体非线性晃动问题;基于哈密顿原理和分布参数法,平衡 SPH 法和航天器动力学两者间的仿真步长,建立了刚—柔—液耦合动力学模型,避免了溢出效应可能带来的不利影响.通过对比刚—柔耦合模型可以发现,刚—柔—液耦合模型中,柔性附件振动的能量会被液体燃料吸收,激发液体燃料振动,进而

降低柔性附件振动幅值.同时,液体燃料晃动会激发中心刚体振动,使得中心刚体不再满足对称振动或反对称振动特性.

参考文献

- [1] SUNDARARAJAN V. TASTE of Europe's JUICE mission: tradespace analysis of spacecraft technology evaluation (TASTE) for ESA's JUpiter ICy moons explorer (JUICE) [C]//AIAA Scitech 2019 Forum. Reston, Virginia: AIAA, 2019.
- [2] LIU F, YUE B Z, ZHAO L Y. Attitude dynamics and control of spacecraft with a partially filled liquid tank and flexible panels [J]. *Acta Astronautica*, 2018, 143: 327—336.
- [3] DENG M L, HUANG H, LI Z J, et al. Coupling dynamics of flexible spacecraft filled with liquid propellant [J]. *Journal of Aerospace Engineering*, 2019, 32(5): 04019077.
- [4] YAN Y L, YUE B Z. Analytical method for the attitude stability of partially liquid filled spacecraft with flexible appendage [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2017, 33(1): 208—218.
- [5] 刘峰,岳宝增,马伯乐,等.燃料消耗下充液航天器等效动力学建模与分析[J]. *力学学报*, 2020, 52(5): 1454—1464.
- LIU F, YUE B Z, MA B L, et al. Equivalent dynamics modeling and analysis of liquid-filled spacecraft with fuel consumption [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2020, 52(5): 1454—1464. (in Chinese)
- [6] LIU F, YUE B Z, BANERJEE A K, et al. Large motion dynamics of in-orbit flexible spacecraft with large-amplitude propellant slosh [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, 43(3): 438—450.
- [7] 闫玉龙,申云峰,岳宝增.含板类柔性附件的充液航天器动力学研究[J]. *宇航学报*, 2020, 41(5): 531—540.
- YAN Y L, SHEN Y F, YUE B Z. Research on dynamics of liquid-filled spacecraft carrying plate-type flexible appendages [J]. *Journal of Astronautics*, 2020, 41(5): 531—540. (in Chinese)
- [8] 李晓玉,岳宝增.基于多尺度方法的平动圆柱贮箱航天器刚—液耦合动力学研究[J]. *力学学报*, 2019, 51(5): 1448—1454.
- LI X Y, YUE B Z. Study on the rigid-liquid coupling dynamics of a cylindrical-tank spacecraft in translation based on Multi-scale method [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2019, 51(5): 1448—1454. (in Chinese)
- [9] 于嘉瑞,岳宝增,李晓玉.燃料大幅晃动等几何分析仿真及航天器耦合动力学研究[J]. *力学学报*, 2023, 55(2): 476—486.
- YU J R, YUE B Z, LI X Y. Study on isogeometric analysis for large-amplitude propellant sloshing and spacecraft coupled dynamics [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2023, 55(2): 476—486. (in Chinese)
- [10] WU J, ZHANG D G, LI L, et al. Dynamics analysis of a rigid-flexible-liquid coupled satellite antenna system via absolute nodal coordinate formulation curvature continuity constraints [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2024, 144: 108814.
- [11] KOTSARINIS K, GREEN M D, SIMONINI A, et al. Modeling sloshing damping for spacecraft: a smoothed particle hydrodynamics application [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2023, 133: 108090.
- [12] YU Q, WANG T S, LI Z R. Rapid simulation of 3D liquid sloshing in the lunar soft-landing spacecraft [J]. *AIAA Journal*, 2019, 57(10): 4504—4513.
- [13] 张诗琪,刘锦阳.基于 SPH 的充液刚体刚—液耦合动力学建模[J]. *动力学与控制学报*, 2020, 18(4): 86—94.
- ZHANG S Q, LIU J Y. Dynamic modeling for liquid-filled rigid body based on smoothed particle hydrodynamics(SPH) method [J]. *Journal of Dynamics and Control*, 2020, 18(4): 86—94. (in Chinese)
- [14] 邓明乐.液体大幅晃动等效力学模型及航天器刚—液—柔—控耦合动力学研究[D].北京:北京理工大学, 2017.
- DENG M L. Studies on the equivalent mechanical model of large amplitude liquid slosh and rigid-liquid-flex-control coupling dynamics of spacecraft [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2017. (in Chinese)
- [15] 王首喆,刘华清,张庆展,等.挠性充液航天器超近程逼近段动力学建模与控制[J]. *中国空间科学技术*, 2017, 37(4): 1—9.
- WANG S Z, LIU H Q, ZHANG Q Z, et al.

- Modeling and control for a liquid-filled spacecraft with flexible appendages in close proximity [J]. Chinese Space Science and Technology, 2017, 37(4): 1—9. (in Chinese)
- [16] 岳宝增, 于丹. 微重环境下 Cassini 贮液腔中液体晃动特性研究[J]. 动力学与控制学报, 2012, 10(1): 76—80.
- YUE B Z, YU D. Research on liquid sloshing characteristics in cassini container in micro-gravity environment [J]. Journal of Dynamics and Control, 2012, 10(1): 76—80. (in Chinese)
- [17] GHALANDARI M, BORNASSI S, SHAMSHIRBAND S, et al. Investigation of submerged structures' flexibility on sloshing frequency using a boundary element method and finite element analysis [J]. Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 2019, 13(1): 519—528.
- [18] LIU M B, ZHANG Z L. Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for modeling fluid-structure interactions [J]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2019, 62(8): 984701.
- [19] 于强, 王天舒. 充液航天器变质量液体大幅晃动的 SPH 分析方法[J]. 宇航学报, 2021, 42(1): 22—30.
- YU Q, WANG T S. SPH method for large-amplitude liquid sloshing with variable mass in liquid-filled spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2021, 42(1): 22—30. (in Chinese)
- [20] 杜林霏. 基于 SPH 方法的航天器贮箱液体晃动动力学研究[D]. 北京: 清华大学, 2015.
- DU L F. Liquid sloshing dynamics in spacecraft tanks based on the SPH method [D]. Beijing: Tsinghua University, 2015. (in Chinese)
- [21] CAO K, XIE R Y, ZHOU J M, et al. Optimizing the location of the piezoelectric actuator and analyzing its effect on the dynamics of asymmetric flexible spacecraft [J]. Aerospace, 2023, 10(8): 716.
- [22] CAO K, LI S, LI Y K, et al. Dynamic modeling and distributed control of asymmetric flexible spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2022, 46(1): 141—151.