文章编号:1672-6553-2026-24(1)-055-009
DOI:10.6052/1672-6553-2025-073

刚柔耦合响应下的太阳翼位移场重构方法*

胡本昂　赖王杰　黄昌洋　林成辉　张顺琦†
(上海大学 机电工程与自动化学院,上海　200444)

摘要　随着大型柔性太阳翼在新一代航天器中的广泛应用,其刚柔耦合动力学特性引发的位移场实时监测需求日益凸显.针对现有位移场重构研究多基于静力学工况且难以适应航天器复杂动力学激励的问题,本文提出一种基于混合坐标法与模态叠加原理的动态位移场重构方法.通过分析刚柔耦合航天器动力学模型,结合模态分析方法构建了太阳翼全局位移场高精度重构算法.该方法能够在姿态机动与柔性振动耦合工况下,仅需少量传感数据即可实现动态位移场的实时重构.研究结果表明:本文所提方法能够在动力学激励下实现对太阳翼全局位移场的高精度重构.

关键词　刚柔耦合航天器,　动力学建模,　模态叠加原理,　位移场重构
中图分类号:V414　　**文献标志码**:A

Reconstruction Method of Solar Wing Displacement Field under Rigid-Flexible Coupled Response*

Hu Benang　Lai Wangjie　Huang Changyang　Lin Chenghui　Zhang Shunqi†
(School of Mechatronic Engineering and Automation, Shanghai University, Shanghai　200444, China)

Abstract　With the wide application of large flexible solar wings in new generation spacecraft, the demand for real-time monitoring of the displacement field induced by rigid-flexible coupling dynamics is becoming increasingly prominent. Aiming at the limitation that the existing displacement field reconstruction studies are mostly based on the static working conditions and are difficult to adapt to the complex dynamic excitation of the spacecraft, this paper proposes a dynamic displacement field reconstruction method based on the hybrid coordinate method and the assumed modal method. By analyzing the rigid-flexible coupled spacecraft dynamics model, a high-precision reconstruction algorithm for the global displacement field of the solar wing is constructed by combining the modal analysis techniques. The method can realize real-time reconstruction of the dynamic displacement field under the coupling conditions of attitude maneuver and flexible vibration with only a small amount of sensing data. The results show that the proposed method can realize high-precision reconstruction of the global displacement field of the solar wing under dynamic excitation.

Key words　rigid-flexible coupled spacecraft,　dynamics modeling,　modal superposition principle,　displacement field reconstruction

2025-03-19 收到第 1 稿,2025-07-04 收到修改稿.
* 上海市自然科学基金面上项目(25ZR1401136);Sponsored by Natural Science Foundation of Shanghai(25ZR1401136).
† 通信作者 E-mail:zhangsq@shu.edu.cn

引言

航天技术已成为当今世界高技术群中对现代社会最具影响的高技术之一，不断发展和应用航天技术是世界各国现代化建设的重要内容. 新一代卫星航天器为了实现多功能的设计目标，在增加有效载荷的同时控制发射成本，不可避免地需要安装大型柔性附件[1,2]. 现代通信卫星通常由中心舱体和两侧大型柔性太阳翼组成. 由于柔性附件的振动对航天器姿态稳定和姿态机动产生较大影响(即刚柔耦合特性)[3-6]，且航天器动力学响应分析需要采取高效测量手段提供物理场的准确信息，但超大尺度柔性航天器的柔性结构全域物理场实时感知存在极大挑战[7]. 全局位移场的重构可为实现精确的姿态控制提供有效的信息反馈，其次太阳翼在空间复杂环境下以及刚柔耦合作用下的疲劳寿命分析也需要精确的物理场数据，为此开展利用传感数据实时重构太阳翼全局位移场的研究具有重要意义.

光纤传感一直是柔性航天器实时监测最有效的方案之一[8]，光纤测量具有高精度、轻量化、抗电磁干扰以及分布式实时监测等优点. 但是在高密度分布时会存在信号串扰问题，且测量信息仅描述敏感区域的相对变形量，无法反映刚体运动[9]，为此通过少量传感数据实现物理场高精度重构是实现航天器柔性监测的重要手段之一. 目前为止，张科等[10]利用逆向有限元法对鱼骨结构机翼变形进行了重构. 吴懋琦[11]借鉴逆有限元的思想，提出了一种基于逆绝对节点坐标法单元的精确变形重构方法，解决了现有研究忽略纵向变形与弯曲变形耦合效应的问题. 李海洋等[12]利用模态分析和状态空间理论，实现了从少量光纤光栅测量的应变实时重构天线结构的变形位移场. Ko 等[13]基于修正梁的微分方程提出了一种 KO 位移理论，可利用表面弯曲应变预测非均匀悬臂梁的挠度与截面扭转角，并将其应用在飞机机翼的变形形状预测. 赵飞飞等[14]针对 KO 位移理论仅适用于重构单方向位移场问题，提出一种适用于六自由度位移场重构的新方法. 司亚文等[15]基于模态叠加原理和分布式光纤传感器提出了一种机翼应变场的监测与重构方法.

综上所述，当前逆向有限元法依赖边界条件传递和多单元组装，逆绝对节点坐标法需要逐单元迭代求解，两种方法计算效率相对较低；KO 位移理论应用范围较小，适用于特定载荷，对航天器复杂多变的动态载荷可能无法直接适用. 而模态法通过模态截断策略可显著降低计算量，并且对于太阳翼复杂的动力学行为仍然适用. 其次，现有位移场重构方法主要基于静力学工况，研究对象多聚焦于飞机机翼等静态或准静态模型. 然而，针对具有刚柔耦合特性的太阳翼全局位移场重构问题，现有研究仍存在部分不足，如对太阳翼在复杂动力学激励(姿态机动与柔性振动耦合效应)下的动态位移场重构方法研究尚不完善. 值得注意的是，当前刚柔耦合动力学建模研究多聚焦于局部动力学响应分析，比如文献[1,3,16,17]对航天器太阳翼的振动响应分析重点关注其自由端位移，振动控制也并未涉及全局位移场，虽然太阳翼端部变形最为明显也是振动抑制的关键，但是由于复杂的太空环境，获取柔性结构全局位移场的准确信息对航天器的稳定运行及太阳翼的寿命分析至关重要.

因此本文基于混合坐标法与模态叠加原理，提出了一种利用太阳翼监测数据进行实时位移场重构的方法. 该方法通过分析航天器刚柔耦合动力学特性，并利用模态分析方法，仅需少量光纤位移传感数据即可实现太阳翼全局位移场的高精度动态重构，为保证高精度姿态控制和太阳翼寿命分析提供了数据保障.

1 刚柔耦合航天器模型

本文将带挠性附件的航天器简化为中心刚体－悬臂板模型，采用混合坐标法建立了三维刚柔耦合动力学模型. 航天器太阳翼在惯性坐标系 O_0-$x_0y_0z_0$ 下的结构变形如图 1 所示.

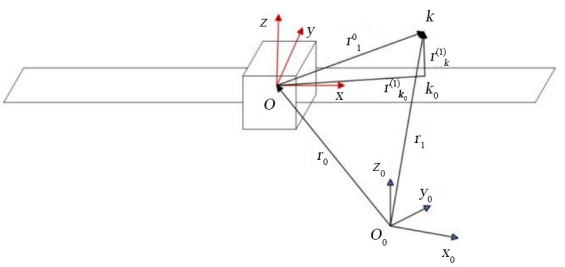


图 1 航天器变形示意图

Fig. 1 Schematic of spacecraft deformation

首先建立惯性坐标系 O_0-$x_0y_0z_0$ 与随体坐标系 O-xyz 之间的关系，对于姿态角速度较小的卫星，且在小角度转动假设条件下，卫星转动角 θ 可

视为 n 次无穷小转动的连续叠加,则可由泰勒展开取一阶近似,通过推导得到坐标转换矩阵如式(1)所示,由于实际大部分航天器的姿态角速度远远小于动力刚化效应所需的角速度[3],因此本文不考虑动力刚化现象的影响.

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}1-\theta_z\theta_y\theta_x & -\theta_z & \theta_y+\theta_z\theta_x\\ \theta_z+\theta_y\theta_x & 1 & \theta_z\theta_y-\theta_x\\ -\theta_y & \theta_x & 1\end{bmatrix} \tag{1}$$

式中,θ_x、θ_y、θ_z 分别是惯性坐标系与随体坐标系之间的三轴夹角.

以右板为例,根据 Kirchhoff 假设可得帆板上任一点 k 在随体坐标系下的位移向量为:

$$\boldsymbol{r}_k^{(1)}=\begin{bmatrix}-z\dfrac{\partial w_1}{\partial x} & -z\dfrac{\partial w_1}{\partial y} & w_1\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{2}$$

式中,w_1 是帆板上该点在厚度方向上的位移.

太阳翼上该点在随体坐标系 O-xyz 下变形后的位移向量为

$$\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_{k_0}^{(1)}+\boldsymbol{r}_k^{(1)} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{r}_{k_0}^{(1)}=\begin{bmatrix}r_0+x & y & z\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{4}$$

式中,r_0 为中心刚体质心到右侧帆板左端的距离.故根据坐标转换可得该点在惯性坐标系 O_0-$x_0y_0z_0$ 下的位移向量为

$$\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{r}_0+\boldsymbol{A}\boldsymbol{r}_1^0 \tag{5}$$

其中

$$\boldsymbol{r}_0=x_0\boldsymbol{i}+y_0\boldsymbol{j}+z_0\boldsymbol{k} \tag{6}$$

式中,x_0、y_0、z_0 为随体坐标系原点 O 在惯性坐标系 O_0-$x_0y_0z_0$ 中的位置坐标.

通过式(5)对时间 t 进行求导可得该点的速度向量表示为

$$\boldsymbol{v}_1=\dot{\boldsymbol{r}}+\dot{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{r}_1^0+\boldsymbol{A}\dot{\boldsymbol{r}}_1^0 \tag{7}$$

柔性航天器的总动能可以推导得到

$$\boldsymbol{T}=\frac{1}{2}\rho\int_{V_{\mathrm{R}}}\boldsymbol{v}_1^2\mathrm{d}V+\frac{1}{2}\rho\int_{V_{\mathrm{L}}}\boldsymbol{v}_2^2\mathrm{d}V+\frac{1}{2}m_{\mathrm{R}}(\dot{x}_0^2+\dot{y}_0^2+\dot{z}_0^2)+\frac{1}{2}\boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}}J\boldsymbol{\omega} \tag{8}$$

式中,ρ 为太阳翼的密度,$\boldsymbol{v}_1$ 为右板的速度向量,$\boldsymbol{v}_2$ 为左板的速度向量,m_{R} 为中心刚体的质量,$\boldsymbol{J}$ 为中心主惯量矩阵,$\boldsymbol{\omega}$ 是航天器在惯性坐标系下的角速度向量.

目前太阳翼广泛采用如图 2 所示的蜂窝夹芯结构为主体结构,主要由蜂窝夹芯层和上下面板组成,当前的研究者们主要是对其进行等效简化[3,18,19],从而获得一个相对简单并且可以准确替代实际结构的等效模型.根据等效板理论可将实际太阳翼结构等效为单层各向同性的均一板.蜂窝板夹芯层及面板采用同种材料,其弹性模量为 E_0、剪切模量为 G_0、材料密度为 ρ_0,总厚度为 $2h$,夹芯层厚度为 $2h_{\mathrm{c}}$,面板厚度为 h_{f},蜂窝胞元的两平行边距离为 l_{c},壁厚度为 δ_{c}.下标 c 和 f 分别表示夹芯层和面板.则等效后的各材料参数为:

$$\begin{aligned}t_{\mathrm{eq}}&=\sqrt{12h_{\mathrm{c}}^2+12h_{\mathrm{c}}h_{\mathrm{f}}+4h_{\mathrm{f}}^2}\\ E&=2h_{\mathrm{f}}E_0/t_{\mathrm{eq}}\\ G&=2h_{\mathrm{f}}G_0/t_{\mathrm{eq}}\\ \rho&=(2h_{\mathrm{f}}\rho_0+2h_{\mathrm{c}}\rho_{\mathrm{c}})/t_{\mathrm{eq}}\end{aligned} \tag{9}$$

其中,ρ_{c} 为夹芯层的平均体积密度,表示为:

$$\rho_{\mathrm{c}}=\frac{8}{3}\frac{\delta_{\mathrm{c}}}{l_{\mathrm{c}}}\rho_0 \tag{10}$$

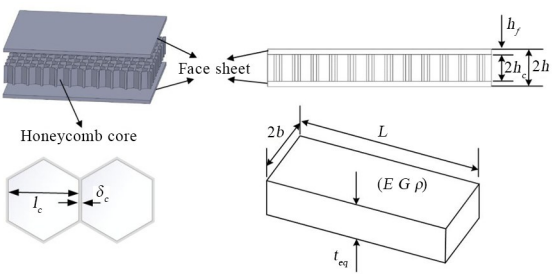


图 2　太阳翼等效模型

Fig. 2　Equivalent model for solar wing

根据 Kirchhoff 假设可得到各向同性材料板的本构方程如下所示

$$\begin{bmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \gamma_{xy}\end{bmatrix} \tag{11}$$

其中,

$$Q_{11}=Q_{22}=\frac{E}{1-u^2},\ Q_{12}=\frac{uE}{1-u^2},\ Q_{66}=G.$$

式中,E 为材料的杨氏模量,u 为泊松比,G 为剪切模量.

航天器的总势能由左右两侧太阳翼的弹性势能组成,由下式计算可得:

$$\boldsymbol{U}=\frac{1}{2}\int_{V_{\mathrm{R}}}(\sigma_x\varepsilon_x+\sigma_y\varepsilon_y+\tau_{xy}\gamma_{xy})\mathrm{d}V+\frac{1}{2}\int_{V_{\mathrm{L}}}(\sigma_x\varepsilon_x+\sigma_y\varepsilon_y+\tau_{xy}\gamma_{xy})\mathrm{d}V \tag{12}$$

通过式(8)、式(12)可得到拉格朗日(Lagrange)函数 $\boldsymbol{L}$ 为

$$\boldsymbol{L}=\boldsymbol{T}-\boldsymbol{U}+\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}} \tag{13}$$

式中，$\boldsymbol{W}_{\mathrm{f}}$ 表示施加在中心刚体上的控制力矩做的功.

应用拉格朗日原理可以得到连续形式的航天器刚柔耦合动力学方程.对于连续形式的微分方程很难得到解析解，一般离散后采用数值方法求解[20].在刚柔耦合动力学的相关研究中进行离散的方式通常可分为两种——有限元法和模态法.有限元法计算精度较高，但存在需要消耗大量算力和时间的问题；模态法本质上是一种模型降阶的求解方法，可以在保证较高精度的同时提高计算效率，第 2 节介绍了模态法和本文重构方法的基本原理.

2 位移场重构方法

2.1 基于模态法的位移场求解

根据假设模态法，帆板振动位移 w 可以表示为模态振型函数 φ_{xy} 和广义模态位移 p_{t} 的乘积，太阳翼由于左侧与中心刚体固定连接，其他边界均为自由无接触约束条件，因此可将其视为悬臂板，在本文中悬臂板的模态函数通过悬臂梁－自由梁的线性组合得到，其中沿太阳翼长度方向选用悬臂梁模态函数 φ_x（固支－自由边界），沿太阳翼宽度方向选用自由梁模态函数 φ_y（自由－自由边界）.

$$w_{1,2}=\varphi_{xy}^{(1,2)}p_{\mathrm{t}}=\varphi_{xm}^{(1,2)}\varphi_{yn}^{(1,2)}p_{\mathrm{t}} \tag{14}$$

$$\varphi_{xm}^{(1)}=\cosh\beta_m x-\cos\beta_m x+\gamma_m(\sinh\beta_m x-\sin\beta_m x) \tag{15}$$

$$\varphi_{xm}^{(2)}=\cosh(-\beta_m x)-\cos(-\beta_m x)+\gamma_m[\sinh(-\beta_m x)-\sin(-\beta_m x)] \tag{16}$$

$$\gamma_m=-\frac{\cosh\beta_m l+\cos\beta_m l}{\sinh\beta_m l+\sin\beta_m l},\ m=1,2,\cdots,m \tag{17}$$

$$\begin{aligned}&\beta_1 l=1.875;\beta_2 l=4.694;\\&\beta_m l=(m-0.5)\pi,\ m\geqslant 3\end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}&n=1:\varphi_{y1}=1;\\&n=2:\varphi_{y2}=-\sqrt{3}\,y/b;\\&n\geqslant 3:\varphi_{yn}=\cosh\beta_n(y+b)+\cos\beta_n(y+b)+\gamma_n[\sinh\beta_n(y+b)+\sin\beta_n(y+b)]\end{aligned} \tag{19}$$

$$\gamma_n=\frac{-(\cosh 2b\beta_n-\cos 2b\beta_n)}{(\sinh 2b\beta_n-\sin 2b\beta_n)} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}&[n=3,\ 2b\beta_n=4.730;\ n=4,\ 2b\beta_n=7.853;\\&n\geqslant 5,2b\beta_n=(2n-3)\pi/2]\end{aligned} \tag{21}$$

式中，m、n 分别为 x、y 方向上的模态阶数，l 为太阳翼的长度，b 为太阳翼的宽度.

将方程(14)～(21)代入方程(13)，选取 8 个广义坐标，可推导得到离散动力学方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{q}}+\boldsymbol{K}\boldsymbol{q}=\boldsymbol{F} \tag{22}$$

$$\boldsymbol{q}=[x\quad y\quad z\quad \theta_x\quad \theta_y\quad \theta_z\quad w_1\quad w_2]^{\mathrm{T}} \tag{23}$$

式中，$\boldsymbol{M}$ 为广义质量矩阵，$\boldsymbol{K}$ 是广义刚度矩阵，$\boldsymbol{q}$ 为广义模态位移，$\boldsymbol{F}$ 为广义力向量.

本文采取 $m=3$，$n=2$，即前 6 阶的假设模态进行理论计算，利用 4 阶龙格－库塔方法对式(20)进行数值求解即可得到帆板的模态位移 $\boldsymbol{p}$，通过模态振型函数 φ_{xy} 和模态位移 $\boldsymbol{p}$ 的乘积即可得到物理坐标系下太阳翼的振动位移 w，如下式所示

$$w=\boldsymbol{\varphi}_{xy\,1\times 6}\cdot\boldsymbol{p}_{6\times 1} \tag{24}$$

2.2 基于传感数据的位移场重构

2.1 节基于模态叠加原理实现了对航天器太阳翼振动位移 w 的求解，而通过少量传感器提供的振动数据，亦可利用模态叠加原理推导得到太阳翼的模态位移 $\boldsymbol{p}$，并利用模态振型函数实现整个位移场的重构，具体过程如下.

航天器系统在控制力矩作用下发生姿态机动时，柔性太阳翼会产生横向位移，位移传感器测点位置的变形量可表示为

$$\boldsymbol{d}_s=\begin{bmatrix}\varphi_{xy}^{1}&\varphi_{xy}^{1}&\cdots&\varphi_{xy}^{1}\\\varphi_{xy}^{2}&\varphi_{xy}^{2}&\cdots&\varphi_{xy}^{2}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\\varphi_{xy}^{s}&\varphi_{xy}^{s}&\cdots&\varphi_{xy}^{s}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{p}_N=\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}\cdot\boldsymbol{p}_N \tag{25}$$

式中，$\boldsymbol{d}_s$ 表示测点的振动位移，s 表示测点的数量，N 表示模态阶数.

太阳翼任意位置的变形量可表示为

$$\boldsymbol{d}_i=\begin{bmatrix}\varphi_{xy}^{1}&\varphi_{xy}^{1}&\cdots&\varphi_{xy}^{1}\\\varphi_{xy}^{2}&\varphi_{xy}^{2}&\cdots&\varphi_{xy}^{2}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\\varphi_{xy}^{i}&\varphi_{xy}^{i}&\cdots&\varphi_{xy}^{i}\end{bmatrix}\cdot\boldsymbol{p}_N=\boldsymbol{\varphi}_{i\times N}\cdot\boldsymbol{p}_N \tag{26}$$

式中，$\boldsymbol{d}_i$ 代表板上 i 个位置点的振动位移.

由于振动位移由模态位移叠加所得，则式(25)解必然存在，当 $s<N$ 时，根据线性代数理论，此时模态振型矩阵的秩等于增广矩阵的秩，但小于变量数 N，即方程数小于变量数，属于欠定系统，则式(25)中 $\boldsymbol{p}_N$ 有无穷解.为了避免这种情况，必须保

证测点的数量不低于模态阶数. 当 $s=N$ 时,此时存在唯一解,模态位移可以由下式得到

$$\boldsymbol{p}_N=\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{-1}\cdot\boldsymbol{d}_s \tag{27}$$

将式(27)代入式(25),可得

$$\boldsymbol{d}_i=\boldsymbol{\varphi}_{i\times N}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{-1}\cdot\boldsymbol{d}_s \tag{28}$$

当 $s>N$ 时,方程组多于变量数,属于超定系统,如前文所述方程有解,且已知模态振型线性无关即模态振型矩阵 $\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}$ 列满秩,则可以通过对式(25)两边同时乘以 $\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}$ 的转置,此时 $\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}$ 为正定对称矩阵,满足可逆条件,即可求得方程的最小二乘解.

$$\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{d}_s=\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}\boldsymbol{p}_N \tag{29}$$

对式(29)整理可得

$$\boldsymbol{p}_N=(\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N})^{-1}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{d}_s \tag{30}$$

同理可得全局的位移响应表达式如下所示:

$$\boldsymbol{d}_i=\boldsymbol{\varphi}_{i\times N}\cdot(\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N})^{-1}\boldsymbol{\varphi}_{s\times N}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{d}_s \tag{31}$$

3　数值仿真与分析

3.1　动力学模型分析

对于均匀矩形板,在低频范围内低阶模态就能涵盖大部分的整体振动特征,因此本文选取太阳翼帆板的前 6 阶模态进行算法的验证工作. 根据上述推导的动力学方程编写程序,进行数值仿真与分析. 本文所采用的航天器模型的等效几何和材料参数如表 1 所示[3].

表 1　几何和材料参数

Table 1　Geometric and material parameters

Parameters	Value
太阳翼长度 L	9 m
太阳翼宽度 $2b$	2 m
太阳翼厚度 $2h$	0.0344 m
泊松比 u	0.33
弹性模量 E	6.0119×10^8 Pa
等效密度 ρ	41.5448 kg·m^{-3}
中心刚体转动惯量 $J_{x,y,z}$	100 kg·m^2
中心刚体边长 $2r_0$	2 m
中心刚体质量 m_R	150 kg

表 2 列出了本模型前 6 阶系统频率与商业有限元软件 ANSYS 的比较结果. 其中,ANSYS 中心刚体采用实体单元、两侧太阳翼采用壳单元进行建模,单元数为 12 000,对比发现本文模型均与 ANSYS 结果相近. 为了分析假设模态离散模型的收敛性,定义本文模型和 ANSYS 固有频率计算结果的相对误差为

$$E=\left|\frac{\omega_{\mathrm{Paper}}-\omega_{\mathrm{ANSYS}}}{\omega_{\mathrm{ANSYS}}}\right|\times100\% \tag{32}$$

式中,ω_{Paper} 为上文推导模型得到的固有频率,ω_{ANSYS} 为 ANSYS 有限元模型得到的固有频率.

通过计算结果可以发现,本文的模型与 ANSYS 结果基频误差为 3.45%,前 6 阶频率计算误差最大为 5.19%. 而且模态叠加原理可知模态阶数越高计算结果越准确,这表明了本文模型的准确性与计算程序的可靠性.

表 2　航天器模态频率

Table 2　Modal frequencies of spacecraft

Modal	本文/Hz	ANSYS/Hz	Error
1	0.30(弯曲)	0.29	3.45%
2	0.81(弯曲)	0.77	5.19%
3	1.78(弯曲)	1.70	4.71%
4	2.29(弯曲)	2.19	4.57%
5	2.42(扭转)	2.34	3.42%
6	2.56(扭转)	2.48	3.23%

为了进一步研究航天器刚柔耦合模型的振动特性,利用 ANSYS 软件得到模态振型如图 3 所示,从图中可以发现太阳翼的振动会影响中心刚体的转动,从第 2 阶和第 4 阶振型可以明显看出帆板的反对称弯曲模态和中心刚体的转动相互耦合. 并通过对中心刚体上施加转动力矩:$\tau_y=10$ N,观察柔性太阳翼末端点在 0～5 s 内的动力学响应,如图 4 所示,给出了末端点在随体坐标系下的振动位移曲线. 从图中可以看出航天器的姿态运动会引起柔性太阳翼的振动.

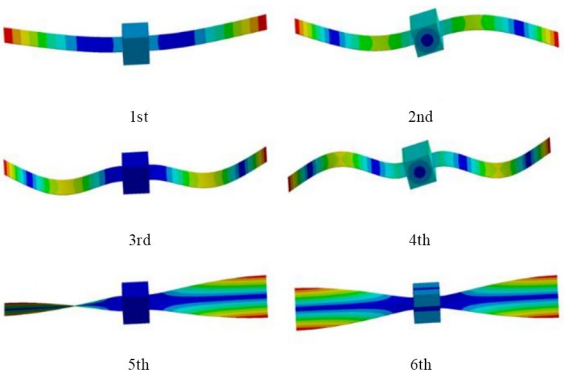


图 3　模态振型图

Fig. 3　Modal shape of spacecraft

在同样力矩作用下,对航天器的姿态运动结果进行了仿真分析,并将其与 ANSYS 软件的仿真结果进行对比,结果如图 5 所示. 从图中可以看出本文程序的计算结果与 ANSYS 仿真结果基本吻合,而且不难发现帆板的振动变形对中心刚体的姿态运动产生了消极的影响,柔性太阳翼的振动会影响姿态运动的稳定,这给航天器的空间姿态控制带来了困难,因此监测整个帆板的振动变形是极有必要的,并且获得更多的变形信息更有利于航天器的姿态控制.

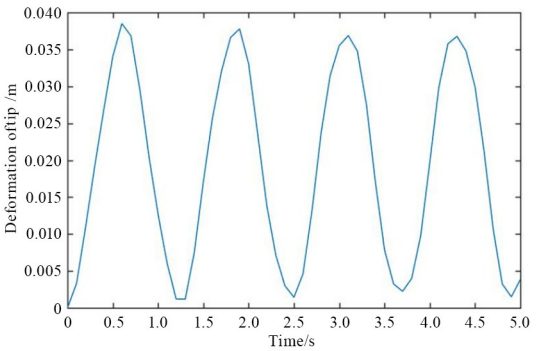


图 4 帆板末端点振动位移

Fig. 4 Vibration displacements of tip

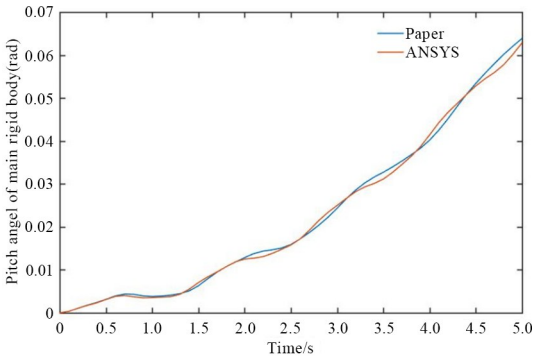


图 5 俯仰角对比

Fig. 5 Comparison of pitch angel

3.2 重构算法验证与分析

位移场重构需要模态振型的数值形式,即要得到航天器的刚柔耦合模态位移矩阵. 为了验证本文的重构算法,本文采用 ANSYS 对航天器模型进行仿真,利用仿真结果模拟传感器测量数据,由于我们采用 6 阶模态建立理论模型,为了验证算法在 $s>N$ 时的精度,同时考虑到计算效率,所以选择 8 个测点;考虑到受前文力矩作用下的太阳翼主要呈现弯曲变形,因此在太阳翼宽度方向同一直线上的各点变形几乎一致,于是测点选择如图 6 所示的交错分布,同时考虑到太阳翼自由端处的变形最大,并且从模态振型可以看出自由端处的模态位移更为明显,因此选择将测点集中在自由端. 验证点则依据等距分布在中心线上选择 9 个点作为重构点,并通过仿真结果与重构结果对比验证算法准确性.

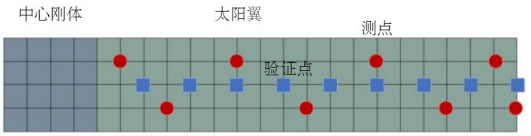


图 6 模拟测点分布图

Fig. 6 Distribution of simulated measurement point

在 3.1 小节所述动力学响应下,分别对 3 s 和 5 s 时的 9 个重构点进行了重构结果验证,如图 7(a)所示;对第 5 个点在 5 s 内的重构结果进行了验证,如图 7(b)所示. 经计算,在 3 s 时的重构结果与仿真结果的平均相对误差(MRE)为 1.92%,均方根误差(RMSE)为 5.1382e−5,在 5 s 时验证点的重构结果与仿真结果的平均相对误差为 2.37%,均方根误差为 7.2233e−5;在时间维度上,第 5 个点在 5 s 内的重构结果与仿真结果最大相对误差为 0.51%,最小为 0.10%. 误差计算结果表明本文提出的重构算法具有较高的准确性. 与文献[10]的逆有限元法相比,对于悬臂板模型,当其采用 20 个逆向单元,40 个测点情况下的平均相对误差为 4.74%;当采用 10 个逆向单元,20 个测点时,其平均相对误差为 9.75%. 通过误差对比我们可以发现本文方法可以在相对更少测点的情况下,拥有更好的重构精度. 经多次仿真实验,本文重构算法平均计算耗时为 8.3 ms,仿真时间表明本文算法可实现全局位移场的快速重构,可为在航天器姿态控制和太阳翼寿命分析等工况下实现工程应用提供理论可能.

相对误差的计算公式为

$$\delta=\left|\frac{w_i-\hat{w}_i}{\hat{w}_i}\right|\times 100\% \tag{33}$$

式中,w_i 为重构结果,$\hat{w}_i$ 为仿真结果.

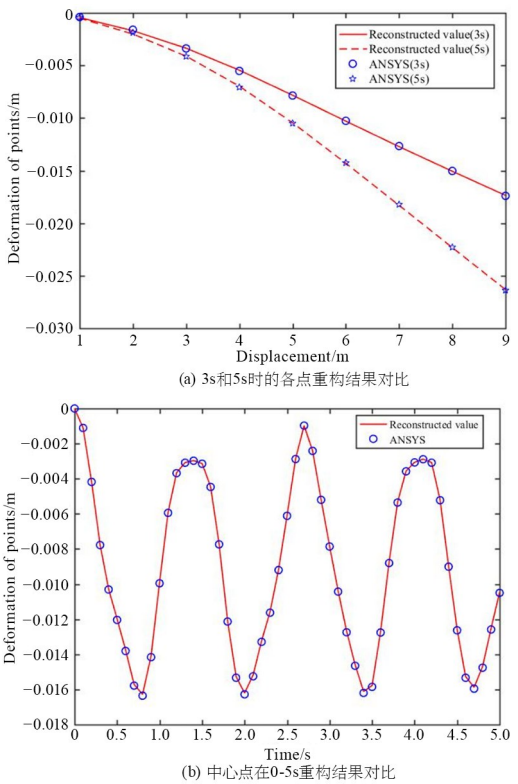
平均相对误差的计算公式为

$$E_{\mathrm{MRE}}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{w_i-\hat{w}_i}{\hat{w}_i}\right| \tag{34}$$

均方根误差的计算公式为

$$E_{\mathrm{RMSE}}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(w_i-\hat{w}_i)^2} \tag{35}$$

为了便于验证重构结果,将太阳翼在惯性坐标系 O_0-$x_0y_0z_0$ 下 z_0 方向上的 ANSYS 位移仿真结果导出,利用Matlab绘制出结果云图,如图8(a)所示;并对全局振动位移重构数据进行处理,通过刚体角度计算出太阳翼重构位移场在惯性坐标系下的位移,同样绘制出结果云图,如图 8(b)所示.并根据式(34)和(35)对重构结果与仿真结果进行了误差计算,平均相对误差为 3.32%,均方根误差为 0.011 m,数值结果表明该方法通过少量传感器数据实现了对太阳翼位移场的全局重构.

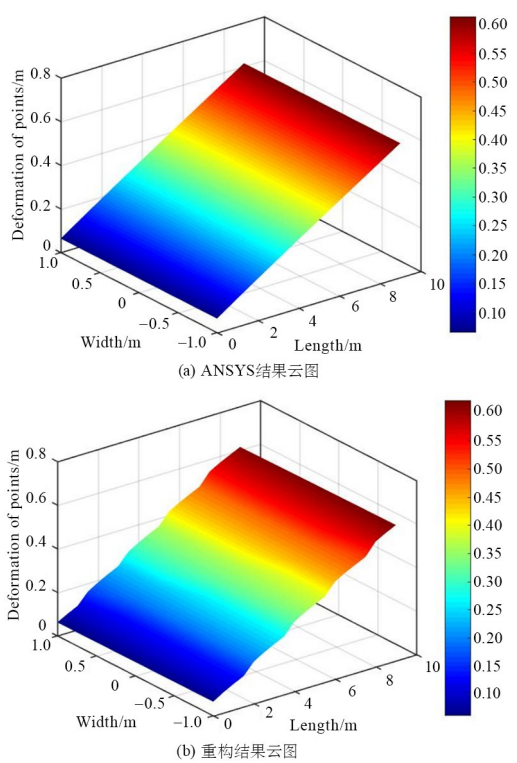


(a) 3s和5s时的各点重构结果对比

(b) 中心点在0-5s重构结果对比

图 7　重构结果与仿真对比图

Fig. 7　Comparison of inversion result and simulation result



(a) ANSYS结果云图

(b) 重构结果云图

图 8　太阳翼位移云图重构对比(z_0 方向)

Fig. 8　Comparison of solar wing displacement reconstruction contour and simulation results (z_0 direction)

4　结论

随着大型柔性太阳翼在航天器中的广泛应用,为了满足航天器精确的姿态机动和在轨运行的稳定性,对柔性太阳翼的全局位移场实时监测成为在轨精准控制与健康监测的关键问题.

本文提出一种基于混合坐标法与模态叠加原理的动态位移场重构方法.该方法能够在姿态机动与柔性振动耦合工况下,仅需少量传感数据即可实现动态位移场的实时重构.通过仿真数据进行算法验证,数值结果表明:仅需 8 个测点数据,全局位移场的重构结果与仿真结果的平均相对误差为 3.32%;在时间和空间两种尺度对比下,验证点的重构结果与仿真数据的平均相对误差均在 3%以下,证明该方法通过少量传感器数据实现了对太阳翼位移场的高效重构.研究表明,该方法能够有效支持航天器在复杂动力学响应下的太阳翼位移场重构,为卫星航天器的动力学响应分析提供了重要的理论工具.未来,可进一步优化传感器布局和重构算法,以提升重构精度和实时性,为航天器在轨运行提供更可靠的保障.

参考文献

[1]　曹彧腾. 带柔性太阳翼的航天器多刚柔体耦合动力学与控制研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.

CAO Y T. Research on coupled dynamics and control for multi-rigid-flexible bodies of spacecraft with flexible solar arrays [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2019. (in Chinese)

[2]　曹登庆, 白坤朝, 丁虎, 等. 大型柔性航天器动力学与振动控制研究进展[J]. 力学学报, 2019, 51(1): 1−13.

CAO D Q, BAI K C, DING H, et al. Advances in dynamics and vibration control of large-scale flexible spacecraft [J]. Chinese Journal of Theoretical and

Applied Mechanics, 2019, 51(1): 1－13. (in Chinese)

[3] 刘伦. 航天器姿态运动与太阳翼结构振动耦合分析及协同控制[D]. 哈尔滨：哈尔滨工业大学，2017.
LIU L. Coupled analysis and cooperative control for spacecraft attitude motion and solar panel vibration [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017. (in Chinese)

[4] 李崔春. 挠性航天器刚柔耦合动力学建模与姿态控制技术的研究[D]. 北京理工大学，2014.
LI C C. Research on rigid-flexible coupled dynamics modeling and attitude control technology of flexible spacecraft [D]. Beijing: Beijing Institute of Technology, 2 014(in Chiniese)

[5] 王杜辰. 挠性航天器刚柔耦合动力学建模与仿真研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2015.
WANG D C. Flexible spacecraft rigid-flexible coupling dynamics modeling and simulation research [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2015. (in Chinese)

[6] 白圣建. 挠性航天器的刚柔耦合动力学建模与姿态控制[D]. 长沙：国防科学技术大学，2011.
BAI S J. Rigid-flexible coupled dynamics modeling and attitude control of flexible spacecraft [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)

[7] 刘付成，朱东方，李爽，等. 超大尺度柔性航天器动力学建模与高精度形－姿协同控制研究进展[J]. 中国科学：物理学 力学 天文学，2025，55(2)：6－22.
LIU F C, ZHU D F, LI S, et al. Research progress on dynamics modeling and high-precision form-attitude cooperative control of ultra-large-scale flexible spacecraft [J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2025, 55(2): 6－22. (in Chinese)

[8] RAO Y J. Recent progress in ultra-long distributed fiber-optic sensing [J]. Acta Physica Sinica, 2017, 66(7): 074207.

[9] SEDELNIKOV A V, ORLOV D I. Analysis of the significance of the influence of various components of the disturbance from a temperature shock on the level of microaccelerations in the internal environment of a small spacecraft [J]. Microgravity Science and Technology, 2021, 33(2): 22.

[10] 张科. 基于逆向有限元法的结构变形重构方法研究[D]. 南京：南京航空航天大学，2020.
ZHANG K. Research on deformation reconstruction based on inverse Finite Element Method [D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020. (in Chiniese)

[11] 吴懋琦，谭述君，高飞雄. 基于绝对节点坐标法的平面梁有限变形下变形重构[J]. 力学学报，2021，53(10)：2776－2789.
WU M Q, TAN S J, GAO F X. Shape reconstruction of plane beam with finite deformation based on absolute nodal coordinate formulation [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2021, 53(10): 2776－2789. (in Chinese)

[12] 李海洋，周金柱，杜敬利，等. 面向智能蒙皮天线电补偿的位移场重构[J]. 电子机械工程，2017，33(1)：19－24，51.
LI H Y, ZHOU J Z, DU J L, et al. Displacement field reconstruction for electrical compensation of smart skin antenna [J]. Electro-Mechanical Engineering, 2017, 33(1): 19－24, 51. (in Chinese)

[13] KO W, RICHARDS W L, FLEISCHER V T. Applications of Ko displacement theory to the deformed shape predictions of the doubly-tapered ikhana wing: NASA/TP-2009-214652 [R]. Washington, DC: NASA, 2009.

[14] 赵飞飞，曹开拓，保宏，等. Timoshenko 梁的变形场重构及传感器位置优化[J]. 机械工程学报，2020，56(20)：1－11.
ZHAO F F, CAO K T, BAO H, et al. Deformation field reconstruction and sensor position optimization of Timoshenko beam [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(20): 1－11. (in Chiniese)

[15] 司亚文，曾捷，夏裕彬，等. 机翼模型应变场分布式光纤监测与重构方法[J]. 振动 测试与诊断，2020，40(4)：800－806，830.
SI Y W, ZENG J, XIA Y B, et al. Monitoring and reconstruction of wing model strain field by distributed optical fiber [J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2020, 40(4): 800－806, 830. (in Chinese)

[16] 杨正贤，孔宪仁，廖俊，等. 大范围运动刚柔耦合系统动力学建模与仿真[J]. 航天器环境工程，2011，28(2)：141－146.
YANG Z X, KONG X R, LIAO J, et al. Dynamics modeling and simulation of rigid-flexible coupled system with wide range of motion[J]. Spacecraft Environmental Engineering, 2011, 28(2): 141－146.

(in Chiniese)

[17] 孙杰，孙俊，刘付成，等. 含间隙铰接的柔性航天器刚柔耦合动力学与控制研究[J]. 力学学报，2020，52(6)：1569－1580.
SUN J，SUN J，LIU F C，et al. Dynamics and control of rigid-flexible coupling flexible spacecraft with joint clearance [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics，2020，52(6)：1569－1580. (in Chinese)

[18] HE G Q，CAO D Q. Dynamic modeling and attitude-vibration cooperative control for a large-scale flexible spacecraft [J]. Actuators，2023，12(4)：167.

[19] PAIK J K，THAYAMBALLI A K，KIM G S. The strength characteristics of aluminum honeycomb sandwich panels [J]. Thin-Walled Structures，1999，35(3)：205－231.

[20] 王博洋，刘铸永，郑鹏飞. 哑铃型航天器刚－柔耦合动力学建模与仿真分析[J]. 动力学与控制学报，2021，19(6)：25－32.
WANG B Y，LIU Z Y，ZHENG P F. Rigid-flexible dynamic modeling and simulation of dumbbell spacecraft [J]. Journal of Dynamics and Control，2021，19(6)：25－32. (in Chinese)